

含噪声系统的双时标自适应控制

张 宁

(北方交通大学电气工程系)

摘 要

本文讨论了含噪声的 SISO 系统的双时标自适应控制问题,提出了一种不受噪声影响的直接辨识自适应校正器参数的新算法,并给出了这一系统的稳定性条件.

关键词——双时标系统,自适应控制,混合自适应.

一、引 言

双时标自适应控制是一种较新的自适应控制方法.它不仅可以获得接近最佳的控制特性,还可以避开类似自校正控制中的自适应控制的非线性问题,从而使系统稳定的约束条件减少,鲁棒性得以提高,因此这一控制方法具有较强的实用性.

自1980年以来, Elliott^[1]、Narendra^[2]等人对这一控制方法作了比较系统的研究,并取得了一些有价值的结论.然而,对具有噪声的对象的时标控制问题仍未得到令人满意的结果.在国内对这一理论的探讨也不多.

二、噪声条件下 SISO 系统的双时标自适应控制

设含噪声的被控对象为

$$A(z^{-1})y = B(z^{-1})u + \xi, \quad (1)$$

ξ 为等效的噪声.

理想模型为

$$A_m(z^{-1})y_m = B_m(z^{-1})r, \quad (2)$$

r 为外部控制输入.假设

- 1) $A(z^{-1})$ 为首一多项式,且 $A(z^{-1}), B(z^{-1})$ 互质;
- 2) $\deg A = n_a, \deg B = n_b, n_a, n_b$ 已知,且 $n_a > n_b$;
- 3) B 为稳定的多项式;
- 4) $\deg A_m \geq d$, 其中 $d = n_a - n_b$.

为使被控对象的输出能够跟踪理想模型的输出,现加入线性校正器 F_1, F_2, F_3 , 使系统的

传递函数与理想模型相匹配,系统的结构如图 1 所示.

图 1 中:

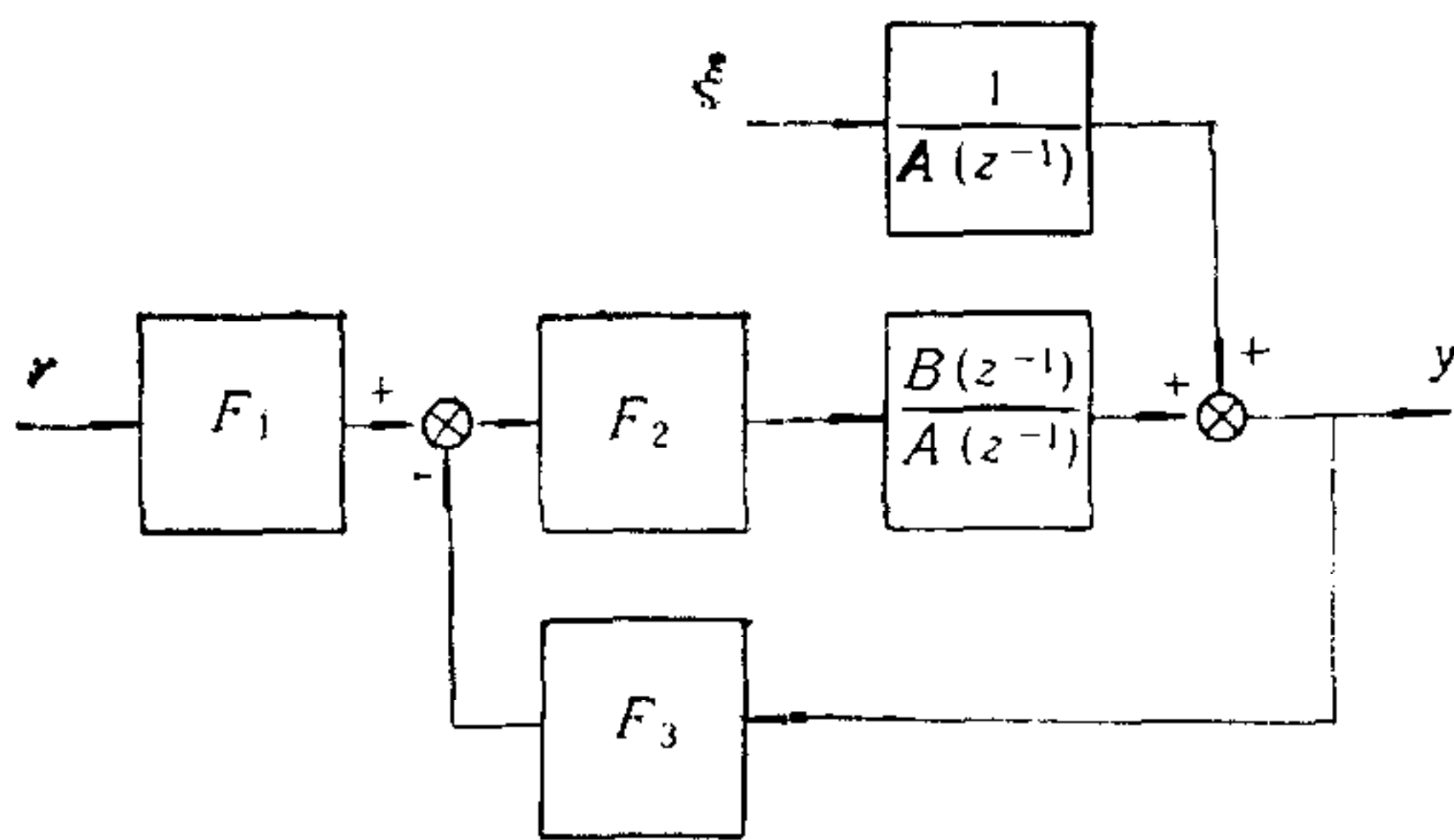


图 1

$$F_1 = \frac{R_1(z^{-1})}{P_1(z^{-1})}; \quad (3)$$

$$F_2 = \frac{R_2(z^{-1})}{P_2(z^{-1})}; \quad (4)$$

$$F_3 = \frac{R_3(z^{-1})}{P_3(z^{-1})}; \quad (5)$$

且 $\deg R_3 = n - 2$; $\deg P_2 = \deg P_3 = \deg R_2 = n - 1$.

令

$$R_2 = P_3 = P, \quad R_1 = B_m, \quad P_1 P'_1 = A_m, \quad \text{且}$$

$$P_2 A + R_3 B = P P'_1 B. \quad (6)$$

其中 P 为任意的 $n - 1$ 次稳定的多项式, P'_1 的阶次为 d , 为使(6)式有解, n 不小于 n_a . 此时, 由图 1 可得

$$y = \frac{B_m}{A_m} r + \frac{P_2}{P P'_1 B} \xi. \quad (7)$$

由上式可知, 只要合理地选取 $P P'_1$, 就可使系统具有一定的跟踪精度.

当被控对象的参数未知时, P_2, R_3 中的参数就无法用(6)式得到. Elliott 曾给出在无噪声干扰时直接辨识 P_2, R_3 中的参数的算法^[1], 但在噪声条件下 Elliott 的算法就不能保证参数辨识的收敛, 为解决这一问题, 现引入辅助信号发生器, 设其传递函数为

$$G_f(z^{-1}) = 1/F(z^{-1}), \quad (8)$$

式中 $F(z^{-1})$ 为稳定的首一多项式, 其阶次为 $n - 1 + d$.

辅助信号可由下面二式得到

$$\bar{u} = \frac{1}{F} u, \quad \bar{y} = \frac{1}{F} y. \quad (9), (10)$$

若将被控对象等效地表示为

$$A_x = u + \frac{1}{B} \xi, \quad y = Bx, \quad (11), (12)$$

则有

$$A\bar{x} = \bar{u} + \frac{1}{FB} \xi, \quad \bar{y} = B\bar{x}. \quad (13), (14)$$

上面各式中的 x, \bar{x} 均为中间变量, 且有

$$\bar{x} = \frac{1}{F} x. \quad (15)$$

此时, 用 \bar{x} 乘(6)式的两边可得

$$(P_2 A + R_3 B - P P'_1 B) \bar{x} = 0. \quad (16)$$

由于 \bar{x} 为一任意标量, 因此上式成立, 则必然(6)式成立.

现取 $F = P P'_1$, 根据(10), (11), (13)式可有

$$P_2 \bar{u} + R_3 \bar{y} = y_m. \quad (17)$$

令

$$P_2 = d_n z^{-(n-1)} + d_{n-1} z^{-(n-2)} + \dots + d_1, \quad R_3 = r_{n-1} z^{-(n-1)} + r_{n-2} z^{-(n-2)} + \dots + r_1 z^{-1},$$

则(17)式可表示为

$$\boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\theta} = y_m. \tag{18}$$

其中

$$\boldsymbol{\varphi} = [\bar{u}, z^{-1}\bar{u}, \dots, z^{-(n-1)}\bar{u}, z^{-1}\bar{y}, \dots, z^{-(n-1)}\bar{y}]^T;$$

$$\boldsymbol{\theta} = [d_1, d_2, \dots, d_n, r_1, \dots, r_{n-1}]^T.$$

根据(18)式，就可以运用随机逼近或最小二乘递推公式对 $\boldsymbol{\theta}$ 进行估算。图 2 是这一系统的结构示意图。

三、稳定性分析

在双时标自适应系统中，如能保证系统在每个参数周期内都能较好地跟踪理想模型，则必能确保系统在整个控制过程中稳定。前者的关键就在于对参数 $\boldsymbol{\theta}$ 估计的正确性。本文通过引入辅助信号发生器，避开了噪声对参数辨识的影响，使得 P_2, R_3 中的参数可以用一般的随机逼近或最小二乘递推公式直接估算，只要满足充分激励的条件，这两个公式都能得到 $\boldsymbol{\theta}$ 的无偏估计，这就能够确保系统稳定。

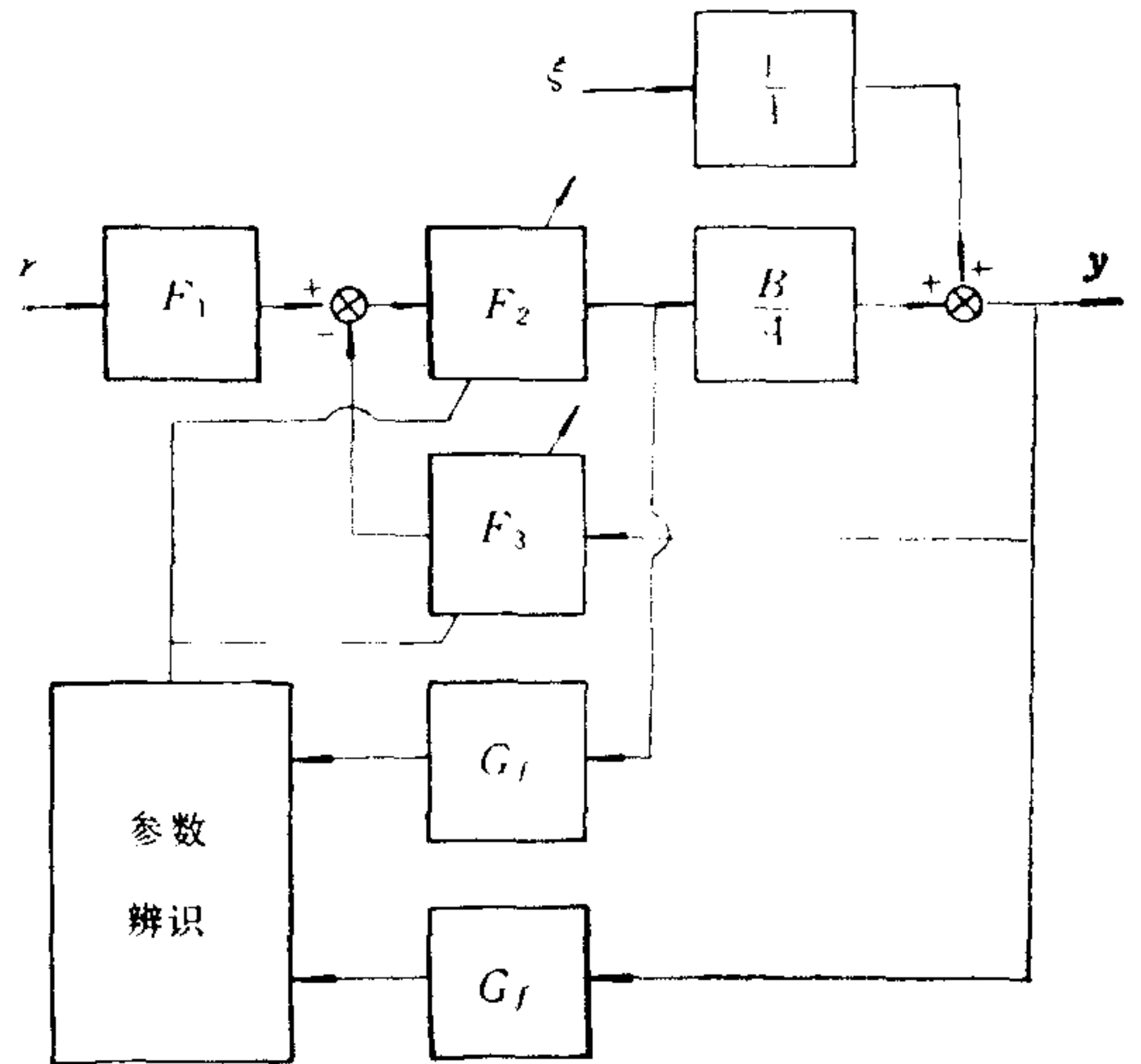


图 2

实际的被控对象往往含有未建模的高频部分，这一部分可能会对参数的辨识产生不利影响，如果设被控对象未建模高频部分为 $H(z^{-1})$ ，令 \hat{P}_2, \hat{R}_3 分别为 P_2, R_3 的估计量，且

$$\tilde{P}_2 = \hat{P}_2 - P_2, \quad \tilde{R}_3 = \hat{R}_3 - R_3,$$

则确保系统稳定的充分条件为

$$\begin{aligned} & |P(e^{j\theta})P_1'(e^{j\theta})W'(e^{j\theta})| \\ & > |\tilde{P}_2(e^{j\theta}) + \hat{R}_3(e^{j\theta})W(e^{j\theta}) - R_3(e^{j\theta})W'(e^{j\theta})|, \end{aligned} \tag{19}$$

式中

$$W'(e^{j\theta}) = \frac{B(e^{j\theta})}{A(e^{j\theta})}, \quad W(e^{j\theta}) = W'(e^{j\theta}) \cdot H(e^{j\theta}).$$

由上式可知，采取下列措施将有利于系统的稳定：

- 1) 取 $P(z^{-1})P_1'(z^{-1})$ 的零点尽可能大，使 $|P(e^{j\theta})P_1'(e^{j\theta})|$ 足够大；
- 2) 提高辨识精度、减小计算误差。

由于双时标自适应系统在每个参数周期内都是线性的，因此可适当选取有关参数，使系统具有足够的稳定裕度，这是这一控制鲁棒性强的主要原因。

四、仿真结果

例. 被控对象为

$$y = \frac{K(0.00241546z^{-1} + 0.002333z^{-2})}{1 - 1.900845z^{-1} + 0.9012253z^{-2}} u + \frac{1}{1 - 1.900845z^{-1} + 0.9012253z^{-2}} \omega. \quad (20)$$

其中 ω 为白噪声, K 是随时间变化的量, 其变化规律为 $K = 0.25t$. t 为时间, 单位为秒.

(1) 取理想模型为

$$y_m = \frac{0.01z^{-1}}{1 - 1.8z^{-1} + 0.81z^{-2}} r, \quad (21)$$

$$P = 1 - 0.8z^{-1} + 0.16z^{-2}, \quad F = 1 - 0.8z^{-1} + 0.16z^{-2}.$$

校正器 F_1, F_2, F_3 按文中方法设计, 取 P_1, R_3 的初值为 $\theta_0 = [1, 0.12, 0.08, 1, -0.5]^T$, 取控制输入 r 为 10.

图 3 给出了系统的阶跃响应曲线, 其最大跟踪误差小于 0.5%.

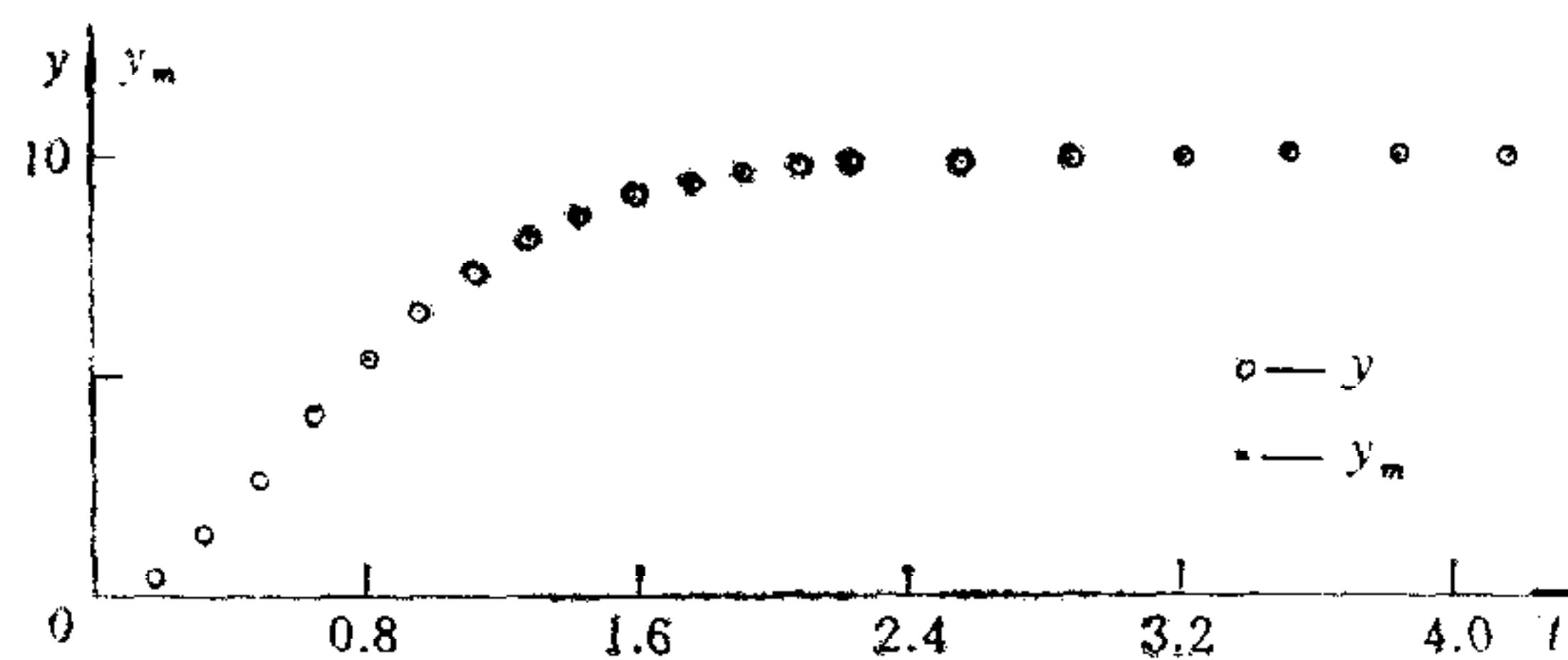


图 3

在本文的写作过程中, 得到了东南大学路兆梅老师和史维老师的指导和帮助, 在此表示感谢.

参 考 文 献

- [1] Elliott, H., Hybrid Adaptive Control of Continuous Time System, *IEEE. Trans. Automat Contr.* **AC-27** (1982), 2, 419—426.
- [2] Narendra, Kumpati, S., Error Models for Stable Hybrid Adaptive Control System, *IEEE. Trans. Automat Contr.* **AC-30**(1985), 4, 339—347.

TWO TIME-SCALES ADAPTIVE CONTROL FOR THE SYSTEM WITH NOISE

ZHANG NING

(Dept. of Electrical Engineering, Northern Jiaotong University)

ABSTRACT

The problem of two time-scale adaptive control for SISO system with noise is discussed in this paper. A new algorithm for directly identifying the parameters of the adaptive tuners, in which the influence of noise is eliminated, is presented. In addition, a stability condition of the system is presented.

Key words —— Two time-scales system; adaptive control; hybrid adaptive.