

基于图像片马尔科夫随机场的脑 MR 图像分割算法

宋艳涛¹ 纪则轩¹ 孙权森¹

摘要 传统的高斯混合模型 (Gaussian mixture model, GMM) 算法在图像分割中未考虑像素的空间信息, 导致其对于噪声十分敏感. 马尔科夫随机场 (Markov random field, MRF) 模型通过像素类别标记的 Gibbs 分布先验概率引入了图像的空间信息, 能较好地分割含有噪声的图像, 然而 MRF 模型的分割结果容易出现过平滑现象. 为了解决上述缺陷, 提出了一种新的基于图像片权重方法的马尔科夫随机场图像分割模型, 对邻域内的不同图像片根据相似度赋予不同的权重, 使其在克服噪声影响的同时能保持图像细节信息. 同时, 采用 KL 距离引入先验概率与后验概率关于熵的惩罚项, 并对该惩罚项进行平滑, 得到最终的分割结果. 实验结果表明, 算法具有较强的自适应性, 能够有效克服噪声对于分割结果的影响, 并获得较高的分割精度.

关键词 脑 MR 图像, 图像分割, 图像片, 高斯混合模型, 马尔科夫随机场

引用格式 宋艳涛, 纪则轩, 孙权森. 基于图像片马尔科夫随机场的脑 MR 图像分割算法. 自动化学报, 2014, 40(8): 1754–1763

DOI 10.3724/SP.J.1004.2014.01754

Brain MR Image Segmentation Algorithm Based on Markov Random Field with Image Patch

SONG Yan-Tao¹ JI Ze-Xuan¹ SUN Quan-Sen¹

Abstract Without considering the spatial information between pixels, the traditional Gaussian mixture model (GMM) algorithm is very sensitive to noise during image segmentation. Markov random field (MRF) models provide a powerful way to noisy images through Gibbs joint probability distribution which introduce the spatial information of images. However, they often lead to over-smoothing. To overcome these drawbacks, we propose a new brain MR image segmentation algorithm based on MRF with image patch by assigning each pixel in the neighborhood with a different weight according to the similarity between image patches. The proposed method can overcome the noise and keep the details of topology and corner regions. Meanwhile, by introducing the KL distance into the prior probability and posterior probability as an entropy penalty, the proposed algorithm could get better segmentation results through smoothing this penalty term. Experimental results show that our algorithm can overcome the impact of noise on the segmentation results adaptively and efficiently, and get accurate segmentation results.

Key words Brain MR images, image segmentation, image patch, Gaussian mixture model (GMM), Markov random field (MRF)

Citation Song Yan-Tao, Ji Ze-Xuan, Sun Quan-Sen. Brain MR image segmentation algorithm based on Markov random field with image patch. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(8): 1754–1763

近年来, 脑部疾病已成为威胁人类身体健康的主要疾病之一. 因此, 如何借助于医学检查对临床进行辅助诊断、量化分析, 对诊断脑部疾病有重要意义. 随着人类对大脑的研究, 各种脑影像成像技术迅猛发展, 其中核磁共振成像 (Magnetic resonance imaging, MRI) 由于其特殊的成像机理, 使得该方法能够对生物体内像脑这样的软组织得到较好的解剖影像而得到了广泛的应用. 此外, 该方法具有非侵

入性、非损伤性、高对比度等其他影像设备无法比拟的优势, 因此对脑 MR 图像的研究极为重要.

在临床诊断脑部疾病时往往需要对脑部 MR 图像进行精确分割, 即将其分割为灰质 (Gray matter, GM)、白质 (White matter, WM) 和脑脊液 (Cerebrospinal fluid, CSF). 然而, 面对海量的图像数据, 人工处理、分析都比较困难, 而且用手工勾绘的方法分割图像, 受个人主观因素的影响比较大, 往往导致分割结果不准确. 此外, MR 的成像原理使得图像表现出一定的模糊性, 即部分容积效应 (Partial volume effects). 使得各个软组织之间边界不明确和不连续. 这些都给准确分割脑 MR 图像造成了很大困难. 因此, 研究利用计算机自动精确分割脑 MR 图像的方法不仅是一个热点而且是一个难点.

到目前为止, 人们已经提出了很多脑图像分

收稿日期 2012-07-05 录用日期 2013-01-06
Manuscript received July 5, 2012; accepted January 6, 2013
国家自然科学基金 (61273251) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61273251)
本文责任编辑 刘一军
Recommended by Associate Editor LIU Yi-Jun
1. 南京理工大学计算机科学与工程学院 南京 210094
1. Department of Computer Science and Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094

割方法, 高斯混合模型 (Gaussian mixture model, GMM)^[1-5] 是近年来图像分割的研究热点之一. 该方法利用了图像本身的像素特征对图像进行模型统计, 是一种简单而有效的图像分割模型. 然而, 图像中的像素点并不是孤立的, 每个像素点的灰度值与它邻域内像素的灰度值有一定的内在联系, 但 GMM 只利用了像素的灰度信息, 而没有利用像素的空间信息, 因此其分割结果往往不准确.

为了克服这个缺点, 一些学者引入了马尔科夫随机场模型 (Markov random field, MRF)^[4, 6-14], 该模型能很好地利用当前像素与其邻域中像素之间的相互信息作为先验知识, 运用最大期望值 (Expectation-maximization, EM) 算法和最大后验概率 (Maximum a posteriori, MAP) 实现图像分割, 能较好地分割噪声图像, 得到了广泛关注和应用. 例如, 在文献 [11] 中, Sanjay-Gopal 等提出了 SVM 模型, 该模型根据像素的空间差异对不同的像素分配不同的权重, 并且在 EM 算法的 M 步使用了梯度投影算法, 解决了 MRF 算法为了引入像素空间信息而造成的算法时间复杂性, 对 MRF 算法进行了加速. 文献 [10] 利用了 HMRF 像素值间接估计状态序列的本质特征, 通过邻域像素的相互作用引入了空间信息提出了使用 HMRF 模型进行分割, 即 HMRF-EM 模型. 文献 [13] 在文献 [10] 的基础上, 提出了 HMRF-EM-edge 模型. 该模型引入了边缘检测算法, 用来保持图像的边缘. 虽然该算法的分割结果较文献 [10] 有一定的提高, 但是分割结果依然不理想. 文献 [8] 在 MRF 模型中引入了熵的概念, 提出了基于空间约束信息的 MRF 模型, 使用邻域像素的先验概率定义像素的相似性, 得到了较好的分割结果. 然而, 尽管 MRF 模型已经被很多学者广泛应用和改进, 但是基于 MRF 模型的分割算法依然存在一些问题, 例如过分割现象、不能有效地处理图像的模糊性等.

针对上述问题, 本文提出了一种新的基于图像片马尔科夫随机场的图像分割模型, 在计算参数的先验分布时, 该模型采用图像片代替传统的单个像素点, 利用图像片之间的相似性, 自动计算局部邻域内各点对应的权重, 提高了像素邻域内的有用点和无用点的区分度, 并通过 KL 距离对算法进行求解. 实验结果表明, 本文算法具有较强的抗噪性, 对边缘区域以及拓扑结构纹理结构复杂区域都能够获得较好的分割效果.

1 基于概率统计的图像分割模型

目前, 基于概率统计的图像分割算法主要可以分为三种模型^[8], 模型 1 如图 1(a) 所示, 即标准高斯混合模型, 该类模型不考虑像素之间的相关性, 同类像素具有相同的先验概率; 模型 2 如图 1(b) 所示, 即使用 Gibbs 概率分布的隐式马尔科夫随机场

模型, 通过像素邻域引入了空间信息从而对像素进行分类标记; 模型 3 如图 1(c) 所示, 即使用马尔科夫随机场计算先验分布从而得到类别标记, 同时考虑了像素的灰度信息和空间信息. 本文基于模型 3 提出了一种新的图像分割算法. 图 1 中, π 表示先验概率, y 表示像素值, x 表示像素类别标记, β 表示 Gibbs 分布中的标量参数, θ 为高斯混合模型参数.

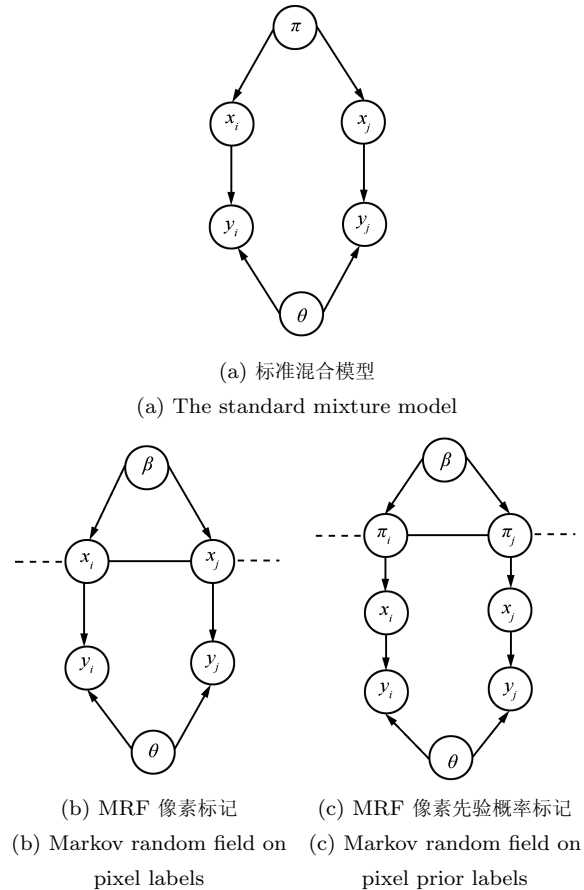


图 1 图像分割概率计算模型

Fig. 1 Three commonly used probabilistic graphical models for image segmentation

1.1 高斯混合模型

在对灰度图像的统计特性描述中, GMM 被认为是描述区域内灰度缓变的理想模型之一^[15]. 众所周知, 脑组织其灰度分布较为简单是一种缓慢变化的高斯分布, 且不同的脑组织间有较高的对比度, 因此, 高斯混合模型在脑组织分割中得到了广泛的应用.

高斯混合模型是用来逼近图像直方图的概率模型^[15], 图像灰度直方图反映的是图像中某个灰度值出现的频数, 也可以认为是图像灰度概率密度的估计. 设灰度图像 I 可以分为 K 个不同区域, 在直方图中即体现为含有 K 个峰. 第 k ($k = 1, \dots, K$) 个区域的灰度服从以 θ 为参数的高斯分布, 则整个图

像可以用这 K 个统计模型的混合统计模型来表示, 即将直方图的多峰特性看作是多个高斯分布的叠加, 用以解决图像的分割问题.

第 k 个区域的高斯分布的概率密度函数为

$$p(y_i|x_i = k, \theta_k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)\sigma_k^2}} \exp\left(-\frac{(y_i - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2}\right) \quad (1)$$

其中, 高斯模型参数为 $\theta_k = (\mu_k, \sigma_k^2)$, μ_k 为第 k 类的灰度均值, σ_k^2 为方差.

高斯混合模型对应图 1(a), 它认为每个像素是相互独立的, 即先验概率是离散分布的, 设第 k 类先验概率为

$$p(x_i = k|\pi) = \pi_k \quad (2)$$

则图像 I 的灰度分布的混合概率密度函数为

$$p(y_i|\Theta, P) = \sum_{k=1}^K p(y_i|x_i = k, \theta_k)\pi_k \quad (3)$$

其中, 参数 $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K)$ 是混合模型的高斯分布参数.

为了得到混合模型的统计参数, 定义整个图像数据的对数似然函数为

$$L_1(\Theta, P) = \log p(y_1, \dots, y_N|\Theta, P) = \sum_{i=1}^N \log p(y_i|\Theta, P) = \sum_{i=1}^N \log \sum_{k=1}^K p(y_i|x_i = k, \theta_k)\pi_k \quad (4)$$

其中, N 为图像的总像素数, 使得似然函数达到最大值时的参数值 (Θ^*, P^*) 即为混合模型的统计参数, 即混合模型的统计参数的估计应满足:

$$(\Theta^*, P^*) = \arg \max_{\Theta, P} L_1(\Theta, P) \quad (5)$$

在应用中, 一般使用期望最大值算法求解式 (5), 从而得到 GMM 的参数 (Θ^*, P^*) .

1.2 马尔科夫模型

基于马尔科夫随机场^[6-8]的图像分割算法一直以来备受人们的青睐, 该类算法考虑了图像的空间信息, 运用 Gibbs 场和最大后验概率 MAP 实现图像分割, 该模型示意图如图 1(b) 所示. 该类算法能够有效地对迭加了噪声的低信噪比图像进行分割, 对噪声图像具有很好的鲁棒性, 因此很适合应用于脑部图像的分割.

Hammersley-Clifford 定理^[6]证明了马尔科夫随机场的联合概率服从 Gibbs 分布, 因此可以得到:

$$p(x|\beta) = \frac{1}{Z(\beta)} \exp(-H(x|\beta)) \quad (6)$$

其中, $Z(\beta)$ 是正则常数, H 是能量函数, 由势函数 V_c 和一个非负的标量常数 β 定义:

$$H(x|\beta) = \sum_c V_c(x_c|\beta) \quad (7)$$

为了使 MRF 简单可行, 一些研究者^[9, 16]使用了 Besag 提出的近似值^[7, 17]去估计联合概率分布:

$$p(x|\beta) \approx \prod_i p(x_i|x_{N_i}, \beta) \quad (8)$$

其中, N_i 表示像素 i 的邻域. 则对数似然函数修改为

$$L_2(\theta, \beta) = \sum_{i=1}^N \log \sum_{k=1}^K p(y_i|x_k, \theta_k)p(x_i|x_{N_i}, \beta) \quad (9)$$

比较式 (4) 和式 (9), 我们可知, 在 GMM 中相同类的像素先验概率是相同的, 而在 MRF 中, 每个像素的先验概率不同, 且由它的空间邻域信息共同决定, 即相对于 GMM, MRF 在进行图像分割时引入了像素的空间信息, 使用的是图像的完全数据, 因此能更好地对图像进行分割.

2 本文模型

本文基于 MRF 模型引入了图像片信息, 得到每个像素与邻域内其余像素的权重估计, 为了克服 MRF 对图像的过平滑现象, 使用 KL 距离引入先验概率与后验概率关于熵的惩罚项, 从而得到比较好的图像分割效果, 最后使用 EM 迭代算法得到最优化结果.

2.1 权重构造

对于图像中的每一个像素点 i , 定义其邻域 N_i 上的像素为 $I(N_i)$, $I(N_i) = (I(N_j), j \in N_i)$. 像素 i 和 j 的相似度依赖于灰度级向量 $I(N_i)$ 和 $I(N_j)$ 强度的相似性, 显然与 $I(N_i)$ 有相似灰度邻域的那些像素点应赋予更大的权重.

衡量像素相似度的窗口可以有不同尺寸或形状, 为了方便本文采用固定尺寸方形窗口. Efros 和 Leung^[18]证明了在纹理块中距离 L^2 是比较窗口相似性的有效度量. 因此我们使用高斯加权欧氏距离 $\|I(N_i) - I(N_j)\|_{2,a}^2$ 来衡量 $I(N_i)$ 和 $I(N_j)$ 之间灰度值向量的相似性.

类似于文献 [19], 欧氏距离的权重函数定义为

$$w_{ij} = \frac{1}{Z(i)} \exp\left(-\frac{\|I(N_i) - I(N_j)\|_{2,a}^2}{h^2}\right) \quad (10)$$

其中, $Z(i)$ 是一个标准化常量, $Z(i) = \sum_j \exp\left(-\frac{\|I(N_i) - I(N_j)\|_{2,a}^2}{h^2}\right)$, 参数 h 表示滤波程度, 其对噪声进行了一定程度的抑制.

像素 i 与邻域内其余像素先验概率的相关性可以定义为

$$\pi_{N_i} = \sum_{\substack{j \in N_i \\ j \neq i}} w_{ij} \pi_j \quad (11)$$

其中, 权重集合 $\{w(i, j)\}_j$ 依赖于像素 i 和 j 的相似度, 满足一般条件 $0 \leq w_{ij} \leq 1$, 并且 $\sum_j w_{ij} = 1$. 由此我们可以得到, 式 (11) 相当于对先验概率作了一个卷积操作 $\pi_k * w$, 权重 w 可看作是一个滤波器.

2.2 模型建立

本文方法使用了 Besag 提出的近似值^[7, 17] 结合像素空间邻域信息去估计先验概率的联合密度分布:

$$p(\pi|\beta) \approx \prod_i p(\pi_i|\pi_{N_i}, \beta) \quad (12)$$

进一步, 为了方便计算, 类似于文献 [8], 我们假设一个近似的 log 模型代替 $p(\pi_i|\pi_{N_i}, \beta)$:

$$\log p(\pi_i|\pi_{N_i}, \beta) = -\beta[D(\pi_i|\pi_{N_i}) + H(\pi_i)] \quad (13)$$

其中

$$D(\pi_i|\pi_{N_i}) = \sum_{k=1}^K \pi_{ik} \log \frac{\pi_{ik}}{\pi_{N_{ik}}} = \sum_{k=1}^K \pi_{ik} \log \pi_{ik} - \sum_{k=1}^K \pi_{ik} \log \pi_{N_{ik}}$$

是 π_i 和 π_{N_i} 的 KL 距离, $H(\pi_i)$ 是 π_i 的信息熵: $H(\pi_i) = -\sum_{k=1}^K \pi_{ik} \log \pi_{ik}$. KL 距离 $D(\pi|\pi_{N_i})$ 衡量了像素 i 与邻域内像素先验概率的相似程度^[20], 即在一定程度上保证了像素与邻域内相似的像素属于相同的分类. π_i 的熵 $H(\pi_i)$ 是一个非负数, 当 π_i 均匀分布的时候达到最大值, 因此在灰度均匀区域, 保证了邻域像素有相似的先验概率, 反之亦然. 通过上述分析, 我们不难发现该算法充分利用了像素的空间信息.

进一步, 我们要对参数 θ 和 π_i 进行最大后验估计, 然而由于邻域先验概率之间的相互作用, 直接对式 (13) 进行求解比较困难, 为此我们引入了一个辅助项 s_i , 分离先验概率之间的关联性, 其中规定 $\sum_k s_{ik} = 1$. 因此式 (13) 约等于

$$\log p(\pi_i|\pi_{N_i}, \beta, s_i) \approx -\beta[D(s_i|\pi_i) + D(s_i|\pi_{N_i}) + H(s_i)] \quad (14)$$

当 $s_i = \pi_i$ 时, 上式即为式 (13). 上述惩罚项并不依赖于像素的灰度值, 因此最近许多学者使用图像本身数据惩罚项降低对数似然函数的边界^[21-22], 即后验概率的 KL 距离, 本文也采用此思路. 同理, 我们引入辅助项 q_i , 设定 $\sum_k q_{ik} = 1$, 约束后验概

率: $-\alpha[D(q_i|p_i) + D(q_i|p_{N_i}) + H(q_i)]$, 其中 p_i 是后验概率, 使用贝叶斯 (Bayes) 准则得到:

$$p_{ik} \equiv p(x_i = k|y_i, \theta_k, \pi_{ik}) = \frac{p(y_i|x_i = k, \theta_k) \pi_{ik}}{\sum_{l=1}^K p(y_i|x_i = l, \theta_l) \pi_{il}} \quad (15)$$

由此, 对数似然函数修改为

$$F(\theta, \pi, s, q) = \sum_{i=1}^N \left\{ \log \sum_{k=1}^K p(y_i|x_i = k, \theta_k) \pi_{ik} - \alpha[D(q_i|p_i) + D(q_i|p_{N_i}) + H(q_i)] - \beta[D(s_i|\pi_i) + D(s_i|\pi_{N_i}) + H(s_i)] \right\} \quad (16)$$

由式 (16) 可以看出本模型的对数似然函数包含 3 部分: 1) 为原高斯混合模型的对数似然函数; 2) 为后验概率惩罚函数; 3) 是先验概率惩罚函数. 因此相对于 GMM 或者 MRF, 该算法充分利用了像素的灰度信息和空间信息, 且引入图像片权重, 使得该算法对噪声图像具有更好的鲁棒性.

2.3 参数估计

根据 KL 距离公式, 我们可以进行下面的简化:

$$D(s_i|\pi_i) + D(s_i|\pi_{N_i}) + H(s_i) = \sum_k s_{ik} \log s_{ik} - \sum_k s_{ik} \log \pi_{ik} + \sum_k s_{ik} \log s_{ik} - \sum_k s_{ik} \log \pi_{N_{ik}} - \sum_k s_{ik} \log s_{ik} = \sum_k s_{ik} \log s_{ik} - \sum_k s_{ik} \log(\pi_{ik} \pi_{N_{ik}}) \quad (17)$$

即:

$$s_i \propto \pi_i \pi_{N_i} = \pi_i \sum_{\substack{j \in N_i \\ j \neq i}} w_{ij} \pi_j \quad (18)$$

同理可得:

$$q_i \propto p_i p_{N_i} = p_i \sum_{\substack{j \in N_i \\ j \neq i}} w_{ij} p_j \quad (19)$$

其中, w 即为式 (10) 定义的权重.

为了方便计算, 我们使用 Jensen 不等式, 其推导过程见附录 A:

$$-\alpha[D(q_i|p_i) + D(q_i|p_{N_i}) + H(q_i)] \equiv -\alpha \sum_{k=1}^K (q_{ik} + q_{N_{ik}}) \log p_{ik} \quad (20)$$

其中,

$$q_{N_i} = \sum_{\substack{j \in N_i \\ j \neq i}} w_{ij} q_j \quad (21)$$

同理, 使用 Jensen 不等式估计先验概率, 式 (16) 修改为

$$\begin{aligned} F(\theta, \pi, s, q) = & \sum_{i=1}^N [\log \sum_{k=1}^K p(y_i | x_i = k, \theta_k) \pi_{ik} = \\ & \alpha \sum_{k=1}^K (q_{ik} + q_{N_i k}) \log p_{ik} = \\ & \beta \sum_{k=1}^K (s_{ik} + s_{N_i k}) \log \pi_{ik}] \quad (22) \end{aligned}$$

将式 (22) 进一步推导可以得到下式, 其中, 为了使得 EM 算法可解, 设定 $\alpha = 1/2$, 其推导过程见附录 B.

$$\pi_i = \frac{1}{1 + 2\beta} \left[\frac{1}{2} (q_i + q_{N_i}) + \beta (s_i + s_{N_i}) \right] \quad (23)$$

通过对式 (22) 求导可以更新第 k 个高斯分量的均值和方差:

$$\mu_k = \frac{\sum_i (q_{ik} + q_{N_i k}) y_i}{\sum_i (q_{ik} + q_{N_i k})} \quad (24)$$

$$\sigma_k^2 = \frac{\sum_i (q_{ik} + q_{N_i k}) y_i y_i^T}{\sum_i (q_{ik} + q_{N_i k})} - \mu_k \mu_k^T \quad (25)$$

根据式 (22) 得到 EM 算法迭代终止条件:

$$\left| \frac{F^{(t+1)} - F^t}{F^t} \right| \leq 0.001 \quad (26)$$

上标 t 表示第 t 次迭代.

2.4 算法流程

步骤 1. 初始化参数, 设置图像的类别数 K , 设定参数 β 的取值, 设定迭代次数 $iterNum$ 以及图像片半径 r ;

步骤 2. 使用 K-means 算法初始化参数 θ ;

步骤 3. 估计图像噪声大小 σ , 进一步估计平滑参数 h , 并根据式 (10) 计算权重;

步骤 4. 根据式 (18) 和 (19) 计算 s 和 q ;

步骤 5. 根据式 (23) ~ (25) 更新参数 θ 和先验概率;

步骤 6. 循环执行步骤 4 和步骤 5 直到满足收敛条件式 (26) 或者达到收敛次数 $iterNum$ 为止.

3 实验与讨论

本节中, 首先对图像片半径 r 的选择进行讨论, 然后对合成脑 MR 图像和真实脑 MR 图像分别使用本文算法与相关算法的分割结果进行比较, 比较算法包括: 传统的基于 HMRF 的图像分割算法^[10]、SVMM 模型^[11]、基于空间约束的 MRF 模型^[8] 以及 HMRF-EM-edge 模型^[13]. 为了量化地评估各算法的分割效果, 本文采用一种比较常用的图像分割精度的评判方法— Jaccard similarity 方法^[23], 对 MR 图像的分割精度进行了定量分析, 其度量公式为

$$J(S_1, S_2) = \frac{|S_1 \cap S_2|}{|S_1 \cup S_2|} \quad (27)$$

其中, J 表示 Jaccard similarity 方法, S_1 和 S_2 分别表示待评价的分割结果和标准分割结果, 这里将专家分割结果作为标准分割结果, 将使用分割算法得到的结果与标准分割结果进行比较, $|*|$ 表示相应区域中的像素点个数, 该参数越高说明分割精度越准确.

3.1 图像片半径 r 的选取

通过式 (11) 可知, 当窗口半径 $r = 1$ 时, 相当于该算法没有考虑像素的空间信息, 即退化为 GMM 模型. 因此选择合适的图像片大小至关重要, 为此我们对不同噪声的图像, 使用不同的窗口半径进行分割. 此处所使用的图像数据为取自 BrainWeb 网站中层厚为 1 mm, 不同噪声下的 T1 加权的脑 MR 图像. 分割精度如表 1 所示.

表 1 中粗体表示不同噪声图像对应的最高分割精度. 从表 1 可以看出, 图像片半径 $r = 3$ 对应的分割精度最高. 这是因为当图像片半径较小时, 即当窗口半径 $r = 1$ 时, 图像片对应于单个像素点, 也就是说在采用图像片计算权重时, 并没有考虑像素的邻域信息, 相当于对图像进行了均值滤波, 因此分割结果较差. 而随着图像片半径的增大, 虽然抗噪性有一定的提高, 但同时也很容易抹去图像中细小的纹理, 导致分割精度降低. 由此可以看出, 当图像片半径很小时, 像素的权重计算由于没有使用空间信息, 使得分割结果较差. 随着图像片半径的增大, 一方面虽然能更好地使用空间信息使得算法的抗噪能力有一定的提高, 但是很容易抹平图像中的纹理信息, 导致分割精度降低; 另一方面, 图像片半径越大, 算法的计算复杂度就越高. 因此同时考虑基于分割精度和计算复杂度, 一般选用 $r = 3$ 的图像片半径对脑 MR 图像进行分割.

3.2 合成脑 MR 图像

合成脑 MR 图像的数据取自 BrainWeb 网站 (<http://mouldy.bic.mni.mcgill.ca/brainweb/>), 该数据库常被称作脑 MR 图像分割的金标准. 每组数据由 $181 \times 217 \times 181$ 个像素组成, 本文选用层厚

表 1 本文方法在不同噪声、不同窗口半径的分割精度比较
Table 1 Segmentation accuracy of different window radius and different noise

噪声大小	类别	$r = 1$	$r = 3$	$r = 5$	$r = 7$	$r = 9$
1%	白质	0.8904	0.9144	0.9054	0.8200	0.8191
	灰质	0.8369	0.9116	0.8961	0.8181	0.8200
	脑脊液	0.8976	0.9556	0.9389	0.9479	0.9466
3%	白质	0.8506	0.9010	0.8381	0.8753	0.8005
	灰质	0.8178	0.8986	0.8326	0.8730	0.7686
	脑脊液	0.9175	0.9469	0.9432	0.9337	0.9127
5%	白质	0.8876	0.8879	0.8698	0.8379	0.8097
	灰质	0.8589	0.8799	0.8603	0.8221	0.7786
	脑脊液	0.9186	0.9367	0.9261	0.9055	0.8800
7%	白质	0.8471	0.8671	0.8400	0.8078	0.7792
	灰质	0.7831	0.8512	0.8240	0.7807	0.7312
	脑脊液	0.8685	0.9204	0.9071	0.8826	0.8529
9%	白质	0.7707	0.8399	0.8133	0.7838	0.7491
	灰质	0.6779	0.8202	0.7889	0.7441	0.6892
	脑脊液	0.8015	0.9041	0.8878	0.8610	0.8305

为 1 mm, T_1 加权的脑 MR 图像进行实验, 并设定分割类别为灰质、白质和脑脊液三类, 即类别数 $K = 3$.

图 2 所示为在噪声大小为 5% 时, 本文算法与基于空间约束的 MRF 算法的分割结果比较, 图 2(a) 为含有噪声的原图像, 图 2(b) 为标准分割结果, 图 2(c) 为基于空间约束的 MRF 算法的分割结果, 图 2(d) 为本文算法分割结果. 在本实验中, 我们采用 $r = 3$ 的窗口半径, 设置参数 $\beta = 0.5$. 由图 2 可知, 虽然图像中仍然存在一些误分点, 但总体来说, 本文算法优于基于空间约束的 MRF 算法, 尤其对较小的目标以及纹理和拓扑结构较为复杂的区域进行分割时, 本文算法能够得到更好的分割结果.

图 2 中各算法的分割精度计算结果如表 2 所示, 其中图像 1、图像 2、图像 3 分别对应图 2 中第 1 列由上到下的三幅原始图像. 从表 2 可以看出, 在图像噪声相同的情况下, 本文算法的分割精度较高.

为了进一步验证本文算法的有效性以及对噪声的鲁棒性, 本文使用传统的基于 HMRF 的图像分割算法^[15]、SVMM 模型^[16]、基于空间约束的 MRF 模型^[8]、HMRF-EM-edge 模型^[13] 以及本文算法对不同噪声下的合成脑图像进行分割, 具体分割精度曲线图如图 3 所示. 图 3(a)、3(b) 和 3(c) 分别表示白质、灰质和脑脊液的分割精度, 其中横坐标轴表示噪声大小, 纵坐标轴表示分割精度. 图 3 中各算法对应的达到收敛条件的平均运行时间如表 3 所示, 实验平台为: Window 7, Matlab 2009 a, CPU

2.93 GHz, RAM 2 G.

由图 3 可以看出, 随着噪声的增加, 分割精度逐渐降低. 此外, 在相同噪声的情况下, 本文算法的分割精度最高; 当没有噪声或者噪声较小时, 本文算法与其他同类算法结果相近, 而当噪声大于 3% 时, 本文算法明显优于其他算法. 并且, 随着噪声的增强, 本文算法的分割精度并未受到很大影响. 由表 3 可以看出, 本文算法相对于 SVMM 算法和基于空间约束的 MRF 算法运行时间较长, 但相比于基于 HMRF 的图像分割算法运行时间较短. 结合表 3 和图 3 图可知, 尽管算法时间开销较大, 但相比于同类方法而言, 本文算法能够更好地保持图像中的细节纹理信息, 进一步提升算法的分割精度, 且具有较强的鲁棒性.

3.3 真实脑 MR 图像

本节中我们采用 IBSR (Internet Brain Segmentation Repository) 网站提供的真实临床脑 MR 图像数据及其人工分割结果, 并应用本文提出的分割算法和几种经典的图像分割算法对该数据集的分割结果进行了比较. 所选用的数据集大小为 $256 \times 256 \times 60$, 层厚 6 mm, T_1 加权.

图 4 显示了真实的脑 MR 图像, 及其对应的本文算法与 SVMM, HMRF-EM, HMRF-EM-edge 以及基于空间约束的 MRF 算法分割结果的比较, 分割精度计算结果如表 4 所示. 由图 4 和表 4 可知,

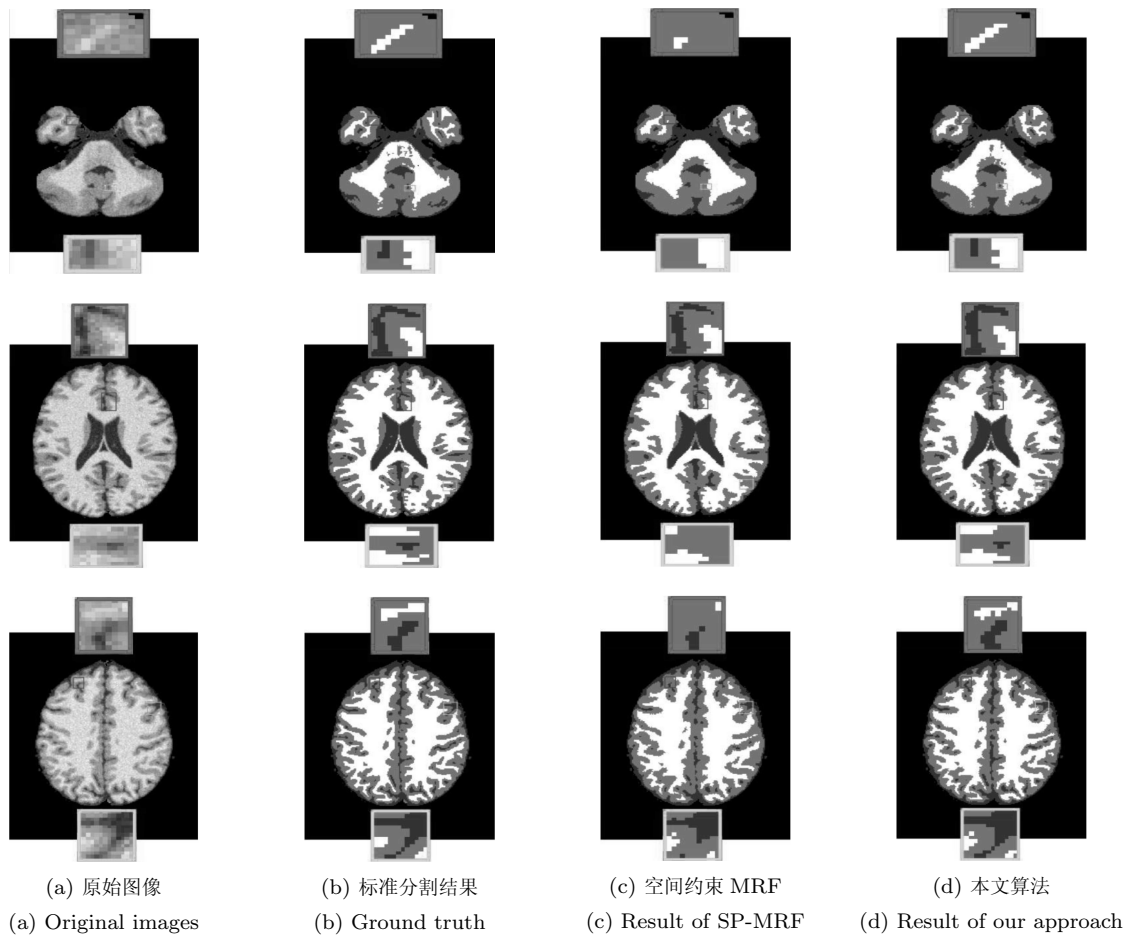


图 2 合成图像分割结果比较

Fig. 2 The segmentation results of the synthetic images

表 2 合成图像分割精度比较

Table 2 The segmentation accuracy of synthetic images

图像	方法	GM	WM	CSF
图像 1	空间约束 MRF	0.8914	0.8671	0.8442
	本文算法	0.9095	0.8897	0.8694
图像 2	空间约束 MRF	0.8829	0.8579	0.9361
	本文算法	0.9095	0.8853	0.9479
图像 3	空间约束 MRF	0.8171	0.8595	0.9163
	本文算法	0.9310	0.8359	0.9290

表 3 各分割算法运行时间

Table 3 The time of each segmentation algorithm

方法	时间 (s)
HMRF-EM	61.2606
HMRF-EM-edge	62.4054
SVMM	0.1926
空间约束 MRF	1.4729
本文算法	21.4567

表 4 真实图像分割结果比较

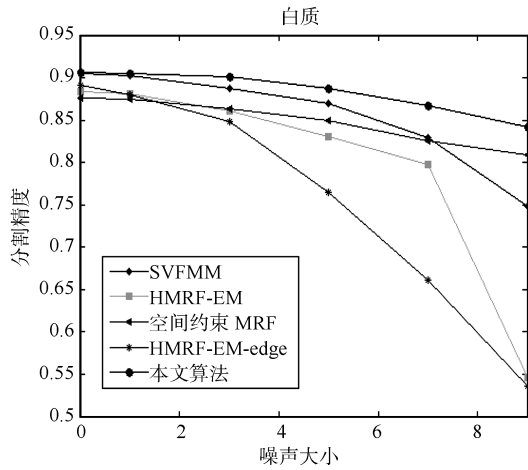
Table 4 The segmentation results of the real images

方法	白质	灰质
HMRF-EM	0.8108	0.7432
HMRF-EM-edge	0.8269	0.7890
SVMM	0.8354	0.8316
空间约束 MRF	0.8441	0.8390
本文算法	0.8983	0.8842

对真实脑 MR 图像分割时, 本文算法优于同类算法, 通过对专家手工分割的图像进行比较, 我们可以发现, 在对较小的目标进行分割时, 本文算法分割结果较好.

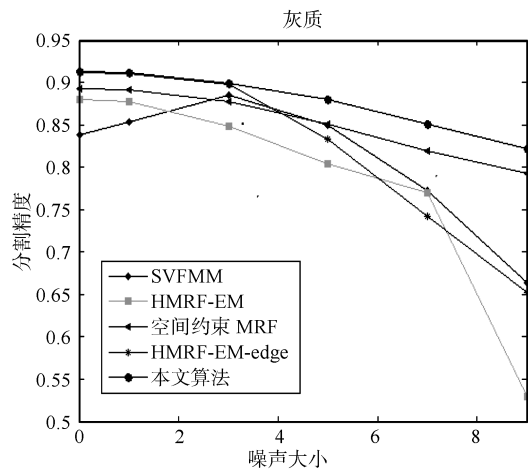
4 结论

本文算法采用图像片的思想替代传统的像素点进行相似性度量, 利用了图像的像素信息和空间信息, 并通过平滑 KL 距离惩罚项的方法对模型参数进行求解, 提出了基于图像片马尔科夫随机场的图像



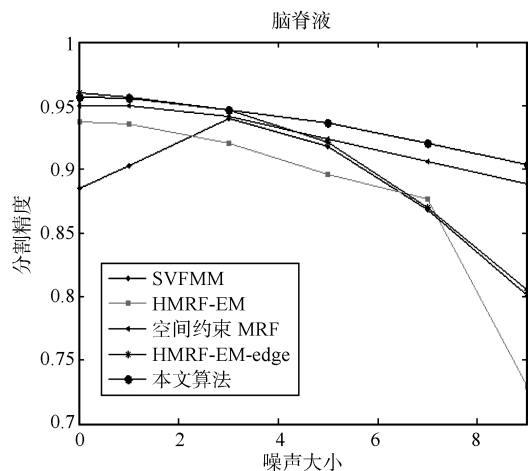
(a) 白质分割精度比较

(a) The segmentation results of WM



(b) 灰质分割精度比较

(b) The segmentation results of GM



(c) 脑脊液分割精度比较

(c) The segmentation results of CSF

图 3 各分割算法不同噪声下的分割精度比较

Fig. 3 Segmentation accuracy of each segmentation algorithm under different noise

分割算法. 该算法能够有效克服传统的高斯混合模型对于噪声敏感的缺陷以及马尔科夫随机场模型分割结果中的过平滑现象, 获得了较为理想的分割结果. 与同类算法相比, 本文算法分割精度较高, 对于噪声具有较强的抗噪性以及良好的稳定性, 并且在降低噪声的同时很好地保留了图像的细节信息. 需要指出的是, 本文所采用的实验图像均不包含灰度不均匀性 (即偏移场), 且算法较为耗时, 因此如何估计图像中的灰度不均匀性, 消除偏移场对于分割结果的影响, 并进一步提高算法的运行速度将是今后研究的重点.

附录 A

为了方便对参数 θ 和 π_i 进行最大后验估计, 使用 Jensen 不等式进行求解^[8].

根据 KL 定义, 式 (16) 可以修改为下式:

$$\begin{aligned}
 & -\alpha [D(q_i \| p_i) + D(q_i \| p_{N_i}) + H(q_i)] = \\
 & -\alpha \left[D(q_i \| p_i) + \sum_{\substack{j \in N_i \\ j \neq i}} D(q_j \| p_{N_j}) \right] = \\
 & -\alpha \left[\sum_k q_{ik} \log q_{ik} - \sum_k q_{ik} \log p_{ik} + \right. \\
 & \left. \sum_{\substack{j \in N_i \\ j \neq i}} \sum_k q_{jk} \log q_{jk} - \sum_{\substack{j \in N_i \\ j \neq i}} \sum_k q_{jk} \log p_{N_j k} \right] \quad (A1)
 \end{aligned}$$

q_i 是我们为了方便计算引入的辅助项, 因此可以忽略只包含 q_i 的项, 则上式近似于:

$$\alpha \left[\sum_k q_{ik} \log p_{ik} + \sum_{\substack{j \in N_i \\ j \neq i}} \sum_k q_{jk} \log p_{N_j k} \right] \quad (A2)$$

为了使得 EM 算法可解, 根据 Jensen 不等式^[8], 将 i 邻域内以 j 为中心的块 $p_{N_j k}$ 进行拆分, 由于 $\log p_{mk} \leq 0$, 则可以得到:

$$\begin{aligned}
 \log p_{N_j k} &= \log \sum_{\substack{m \in N_j \\ m \neq j}} w_{jm} p_{mk} \geq \\
 & \sum_{\substack{m \in N_j \\ m \neq j}} w_{jm} \log p_{mk} = \\
 & w_{ij} \log p_{ik} + \sum_{\substack{m \in N_j \\ m \neq j, i}} w_{jm} \log p_{mk} \quad (A3)
 \end{aligned}$$

将式 (A3) 代入式 (A2), 忽略与 p_i 无关的项^[8], 则式 (A2) 可近似化简为

$$\Rightarrow \alpha \left[\sum_k q_{ik} \log p_{ik} + \sum_{\substack{j \in N_i \\ j \neq i}} \sum_k w_{ji} q_{jk} \log p_{ik} \right] \quad (A4)$$

即对式 (A4) 的优化即相当于对式 (A1) 的优化. 由于 $w_{ji} = w_{ij}$, 所以可以推导出:

$$\begin{aligned}
 & -\alpha [D(q_i \| p_i) + D(q_i \| p_{N_i}) + H(q_i)] \Rightarrow \\
 & \alpha \sum_k (q_{ik} + q_{N_{ik}}) \log p_{ik} \quad (A5)
 \end{aligned}$$

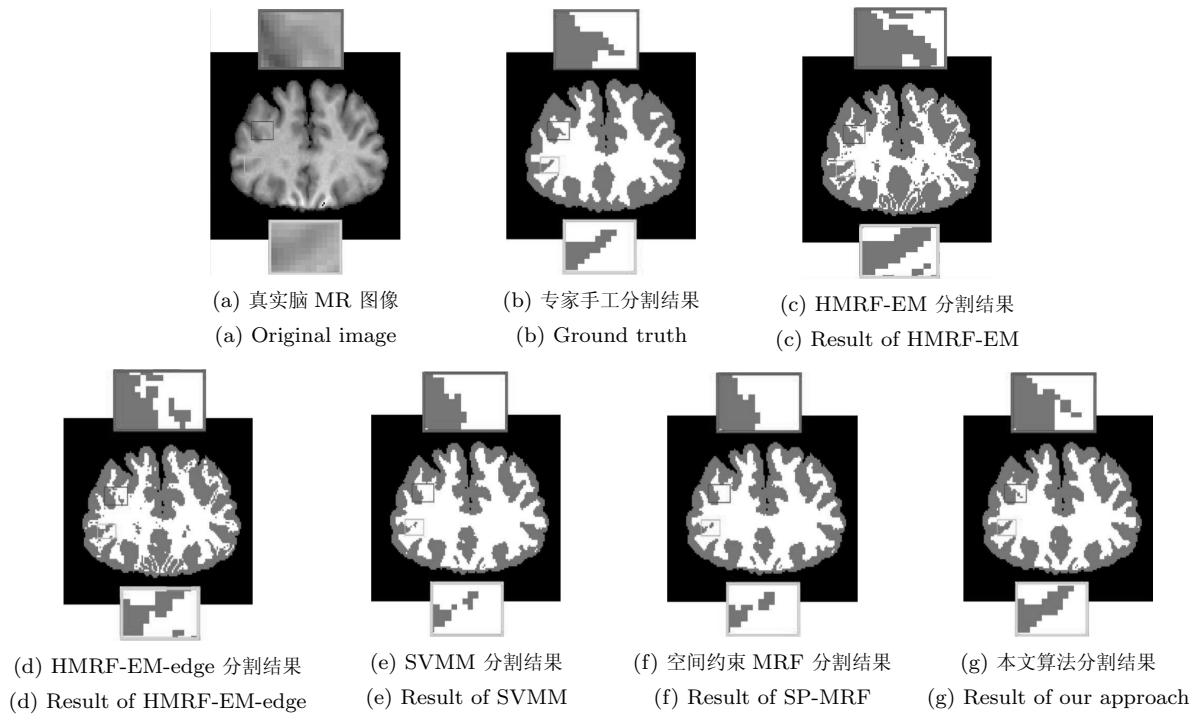


图 4 各分割算法的真实图像分割结果比较
Fig. 4 The segmentation results of real image

附录 B

为了求得迭代更新后的参数, 我们使用式 (22) 对 π_i 进行求导. 根据式 (15), $p_{ik} \equiv p(x_i = k | y_i, \theta_k, \pi_{ik}) = \frac{p(y_i | x_i = k, \theta_k) \pi_{ik}}{\sum_{l=1}^K p(y_i | x_i = l, \theta_l) \pi_{il}}$, 可以将式 (22) 展开:

$$\begin{aligned}
 F(\theta, \pi, s, q) = & \sum_{i=1}^N \left[\log \sum_{k=1}^K p(y_i | x_i = k, \theta_k) \pi_{ik} + \right. \\
 & \alpha \sum_{k=1}^K (q_{ik} + q_{N_{ik}}) \log(p_i | x_i = k, \theta_k) \pi_{ik} - \\
 & \alpha \sum_{k=1}^K (q_{ik} + q_{N_{ik}}) \log \sum_{l=1}^K p(y_i | x_i = l, \theta_l) \pi_{il} + \\
 & \left. \beta \sum_{k=1}^K (s_{ik} + s_{N_{ik}}) \log \pi_{ik} \right] \quad (A6)
 \end{aligned}$$

化简得:

$$\begin{aligned}
 F(\theta, \pi, s, q) = & \sum_{i=1}^N \left\{ \sum_{k=1}^K \left[1 - \alpha \sum_{k=1}^K (q_{ik} + q_{N_{ik}}) \right] \times \right. \\
 & \log \sum_{k=1}^K p(y_i | x_i = l, \theta_l) \pi_{il} + \\
 & \left. \alpha \sum_{k=1}^K (q_{ik} + q_{N_{ik}}) \log(y_i | x_i = k, \theta_k) \pi_{ik} + \right.
 \end{aligned}$$

$$\left. \beta \sum_{k=1}^K (s_{ik} + s_{N_{ik}}) \log \pi_{ik} \right\} \quad (A7)$$

已知 $\sum_k q_{ik} = 1$, 由邻域的定义可知:

$$\sum_k (q_{ik} + q_{N_{ik}}) = 2 \quad (A8)$$

所以只有当 $\alpha = 1/2$ 时, 式 (A7) 可解, 可化简为

$$\begin{aligned}
 F(\theta, \pi, s, q) = & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K (q_{ik} + q_{N_{ik}}) \log p(y_i | x_i = k, \theta_k) \pi_{ik} + \\
 & \beta (s_{ik} + s_{N_{ik}}) \log \pi_{ik} = \\
 & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K (q_{ik} + q_{N_{ik}}) \log p(y_i | x_i = k, \theta_k) + \\
 & \sum_{k=1}^K \left[\frac{1}{2} (q_{ik} + q_{N_{ik}}) + \beta (s_{ik} + s_{N_{ik}}) \right] \log \pi_{ik} \quad (A9)
 \end{aligned}$$

为了保证 $\sum_k \pi_{ik} = 1$, 使用拉格朗日乘子构造下面的公式:

$$Q = F + \lambda \left(1 - \sum_k \pi_{ik} \right) \quad (A10)$$

用 Q 对 π_i 求导, 得到:

$$\frac{1}{\pi_{ik}} \left[\frac{1}{2} (q_{ik} + q_{N_{ik}}) + \beta (s_{ik} + s_{N_{ik}}) \right] - \lambda = 0 \quad (A11)$$

进一步, 可以得到:

$$\pi_{ik} = \frac{(q_{ik} + q_{N_{ik}}) + \beta (s_{ik} + s_{N_{ik}})}{\lambda} \quad (A12)$$

其中, $\sum_k \pi_{ik} = 1$, 则:

$$\sum_k \frac{\frac{1}{2}(q_{ik} + q_{N_{ik}}) + \beta(s_{ik} + s_{N_{ik}})}{\lambda} = 1 \quad (\text{A13})$$

$\sum_k (q_{ik} + q_{N_{ik}}) = 2$, 同理 $\sum_k (s_{ik} + s_{N_{ik}}) = 2$.

$$\lambda = 1 + 2\beta \quad (\text{A14})$$

$$\pi_i = \frac{1}{1 + 2\beta} \left[\frac{1}{2}(q_i + q_{N_i}) + \beta(s_i + s_{N_i}) \right] \quad (\text{A15})$$

References

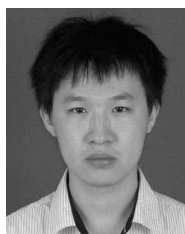
- Verbeek J J, Vlassis N, Kröse B. Efficient greedy learning of Gaussian mixture models. *Neural Computation*, 2003, **15**(2): 469–485
- Redner R A, Walker H F. Mixture densities, maximum likelihood, and the EM algorithm. *Society for Industrial and Applied Mathematics Review*, 1984, **26**(2): 195–239
- Nguyen T M, Wu Q M J, Ahuja S. An extension of the standard mixture model for image segmentation. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2010, **21**(8): 1326–1338
- Balarf M A, Ramli A R, Saripan M I, Mashohor S. Review of brain MRI image segmentation methods. *Artificial Intelligence Review*, 2010, **33**(3): 261–274
- Skibbe H, Reiser M, Burkhardt H. Gaussian neighborhood descriptors for brain segmentation. In: Proceedings of the 2011 Machine Vision Applications. Nara, Japan: Nara Centennial Hall, 2011. 35–38
- Geman S, Geman D. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1984, **6**(6): 721–741
- Besag J. On the statistical analysis of dirty pictures. *Journal of the Royal Statistical Society*, 1986, **48**(3): 259–302
- Diplaros A, Vlassis N, Gevers T. A spatially constrained generative model and an EM algorithm for image segmentation. *Neural Networks*, 2007, **18**(3): 798–808
- Qian W, Titterton D M. Estimation of parameters in hidden Markov models. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical And Engineering Sciences*, 1991, **337**(1647): 407–428
- Zhang Y, Brady M, Smith S. Segmentation of brain MR images through a hidden Markov random field model and the expectation-maximization algorithm. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2001, **20**(1): 45–57
- Sanjay-Gopal S, Hebert T J. Bayesian pixel classification using spatially variant finite mixtures and the generalized EM algorithm. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, **7**(7): 1014–1028
- Yousefi S, Azmi R, Zahedi M. Brain tissue segmentation in MR images based on a hybrid of MRF and social algorithms. *Medical Image Analysis*, 2012, **16**(4): 840–848
- Wang Q. HMRf-EM-image: implementation of the hidden Markov random field model and its expectation-maximization algorithm. *Computer Vision and Pattern Recognition*, DOI: arXiv: 1207.3510, 2012
- Roche A, Ribes D, Bach-Cuadra M, Krüger G. On the convergence of EM-like algorithms for image segmentation using Markov random fields. *Medical Image Analysis*, 2011, **16**(6): 830–839
- Bishop C M. *Pattern Recognition and Machine Learning*. Berlin: Springer-Verlag, 2006
- Celeux G, Forbes F, Peyrard N. EM procedures using mean field-like approximations for Markov model-based image segmentation. *Pattern Recognition*, 2003, **36**(1): 131–144
- Besag J. Statistical analysis of non-lattice data. *The Statistician*, 1975, **24**(3): 179–195
- Efros A A, Leung T K. Texture synthesis by non-parametric sampling. In: Proceedings of the 7th IEEE International Conference on Computer Vision. Kerkyra, Greece, 1999, **2**: 1033–1038
- Buades A, Coll B, Morel J M. A non-local algorithm for image denoising. In: Proceedings of the 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Diego, CA: IEEE, 2005. 60–65
- Wang Huan-Liang, Han Ji-Qing, Zheng Tie-Ran. Approximation of Kullback-leibler divergence between two Gaussian mixture distributions. *Acta Automatica Sinica*, 2008, **34**(5): 529–534
(王欢良, 韩纪庆, 郑铁然. 高斯混合分布之间 K-L 散度的近似计算. 自动化学报, 2008, **34**(5): 529–534)
- Roweis S T, Saul L K, Hinton G E. Global coordination of local linear models. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2002, **14**: 889–896
- Verbeek J J, Vlassis N, Kröse B J A. Self-organizing mixture models. *Neurocomputing*, 2005, **63**: 99–123
- Vovk U, Pernug F, Likar B. A review of methods for correction of intensity inhomogeneity in MRI. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2007, **26**(3): 405–421



宋艳涛 南京理工大学计算机学院博士研究生. 主要研究方向为医学图像处理, 模式识别.

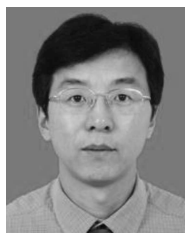
E-mail: yantaosong@hotmail.com

(SONG Yan-Tao Ph. D. candidate in the Department of Computer Science and Engineering, Nanjing University of Science and Technology. Her research interest covers medical imaging and pattern recognition.)



纪则轩 南京理工大学计算机学院讲师. 主要研究方向为模式识别与医学图像处理. E-mail: jizexuan@hotmail.com

(JI Ze-Xuan Lecturer in the Department of Computer Science and Engineering, Nanjing University of Science and Technology. His research interest covers pattern recognition and medical image processing.)



孙权森 南京理工大学计算机学院教授. 主要研究方向为图像处理与模式识别. 本文通信作者.

E-mail: sunquansen@njust.edu.cn

(SUN Quan-Sen Professor in the Department of Computer Science and Engineering, Nanjing University of Science and Technology. His research interest covers image processing and pattern recognition. Corresponding author of this paper.)