

# 多自主体量化趋同与有限数据率趋同综述

李韬<sup>1</sup> 孟扬<sup>1</sup> 张纪峰<sup>1</sup>

**摘要** 对近年来系统控制学科的一个前沿热点领域——多自主体系统的量化趋同和有限数据率趋同问题进行了回顾和总结. 介绍了该领域产生和发展的背景及意义; 分门别类地回顾了该领域一些代表性成果和研究方法; 并结合多自主体系统和网络化控制的大背景, 对该领域未来可能的研究方向进行了展望.

**关键词** 多自主体系统, 协调控制, 量化趋同, 有限数据率趋同, 信道容量

**引用格式** 李韬, 孟扬, 张纪峰. 多自主体量化趋同与有限数据率趋同综述. 自动化学报, 2013, 39(11): 1805–1811

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2013.01805

## An Overview on Quantized Consensus and Consensus with Limited Data Rate of Multi-agent Systems

LI Tao<sup>1</sup> MENG Yang<sup>1</sup> ZHANG Ji-Feng<sup>1</sup>

**Abstract** In this paper, we present an overview on the state-of-the-art of the quantized consensus and consensus with limited data rate of multi-agent systems, which is a hot topic of the systems and control community in recent years. The background, motivation and significance of this field are introduced and some representative methods and results are summarized. On the background of multi-agent systems and networked control systems, some future research directions for this field are presented.

**Key words** Multi-agent system, cooperative control, quantized consensus, consensus with limited data rate, channel capacity

**Citation** Li Tao, Meng Yang, Zhang Ji-Feng. An overview on quantized consensus and consensus with limited data rate of multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(11): 1805–1811

近些年来,多自主体网络的建模与控制已经成为系统控制领域的研究热点,是当前网络化控制和复杂系统领域最有活力的研究方向之一<sup>[1-2]</sup>.这一研究热潮的兴起是多个相关学科发展共同推动的结果.在生物物理领域,生物群体的自组织集体行为一直是众多生物学家和物理学家关注的焦点,如鸟群的列队飞行、鱼群的聚集游动、昆虫和微生物的集体觅食等.在这些自组织现象中,不同的个体会自发地在空间上聚集成一个整体行动或形成有序的同步行运动.这种宏观有序的集体行为表现出单一个体所不具备的群体智能,可以保证个体在觅食、交配、逃避天敌等活动中获得单独行动所得不到的收益,从而实现种群利益的最大化.显然,对社会性聚

集,微观层面不同个体间的通信机制在整个群体目标的实现中起着至关重要的作用.在控制科学与工程领域,伴随着微型传感器技术、机电系统技术和数字通信网络的飞速发展,控制系统的基本结构和运行方式发生了根本的改变.首先,系统的各个组成单元不再只是具有单一功能的受控对象、传感器或控制器,而成为了集成一定的传感、计算、执行和通信能力的自主体.各个单元通过各种类型的通信网络互相传递信息,互相协作以完成给定的任务.整个控制和决策过程就是不同自主体间相互通信以实现协调合作的过程,通信约束已成为影响整个控制系统运行的至关重要的因素.多自主体系统的分布式协调在多传感器协同信息处理、多机器人协作、无人飞行器编队等应用领域表现出越来越旺盛的生命力.

多自主体系统的分布式协调之所以备受系统控制界关注,除了其重要的应用前景之外,更重要的在于该课题的研究为人们提供了一个认识各种信息处理和控制系统的全新视角.在传统的控制理论中,系统由单一的传感、控制单元以及被动接受控制信号控制的被控对象组成,而在多自主体系统理论中,系统由处于不同层次的自主体构成.在同一个层次中,不同自主体间的地位是平等的,一个自主体是作为控制器还是作为被控对象依看待问题的角度而定.

收稿日期 2012-06-26 录用日期 2013-06-28  
Manuscript received June 26, 2012; accepted June 28, 2013  
国家自然科学基金(61004029, 61120106011)资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (61004029, 61120106011)  
庆祝《自动化学报》创刊 50 周年专刊约稿  
Invited Articles for the Special Issue for the 50th Anniversary of Acta Automatica Sinica  
1. 中国科学院数学与系统科学研究院系统控制重点实验室 北京 100190  
1. Key Laboratory of Systems and Control, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190

自主体甲对自主体乙的信息传输,在甲看来是对乙的某种控制信号,而在乙看来则是甲的某种信息反馈.任何一个自主体在控制其他自主体的同时,实际上也接受了其它自主体的控制,前向的控制过程和后向的反馈过程都只是不同自主体间通信过程的一个有机组成部分,这里,控制系统和通信系统完全融合为一体,不同自主体间的控制和协作过程就是彼此的通信过程.不同的自主体通过彼此间的通信信道组成了复杂的实时动态网络(Dynamic network),在这种状况下,如何设计有效的微观通信机制直接关系到整个网络的运行效能和宏观控制目标的实现.众所周知,趋同算法(Consensus algorithm)是一种最基本、最重要的多自主体协调算法,也是大量分布式估计和协调控制算法的基础,因此多自主体基于量化数据的趋同问题和有限数据率下的趋同问题可以作为研究复杂信息网络通信机制、网络动态约束和控制目标与性能之间内在定量关系的一个切实可行的切入点,得到了系统控制界越来越多的学者的关注.

本文旨在对多自主体系统量化趋同和有限数据率趋同问题的研究作一个回顾和总结.探讨该领域的应用背景和理论意义;根据所研究问题的性质和主要方法对该领域的研究作适当的分类,并介绍一些代表性成果;展望未来可能的研究方向.希望本文将有助于该领域研究的进一步深化和发展.本文接下来的部分作如下安排:第1节介绍动态网络趋同的基本概念;第2节回顾有限状态趋同算法;第3节回顾基于数字通信的趋同算法,按照所采用的编解码器是否有记忆分为基于静态编解码的算法和基于动态编解码的算法两部分.第4节对全文作总结并对该领域未来可能的研究方向作展望.

## 1 趋同问题的基本概念

本节介绍动态网络趋同的相关概念<sup>[3]</sup>.

### 1.1 动态网络

设  $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A}\}$  是一个有  $N$  个节点的加权有向图,其中  $\mathcal{V} = \{1, \dots, N\}$  是节点集,  $\mathcal{E}$  是边集,  $\mathcal{A}$  是加权邻接矩阵.图中的每个节点代表一个自主体,具有状态  $x_i$ ,  $x_i$  随时间  $t$  的演化可以用一个动力学方程描述.对于连续时间情形,每个自主体的动力学方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= f_i(x_i(t), u_i(t)), \\ t &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (1)$$

对于离散时间情形,每个自主体的动力学方程为

$$\begin{aligned} x_i(t+1) &= f_i(x_i(t), u_i(t)), \\ t &= 0, 1, \dots, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2)$$

记  $X = [x_1, \dots, x_N]^T$ , 则二元组  $(\mathcal{G}, X)$  称为一个动态网络,有向图  $\mathcal{G}$  称为动态网络的通信拓扑图或信息流(Information flow)图.若每个自主体的控制输入  $u_i$  只依赖于其自身和其邻居节点的状态,那么控制组  $\mathcal{U} = \{u_1, \dots, u_N\}$  称为一个分布式协议,特别地,当  $\mathcal{U}$  是静态无记忆反馈协议时,

$$\begin{aligned} u_i(t) &= k_i(x_i(t), x_{j_1}(t), \dots, x_{j_{|N_i|}}(t)), \\ j_s &\in N_i, \quad s = 1, \dots, |N_i| \end{aligned} \quad (3)$$

### 1.2 趋同协议

**定义 1.** 设  $\{x_i(t) \in \mathbf{R}, t \in \mathcal{I}, i = 1, 2, \dots, N\}$  是  $N$  个过程,其中  $\mathcal{I}$  是时间指标集,在连续时间情形,  $\mathcal{I} = [0, \infty)$ , 在离散时间情形  $\mathcal{I} = \{t_0, t_1, \dots, t_j, \dots\}$ , 其中  $t_s, s = 0, 1, \dots$ , 是单增的离散时刻.若

$$\lim_{\mathcal{I} \ni t \rightarrow \infty} |x_i(t) - x_j(t)| = 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

那么  $\{x_1, \dots, x_N\}$  称为是弱趋同的.

**定义 2.** 设  $\{x_i(t) \in \mathbf{R}, t \in \mathcal{I}, i = 1, 2, \dots, N\}$  是  $N$  个过程,若存在  $x^* \in \mathbf{R}$ , 使得:

$$\lim_{\mathcal{I} \ni t \rightarrow \infty} x_i(t) = x^*, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

那么  $\{x_1, \dots, x_N\}$  称为是强趋同的.

**定义 3.** 设  $\chi: \mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}$  是一个  $N$  元函数,  $\{x_i(t) \in \mathbf{R}, t \in \mathcal{I}, i = 1, 2, \dots, N\}$  是  $N$  个过程,若对任意的  $x_i(0), i = 1, 2, \dots, N$ , 都有

$$\begin{aligned} \lim_{\mathcal{I} \ni t \rightarrow \infty} x_i(t) &= \chi(x_1(0), \dots, x_N(0)), \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (6)$$

那么  $\{x_1, \dots, x_N\}$  称为是  $\chi$ -趋同的;  $\chi(x_1(0), \dots, x_N(0))$  称为群决策值(Group decision value).特别地,当  $\chi(x_1(0), \dots, x_N(0)) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j(0)$  时,称为平均趋同.平均趋同算法可以作为一种传感器网络的分布式估计算法<sup>[4]</sup>.

若动态网络  $(\mathcal{G}, X)$  在分布式协议  $\mathcal{U}$  的控制下是弱趋同的(强趋同的,  $\chi$ -趋同的),那么  $\mathcal{U}$  称为弱趋同(强趋同,  $\chi$ -趋同)协议.对于弱趋同、强趋同和  $\chi$ -趋同这三类控制目标,后者总是前者的一个子集,在控制目标的强度和难度上构成递进的关系.

## 2 有限状态趋同算法

有限状态趋同又称量化趋同(Quantized consensus),是指每个自主体只能存储并交流有限个数值的状态信息,通常约定自主体的状态取自正整数集合的一个有限子集.这方面的代表性工作首推文献[5].在文献[5]中,作者提出了一类 Gossip 型的平均趋同算法. Gossip 型算法是指在某一通信拓扑

结构下, 每一时刻随机地选出一对相邻的自主体进行信息交流. 若信息传递是双向的, 那么这两个自主体能够同时获得对方的信息并更新自身状态; 若信息传递是单向的, 那么只有信宿自主体能够获得信息并进行状态更新. Gossip 型算法是一种典型的异步算法, 系统没有一个统一的时钟来调控各自主体的更新时刻. 文献 [5] 提出的算法保证自主体的状态总和随时间保持不变, 证明了若通信拓扑图是连通的, 则对于任意的初始值, 系统状态最终以概率 1 收敛到以初始状态平均值为中心, 半径小于或等于量化间隔的一个球形邻域内. 文献 [5] 还证明了存在一个有限时刻  $t_c$ , 当时间  $t > t_c$  时, 所有自主体的状态将以正概率停留在这个球形邻域内; 对于全连通网络和线型网络, 给出了收敛时间数学期望上界的估计. 该算法能使系统实现近似平均趋同最关键的一点是保持所有自主体状态总和随时间变化, 这潜在地要求了信息传递是双向的, 也就是说在每一时刻, 被选中的两个自主体要同时知道对方的状态并以相反的方向更新自身状态. 对于信息单向传输的有向通信拓扑图, Cai 等<sup>[6]</sup> 提出了一类新的 Gossip 趋同算法, 通过定义 3 个辅助变量, 证明了具有整数值状态的多自主体系统在该算法下以概率 1 实现近似平均趋同的充要条件是通信拓扑图是强连通的. 该算法虽无法保证状态总和随时间变化, 但借助于辅助变量实现了近似平均趋同, 从而解决了单向信息传输下多自主体系统的平均趋同问题. 随后 Cai 等<sup>[7]</sup> 对该算法进行了推广, 降低了计算复杂度, 提高了趋同速度并给出了算法收敛时间.

与文献 [5–7] 考虑的 Gossip 型平均趋同算法不同, Nedić 等<sup>[8]</sup> 考虑了时变网络拓扑下整数值状态的同步平均趋同算法, 为了保证自主体的状态是整数, 每个自主体将邻居自主体的状态和自身状态做加权平均后再取整作为下一个时刻自身的状态, 证明了如果通信拓扑图是联合连通的, 则可以实现近似平均趋同.

有限状态趋同在分布式计算、分布式任务调度和分配等领域有重要的应用, 在这些问题中自主体状态自然地取整数值. 以上研究的局限在于忽略了由于通信带宽受限所导致的量化效应和由于处理器字长有限所导致的量化效应在量化误差数量级上的本质区别, 所以从本质上讲, 有限状态趋同问题针对的是由于计算和存储精度有限所导致的量化效应, 而非通信带宽受限所导致的量化效应.

### 3 基于数字通信的趋同算法

在数字通信环境中, 由于通信信道只具有有限的信道容量, 即使每个自主体的状态是连续值, 每次通信也只能向其邻居节点发送有限个比特的信息.

不同自主体间的通信实际上是一个发送节点将自身的状态量化、编码然后发送, 接收节点接收后再将其解码还原的过程. 另一方面, 如果计算机字长有限导致的计算精度误差与通信信道容量有限所导致的信息传输误差相比可以忽略不计, 那么可以认为自主体的状态为实数值, 而自主体间的通信信道为有限容量数字信道. 自主体的状态为实数, 基于数字通信的多自主体趋同算法根据所采用的编解码器是否有记忆, 可以分为基于静态编解码和基于动态编解码两种.

#### 3.1 基于静态编解码的趋同算法

最简单的静态编码器就是一个无限比特的均匀量化器, 对应的解码器是恒等函数, 其基本分析方法就是将编解码误差建模为系统的有界加性扰动. Frasca 等<sup>[9]</sup> 设计了基于无限比特均匀量化器的算法, 证明了如果通信拓扑图是强连通的, 则可以实现近似平均趋同, 并给出了稳态误差与系统参数的定量关系. 此外, 文献 [9] 还给出了随机框架下趋同误差的收敛性分析, 在编解码误差是白噪声的假设下, 证明了系统在均方意义下实现趋同. 对基于静态编解码的多自主体趋同问题, 同样可以考虑异步更新算法, 这方面的工作见于文献 [10–11], 文献 [10–11] 考虑了基于静态均匀量化的 Gossip 算法, 在一定的网络连通性假设下, 证明了所设计的算法都可以实现近似平均趋同, 并给出了收敛速度和稳态误差的定量分析. 以上基于静态编解码算法的一个共同特点是自主体的状态最终收敛于系统初值平均的一个邻域内, 都存在与系统初值平均的稳态误差.

在对量化误差的早期研究中, 往往假设量化误差为白噪声, 这对于高密度量化的情形可以看作近似成立. 在关于量化误差的白噪声假设下, 可以采用分布式随机逼近算法来实现近似平均趋同<sup>[12–14]</sup>. 为了使量化误差具有一定统计特性, 有些研究者引入了概率量化和扰动量化的方法. 所谓扰动量化就是对需要量化的量测值加上一个随机扰动作为静态均匀量化器的输入, 从而使量化误差满足某种统计特性. 在扰动量化中, 量化误差的表达式为

$$\epsilon(i) = q(y(i) + \nu(i)) - (y(i) + \nu(i)) \quad (7)$$

其中,  $q(\cdot)$  是一个无限比特均匀量化器,  $y(i)$  是需要量化的量测值,  $\nu(i)$  是加入的随机扰动. 如果扰动序列  $\{\nu(i)\}$  满足 Schuchman 条件<sup>[15]</sup>, 则可以证明  $\{\epsilon(i)\}$  是白噪声序列且与  $\{y(i)\}$  独立. Aysal 等<sup>[16]</sup> 证明了基于概率量化的平均趋同算法可以保证系统状态的数学期望将收敛到系统初值的平均. Kar 等<sup>[17]</sup> 将扰动量化和分布式随机逼近方法结合, 证明了系统可以实现近似均方平均趋同, 并分析了稳态均方趋同误差的大小与趋同速度间的关系. 随后

Kar 等<sup>[18]</sup>研究了随机切换拓扑下传感器网络的平均趋同问题,证明了概率 1 趋同和均方趋同。

与无限比特均匀量化不同,无限比特对数量化所导致的量化误差是系统的乘性扰动.文献[19]考虑了基于无限比特对数量化的平均趋同问题,在量化器导致的乘性不确定性是白噪声的假设下,对闭环收敛性进行了分析.文献[20]考虑了基于无限比特对数量化的多自主体平均趋同问题,对于对数量化器的不确定性没有做任何先验统计性假设,发现不同于均匀量化器的情形,无论对数量化多么粗糙,趋同误差总有一个不依赖于量化密度的上界.最近,Frasca 等试图在连续时间的框架下,以统一的观点来研究基于静态量化的趋同问题<sup>[21-22]</sup>.

### 3.2 基于动态编解码的趋同算法

如上所述,基于静态编解码的平均趋同算法往往不能消除稳态误差,要消除稳态误差,基于动态编解码设计通信与控制协议是一个可行的选择.与静态编解码器不同,动态编解码器是有记忆的,其输出依赖于过去的输入和输出.文献[23-24]提出了基于无限比特对数量化的动态编码器和解码器,证明了如果对数量化的量化密度高于一个依赖于通信拓扑图加权邻接矩阵的常数,那么系统可以实现渐近平均趋同,而且不存在稳态误差.这里,动态编解码器的参数不随时间改变.

由于实际的数字信道具有有限的信道容量,因此能否针对多自主体网络设计基于有限比特量化器的编解码机制,从而实现有限通信数据率下无稳态误差的平均趋同始终是这一领域研究者的目标.在这一领域,有很多的基本理论问题需要回答,例如,对给定的控制指标(收敛速度),每次通信需要邻接的自主体交换多少比特的信息可以保证实现渐近趋同.是否存在一个不依赖于网络规模的通信数据率下界,从而实现低比特率通信?该下限与个体动力学参数的关系是什么.对给定的网络结构和通信数据率,能否给出趋同算法性能的极限.相比于单个体系统的通信受限控制,有限通信数据率趋同问题还涉及不同自主体编解码动力学、自主体动力学在通信拓扑图约束下的相互耦合和系统的可扩展性问题.多自主体系统的研究之所以不同于控制理论中相对比较成熟的单个体系统和大系统研究,一个显著区别和难点在于始终要关注系统通信结构和网络参数对于通信与控制协议设计及网络性能的影响,系统的个体数是网络的一个重要参量,对于大规模传感器网络而言,节点数目通常十分巨大,因此对于有限通信数据率下的趋同算法,通信数据率是否在一个与节点数无关的下界,从而使得通信信道带宽约束相对于网络规模具有良好的适应性和可扩展性(Scalability),对设计基于大规模传感器网络的分布

式估计算法而言,是一个至关重要的问题.

有限通信数据率下的趋同问题要比基于无限比特量化器的趋同问题困难得多,这主要是由于有限比特量化器所导致的量化误差不再具有良好的先验性质,比如对于无限比特均匀量化器,量化误差是有已知上界的;对于无限比特对数量化器,所引入的乘性噪声的强度也有已知的上界;而对于有限比特量化器,量化误差很可能是无界的.要消除量化误差对最终实现无稳态误差平均趋同的影响,一个可行的办法是在量化中引入动态的尺度变换函数,随着自主体状态的变化动态地调整量化器的实际输入范围,以此逐步消除量化误差对稳态误差的影响.这方面比较典型的策略如 Carli 等<sup>[24]</sup>提出的 Zoom-in-zoom-out 型尺度变换函数策略和 Li 等<sup>[25]</sup>提出的衰减尺度变换函数策略.文献[24]提出了动态编解码的一个一般性框架和一个基于 Zoom-in-zoom-out 型策略的动态编解码器,并进行了仿真研究,但没有给出理论上的收敛性分析.文献[26]对这种 Zoom-in-zoom-out 型编解码器进行了收敛性分析,表明如果量化器的层数足够大,则可以实现渐近平均趋同,但遗憾的是,这个量化器层数的下界无论控制参数如何选取,都将随系统中个体数的增多而趋于无穷.文献[25]提出了基于衰减尺度变换函数的策略,可以实现对算法收敛速度的设计,给出了满足给定收敛速度下,所需通信数据率与控制和网络参数的关系,并且证明了一个“小容量信道定理”:只要网络连通,那么对任给的通信数据率,都可以适当地选取控制参数实现指数收敛速度的无稳态误差平均趋同,从而表明,对于大规模网络,我们确实可以找到通信信道带宽约束相对于网络规模具有良好的可扩展性的分布式趋同算法,为进一步设计有限数据率下的分布式估计和优化算法奠定了基础.文献[25]进一步给出了对这类算法的渐近收敛速度与网络节点数、通信拓扑图 Laplacian 矩阵的代数连通度和谱半径的比值,以及通信数据率的渐近定量关系式,说明在多自主体网络中,分布式估计算法的性能与通信拓扑图的同步化能力、网络节点数和通信数据率一定存在着基本的制约关系.最近这类衰减尺度变换函数策略被进一步推广到通信拓扑图为有向图和时变图<sup>[27-31]</sup>、带通信时延<sup>[32]</sup>、单输入线性动力学多自主体系统<sup>[33]</sup>、以及二阶自主体动力学含有不可量测状态<sup>[34]</sup>等情形.

## 4 总结与展望

本文介绍了多自主体系统量化趋同和有限数据率趋同的研究背景和意义,回顾了该领域的主要问题、主要方法和相关研究成果.我们可以看到多自主体系统量化趋同和有限数据率趋同不但有着很强的

工程应用背景, 而且对于深化人们对多自主体系统这个更为广大的研究课题的本质性理解、挖掘系统控制科学新的生长点具有重要意义. 对于该领域的未来发展方向, 这里我们结合多自主体系统和网络化控制这个大的研究背景, 提出如下几个观点.

1) 在多自主体分布式协调问题中需要区分分布式估计和分布式控制两类问题. 多自主体的平均趋同或称为分布式平均 (Distributed averaging) 问题, 本质上是一类分布式计算或估计问题, 每个自主体不存在自身的动力学, 而是一个分布式估计器或计算器, 其状态应该看做分布式估计器或分布式计算器的存储或输出, 其控制输入是每个时刻的分布式计算或估计的更新规则或算法, 而群决策值则是要需要估计或计算的最终目标. 与分布式平均问题相对应的, 多自主体的同步控制 (Synchronization control)、趋同控制或队形控制等则是一类分布式协调控制问题, 要求对于给定的多自主体动力学, 设计相应的分布式控制律实现预先给定的协调控制目标, 如个体间的相对状态趋于零. 在同步控制问题中, 每个自主体是一个被控对象, 其状态是这个被控对象的位置、速度或其他我们关心的物理量, 在这个意义下, 谈论自主体具有一阶动力学、二阶动力学、线性动力学、非线性动力学才是有意义的. 平均趋同和同步控制是两类不同性质的问题, 平均趋同的目标比同步控制的目标在实现上要更困难, 同步控制则比平均趋同增加了自主体动力学的约束. 目前关于多自主体量化趋同和有限数据率趋同的研究大都集中在平均趋同问题, 而对于多自主体的基于数字通信的协调控制问题的研究尚处于起步阶段<sup>[34-36]</sup>, 这方面的研究在未来具有良好的发展前景.

2) 与多自主体系统的分布式估计和分布式控制问题密切相关的, 还有复杂网络的同步问题, 这类问题是针对某种物理、生物和社会经济现象进行建模, 并对模型进行分析, 将模型状态和实际系统的运行状态做比较, 考察模型的有效性. 从这里我们可以看出多自主体分布式估计、分布式控制和复杂网络同步这三类问题之间的区别和联系. 复杂网络的同步问题是一个建模问题, 关心的是模型反映实际物理、生物或社会经济系统的真实程度, 即模型的有效性. 多自主体的分布式估计和控制问题是算法设计问题, 分布式估计问题研究如何设计协同估计和计算算法, 预先不存在个体动力学约束, 但可能或存在估计器之间的通信约束; 分布式控制研究如何设计协同控制算法, 不但存在自主体间的通信约束, 还存在每个自主体的动力学约束. 这三类问题间又是互相联系的, 针对复杂网络所建立的有效模型可以启发分布式估计和分布式控制算法的设计; 分布式控制可以内嵌某种分布式估计算法; 分布式估计和控制算法的研究又可以反过来启发建立反映现实复杂网络运

行规律的模型. 对于复杂网络的同步问题, 其内部通信机制是否也遵循某种通信数据率约束, 从而可以借鉴有限通信数据率趋同算法的成果研究复杂网络的同步建模问题可能是未来一个重要的研究方向.

3) 多自主体系统和原有大系统研究的一个区别是要考虑网络的节点数量、通信约束和参数等对系统性能和算法设计的影响, 这本质上是关心控制或估计算法在复杂信息网络环境下的可扩展性和适应性. 从这种意义上说, 多自主体系统与网络化控制系统 (Networked control system) 是一脉相承而又与时俱进的, 对于网络化控制系统的研究, 从单一被控对象、单一信息回路的情形逐步向多个控制对象、控制器、传感器的互联网络扩展是控制理论自身发展的必然趋势. 目前, 对于基于数字通信的多自主体协调问题, 所考虑的通信信道模型大都只反映实际信道模型的某些侧面, 而对于综合通信信道模型的研究还较少, 目前对于这方面的研究, 已有一些初步结果, 如文献 [32] 同时考虑了通信数据率约束和通信时延, 文献 [28-31] 同时考虑了通信数据率约束和链接失效等. 未来借鉴网络化控制系统的已有研究成果, 深入研究在各种通信约束下多自主体系统的协调协作将是一个值得关注的课题.

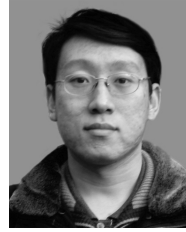
4) 文献 [25] 提出的编码器、解码器、控制协议和闭环分析方法被成功地应用于分布式多媒体流调度策略中<sup>[37-39]</sup>. 未来进一步探索有限通信数据率下趋同算法在分布式系统及云计算环境中的应用将有助于控制理论和当前计算机科学前沿的结合, 推动相关产业的发展.

## References

- 1 Qu Z H. *Cooperative Control of Dynamical Systems*. London: Springer-Verlag, 2009
- 2 Ren W, Cao Y C. *Distributed Coordination of Multi-agent Networks: Emergent Problems, Models, and Issues*. London: Springer-Verlag, 2011
- 3 Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520-1533
- 4 Xiao L, Boyd S, Lall S. A scheme for robust distributed sensor fusion based on average consensus. In: *Proceedings of the 4th International Symposium on Information Processing in Sensor Networks*. Boise, ID, USA: IEEE, 2005. 63-70
- 5 Kashyap A, Basar T, Srikant R. Quantized consensus. *Automatica*, 2007, 43(7): 1192-1203

- 6 Cai K, Ishii H. Quantized consensus and averaging on gossip digraphs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(9): 2087–2100
- 7 Cai K, Ishii H. Convergence time analysis of quantized gossip consensus on digraphs. *Automatica*, 2012, **48**(9): 2344–2351
- 8 Nedić A, Olshevsky A, Ozdaglar A, Tsitsiklis J N. On distributed averaging algorithms and quantization effects. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(11): 2506–2517
- 9 Frasca P, Carli R, Fagnani F, Zampieri S. Average consensus on networks with quantized communication. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2009, **19**(16): 1787–1816
- 10 Carli R, Fagnani F, Frasca P, Zampieri S. Gossip consensus algorithms via quantized communication. *Automatica*, 2010, **46**(1): 70–80
- 11 Lavaei J, Murray R M. Quantized consensus by means of gossip algorithm. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(1): 19–32
- 12 Huang M Y, Manton J H. Coordination and consensus of networked agents with noisy measurements: stochastic algorithms and asymptotic behavior. *SIAM Journal on Control and Optimization: Special issue on Control and Optimization in Cooperative Networks*, 2009, **48**(1): 134–161
- 13 Kar S, Moura J M F. Distributed consensus algorithms in sensor networks with imperfect communication: link failures and channel noise. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(1): 355–369
- 14 Li T, Zhang J F. Consensus conditions of multi-agent systems with time-varying topologies and stochastic communication noises. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, **55**(9): 2043–2057
- 15 Schuchman L. Dither signals and their effect on quantization noise. *IEEE Transactions on Communication Technology*, 1964, **12**(4): 162–165
- 16 Aysal T C, Coates M J, Rabbat M G. Distributed average consensus with dithered quantization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(10): 4905–4918
- 17 Kar S, Moura J M F. Distributed average consensus in sensor networks with quantized inter-sensor communication. In: Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Las Vegas, Nevada, USA: IEEE, 2008. 2281–2284
- 18 Kar S, Moura J M F. Distributed consensus algorithms in sensor networks: quantized data and random link failures. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, **58**(3): 1383–1400
- 19 Carli R, Fagnani F, Speranzon A, Zampieri S. Communication constraints in the average consensus problem. *Automatica*, 2008, **44**(3): 671–684
- 20 Liu S, Li T, Xie L H, Fu M Y, Zhang J F. Continuous-time and sampled-data based average consensus with logarithmic quantizers. *Automatica*, 2013, **49**(11): 3329–3336
- 21 Ceragioli F, De Persis C, Frasca P. Discontinuities and hysteresis in quantized average consensus. *Automatica*, 2011, **47**(9): 1916–1928
- 22 Frasca P. Continuous-time quantized consensus: convergence of Krasovskii solutions. *Systems and Control Letters*, 2012, **61**(2): 273–278
- 23 Carli R, Bullo F. Quantized coordination algorithms for rendezvous and deployment. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2009, **48**(3): 1251–1274
- 24 Carli R, Bullo F, Zampieri S. Quantized average consensus via dynamic coding/decoding schemes. *International Journal of Nonlinear and Robust Control*, 2010, **20**(2): 156–175
- 25 Li T, Fu M Y, Xie L H, Zhang J F. Distributed consensus with limited communication data rate. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(2): 279–292
- 26 Carli R, Fagnani F, Frasca P, Zampieri S. Efficient quantized techniques for consensus algorithms. *NeCST workshop*, Nancy, France, 2007
- 27 Li D Q, Liu Q P, Wang X F, Lin Z L. Consensus seeking over directed networks with limited information communication. *Automatica*, 2013, **49**(2): 610–618
- 28 Li T, Xie L. Average consensus with limited data rate and switching topologies. In: Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Distributed Estimation and Control in Networked Systems. Annecy, France: IFAC, 2010. 185–190
- 29 Li T, Xie L H. Distributed consensus over digital networks with limited bandwidth and time-varying topologies. *Automatica*, 2011, **47**(9): 2006–2015
- 30 Zhang Q, Zhang J F. Distributed quantized averaging under directed time-varying topologies. In: Proceedings of the 18th World Congress. Milan, Italy: IFAC, 2011. 2356–2361
- 31 Zhang Q, Zhang J F. Quantized data-based distributed consensus under directed time-varying communication topology. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2013, **51**(1): 332–253

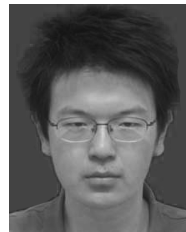
- 32 Liu S, Li T, Xie L H. Distributed consensus for multi-agent systems with communication delays and limited data rate. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2011, **49**(6): 2239–2261
- 33 You K Y, Xie L H. Network topology and communication data rate for consensus ability of discrete-time multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(10): 2262–2275
- 34 Li T, Xie L H. Distributed coordination of multi-agent systems with quantized-observer based encoding-decoding. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(12): 3023–3037
- 35 Guan Z H, Meng C, Liao R Q, Zhang D X. Consensus of second-order multi-agent dynamic systems with quantized data. *Physics Letters A*, 2012, **376**(4): 387–393
- 36 Chen W S, Li X B, Jiao L C. Quantized consensus of second-order continuous-time multi-agent systems with a directed topology via sampled data. *Automatica*, 2013, **49**(7): 2236–2242
- 37 Zhou L, Zheng B Y, Cui J W, Geller B. Media-aware distributed scheduling over wireless body sensor networks. In: *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Communications*. Kyoto, Japan: IEEE, 2011. 1–5
- 38 Zhou L, Chen H H. On distributed multimedia scheduling with constrained control channels. *IEEE Transactions on Multimedia*, 2011, **13**(5): 1040–1051
- 39 Rodrigues J J P C, Zhou L, Mendes L D P, Lin K, Lloret J. Distributed media-aware flow scheduling in cloud computing environment. *Computer Communications*, 2012, **35**(15): 1819–1827



**李 韬** 中国科学院数学与系统科学研究院助理研究员。主要研究方向为随机系统, 网络化控制与多自主系统, 传感器网络。本文通信作者。

E-mail: litao@amss.ac.cn

(**LI Tao** Assistant professor at the Key Laboratory of Systems and Control (LSC), Academy of Mathematics and Systems Science (AMSS), Chinese Academy of Sciences (CAS). He received his Ph.D. degree from AMSS, CAS in 2009. His research interest covers stochastic systems, networked control and multi-agent systems, and sensor networks. Corresponding author of this paper.)



**孟 扬** 中国科学院数学与系统科学研究院博士研究生。主要研究方向为系统建模与控制。

E-mail: mengmengdi@163.com

(**MENG Yang** Ph.D. candidate at LSC, AMSS, CAS. He received his bachelor degree from Shandong University in 2011. His research interest covers system modeling and control.)



**张纪峰** 中国科学院数学与系统科学研究院研究员。主要研究方向为随机系统与适应控制, 有限信息系统和多自主系统。E-mail: jif@iss.ac.cn

(**ZHANG Ji-Feng** Professor at LSC, AMSS, CAS. He received his Ph.D. degree from the Institute of Systems Science, CAS in 1991. His research interest covers stochastic systems and adaptive control, systems with set-valued observations, and multi-agent systems.)