

一种改进的 SR-CDKF 算法及其在早期微小故障检测中的应用

陈业¹ 胡昌华¹ 周志杰¹ 张伟² 王华国³

摘要 复杂设备早期微小故障检测是故障检测与诊断领域的难题, 系统状态和参数发生阶跃变化或者缓慢漂移是这类故障的主要特征. 本文在正交性原理的基础上, 提出一种强跟踪平方根中心差分卡尔曼滤波 (Square-root center difference Kalman filter, SR-CDKF), 即 SSR-CDKF, 并将 SSR-CDKF 应用于复杂设备的早期微小故障检测中. 仿真结果表明, SSR-CDKF 能够更准确地估计系统状态和参数, 更迅速地跟踪系统和参数突变情况. 通过仿真计算比较滤波器在不同参数取值下的方差值, 得出了选择合适参数的方法. 最后利用该算法检测出了陀螺仪的早期微小故障.

关键词 非线性复杂系统, 早期微小故障, 平方根中心差分卡尔曼滤波, 强跟踪

引用格式 陈业, 胡昌华, 周志杰, 张伟, 王华国. 一种改进的 SR-CDKF 算法及其在早期微小故障检测中的应用. 自动化学报, 2013, 39(10): 1703–1713

DOI 10.3724/SP.J.1004.2013.01703

Method of Improving Square-root Center Difference Kalman Filter with Application to Incipient Failure Detection

CHEN Ye¹ HU Chang-Hua¹ ZHOU Zhi-Jie¹ ZHANG Wei² WANG Hua-Guo³

Abstract It is difficult to detect the incipient failure of the complex facility in the failure detecting and diagnose field. The main characteristic of the incipient failure is the step change or gradual change of the states and parameters. Based on the orthogonality principle, this paper proposes a strong tracking square-root center difference Kalman filter (SR-CDKF) that is named as SSR-CDKF and applied to detect the incipient failure of the complex system afterwards. Simulation results demonstrate that the proposed filter can estimate the system state and parameter more accurately and track the step change state and parameter quicker than the SR-CDKF, the method of how to select the parameters appropriately is proposed by comparing the variance when selecting different parameters. At last, the incipient failure of gyro is detected by the proposed SSR-CDKF.

Key words Nonlinear complex system, incipient failure, square root center difference Kalman filter (SR-CDKF), strong tracking

Citation Chen Ye, Hu Chang-Hua, Zhou Zhi-Jie, Zhang Wei, Wang Hua-Guo. Method of improving square-root center difference Kalman filter with application to incipient failure detection. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(10): 1703–1713

复杂设备的早期微小故障有两方面的含义: 其一是处于早期阶段的故障、弱故障或潜在的故障, 症状不明显; 其二是从物理意义上讲, 某一故障是另

一故障的早期阶段^[1-2]. 若这类故障不能被检测, 并得到及时处理, 将会引发严重事故^[3]. 然而, 设备的早期微小故障是故障的早期阶段, 幅值小, 变化缓慢, 变化的信息又容易被系统中存在的各种干扰和噪声淹没^[4-5].

已经有一些文献对复杂系统的早期微小故障检测进行了研究. 文献 [6] 对局部渐进法 (Asymptotic local approach, ALA) 作了详细的阐述, 文献 [1] 对 ALA 的扩展和应用进行了研究. ALA 方法的核心依据是中心极限定理, 要求所选取的数据量要足够大. 但是, 在实际应用中要考虑检测的灵敏度, 当数据量过大时, 新的数据将被历史数据所淹没, 必然会造成检测的灵敏度下降. 文献 [7] 运用在线近似法 (Method of online approximators, OLA) 对复杂设

收稿日期 2012-03-13 录用日期 2012-07-05
Manuscript received March 13, 2012; accepted July 5, 2012
国家杰出青年科学基金 (61025014), 国家自然科学基金 (61004069), 陕西省自然科学基金 (2011JQ8007) 资助

Supported by National Science Fund for Distinguished Youth Scholars of China (61025014), National Natural Science Foundation of China (61004069), and the Natural Science Foundation of Shaanxi Province (2011JQ8007)

本文责任编辑 钟麦英
Recommended by Associate Editor ZHONG Mai-Ying
1. 第二炮兵工程大学自动化系 西安 710025 2. 第二炮兵工程大学信息工程系 西安 710025 3. 第二炮兵驻 7102 厂代表室 成都 610100

1. Department of Automation, Xi'an Institute of Hi-Tech, Xi'an 710025 2. Department of Information Technology, Xi'an Institute of Hi-Tech, Xi'an 710025 3. Representative of the Second Artillery Forces 7102 Plant Room, Chengdu 610100

备的早期微小故障进行检测, 通过设计近似函数中的参数的自适应调节率, 使构造的在线近似函数能够比较准确地逼近原来系统. 然而, 当系统存在较大的模型不确定性时, 该方法的误差较大. 文献 [2] 采用第二代小波变换 (Second generation wavelet transform, SGWT) 对设备的裂纹进行定量诊断. 当系统存在较大的噪声干扰时, 该方法的检测准确度将降低.

复杂设备的早期微小故障的症状不明显, 且容易受到噪声的强烈干扰. 从可观测的状态监测信号或特征信号上看, 当系统处于正常运行状态时, 系统参数值将围绕某一定值上下波动, 不会发生明显变化; 当系统性能发生退化时, 系统参数通常会发生阶跃变化或缓慢漂移^[8]. 上述方法在工程应用过程中, 都存在较大的局限性, 使早期微小故障难以被及时有效地检测. 然而, 阶跃变化和缓慢漂移的特征都是系统状态或参数的快变和慢变, 当通过滤波器有效地估计出系统状态和参数以后, 能够实现对该类故障的检测. 针对上面的问题, 本文先建立两类早期微小故障检测的数理统计模型, 然后在正交性原理的基础上, 提出了一种改进的强跟踪平方根中心差分卡尔曼滤波 (Strong tracking square-root form of the central difference Kalman filter, SSR-CDKF) 算法, 通过先估计系统状态或参数, 再根据状态和参数的变化情况来确定早期微小故障的类型和初始故障时间, 运用数理统计和参数估计的方法对复杂设备的早期微小故障进行在线检测.

1 早期微小故障检测问题描述

考虑如下一大类非线性复杂系统^[9]:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = f(k, \mathbf{u}(k), \boldsymbol{\theta}(k), \mathbf{x}(k)) + \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{y}(k) = h(k, \boldsymbol{\theta}(k), \mathbf{x}(k)) + \mathbf{v}(k) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}_n$ 为状态向量; $\mathbf{u} \in \mathbf{R}_p$ 为输入向量; $\boldsymbol{\theta} \in \mathbf{R}_l$ 为参数向量; $\mathbf{y} \in \mathbf{R}_m$ 为输出向量; $\mathbf{w}(k)$ 和 $\mathbf{v}(k)$ 分别为 n 维和 m 维的高斯白噪声, 且具有如下的统计特性:

$$E[\mathbf{w}(k)] = E[\mathbf{v}(k)] = 0 \quad (2)$$

$$\text{Cov}[\mathbf{w}(k)\mathbf{w}^T(j)] = \mathbf{Q}(k)\delta_{kj} \quad (3)$$

$$\text{Cov}[\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(j)] = \mathbf{R}(k)\delta_{kj} \quad (4)$$

$$\text{Cov}[\mathbf{w}(k)\mathbf{v}^T(j)] = 0 \quad (5)$$

其中, $\mathbf{Q}(k)$ 为对称的非负定阵, $\mathbf{R}(k)$ 为对称正定阵, 初始状态 $\mathbf{x}(0) \sim N(\mathbf{x}_0, \mathbf{p}_0)$, 并且 $\mathbf{x}(0)$ 与 $\mathbf{w}(k), \mathbf{v}(k)$ 统计独立. 式 (1) 表示的非线性复杂系统的结构如图 1 所示. 其中, $f(\Theta)$ 表示 $f(k, \mathbf{u}(k), \boldsymbol{\theta}(k), \mathbf{x}(k))$; $h(\Theta)$ 表示 $h(k, \boldsymbol{\theta}(k), \mathbf{x}(k))$.

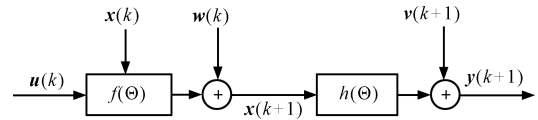


图 1 非线性复杂系统结构示意图

Fig. 1 The structure graph of nonlinear complex system

为提高早期微小故障检测的实时性和准确性, 建立如下检测模型.

第一类早期微小故障, 由于各种随机因素的影响, 设备的状态和参数可能会发生突变, 复杂设备可能会由于其中某个部件功能的突然失效, 而引发整体性故障. 发生这类故障时, 设备的系统参数将发生阶跃变化, 但这种变化也有可能是噪声的强烈干扰引起的. 令:

$$\theta_i(k) = \theta_i(k-1) + \Delta\theta_i(\tau)\delta_i(\tau) \quad (6)$$

其中, $\Delta\theta_i(\tau) = [\Delta\theta_1(\tau), \Delta\theta_2(\tau), \dots, \Delta\theta_n(\tau)]$ 为未知的故障幅值, $\tau \in \{1, 2, \dots, k-1\}$ 为未知的故障

时刻. $\delta(\tau) = \begin{bmatrix} \delta_1(\tau) \\ \vdots \\ \delta_n(\tau) \end{bmatrix}$, 当 $\delta_i(\tau) = 0$ 时,

则突变故障未发生, 当 $\delta_i(\tau) = 1$ 时, 则突变故障已发生.

计算残差序列 $\Delta\mathbf{r}_i(k)$:

$$\Delta\mathbf{r}_i(k) = y_i(k) - h_i(k, \hat{\theta}_i(k|k-1), \hat{x}_i(k|k-1)) \quad (7)$$

计算残差加权平方和 $L_i(k)$:

$$L_i(k) = \frac{1}{N+1} \sum_{j=k-N}^k \Delta\mathbf{r}_i^T(j)\Delta\mathbf{r}_i(j) \quad (8)$$

其中, N 是人为选定的数据窗长度. 当 N 取值较小时, 有助于对故障的快速检测, 但可能增大误报率. 反之, 当 N 取值过大时, 将不利于对故障的快速检测. 根据下式判断系统是否发生第一类早期微小故障.

$$\begin{cases} L_i(k) \leq \varepsilon_0 \rightarrow H_0 \\ L_i(k) > \varepsilon_0 \rightarrow H_1 \end{cases} \quad (9)$$

其中, ε_0 是人为选定的阈值, 根据不同的系统由经验选取, 但 ε_0 取值过大将增大系统的漏检率. H_0 表示正常, H_1 表示发生突变.

第二类早期微小故障, 设备在使用过程中, 性能会由于某些零部件的疲劳、腐蚀、磨损等因素的影响而缓慢下降, 最终使设备发生明显故障. 在设备性能的退化过程中, 设备的状态会发生缓慢的变化, 其系统参数会发生缓慢的漂移, 表现为逐渐增大或者

逐渐变小, 最终超出设定的阈值. 建立如下模型对此类故障进行检测, 令:

$$\theta_i(k) = \theta_i(k-1) + D_{\theta_i}(\tau) \quad (10)$$

$D_{\theta_i}(\tau) = [D_{\theta_1}(\tau), D_{\theta_2}(\tau), \dots, D_{\theta_n}(\tau)]^T$, $D_{\theta_i}(\tau)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 为 $k-1$ 时刻的 $\theta_i(k-1)$ 的变化量. 当

$$\begin{cases} \theta_i(k) > \theta_i(k-1) \\ \theta_i(k-1) > \theta_i(k-2) \\ \vdots \\ \theta_i(k-h+1) > \theta_i(k-h) \end{cases} \quad (11)$$

或者

$$\begin{cases} \theta_i(k) < \theta_i(k-1) \\ \theta_i(k-1) < \theta_i(k-2) \\ \vdots \\ \theta_i(k-h+1) < \theta_i(k-h) \end{cases} \quad (12)$$

时, 则系统参数发生漂移, 系统发生故障. 其中, h 是人为选定的观测长度, 当 h 取值较小时, 有助于对故障的快速检测, 但可能增大误报率. 反之, 当 h 取值过大时, 将不利于对故障的快速检测. 这里, $k-h$ 时刻为此类故障的起始时刻.

可以看出, 准确和快速地估计出系统当前的参数值, 是利用上述模型成功检测出早期微小故障的关键. 为了有效解决这个问题, 本文提出一种改进的 SR-CDKF 滤波算法, 并将其运用于非线性复杂系统的早期微小故障检测中.

2 基于 SSR-CDKF 算法的早期微小故障检测

2.1 SSR-CDKF 算法

2.1.1 SR-CDKF 算法

SR-CDKF 是中心差分卡尔曼滤波器 (Central difference Kalman filter, CDKF) 的平方根形式, 具有计算复杂度较低, 计算过程中的数值稳定性较强的优点^[10-11]. 然而, 由于历史数据的累积和影响, SR-CDKF 存在估计系统和参数缓慢变化时稳态偏差比较大, 估计系统和参数突变时速度缓慢的问题, 应用该算法对系统早期微小故障进行检测时, 存在一定的局限性, 影响了实际应用.

为了克服 SR-CDKF 算法的局限, 本文在正交性原理的基础上, 提出了强跟踪 SR-CDKF 算法, 即 SSR-CDKF, 以提高滤波器估计系统状态和参数的准确性和实时性.

2.1.2 正交性原理

清华大学周东华教授在文献 [9] 中提出了正交性原理, 有效地解决了扩展 Kalman 滤波器 (Extended Kalman filter, EKF) 关于模型不确定性的鲁棒性差^[12], 在系统达到平稳状态时丧失对突变状态和参数的跟踪能力的问题^[13-14]. 正交性原理的基本思想是在线选择适当的时变增益阵 $\mathbf{K}(k)$, 使得:

$$\mathbf{E}[\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k)][\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k)]^T = \min \quad (13)$$

$$\mathbf{E}[\mathbf{\Upsilon}(k+j)\mathbf{\Upsilon}^T(k)] = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (14)$$

$$j = 1, 2, \dots$$

其中, 条件 (14) 要求不同时刻的残差序列处处保持相互正交, 条件 (13) 是原来 EKF 的性能指标.

2.1.3 SSR-CDKF 算法递推公式

SSR-CDKF 算法在 SR-CDKF 算法的基础上, 引入了正交性原理, 在原状态预测方差阵 $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 中加入次优渐消因子 λ_k , 以减小历史数据对当前估计值的影响, 有效地减小了 SR-CDKF 算法的稳态偏差, 增强了算法应对系统模型不确定性的鲁棒性, 提高了算法跟踪突变情况的速度. SSR-CDKF 算法的递推公式如下:

步骤 1. 选择系统初始状态统计特性; 设定算法参数: 状态变量维数 n , 差分区间长度 l , 弱化因子 β , 遗忘因子 ρ ; 计算 Sigma 点均值和方差权重.

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{E}[\mathbf{x}_0] \quad (15)$$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{x}_0} = \text{chol}\left\{\mathbf{E}[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T]\right\} \quad (16)$$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{u}} = \sqrt{\mathbf{Q}_k}, \quad \mathbf{S}_{\mathbf{v}} = \sqrt{\mathbf{R}_{k+1}} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \mathbf{w}_0^{(m)} = \frac{l^2 - n}{l^2}, & i = 0 \\ \mathbf{w}_i^{(m)} = \frac{1}{2l^2}, & i = 1, \dots, 2n \\ \mathbf{w}_i^{(c_1)} = \frac{1}{4l^2}, & i = 1, \dots, 2n \\ \mathbf{w}_i^{(c_2)} = \frac{l^2 - 1}{4l^4}, & i = 1, \dots, 2n \end{cases} \quad (18)$$

其中, $\hat{\mathbf{x}}_0$ 表示初始状态期望, $\mathbf{S}_{\mathbf{x}_0}$ 表示经过乔莱斯基 (chol) 变换的初始状态方差, $\mathbf{S}_{\mathbf{u}}$ 表示系统噪声均方差, $\mathbf{S}_{\mathbf{v}}$ 表示系统观测噪声均方差, $\mathbf{w}_i^{(m)}$ ($i = 0, 1, \dots, 2n$) 表示均值权重, $\mathbf{w}_i^{(c_1)}$ ($i = 1, \dots, 2n$) 表示第 i 个与第 $i+n$ 个 Sigma 点的方差权重, $\mathbf{w}_i^{(c_2)}$ 表示第 i 个、第 $i+n$ 个与第 1 个 Sigma 点的方差权重.

步骤 2. 按照 Sigma 点对称采样策略, 由 $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ 和 \mathbf{S}_{k-1} 计算 $k-1$ 时刻的 Sigma 点点集 $\mathbf{x}_{i_k}^a$ ($i = 0, 1, \dots, 2n$).

$$\mathbf{S}_{k-1} = \text{diag}\{\mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k-1}} + \mathbf{S}_{\mathbf{u}}\} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{0_{k-1}}^a = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, & i = 0 \\ \mathbf{x}_{i_{k-1}}^a = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + (l\mathbf{S}_{k-1})_i, & i = 1, \dots, n \\ \mathbf{x}_{i_{k-1}}^a = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} - (l\mathbf{S}_{k-1})_i, & i = n + 1, \dots, 2n \end{cases} \quad (20)$$

其中, \mathbf{S}_{k-1} 表示 $k-1$ 时刻的联合误差协方差阵.

步骤 3. 系统方程的时间更新方程. $\mathbf{x}_{i_{k-1}}^a$ 通过非线性状态函数 $f(\Theta)$ 传播为 $\mathbf{x}_{i_{k|k-1}}$, 由 $\mathbf{x}_{i_{k|k-1}}$ 可得到系统状态的一步预测 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$, 以及误差协方差阵 $\mathbf{S}_{k|k-1}$.

$$\mathbf{x}_{i_{k|k-1}} = f(\mathbf{x}_{i_{k-1}}^a) \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} \mathbf{x}_{i_{k|k-1}} + q_{k-1} \quad (22)$$

其中, q_{k-1} 为系统噪声均值. 系统状态的一步预测误差协方差阵 QR 分解因子矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{k|k-1} = \text{QR} \left\{ \sum_{i=1}^n [w_1^{(c_1)} (\mathbf{x}_{i_{k|k-1}} - \mathbf{x}_{i+n_{k|k-1}})^2 + \right. \\ \left. w_1^{(c_2)} (\mathbf{x}_{i_{k|k-1}} + \mathbf{x}_{i+n_{k|k-1}} - 2\mathbf{x}_{0_{k|k-1}})^2] \right\} + \mathbf{S}_u \end{aligned} \quad (23)$$

为了使滤波器能够及时估计设备当前时刻的状态和参数, 提高其应对系统模型不确定性的鲁棒性, 并减小历史数据对当前估计值的影响. 在状态预测方差阵 $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 中引入次优渐消因子 λ_k , 得到新的状态预测误差协方差阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}'_{k|k-1} = \lambda_k \times \text{QR} \left\{ \sum_{i=1}^n [w_1^{(c_1)} (\mathbf{x}_{i_{k|k-1}} - \mathbf{x}_{i+n_{k|k-1}})^2 + \right. \\ \left. w_1^{(c_2)} (\mathbf{x}_{i_{k|k-1}} + \mathbf{x}_{i+n_{k|k-1}} - 2\mathbf{x}_{0_{k|k-1}})^2] \right\} + \mathbf{S}_u \end{aligned} \quad (24)$$

步骤 4. 量测更新. 利用 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 和 $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 按照对称采样策略重新计算 Sigma 点集.

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{0_{k|k-1}}^b = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, & i = 0 \\ \mathbf{x}_{i_{k|k-1}}^b = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + (l\mathbf{S}_{k|k-1})_i, & i = 1, \dots, n \\ \mathbf{x}_{i_{k|k-1}}^b = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} - (l\mathbf{S}_{k|k-1})_i, & i = n + 1, \dots, 2n \end{cases} \quad (25)$$

$\mathbf{x}_{i_{k|k-1}}^b$ 通过非线性观测方程 $h(\Theta)$ 传播为 $\mathbf{y}_{i_{k|k-1}}$:

$$\mathbf{y}_{i_{k|k-1}} = h(\mathbf{x}_{i_{k|k-1}}^b) \quad (26)$$

由 $\mathbf{y}_{i_{k|k-1}}$ 可得到观测预测 $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$:

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} \mathbf{y}_{i_{k|k-1}} + r_k \quad (27)$$

其中, r_k 为观测噪声均值. 相应的观测预测自协方差阵 $\mathbf{S}_{\mathbf{z}_{k|k-1}}$ 的 Cholesky 分解因子为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\mathbf{z}_{k|k-1}} = \text{QR} \left\{ \sum_i^n [w_i^{(c_1)} (\mathbf{y}_{i_{k|k-1}} - \mathbf{y}_{i+n_{k|k-1}})^2 + \right. \\ \left. w_i^{(c_2)} (\mathbf{y}_{i_{k|k-1}} + \mathbf{y}_{i+n_{k|k-1}} - 2\mathbf{y}_{0_{k|k-1}})^2] \right\} + \mathbf{S}_v \end{aligned} \quad (28)$$

相应的状态向量与观测向量之间的互协方差阵 $\mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k|k-1}\mathbf{z}_{k|k-1}}$ 的 Cholesky 分解因子为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k|k-1}\mathbf{z}_{k|k-1}} = \text{QR} \left\{ \sum_i^n \left[\sqrt{w_i^{(c_1)}} (\mathbf{x}_{i_{k|k-1}} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \times \right. \right. \\ \left. \left. (\mathbf{y}_{i_{k|k-1}} - \mathbf{y}_{i+n_{k|k-1}})^T \right] \right\} \end{aligned} \quad (29)$$

步骤 5. 通过 $\mathbf{S}_{k|k-1}$, $\mathbf{S}_{\mathbf{z}_{k|k-1}}$, $\mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k|k-1}\mathbf{z}_{k|k-1}}$ 求出次优渐消因子 λ_k .

周东华教授在文献 [8] 中提出了一种梯度方法求解最优渐消因子, 但该方法由于不能保证在每一时刻都能够收敛, 且计算量可能很大, 难以实际应用, 从而为满足实时性要求, 提出了次优渐消因子 λ_k 的简化求法. 本文以该简化算法为框架, 推导出了 SSR-CDKF 算法的次优渐消因子 λ_k 的求解公式.

$$\mathbf{\Upsilon}_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \quad (30)$$

$$\mathbf{V}_k = \begin{cases} \mathbf{\Upsilon}_1 \mathbf{\Upsilon}_1^T, & k = 0 \\ \frac{\rho \mathbf{V}_{k-1} + \mathbf{\Upsilon}_k \mathbf{\Upsilon}_k^T}{1 + \rho}, & k \geq 1 \end{cases} \quad (31)$$

$$\mathbf{N}_k = \mathbf{V}_k - [\mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k|k-1}\mathbf{z}_{k|k-1}}]^T \text{inv}[\mathbf{S}_{k|k-1}] \times \mathbf{S}_u \text{inv}[\mathbf{S}_{k|k-1}] [\mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k|k-1}\mathbf{z}_{k|k-1}}] - \beta \mathbf{S}_v \quad (32)$$

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{S}_{\mathbf{z}_{k|k-1}} - \mathbf{V}_k + \mathbf{N}_k \quad (33)$$

$$\lambda_0 = \frac{\text{tr}[\mathbf{N}_k]}{\text{tr}[\mathbf{M}_k]} \quad (34)$$

$$\lambda_k = \begin{cases} \lambda_0, & \lambda_0 \geq 1 \\ 1, & \lambda_0 < 1 \end{cases} \quad (35)$$

其中, $\mathbf{\Upsilon}_k$ 表示 k 时刻的输出残差. 求出 λ_k 以后, 利用 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 和 $\mathbf{S}'_{k|k-1}$ 按照对称采样策略再次重新计算 Sigma 点.

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{0_{k|k-1}}^c = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, & i = 0 \\ \mathbf{x}_{i_{k|k-1}}^c = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + (l\mathbf{S}_{k|k-1})_i, & i = 1, \dots, n \\ \mathbf{x}_{i_{k|k-1}}^c = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} - (l\mathbf{S}_{k|k-1})_i, & i = n + 1, \dots, 2n \end{cases} \quad (36)$$

$\mathbf{x}_{i_{k|k-1}}^c$ 通过非线性观测方程 $h(\Theta)$ 传播为 $\mathbf{y}'_{i_{k|k-1}}$:

$$\mathbf{y}'_{i_{k|k-1}} = h(\mathbf{x}_{i_{k|k-1}}^c) \quad (37)$$

由 $\mathbf{y}'_{i_{k|k-1}}$ 可得到观测预测 $\hat{\mathbf{z}}'_{k|k-1}$:

$$\hat{\mathbf{z}}'_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} \mathbf{y}'_{i_{k|k-1}} + r_k \quad (38)$$

相应的观测预测自协方差阵 $\mathbf{S}'_{\mathbf{z}_{k|k-1}}$ 的 Cholesky 分解因子为

$$\mathbf{S}'_{\mathbf{z}_{k|k-1}} = \text{QR} \left\{ \sum_i^n [w_i^{(c_1)} (\mathbf{y}'_{i_{k|k-1}} - \mathbf{y}'_{i+n_{k|k-1}})^2 + w_i^{(c_2)} (\mathbf{y}'_{i_{k|k-1}} + \mathbf{y}'_{i+n_{k|k-1}} - 2\mathbf{y}'_{0_{k|k-1}})^2] \right\} + \mathbf{S}_v \quad (39)$$

相应的状态向量与观测向量之间的互协方差阵 $\mathbf{S}'_{\mathbf{x}_{k|k-1}\mathbf{z}_{k|k-1}}$ 的 Cholesky 分解因子为

$$\mathbf{S}'_{\mathbf{x}_{k|k-1}\mathbf{z}_{k|k-1}} = \text{QR} \left\{ \sum_i^n \left[\sqrt{w_i^{(c_1)}} (\mathbf{x}^c_{i_{k|k-1}} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \times (\mathbf{y}'_{i_{k|k-1}} - \mathbf{y}'_{i+n_{k|k-1}})^T \right] \right\} \quad (40)$$

步骤 6. 获得新的观测值 \mathbf{z}_k 后, 进行滤波更新.

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{S}'_{\mathbf{x}_{k|k-1}\mathbf{z}_{k|k-1}} \text{inv}(\mathbf{S}'_{\mathbf{z}_{k|k-1}}) \quad (41)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}'_{k|k-1}) \quad (42)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{S}'_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{S}'_{\mathbf{z}_{k|k-1}} \mathbf{K}_k^T \quad (43)$$

步骤 7. 令 $k = k + 1$, 返回步骤 2.

2.1.4 次优渐消因子求解公式的推导

由于正交性原理的引入, 利用次优渐消因子有效地减小了历史数据对当前估计值的影响, 提高了算法的鲁棒性, 增大了当前观测数据的作用, 使得估计值更接近系统状态和参数的真实值, 提高了估计精度.

从上节的 SSR-CDKF 算法递推公式中可以看出, 要使算法能够发挥有效作用, 关键在于使次优渐消因子 λ_k 取到合适的值, 从而使增益阵 $\mathbf{K}(k)$ 满足强跟踪滤波器的要求. 对于强跟踪滤波器中次优渐消因子的求解方法, 清华大学的周东华教授在文献 [8] 中作了详细的论述, 并以满足实际应用为目标, 提出了求解 $\mathbf{K}(k)$ 的简化算法.

SSR-CDKF 算法是以 STF 为框架提出的滤波算法, 结合 STF 求解 λ_k 的简化算法, 对 SSR-CDKF 中的 λ_k 求解公式进行推导. 推导的总体思路是: 以 STF 为理论框架, 推导出 STF 中状态预测方差, 预测协方差及互协方差的等价表述, 再将 SSR-CDKF 中的预测协方差 \mathbf{S}_k , 输出预测协方差 $\mathbf{S}_{\mathbf{z}_k}$ 及互协方差 $\mathbf{S}_{\mathbf{x}_k\mathbf{z}_k}$ 代入等价表达式中.

在 STF 中, λ_k 的求解公式为

$$\mathbf{S}_x(k) = \mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}_k \quad (44)$$

$$\mathbf{V}_0(k) = \begin{cases} \mathbf{S}_x(1)\mathbf{S}_x^T(1), & k = 0 \\ \frac{\rho\mathbf{V}_0(k-1) + \mathbf{S}_x(k)\mathbf{S}_x^T(k)}{1 + \rho}, & k \geq 1 \end{cases} \quad (45)$$

$$\mathbf{N}(k) = \mathbf{V}_0(k) - h(k, \boldsymbol{\theta}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)) \times \Gamma(k)\mathbf{Q}(k)\Gamma^T(k)h^T(k, \boldsymbol{\theta}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)) - \beta\mathbf{R}(k) \quad (46)$$

$$\mathbf{M}(k) = h(k, \boldsymbol{\theta}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)) \times f(k-1, \mathbf{u}(k-1), \boldsymbol{\theta}(k-1), \hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1)) \times \mathbf{P}(k-1|k-1) \times f^T(k-1, \mathbf{u}(k-1), \boldsymbol{\theta}(k-1), \hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1)) \times h^T(k, \boldsymbol{\theta}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)) \quad (47)$$

$$\lambda_0 = \frac{\text{tr}[\mathbf{N}(k)]}{\text{tr}[\mathbf{M}(k)]} \quad (48)$$

$$\lambda(k) = \begin{cases} \lambda_0, & \lambda_0 \geq 1 \\ 1, & \lambda_0 < 1 \end{cases} \quad (49)$$

其中, $\mathbf{S}_x(k)$ 表示 k 时刻的输出残差, $\hat{\mathbf{z}}(k)$ 表示观测预测值, $\hat{\mathbf{x}}(k)$ 表示状态一步预测值, $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ 表示 k 时刻的估计值, $\Gamma(k) = 1$, ρ 为弱化因子, β 为渐消因子. 令: $\mathbf{V}(k) = \mathbf{V}_0(k)$, $\mathbf{F}_{k-1} = f(k-1, \mathbf{u}(k-1), \boldsymbol{\theta}(k-1), \hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1))$, $\mathbf{H}_k = h(k, \boldsymbol{\theta}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k-1))$. 则原求解公式变换为

$$\mathbf{N}_k = \mathbf{N}(k) = \mathbf{V}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{H}_k^T - \beta \mathbf{R}_k \quad (50)$$

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{M}(k) = \mathbf{H}_k \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{S}_{k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T \mathbf{H}_k^T \quad (51)$$

\mathbf{S}_{k-1} 表示 $k-1$ 时刻的系统状态和噪声的联合误差协方差阵. 则:

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{S}_{k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{S}_u \quad (52)$$

在引入次优渐消因子之前, 状态预测协方差 $\mathbf{S}_{k|k-1}$, 输出预测协方差 $\mathbf{S}_{\mathbf{z}_{k|k-1}}$ 及互协方差 $\mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k|k-1}\mathbf{z}_{k|k-1}}$ 可表示为

$$\mathbf{S}_{k|k-1} = \text{QR} \left\{ \mathbf{E} \left[[\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] [\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}]^T \right] \right\} + \mathbf{S}_u \quad (53)$$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{z}_{k|k-1}} = \text{QR} \left\{ \mathbf{E} \left[[\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}] [\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}]^T \right] \right\} + \mathbf{S}_v \quad (54)$$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{x}_k\mathbf{z}_k} = \text{QR} \left\{ \mathbf{E} \left[[\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] [\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}]^T \right] \right\} \quad (55)$$

其中, $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 已由式 (52) 给出; 对于 $\mathbf{S}_{\mathbf{z}_{k|k-1}}$ 及 $\mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k|k-1}\mathbf{z}_{k|k-1}}$ 根据 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 与量测噪

声 \mathbf{v}_k 互不相关性, 可知:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\mathbf{z}_{k|k-1}} &= \text{QR} \left\{ \text{E} \left[[\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}] [\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}]^T \right] \right\} + \\ &\mathbf{S}_{\mathbf{v}} = \text{QR} \left\{ \text{E} \left[[\mathbf{H}_k (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{v}_k - \mathbf{r}_k)] \times \right. \right. \\ &[\mathbf{H}_k (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) + \mathbf{v}_k - \mathbf{r}_k]^T \left. \right\} + \mathbf{S}_{\mathbf{v}} = \\ &\text{QR} \left\{ \mathbf{H}_k \text{E} \left[[\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] [\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}]^T \right] \mathbf{H}_k^T \right\} + \\ &\text{QR} \left\{ \text{E} \left[[\mathbf{v}_k - \mathbf{r}_k] [\mathbf{v}_k - \mathbf{r}_k]^T \right] \right\} + \mathbf{S}_{\mathbf{v}} = \\ &\mathbf{H}_k \mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k|k-1}} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{S}_{\mathbf{v}} \end{aligned} \tag{56}$$

同理可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k|k-1} \mathbf{z}_{k|k-1}} &= \\ &\text{QR} \left\{ \text{E} \left[[\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] [\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}]^T \right] \right\} = \\ &\text{QR} \left\{ \text{E} \left[[\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] [\mathbf{H}_k (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) + \mathbf{v}_k]^T \right] \right\} = \\ &\text{QR} \left\{ \text{E} \left[[\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] [\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}]^T \right] \mathbf{H}_k^T \right\} = \\ &\mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k|k-1}} \mathbf{H}_k^T \end{aligned} \tag{57}$$

已知 $\mathbf{S}'_{k|k-1}$ 表示在 $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 引入渐消因子 λ_k 后的状态预测协方差阵, 故采用 $\mathbf{S}'_{k|k-1}$ 取代上面两式中的 $\mathbf{S}_{k|k-1}$, 并定义:

$$\mathbf{S}'_{\mathbf{z}_k} = \mathbf{H}_k \mathbf{S}'_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{S}_{\mathbf{v}} \tag{58}$$

$$\mathbf{S}'_{\mathbf{x}_k \mathbf{z}_k} = \mathbf{S}'_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \tag{59}$$

且前面已经假设 \mathbf{Q}_k 为非负正定对称阵, 故 $\mathbf{S}_{\mathbf{u}}$ 也为非负正定对称阵, 则 $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 与 $\mathbf{S}'_{k|k-1}$ 的逆矩阵一定存在, 则由式 (57) 和式 (59) 可知:

$$\mathbf{H}_k = [\mathbf{S}_{\mathbf{x}_k \mathbf{z}_k}]^T [\mathbf{S}_{k|k-1}]^{-1} \tag{60}$$

$$\mathbf{H}_k = [\mathbf{S}'_{\mathbf{x}_k \mathbf{z}_k}]^T [\mathbf{S}_{k|k-1}]^{-1} \tag{61}$$

于是, 将式 (58), 式 (59), 式 (61) 代入原 STF 滤波器的增益阵和预测方差阵:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \tag{62}$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \tag{63}$$

可得到 \mathbf{K}_k 及 \mathbf{S}_k 的等价表达式:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{S}'_{\mathbf{x}_k \mathbf{z}_k} [\mathbf{S}'_{\mathbf{z}_k}]^{-1} \tag{64}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_k &= \mathbf{S}'_{k|k-1} - [\mathbf{S}'_{\mathbf{x}_k \mathbf{z}_k}] [\mathbf{S}'_{\mathbf{z}_k}]^{-1} [\mathbf{S}'_{\mathbf{x}_k \mathbf{z}_k}]^T = \\ &\mathbf{S}'_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{S}'_{\mathbf{z}_k} \mathbf{K}_k^T \end{aligned} \tag{65}$$

同理, 将式 (56), 式 (57), 式 (60) 代入式 (50) 和式 (51) 中, 可得到 \mathbf{N}_k 及 \mathbf{M}_k 的等价表达式:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_k &= \\ &\mathbf{V}_k - [\mathbf{S}_{\mathbf{x}_k \mathbf{z}_k}]^T [\mathbf{S}_{k|k-1}]^{-1} \mathbf{S}_{\mathbf{u}} [\mathbf{S}_{k|k-1}]^{-1} [\mathbf{S}_{\mathbf{x}_k \mathbf{z}_k}] - \mathbf{S}_{\mathbf{v}} \end{aligned} \tag{66}$$

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{S}_{\mathbf{z}_k} - \mathbf{V}_k + \mathbf{N}_k \tag{67}$$

将式 (66) 和式 (67) 代入式 (48) 中, 可求得 λ_0 , 进而通过式 (49) 可得到 λ_k .

2.1.5 次优渐消因子的渐消机理

1) 次优渐消因子的渐消机理分析

当建立的系统模型不准确或受到干扰冲击和发生故障使模型发生变化时, 在滤波值中新观测数据的作用太小, 老观测数据的作用太大, 将引起滤波发散. 因此设法减小老观测数据的比重, 增大新观测数据的比重, 从而减小老观测数据对滤波的影响, 将会减小模型的不准确性和干扰冲击使系统突变带来的滤波误差.

次优渐消因子 λ_k 通过对预测方差的修正作用, 如式 (24) 所示, 增大了当前观测值在递推运算过程中的比重, 从而扼制了预测方差 $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 模值的减小. 通过式 (25) ~ 式 (29) 的传递和变换, 扼制了增益阵 $\mathbf{K}(k)$ 模值的减小. 另一方面, 当系统发生突变时, 将导致输出残差 $\Upsilon_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$ 迅速增大. 根据 λ_k 的求解过程, 如式 (31) ~ 式 (35) 所示, 可知, 当 Υ_k 迅速增大时, 能够使次优渐消因子 λ_k 适当增大, 从而使得 $\mathbf{S}'_{k|k-1}$ 适当增大, 进而使得增益阵 $\mathbf{K}(k)$ 适当增大. 因此, λ_k 具有自适应调节的功能, 保证了 SSR-CDKF 具有跟踪突变状态的能力.

2) 次优渐消因子的取值范围

强跟踪滤波器中的渐消因子, 除了具有应对模型的不确定性的鲁棒性外, 另一个重要作用是当系统发生突变时, 能够快速估计跟踪这种情况, 充分选用当前时刻的数据, 才能够使滤波器尽可能地反映系统当前时刻的状态. 从式 (1) 中的分析可以看出, 当系统发生突变时, 引起了系统状态的突然变化, 要使观测值起到较大的调节作用, 只有适当增大 $\mathbf{S}'_{k|k-1}$ 和 $\mathbf{K}(k)$ 的取值, 则必然只有在 $\lambda_k > 1$ 时才能实现调节要求; 而当系统比较稳定, 不确定性较小时, 使 $\lambda_k = 1$ 可保证滤波正常运行. 因此, $\lambda_k \geq 1$.

2.2 早期微小故障检测方法

2.2.1 早期微小故障检测步骤

用本文提出的 SSR-CDKF 算法对非线性复杂系统参数进行实时估计, 再根据参数变化情况判断系统是否发生早期微小故障. 检测流程如图 2 所示. 其中, $\mathbf{d}_i(k)$ 表示系统参数比较结果. 具体的检测步骤为:

步骤 1. 使用 SSR-CDKF 算法对非线性复杂系统参数进行估计.

步骤 2. 利用式 (6)~式 (9) 判断是否为第一类早期微小故障.

步骤 3. 利用式 (10)~式 (12) 判断是否为第二类早期微小故障.

步骤 4. 若都不是, 令 $k = k + 1$, 返回步骤 1.

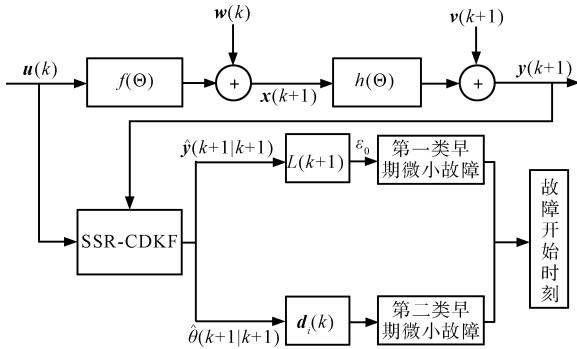


图 2 早期微小故障检测流程图

Fig. 2 The flowchart of the incipient failure detecting

2.2.2 早期微小故障检测方法中的人工设定参数取值原则

参数的合适选取反映的是对系统和设备的总体判断, 主要是根据已有的先验知识进行确定, 同时也是对系统和设备故障风险评估的一个反映. 当系统总体运行良好, 对缺陷具有一定的鲁棒性时, 并且设备不能正常工作造成的损失不大时, 可以适当增大观测长度 h 和故障阈值 ϵ_0 的取值, 以减小误报率, 减小因维修带来的损失; 当系统状态时变性较大, 且经常受到干扰或冲击影响, 状态容易发生突变, 而且一旦设备不能正常工作时将造成重大损失时, 应该减小 h 和 ϵ_0 的取值, 以减小漏检率, 降低系统的故障风险, 最大限度地减小故障损失.

3 SSR-CDKF 算法仿真及在陀螺仪早期微小故障检测中的应用

3.1 SSR-CDKF 算法仿真

对于本文提出的 SSR-CDKF 算法, 选用两个实例对其进行计算机仿真. 例 1 用来验证算法对非线性随机系统的估计能力; 例 2 用来验证算法对系统发生突变时的跟踪能力. 通过仿真, 用数值的方法分析次优渐消因子的渐消作用. 用陀螺仪早期微小故障的检测来验证 SSR-CDKF 算法在实际工程中的应用.

例 1. 非线性随机系统模型

$$\begin{cases} x_{k+1} = \frac{x_k}{2} + \frac{25x_k}{1+x_k} + 8\cos(1.2(k)) + w_k \\ y_{k+1} = \frac{x_{k+1}^2}{20} + v_{k+1} \end{cases} \quad (68)$$

其中, 系统噪声 w_k 服从正态分布 $N(0, 1)$, 观测噪声 v_{k+1} 服从 $N(0, 0.01)$. 系统初始状态服从 $N(0, 1)$, 差分区间长度 $l = 0.5$, 弱化因子 $\beta = 1.2$, 遗忘因子 $\rho = 0.95$, 系统状态维数 $n = 1$, 进行 100 步的迭代估计. 图 3 为 SSR-CDKF 算法与 EKF、SR-CDKF、强跟踪卡尔曼滤波器 (Suboptimal fading extended Kalman filter, SFEKF) 对非线性随机系统的估计结果比较.

从图 3 可以看出, 该模型的非线性比较强, EKF 产生了局部发散的情况, 不能有效地估计系统状态, 而 SR-CDKF 和 SFEKF 的估计误差均大于 SSR-CDKF. 虽然 SSR-CDKF 的估计结果存在一定的偏差, 但能够反应出系统当前状态, 说明该算法具有一定的有效性. 在 SSR-CDKF 中, 选择不同的参数值, 滤波效果将会不同, 表 1 为 SSR-CDKF 在选择不同参数时的滤波方差.

表 1 表明:

1) 当 $l = 0.05$ 时, 均方误差比在取其他值的时候小, 说明对于特定的非线性系统, 差分区间长度值的大小影响了 Sigma 点距离系统状态值的大小, 当系统的非线性比较强烈时, 较大的差分区间长度将使得 Sigma 点经过非线性函数传递后的取值偏离真实值较大, 从而引起滤波误差; 太小的差分区间将不能很好地描述系统的状态分布, 从而不能准确描述后验分布, 也会引起滤波误差. 因此, 对于非线性比较强的系统, 应使 l 取一个比较小的值, 但不能太小.

2) 弱化因子 β 在一定程度上会影响滤波精度, 当 $\beta = 3$ 时, 滤波误差变大, 说明 β 的取值不能太大. 弱化因子的作用是使得状态估计值更加平滑, 减弱次优渐消因子的调节作用, 是大于等于 1 的值. 当系统状态变化较快时, 较大的 β 值将大大减弱次优渐消因子的作用, 同时增大了噪声的影响, 从而导致估计状态偏离真实状态, 引起滤波误差. 因此, β 值应保持在一定范围内, 根据系统状态变化情况和观测噪声的强度适当取值.

3) 遗忘因子 ρ 的取值变化对滤波精度的影响较小. 这是因为由遗忘因子引起的误差能够在渐消因子的求解算法中得到补偿.

例 2. 分时恒定值的估计问题^[15]

以分时恒定值的估计问题来验证 SSR-CDKF 算法跟踪突变状态的能力. 假设系统状态方程和观测方程如下:

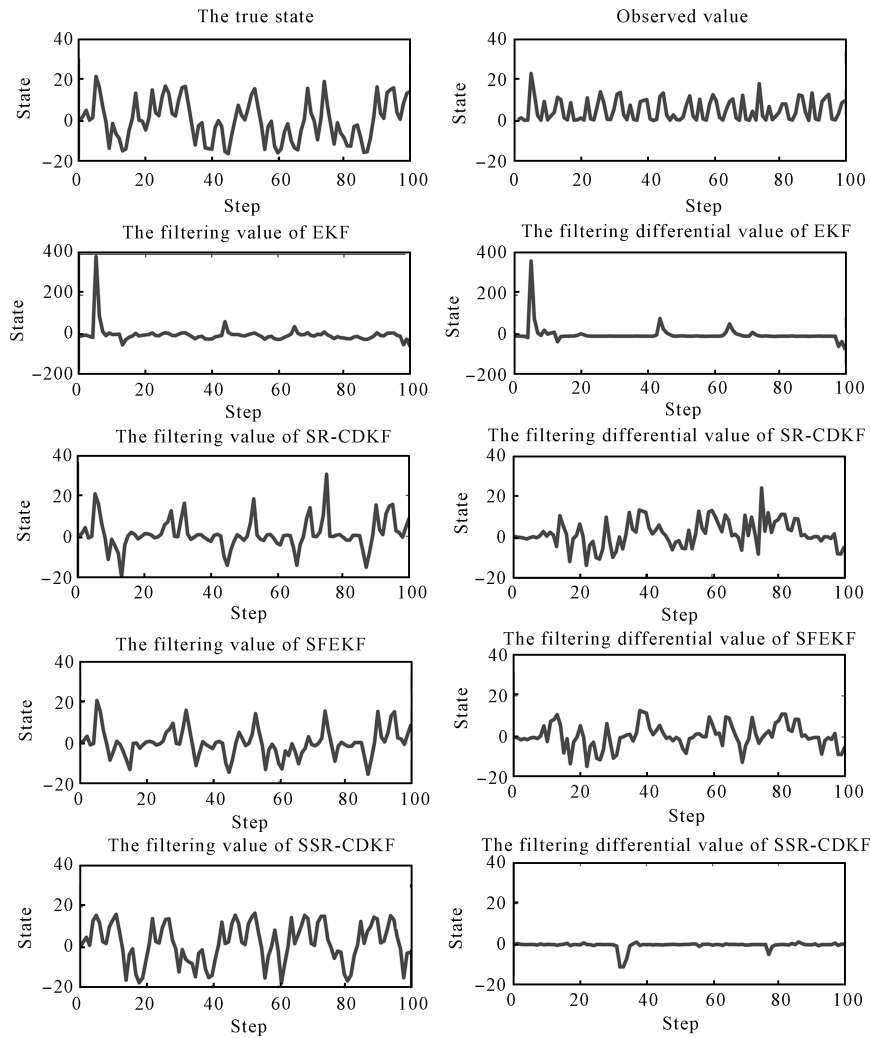


图 3 四种滤波器非线性滤波结果比较

Fig. 3 The comparison of the four filters used for nonlinear system filtering

$$y_{t+1} = x_{t+1} + e_{t+1} \tag{70}$$

$$x_{t+1} = \begin{cases} 5, & 0 \leq t \leq \frac{T}{3} \\ 8, & \frac{T}{3} \leq t \leq \frac{2T}{3} \\ 3, & \frac{2T}{3} \leq t \leq T \end{cases} \tag{69}$$

其中, $T = 90$, 观测噪声 e_{t+1} 服从 $N(0, 1)$. 系统初始状态服从 $N(5, 1)$, 差分区间长度 $l = 0.1$, 弱化因子 $\beta = 1.2$, 遗忘因子 $\rho = 0.95$, 系统状态维数 $n = 1$, 进行 90 步的迭代估计. 为了说明 SSRCDKF

表 1 不同参数条件下的滤波方差

Table 1 The filter square deviation by different parameters

		$l = 0.005$	$l = 0.01$	$l = 0.05$	$l = 0.1$	$l = 0.5$
$\rho = 0.95$	$\beta = 1.1$	2.9671	2.8446	1.3907	2.4627	3.4828
	$\beta = 1.5$	3.9546	2.1499	1.0940	2.4192	2.1053
	$\beta = 3.0$	5.6540	5.8661	2.8754	3.2674	4.3619
$\rho = 0.75$	$\beta = 1.1$	2.5023	2.2593	1.5287	2.8205	3.4104
	$\beta = 1.5$	2.1568	3.7803	1.5197	3.5118	2.3776
	$\beta = 3.0$	5.2420	5.7052	2.5551	3.4928	6.3756
$\rho = 0.50$	$\beta = 1.1$	2.1414	2.8009	1.7149	2.2853	3.0615
	$\beta = 1.5$	3.8541	2.7234	1.6406	2.2848	3.8061
	$\beta = 3.0$	3.0016	4.1903	2.4424	5.6650	5.9125

算法能够快速跟踪系统突变情况, 将 EKF, SR-CDKF, SFEKF 和 SSR-CDKF 四种滤波器的滤波结果进行比较, 如图 4 所示。

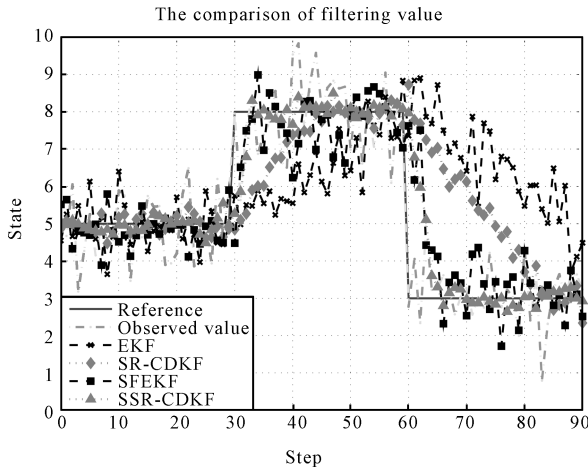


图 4 四种滤波器的突变滤波结果比较

Fig. 4 The comparison of the four filters used for step change filtering

从图 4 可以看出, SSR-CDKF 和 SFEKF 跟踪突变状态的能力都较强, 但当系统处于恒定状态时, 前者的精度要高于后者; SSR-CDKF 和 SR-CDKF 在系统处于恒定状态时, 都具有较高的估计精度, 但当系统发生突变时, 前者的跟踪能力要强于后者; EKF 的突变跟踪能力和精度都比较弱。

3.2 陀螺仪早期微小故障检测

3.2.1 陀螺仪故障原因分析

陀螺仪经过长时间工作以后, 功能将发生失效, 测量的准确度将降低。引起陀螺仪失效的主要原因是其电机轴承由于长时间的工作, 会发生磨损和疲劳剥落, 有时甚至会产生永久变形^[16]。图 5 为用实验室购进的 S-3700N 型扫描电镜对失效后的陀螺仪进行显微观测后, 通过电子成像得到的图像。

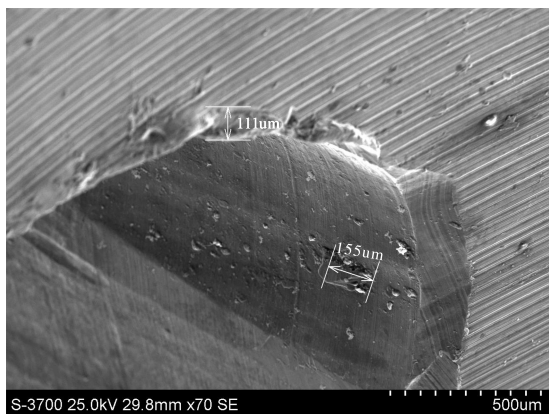


图 5 陀螺仪电机轴承

Fig. 5 The gyro motor bearing

从图 5 可以看出, 轴承支撑部边缘部分被磨损,

表面出现了金属剥落现象, 通过软件分析, 得出最长的金属剥落的长度为 155 μm 。

由于陀螺仪机械构造复杂, 运行环境中存在很多的随机因素, 难以建立故障检测的机理模型。然而, 陀螺仪的漂移误差是表征陀螺仪性能的重要特征参数^[17], 从陀螺仪漂移测试数据看, 当陀螺仪正常运行时, 数据将围绕某一固定值上下波动; 当陀螺仪发生故障时, 数据通常表现为缓慢增大或突变^[16]。根据对漂移数据特点的分析, 可以将陀螺仪漂移数据看成陀螺仪的系统参数, 通过估计漂移数据的实时变化情况检测陀螺仪是否发生早期微小故障。

3.2.2 陀螺仪故障检测统计模型

陀螺仪漂移数据是高度相关的有色噪声序列, 基本上是正态分布的, 可以分为常值部分和随机部分^[16], 用求平均值的方法提取出漂移常值部分后, 剩下的为陀螺仪随机漂移值^[18]。经过检验, 陀螺仪随机漂移数据序列包含有线性项和周期项, 去掉这两项后, 剩下的随机漂移数据为平稳的随机时间序列^[19]。通过以上分析, 建立如下陀螺仪状态方程和观测方程:

$$\begin{cases} \theta(k+1) = \theta_0 + a(k) \times k + \beta\theta(k) + \varepsilon(k) \\ z(k+1) = \theta(k+1) + v(k+1) \end{cases} \quad (71)$$

其中, θ 为陀螺仪漂移值; θ_0 为常值; $a(k)$ 为 k 时刻的线性系数; β 为过程的相关频率; $\varepsilon(k)$ 为平稳随机序列; z 为观测值; $v(k+1)$ 为高斯白噪声。

故障检测算法应能够减小噪声的干扰, 快速地估计出陀螺仪的实际漂移值。当陀螺仪数据发生缓慢漂移时, 算法应能够减少稳态偏差, 准确地估计陀螺仪漂移值; 当陀螺仪数据发生突变漂移时, 算法应能够快速准确地估计出突变状态, 最终判断出陀螺仪发生早期微小故障的时刻。

3.2.3 检测结果及分析

通过实验室的“XX 惯性系统性能退化实验系统”测量得到了某型号陀螺仪平均每月的一组参数标定数据, 选择 y 陀螺仪的漂移数据来分析陀螺仪的性能退化情况。用本文提出的 SSR-CDKF 算法对陀螺仪漂移值进行估计, 对陀螺仪是否发生早期微小故障进行检测。其中, 设定 h 的值为 4, N 的值为 6。并将该算法的检测结果与 EKF, SFEKF 和 SR-CDKF 相比较, 结果如图 6 所示。

从图 6 可以看出, SSR-CDKF 和 SR-CDKF 的跟踪性能相近, 误差在 0.01°/h 范围内。这是因为 SSR-CDKF 和 SR-CDKF 都是对系统状态的后验分布进行估计, 当系统状态和参数发生的变化较小时, 由于 Sigma 点的作用, 使得 SR-CDKF 算法具备一定的对系统状态或参数的微小变化的跟踪能

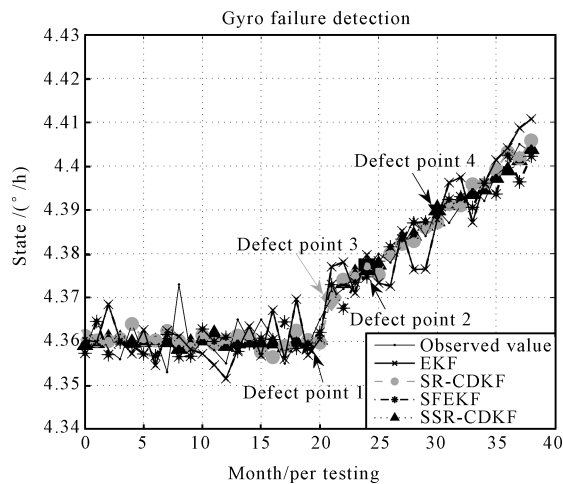


图 6 陀螺仪故障检测结果

Fig. 6 The result of gyro failure detection

力。当系统的非线性不是很突出时，滤波器的估计稳态误差差别并不明显。从陀螺仪的系统模型可以看出，模型的非线性并不强，故两者对此模型的估计精度差别不是很大。但是，SSR-CDKF 由于渐消因子的作用，使得重新计算后的 Sigma 点能够更接近当前状态的后验分布，因而具有比 SR-CDKF 更高的估计精度。从图 6 可以看出，前者比后者的精度更高。而由于 SSR-CDKF 能够比 SFEKF 更准确地描述系统状态的后验分布，使得 SSR-CDKF 具有比 SFEKF 更高的估计精度。而 EKF 由于应对系统状态变化的能力较差，其滤波精度明显较低。可以看出，用 SSR-CDKF 检测出的结果比较准确，该点的观测时刻为陀螺仪发生早期微小故障的起始时刻。

从该故障检测实例可以看出，有效的滤波算法能够以较高的精度和实时性估计出系统和设备的当前状态或者参数情况，为判断系统当前的运行情况奠定基础，能够从根本上减小诊断的误报率和漏检率，减少维修和故障带来的损失。使算法和合适的参量有效结合，能够有效地检测出复杂系统的早期微小故障，最大限度地减小损失。算法的精度越高，则估计出的系统状态越准确，估计值能够准确地反映系统状态。这时，可适当减小人工设定的参量。当系统状态发生改变时，可以及时检测出故障。如果参量设定较大，则会增大漏检率。而当算法的精度较低时，估计值不能够很好地反映系统状态，估计结果存在一定的随机性。这时，就不太容易选择合适的参量。当参量较小时，将增大误报率，增加维修损失；当参量较大时，将增大漏检率，增大系统的故障风险。此时，只有权衡维修损失和系统故障损失来设定参量。因此，提高算法的有效性能从根本上解决误报和漏检的发生，而通过参量的人工设定可以综合考虑工程实际运行情况，具有一定的灵活性，可以尽

可能地减低损失和风险。

4 结论

复杂系统的早期微小故障检测一直是故障诊断与检测领域中的难题，本文提出了用状态和参数估计的方法对其进行检测。针对传统 SR-CDKF 对非线性复杂系统进行状态和参数估计时，存在数值稳态误差较大和跟踪突变情况速度缓慢的问题，基于正交性原理，提出了一种强跟踪 SR-CDKF，即 SSR-CDKF 滤波算法。用 SSR-CDKF 对复杂设备的参数进行实时估计，再根据参数变化情况检测复杂设备是否发生早期微小故障。该方法能够充分利用有限的观测数据，较其他方法能够减小近似模型所带来的固有误差。最后，用计算机仿真验证了 SSR-CDKF 算法的有效性，并将该算法应用于陀螺仪故障检测中，检测出了陀螺仪的早期微小故障。

利用本文提出的算法对复杂设备的早期微小故障进行成功检测后，可进一步对设备的剩余寿命进行预测，建立设备的最优维护模型，使设备产生最大的使用效益。

References

- Zhang Q H, Basseville M, Benveniste A. Early warning of slight changes in systems. *Automatica*, 1994, **30**(1): 95–113
- He Zheng-Jia, Chen Xue-Feng, Duan Chen-Dong, Chen Peng, Toyota T. Several methods for incipient fault prognosis and their applications. *Journal of Vibration Engineering*, 2004, **17**(Suppl): 309–312
(何正嘉, 陈雪峰, 段晨东, 陈鹏, 丰田利夫. 早期故障预示的若干方法及应用. 振动工程学报, 2004, **17**(增刊): 309–312)
- Li Han, Xiao De-Yun. Survey on data driven fault diagnosis methods. *Control and Decision*, 2011, **26**(1): 1–9, 16
(李晗, 萧德云. 基于数据驱动的故障诊断方法综述. 控制与决策, 2011, **26**(1): 1–9, 16)
- Demetriou M A, Polycarpou M M. Incipient fault diagnosis of dynamical systems using online approximators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, **43**(11): 1612–1617
- Xu Yong-Gang, Ma Hai-Long, Fu Sheng, Zhang Jian-Yu. Theory and applications of weak signal non-linear detection method for incipient fault diagnosis of mechanical equipments. *Journal of Vibration Engineering*, 2011, **24**(5): 529–538
(胥永刚, 马海龙, 付胜, 张建宇. 机电设备早期故障微弱信号的非线性检测方法及应用. 振动工程学报, 2011, **24**(5): 529–538)
- Benveniste A, Basseville M, Moustakides G V. The asymptotic local approach to change detection and model validation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1987, **32**(7): 583–592
- Polycarpou M M, Helmicki A J. Automated fault detection and accommodation: a learning systems approach. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1995, **25**(11): 1447–1458

- 8 Zhou Dong-Hua, Xi Yu-Geng, Zhang Zhong-Jun. Non-linear adaptive fault detection filter. *International Journal of Systems Science*, 1991, **22**(12): 2563–2571
- 9 Zhou Dong-Hua, Ye Yin-Zhong. *Modern Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control*. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. 265–267
(周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制. 北京: 清华大学出版社, 2000. 265–267)
- 10 Norgaard M, Poulsen N K, Ravn O. New developments in state estimation for nonlinear systems. *Automatica*, 2000, **36**(11): 1627–1638
- 11 Van der merwe R, Wan E. Efficient derivative-free Kalman filters for online learning. In: Proceedings of the 2011 European Symposium on Artificial Neural Networks. Bruges, Belgium, 2001. 205–210
- 12 Wu Yao, Luo Xiong-Lin. Robustness analysis of Kalman filtering algorithm for multirate systems. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(2): 156–174
(吴瑶, 罗雄麟. 多率系统 Kalman 滤波算法的鲁棒性分析. 自动化学报, 2012, **38**(2): 156–174)
- 13 Zhou Z J, Hu C H, Chen M Y, He H F, Zhang B C. An improved fuzzy Kalman filter for state estimation of nonlinear systems. *International Journal of Systems Science*, 2010, **41**(5): 537–546
- 14 Tao Gui-Li, Deng Zi-Li. Self-tuning fusion Kalman filter with unknown parameters and its convergence. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(1): 109–119
(陶贵丽, 邓自立. 含未知参数的自校正融合 Kalman 滤波器及其收敛性. 自动化学报, 2012, **38**(1): 109–119)
- 15 Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, Clapp T. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, **50**(2): 174–188
- 16 Deng Hong-Lun, Liu Guo-Jian. Life reliability of motor bearing used by liquid-floated gyro. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2005, **13**(2): 63–65, 69
(邓宏论, 刘郭建. 液浮陀螺电机用轴承的寿命可靠性分析. 中国惯性技术学报, 2005, **13**(2): 63–65, 69)
- 17 Hu Chang-Hua, Wang Zhao-Qiang, Zhou Zhi-Jie, Si Xiao-Sheng. An RVM fuzzy model identification method and its application to fault prediction. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(4): 503–512
(胡昌华, 王兆强, 周志杰, 司小胜. 一种 RVM 模糊模型辨识方法及在故障预报中的应用. 自动化学报, 2011, **37**(4): 503–512)
- 18 Li Lu, Sun Chun-Xiang. Modeling of random drift data of the liquid floated gyro. *Piezoelectrics & Acoustooptics*, 2011, **33**(3): 378–381
(李璐, 孙纯祥. 三浮陀螺随机漂移数据建模. 压电与声光, 2011, **33**(3): 378–381)
- 19 Weng Hai-Na, Li Zi-Gang, Wan De-Jun. Study on modeling for liquid-floated gyro drift. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 1999, **7**(2): 30–34
(翁海娜, 李滋刚, 万德钧. 液浮陀螺漂移的试验建模研究. 中国惯性技术学报, 1999, **7**(2): 30–34)



陈业 第二炮兵工程大学自动化系硕士研究生. 主要研究方向为故障诊断与剩余寿命预测. 本文通信作者.

E-mail: chenye@163.com

(**CHEN Ye** Master student in the Department of Automation, Xi'an Institute of Hi-Tech. His research interest covers fault prediction and remaining useful life estimation. Corresponding author of this paper.)



胡昌华 博士, 第二炮兵工程大学教授. 主要研究方向为控制理论与应用, 故障预报、诊断与可靠性工程.

E-mail: hch6603@263.net

(**HU Chang-Hua** Ph.D., professor at Xi'an Institute of Hi-Tech. His research interest covers control theory and applications, fault prediction, fault diagnosis, and reliability engineering.)



周志杰 博士, 第二炮兵工程大学讲师. 主要研究方向为系统辨识, 故障预报与最优维护.

E-mail: zhouzj04@mails.tsinghua.edu.cn

(**ZHOU Zhi-Jie** Ph.D., lecturer at Xi'an Institute of Hi-Tech. His research interest covers system identification, fault prediction, and optimal maintenance.)



张伟 第二炮兵工程大学副教授. 2008 年获西安电子科技大学模式识别与智能系统专业工学博士. 主要研究方向为故障诊断与预测, 智能计算.

E-mail: zhang1966wei@163.com

(**ZHANG Wei** Associate professor in the department of information technology, Xi'an Institute of Hi-Tech. She received her Ph.D. degree from Xi'an University of Electronic Science and Technology in 2008. Her research interest covers failure diagnosis, failure prediction, and intelligence computation.)



王华国 高级工程师. 主要研究方向为系统可靠性, 装备质量检测与控制, 故障诊断. E-mail:

wanguanguo20120312@163.com

(**WANG Hua-Guo** Senior engineer of the Second Artillery Forces 7102 Plant Room. His research interest covers system reliability, equipment quality detection and control, fault diagnosis.)