

包含执行器动力学的子空间预测动态控制分配方法

马建军¹ 郑志强¹ 胡德文¹

摘要 针对具有冗余执行机构的过驱动系统的最优控制分配问题, 基于数据驱动的子空间辨识方法和预测控制理论, 提出了一种考虑执行器动力学特性的动态控制分配新方法. 在考虑范数有界不确定性的在线子空间辨识的基础上, 对执行器动力学特性进行不确定性建模, 再结合预测控制理论进行动态控制分配. 从而将执行机构的动力学建模、控制量最优分配和执行机构控制律的设计包含在一个子系统框架内, 对执行机构的模型不确定性具有更好的鲁棒性. 最后给出仿真实例验证了算法的有效性.

关键词 过驱动系统, 动态控制分配, 数据驱动, 子空间辨识, 预测控制

DOI 10.3724/SP.J.1004.2010.00130

Subspace Predictive Dynamic Control Allocation for Overactuated System with Actuator Dynamics

MA Jian-Jun¹ ZHENG Zhi-Qiang¹ HU De-Wen¹

Abstract In this paper, a new data driven subspace predictive dynamic control allocation approach is proposed for overactuated system with actuator dynamics. Through online subspace identification, the uncertainty model is used for better description of the actuator dynamic characteristic. Then the novel dynamic control allocation with actuator dynamics is designed under the subspace predictive control framework. The actuator modeling, design of control allocator and the actuator controller are then included in a framework which increases robustness of the control system. Finally, an example is given to demonstrate the efficiency of the proposed method.

Key words Overactuated system, dynamic control allocation, data driven, subspace identification, predictive control

随着现代科学技术的迅速发展, 自动化程度越来越高, 系统规模也越来越大. 为提高系统的安全性、可靠性和有效性, 控制系统通常被设计成具有冗余执行机构的过驱动系统. 冗余执行机构的引入在提高了系统可靠性的同时, 也给控制系统的设计带来以下两个问题: 1) 执行机构的冗余和耦合程度增强, 如何有效地分配控制指令到各个执行机构? 2) 如何满足执行机构的物理约束?

控制分配技术是解决以上过驱动控制系统设计的有效途径, 已日益引起人们的研究兴趣^[1], 并在诸如飞行器系统^[2-4]、自主车系统^[5-6]、舰船控制系统^[7-8] 以及水下航行器系统^[9] 等领域得到广泛的研究和应用. 若不考虑执行器动力学模型, 可将控制分配问题简单描述为: $\mathbf{v}^c = \mathbf{G}(\mathbf{u})$, 进而建模为静态或半动态最优化问题进行求解. 进一步假设执行器偏转量与其生成力/力矩为线性关系可得到线性控制分配模型: $\mathbf{v}^c = \mathbf{B}\mathbf{u}$, 在此基础上研究人员发展出广义逆、串接链、直接分配法、数学规划法等控制分配算法, 这些方法的优点是能基本满足线性假设下的控制分配问题, 缺点是对于非线性情况存在较大误

差. 针对非线性控制分配问题, 文献 [10] 提出截距修正法, 可对单调非线性进行逼近, 但不能处理非单调的非线性问题; 文献 [11] 提出基于序列二次规划的非线性规划方法, 但计算量较大, 难以实时应用. 目前针对执行器动力学不可忽略的控制分配问题研究还较少, 文献 [12-13] 将执行器建模为线性时变动力学系统: $T\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{u} = \mathbf{u}^c$, 在模型预测控制 (Model predictive control, MPC) 理论框架下实现动态控制分配, 文献 [14] 分析了 MPC 动态控制分配的系统稳定性问题, 该方法的缺点是对执行机构动力学模型依赖程度较高, 当模型失配或存在不确定性建模误差时性能将急剧退化.

子空间方法^[15-16] 因其对先验知识要求较少, 且在数值计算上具有独特优势, 从而得到了控制和辨识领域的广泛研究和应用. 本文将子空间辨识作为在线建模方法, 针对动态控制分配模型可能存在不确定性扰动情况, 基于鲁棒最小二乘理论提出了考虑范数有界不确定性的鲁棒子空间辨识方法, 以对执行器动力学进行不确定性建模, 并结合预测控制理论实现动态控制分配. 文中首先介绍了基于控制分配器的分层控制系统结构, 对考虑执行器动力学特性的动态控制分配问题进行了分析和建模. 在此基础上提出基于子空间预测控制的动态控制分配方案, 最后给出仿真实例验证本文方案的有效性.

收稿日期 2008-12-15 录用日期 2009-03-03
Manuscript received December 15, 2008; accepted March 3, 2009

1. 国防科学技术大学机电工程与自动化学院 长沙 410073
1. College of Mechatronics and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073

1 问题描述

1.1 控制分配

对于过驱动系统, 期望控制指令可以通过不同的执行器组合输入或设置而实现, 将控制指令合理分配到冗余受限的执行机构从而实现期望效应的过程称为控制分配. 基于控制分配的控制系统分层结构如图 1 所示, 控制分配器的引入使得控制系统的设计和分析具有如下两个独特的优点: 1) 将控制系统设计过程模块化, 分解为上层控制器设计 (定义期望指令) 和控制量最优分配 (定义各执行器期望指令) 两个子问题; 2) 在执行器故障条件下, 不必更改控制律就能利用控制重分配实现控制重构.

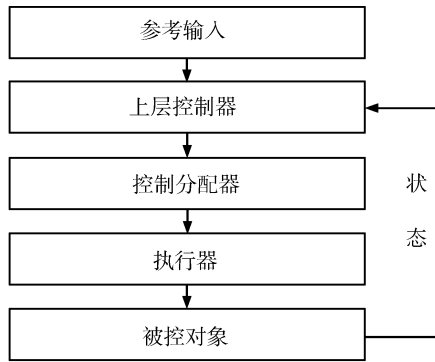


图 1 基于控制分配的系统分层结构

Fig. 1 Control hierarchy based on control allocation

若执行器动态响应特性比被控对象本身快很多, 则执行器动力学特性可忽略不计, 且假设执行机构偏转量与产生力矩成线性关系, 则静态线性控制分配问题可描述为

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^c &= \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \text{s.t. } \mathbf{u} &\leq \mathbf{u} \leq \bar{\mathbf{u}} \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{v}^c \in \mathbf{R}^m$ 为期望目标, $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^l$ 为待求的 l 个操纵机构的偏转量, 过驱动系统有 $l > m$, 受到结构、载荷等物理约束, \mathbf{u} 的偏转范围是受限的, 其中, \mathbf{u} 和 $\bar{\mathbf{u}}$ 为位置、速率约束的下限和上限值. 某些实际系统中, 执行器动力学特性不可忽略, 特别是执行器故障时其动力学特性对控制分配的效果影响很大. 本文针对考虑执行机构动力学特性的动态控制分配问题, 提出一种基于数据驱动的子空间预测实现动态控制分配的方法, 该方法不需要任何模型结构与系统阶次等先验知识, 直接基于一段时间滚动窗口的输入输出数据得到预测输出形式的子空间预估器模型, 并结合预测控制理论实现考虑执行器动力学特性的动态控制分配.

1.2 动态控制分配

基于牛顿运动学定律, 引入产生整个期望控制的伪指令 \mathbf{v}^c 的系统动力学描述为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{v}^c(t)) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 为 n 维对象状态, $\mathbf{v}^c \in \mathbf{R}^m$ 为 m 维伪指令向量. 过驱动系统中, 期望伪指令通过操作执行器的操纵获得.

考虑执行器-力矩映射模型为

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (3)$$

$\mathbf{B}(t)$ 为控制效率矩阵. 考虑执行器动力学, 将其建模为

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{A}_u\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_u\mathbf{u}^c(t) \quad (4)$$

其中, $\mathbf{u}^c(t)$ 为执行器输入指令, $\mathbf{A}_u, \mathbf{B}_u$ 为执行器系统矩阵. 基于执行器-力矩映射关系 (3) 和执行器动力学 (4), 考虑执行器动力学的动态控制分配问题可表述为: 在时刻 t , 对于约束系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{A}_u\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_u\mathbf{u}^c(t) \\ \mathbf{v}(t) = \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{u} \leq \mathbf{u} \leq \bar{\mathbf{u}} \end{cases} \quad (5)$$

寻找 \mathbf{u}^c 使得 \mathbf{v} 尽可能逼近期望控制 \mathbf{v}^c . 为了便于计算机实现, 建立时刻 k 含有执行器动力学控制分配问题的离散化形式

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{A}_{u_k}\mathbf{u}_k + \mathbf{B}_{u_k}\mathbf{u}_k^c \\ \mathbf{v}_k = \mathbf{B}_k\mathbf{u}_k \\ \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_k \leq \bar{\mathbf{u}} \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{u}_k^c, \mathbf{A}_{u_k}, \mathbf{B}_{u_k}$ 和 \mathbf{B}_k 分别为时刻 k 的执行器输入指令、执行器系统矩阵和控制效率矩阵. 对于控制分配问题, 选择误差量和控制量偏转最小作为优化目标:

$$J = \|\mathbf{W}_u(\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_p)\|^2 + \|\mathbf{W}_v(\mathbf{v}_k^c - \mathbf{B}_k\mathbf{u}_k)\|^2 \quad (7)$$

其中, \mathbf{v}_k^c 为时刻 k 的期望指令, \mathbf{u}_p 为理想的执行器偏转量 (以下讨论中令 $\mathbf{u}_p = \mathbf{0}$), \mathbf{W}_u 和 \mathbf{W}_v 为权值矩阵.

2 基于子空间预测的动态控制分配

基于子空间预测控制的动态控制分配方法 (Subspace predictive control - Dynamic control allocation, SPC-DCA) 的基本思想是对于执行器动力学内部模型 (6), 基于子空间预测方法, 使用到时刻 k 为止的数据, 对其进行不确定性辨识, 从而对其输出 $\mathbf{v}_k = \mathbf{B}_k\mathbf{u}_k$ 进行未来时刻的最优预测:

$[\hat{\mathbf{v}}(k+N_1|k), \dots, \hat{\mathbf{v}}(k+N_2|k)]$, 其中 N_1 和 N_2 分别为滚动时域的下限和上限, 再通过定义最优化目标函数在约束预测控制理论框架下计算系统的控制输入, 使得对象输出 $\mathbf{v}(k+j)$ 趋向于逼近 $\mathbf{v}^c(k+j|k)$, 则包含执行器动力学特性的子空间预测动态控制分配方法如图 2 所示, 其中 \mathbf{r} 为参考输入.

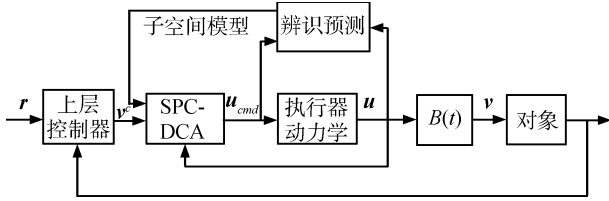


图 2 包含执行器动力学的子空间预测动态控制分配
Fig. 2 Framework of subspace predictive control allocation with actuator dynamics

2.1 子空间模型辨识

在离散化模型 (6) 中引入噪声 \mathbf{e}_k , 并进行符号替换: $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{u}_{k+1}$, $\mathbf{x}_k = \mathbf{u}_k$, $\mathbf{y}_k = \mathbf{v}_k$, $A = A_{u_k}$, $B = B_{u_k}$, $C = B_k$, 可得到状态空间表示:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= A\mathbf{x}_k + B\mathbf{u}_k^c + K\mathbf{e}_k \\ \mathbf{y}_k &= C\mathbf{x}_k + \mathbf{e}_k \end{aligned} \quad (8)$$

其中, \mathbf{e}_k 为零均值白噪声序列. 矩阵 A, B, C, K 为相应维数的状态空间矩阵. 假设 (A, B) 能控, (A, C) 能观, 且系统为最小实现. 令 $\Phi = A - KC$, 系统模型 (8) 可写成以下紧凑形式:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi\mathbf{x}_k + B\mathbf{u}_k^c + K\mathbf{y}_k \quad (9)$$

执行器动力学模型子空间辨识的基本思想是: 对系统 (8), 给定测量长度为 n 的输入输出数据集 $[(\mathbf{u}_1^c)^T (\mathbf{u}_2^c)^T \dots (\mathbf{u}_n^c)^T]^T$ 和 $[\mathbf{y}_1^T \mathbf{y}_2^T \dots \mathbf{y}_n^T]^T$, 将这一数据集分解为 j 个预测问题, 每个预测时域为 N , 如图 3 所示, $n = 2N + j - 1$, 其中 \mathbf{y} 和 \mathbf{u} 分别为

输出和输入数据. 在每一系统采样时刻更新窗口数据集就可以实现对子空间预测模型的在线求解^[17].

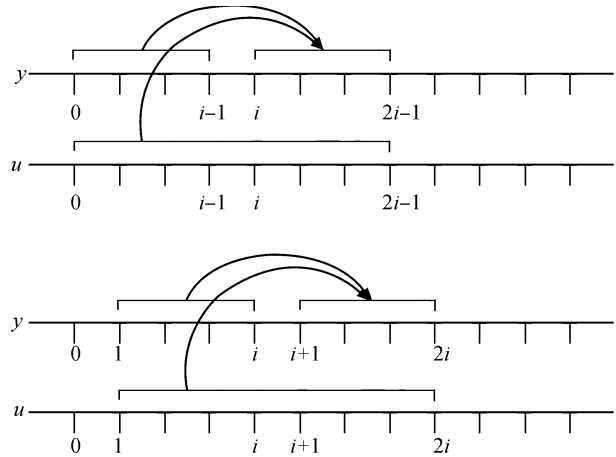


图 3 滚动窗口子空间辨识
Fig. 3 Implementation of receding window

构造数据矩阵:

$$Y_k = [\mathbf{y}_k \ \mathbf{y}_{k+1} \ \dots \ \mathbf{y}_{k+j-1}] \quad (10)$$

$$Z_{[k-p,k]} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{k-p}^c & \mathbf{u}_{k-p+1}^c & \dots & \mathbf{u}_{k-p+j-1}^c \\ \mathbf{y}_{k-p} & \mathbf{y}_{k-p+1} & \dots & \mathbf{y}_{k-p+j-1} \\ \mathbf{u}_{k-p+1}^c & \mathbf{u}_{k-p+2}^c & \dots & \mathbf{u}_{k-p+j}^c \\ \mathbf{y}_{k-p+1} & \mathbf{y}_{k-p+2} & \dots & \mathbf{y}_{k-p+j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{u}_{k-1}^c & \mathbf{u}_k^c & \dots & \mathbf{u}_{k+j-2}^c \\ \mathbf{y}_{k-1} & \mathbf{y}_k & \dots & \mathbf{y}_{k+j-2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

下标 p 表示“过去”时间, k 表示当前时刻, $[k-p, k]$ 表示 Z 矩阵第一列的时间索引范围, j 表示用于构造数据矩阵 Z 的列数目, 可得到矩阵关系 (12) 和 (13)^[18-19], 其中下标 f 表示“未来”时间:

$$\begin{bmatrix} Y_k \\ Y_{k+1} \\ \vdots \\ Y_{k+f-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Xi_0 \\ \Xi_1 \\ \vdots \\ \Xi_{f-1} \end{bmatrix} Z_{[k-p,k]} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ C[B \ K] & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C\Phi^{f-2}[B \ K] & \dots & C[B \ K] & 0 \end{bmatrix} Z_{[k,k+f]} + \begin{bmatrix} E_k \\ E_{k+1} \\ \vdots \\ E_{k+f-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \Xi_0 \\ \Xi_1 \\ \vdots \\ \Xi_{f-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\Phi^{p-1}[B \ K] & C\Phi^{p-2}[B \ K] & \dots & \dots & \dots & C[B \ K] \\ 0 & C\Phi^{p-1}[B \ K] & \dots & \dots & \dots & C\Phi[B \ K] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & C\Phi^{p-1}[B \ K] & \dots & C\Phi^{f-1}[B \ K] \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中, E_{k+i} 和 Y_{k+i} , $\forall i \in \{0, 1, \dots, f-1\}$ 分别为新息序列和输出序列, 其定义与式 (10) 中 Y_k 类似. 式 (12) 的一个重要属性是对于 $\forall i \in \{0, 1, \dots, f-1\}$, E_{k+i} 和 $Z_{[k,k+i]}$ 不相关, 从而得到其对于系统矩阵的估计是无偏的结论. 为了估计预估器输出, 考虑以下紧促形式:

$$Y_k = \Xi_0 Z_{[k-p,k]} + E_k \quad (14)$$

进而, Ξ_0 可通过求解以下最小二乘问题得到其估计值 $\hat{\Xi}_0$.

$$\hat{\Xi}_0 = \min_{\Xi_0} \|Y_k - \Xi_0 Z_{[k-p,k]}\|^2 \quad (15)$$

进而根据以下定理可构建出输出的预估值.

定理 1. 若闭环系统在时刻 k 之前内部稳定, 且 f 足够大使得 $\|\Phi^f\|_2 \leq 1$, 令

$$\hat{Y}_{[k,k+f]} = [\hat{\mathbf{y}}_k \hat{\mathbf{y}}_{k+1} \hat{\mathbf{y}}_{k+2} \cdots \hat{\mathbf{y}}_{k+f-1}]^T \quad (16)$$

$$\Gamma = [\Gamma_0 \Gamma_1 \Gamma_2 \cdots \Gamma_{f-1}]^T \quad (17)$$

$$\bar{Z}_{[k-p,k]} = [\mathbf{u}_{k-p}^c \mathbf{y}_{k-p} \cdots \mathbf{u}_{k-1}^c \mathbf{y}_{k-1}]^T \quad (18)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \Lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \Lambda_2 & \Lambda_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \Lambda_{f-1} & \Lambda_{f-2} & \cdots & \Lambda_1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{u}_{[k,k+i]}^c = [\mathbf{u}_k^c \mathbf{u}_{k+1}^c \mathbf{u}_{k+2}^c \cdots \mathbf{u}_{k+i-1}^c]^T \quad (20)$$

则未来输出可由以下关系式进行预测得到:

$$\hat{\mathbf{y}}_{[k,k+f]} = \Gamma \bar{Z}_{[k-p,k]} + \Lambda \mathbf{u}_{[k,k+i]}^c \quad (21)$$

其中, Γ 和 Λ 为期望的子空间预估器矩阵, 可由以下关系式构建:

$$\begin{cases} \Gamma_i = \hat{\Xi}_i + \sum_{j=0}^{i-1} \overline{C\Phi^{i-j-1}K}\Gamma_j \\ \Gamma_0 = \hat{\Xi}_0 \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} \Lambda_i = \overline{C\Phi^{i-1}B} + \sum_{j=0}^{i-1} \overline{C\Phi^{i-j-1}K}\Lambda_j \\ \Lambda_0 = \overline{CB} \end{cases} \quad (23)$$

其中, $\overline{C\Phi^j B}$ 和 $\overline{C\Phi^j K}$ ($j = 0, \dots, f-2$) 为预估矩阵 $\hat{\Xi}_0$ 的块元素, 且对于 $\forall i \in \{1, \dots, f-1\}$, 参数 $\hat{\Xi}_i$ 可通过式 (13) 由 $\hat{\Xi}_0$ 计算得到, 写成块元素形式:

$$\hat{\Xi}_i = [0_{l \times i(m+l)} \overline{C\Phi^{p-1}B} \overline{C\Phi^{p-1}K} \cdots \overline{C\Phi^i B} \overline{C\Phi^i K}] \quad (24)$$

式中, l 为向量 \mathbf{y}_k 的维数, m 为向量 \mathbf{u}_k^c 的维数.

证明. 略 (参见文献 [20]).

2.2 基于鲁棒最小二乘的不确定性子空间预估

基本子空间预测模型的求解主要包括 RQ 分解和 SVD 分解两步, 通过求解最小二乘问题 (15) 得到预测模型参数, 但在实际系统中测量数据可能会受到各种噪声的污染, 使得辨识得到的预测模型不能完全精确地描述实际系统. 因此为更好地建模被控系统, 提高预测估计性能, 本文采用鲁棒最小二乘方法将考虑范数有界不确定性的子空间预估问题转化为 min-max 问题进行求解, 使得控制分配算法对执行器模型不确定性具有更强的鲁棒性.

最小二乘问题 (15) 可通过转置变换为求解 $Z_{[k-p,k]}^T \Xi_0^T = Y_k^T$ 的最小二乘估计 $\hat{\Xi}_0^T$, 为了便于推导, 进行变量替换: 令 $Z_{[k-p,k]}^T = \Phi$, $\Xi_0^T = X$, $Y_k^T = \Psi$, 则有 $\Phi X = \Psi$, 考虑矩阵 Φ 和 Ψ 包含摄动项 $\Delta\Phi$ 和 $\Delta\Psi$ 时, 令 $\Delta = [\Delta\Psi \ \Delta\Phi]$, 且 $\|\Delta\| \leq \varepsilon$, 定义:

$$r(\Phi, \Psi, \varepsilon, X) = \max_{\|\Delta\Phi \ \Delta\Psi\| \leq \varepsilon} \|(\Phi + \Delta\Phi)X - (\Psi + \Delta\Psi)\| \quad (25)$$

若 \hat{X} 最小化最差残差量 r , 则称其为鲁棒最小二乘解^[21]. 因此, 将含有不确定性扰动的最小二乘估计问题描述成一个 min-max 优化问题, 即

$$\phi(\Phi, \Psi, \varepsilon) = \min_X \max_{\|\Delta\Phi \ \Delta\Psi\|_F \leq \varepsilon} \|(\Phi + \Delta\Phi)X - (\Psi + \Delta\Psi)\| \quad (26)$$

若 $\varepsilon = 0$, 则退化为标准的最小二乘问题. 对于 $\varepsilon > 0$, 有

$$\phi(\Phi, \Psi, \varepsilon) = \varepsilon \phi\left(\frac{\Phi}{\varepsilon}, \frac{\Psi}{\varepsilon}, 1\right) \quad (27)$$

以下讨论 $\varepsilon = 1$ 的情况, 其他情形类似^[22]. 对于 min-max 问题 (26), 有以下定理.

定理 2. 当 $\varepsilon = 1$ 时, min-max 问题 (26) 可转化为以下二阶锥规划问题 (Second order cone programming, SOCP)

$$\begin{aligned} \min \quad & \lambda \\ \text{s.t.} \quad & \|\Phi X - \Psi\| \leq \lambda - \tau, \quad \left\| \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \right\| \leq \tau \end{aligned} \quad (28)$$

其唯一解为

$$\hat{X} = \begin{cases} (\mu I + \Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \Psi, & \text{若 } \mu = \frac{\lambda - \tau}{\tau} > 0 \\ \Phi^\dagger \Psi, & \text{否则} \end{cases} \quad (29)$$

其中 (λ, τ) 为问题 (28) 的最优点.

$$\hat{\mathbf{x}}_0^T = \begin{cases} (\mu I + Z_{[k-p,k]} Z_{[k-p,k]}^T)^{-1} Z_{[k-p,k]} Y_k^T, & \text{若 } \mu = \frac{\lambda - \tau}{\tau} \\ (Z_{[k-p,k]}^T)^\dagger Y_k^T, & \text{否则} \end{cases} \quad (30)$$

证明. 限于篇幅, 证明过程省略.

根据定理 2, 可得到考虑范数有界不确定性的最小二乘问题 (15) 的鲁棒解 (30).

2.3 子空间预测动态控制分配

通过以上推导和分析, 本节将给出数据驱动子空间预测动态控制分配方法的算法步骤. 问题可描述为给定未来参考序列 $\mathbf{r}_f = [\mathbf{r}_{k+1} \ \mathbf{r}_{k+2} \ \cdots \ \mathbf{r}_{k+N_p}]$ 和输出预测序列 $\hat{\mathbf{y}}_f = [\hat{\mathbf{y}}_{k+1} \ \hat{\mathbf{y}}_{k+2} \ \cdots \ \hat{\mathbf{y}}_{k+N_p}]$, 寻找一个输入序列 $\mathbf{u}_f^c = [\mathbf{u}_k^c \ \mathbf{u}_{k+1}^c \ \cdots \ \mathbf{u}_{k+N_c-1}^c]$, 使得以下二次代价函数最小

$$J = W_v \|\mathbf{r}_f - \hat{\mathbf{y}}_f\|^2 + W_u \|\mathbf{u}_f^c\|^2 \quad (31)$$

其中, W_v, W_u 分别为控制误差和输入的权值矩阵, N_p 为预测时域, N_c 为控制时域, 通常希望执行机构偏转位于零位置附近, 因此增加控制增量作为优化目标函数, 则建立最优化目标函数:

$$J = W_v \|\mathbf{r}_f - \hat{\mathbf{y}}_f\|^2 + W_u \|\mathbf{u}_f^c\|^2 + W_{\Delta u} \|\Delta \mathbf{u}_f^c\|^2 \quad (32)$$

其中, $\Delta \mathbf{u}_f^c$ 为控制输入增量. 利用子空间预估器 (21) 可将 $\hat{\mathbf{y}}_f$ 表示成 \mathbf{u}_f^c 的函数:

$$\hat{\mathbf{y}}_f = \Gamma \bar{Z}_{[k-p,k]} + \Lambda E \mathbf{u}_f^c \quad (33)$$

其中

$$E = \begin{bmatrix} I_m & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & I_m & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & I_m \\ 0 & \cdots & 0 & I_m \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & I_m \end{bmatrix} \quad (34)$$

令

$$\Delta \mathbf{u}_f^c = S_\Delta \mathbf{u}_f^c - S_{\bar{Z}} \bar{Z}_{[k-p,k]} \quad (35)$$

其中

$$S_\Delta = \begin{bmatrix} I_m & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -I_m & I_m & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -I_m & I_m & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -I_m & I_m \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$S_{\bar{Z}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & I_m & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

将式 (33)~(37) 代入目标函数 (32), 忽略与 \mathbf{u}_f^c 无关的项, 可得到以下优化代价函数:

$$J(\mathbf{u}_f^c) = (\mathbf{u}_f^c)^T (W_v \|E\Lambda\|_2^2 + W_{\Delta u} \|S_\Delta\|_2^2 + W_u) \mathbf{u}_f^c + 2(\bar{Z}_{[k-p,k]}^T \Gamma^T W_v \Lambda E - r^T W_v \Lambda E - \bar{Z}_{[k-p,k]}^T S_{\bar{Z}}^T W_{\Delta u} S_\Delta) \mathbf{u}_f^c \quad (38)$$

引入控制量 \mathbf{u}_f^c , 控制增量 $\Delta \mathbf{u}_f^c$ 和预测输出估计 $\hat{\mathbf{y}}_f$ 的约束条件:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{\min} &\leq \mathbf{u}_f^c \leq \mathbf{U}_{\max} \\ \Delta \mathbf{U}_{\min} &\leq \Delta \mathbf{u}_f^c \leq \Delta \mathbf{U}_{\max} \\ \Delta \mathbf{Y}_{\min} &\leq \hat{\mathbf{y}}_f \leq \Delta \mathbf{Y}_{\max} \end{aligned} \quad (39)$$

根据关系式 (38) 和 (39), 整理可得到时刻 k 子空间预测动态控制分配的二次最优规划形式:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}_f^c} & J(\mathbf{u}_f^c) \\ \text{s.t.} & \Theta \mathbf{u}_f^c \leq \Omega \end{aligned} \quad (40)$$

其中

$$\Theta = \begin{bmatrix} I_{N_c m} \\ -I_{N_c m} \\ S_\Delta^T \\ -S_\Delta^T (\Lambda E)^T \\ -(\Lambda E)^T \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{\max}^T \\ -\mathbf{U}_{\min}^T \\ (\Delta \mathbf{U}_{\max} + S_{\bar{Z}} \bar{Z}_{[k-p,k]})^T \\ -(\Delta \mathbf{U}_{\min} + S_{\bar{Z}} \bar{Z}_{[k-p,k]})^T \\ (\mathbf{Y}_{\max} - \Gamma \bar{Z}_{[k-p,k]})^T \\ -(\mathbf{Y}_{\min} - \Gamma \bar{Z}_{[k-p,k]})^T \end{bmatrix} \quad (42)$$

动态控制分配问题在每一采样时刻进行优化问题 (40)~(42) 的求解, 因此考虑执行器动力学特性的子空间预测动态控制分配算法的一个循环流程可总结如下:

- 步骤 1. 输入 $p, f, W_v, W_u, W_{\Delta u}, \mathbf{U}_{\max}, \mathbf{U}_{\min}$;
 步骤 2. 上层控制器给出当前时刻的期望伪控制指令 \mathbf{v}_k^c ;
 步骤 3. 令 $k \leftarrow k + 1$, 确定当前输出 \mathbf{y}_k ;
 步骤 4. 用即时输入输出数据更新数据矩阵 (10) 和 (11);
 步骤 5. 根据式 (30) 计算得到鲁棒估计 $\hat{\Xi}_0^{(k)}$;
 步骤 6. 根据式 (22) 和 (23) 更新预估矩阵 Γ 和 Λ ;
 步骤 7. 求解约束优化问题 (40)~(42), 得到当前采样时刻的控制输入并施加到被控系统;
 步骤 8. 根据预测控制滚动优化策略, 在下一采样时刻采集新的输入输出数据.

3 仿真实例

本节以多操纵面飞机 ADMIRE 模型为对象, 对本文方法和传统方法进行性能比较研究.

3.1 ADMIRE 模型

ADMIRE 是瑞典防卫研究机构开发的非线性六自由度战斗机仿真模型^[23]. 其操纵面布局如图 4 所示. 分别为左右鸭翼、左右外升降副翼、左右内升降副翼、方向舵以及矢量引擎、前缘襟翼等. 本文考虑的控制面为 $(\delta_{lc}, \delta_{rc}, \delta_{loe}, \delta_{roe}, \delta_{lie}, \delta_{rie}, \delta_r)$, 可组合为鸭翼、外升降副翼、内升降副翼和方向舵 4 组, 偏转位置的约束范围如表 1 所示.

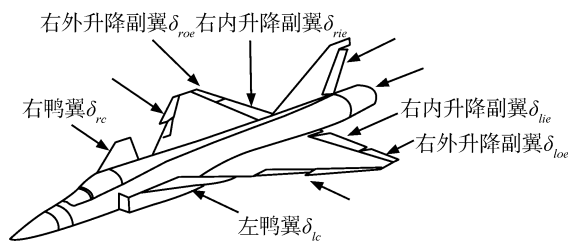


图 4 ADMIRE 飞机操纵面配置

Fig. 4 Control surface configuration in ADMIRE

表 1 操纵面偏转位置约束

Table 1 Constraints of control surfaces

操纵面	位置下限	位置上限
左、右鸭翼	-55°	25°
左、右外升降副翼	-30°	30°
左、右内升降副翼	-30°	30°
方向舵	-30°	30°

3.2 性能比较

将本文算法与级联广义逆 (Cascaded generalized inverse, CGI) 算法^[24] 和模型预测控制分配算

法 (MPC)^[12] 进行比较. 上层控制器产生的伪控制指令为滚转、俯仰和偏航三轴上的无量纲气动系数: C_l, C_m, C_n , 飞行仿真频率设为 50 Hz, SPC 控制器频率为 10 Hz, 本文算法的相关参数设置为: $p = 20$, $f = 10$, 式 (11) 中 $j = 1000$. 进行以下两种情况的仿真实验: 1) 执行器动力学模型为具有幅值和速率限制的二阶系统, 无不确定性干扰, 假设阻尼为 0.7, 考察自然频率分别为 20 Hz、15 Hz、10 Hz 和 5 Hz 的情形; 2) 相同条件下但执行器动力学模型存在不确定性干扰. 以三轴向指令跟踪的均方差作为性能指标, 各种自然频率条件的性能如表 2 和表 3 所示, 由表 2 可知不考虑执行器模型不确定性时在自然频率较高时, 三种分配算法均能得到较好的性能, 随着自然频率的降低, CGI 方法误差逐渐增大, 而 MPC 和本文算法均有较好的分配精度; 当考虑执行器模型不确定性时, MPC 算法由于对模型依赖程度较高而出现模型失配导致误差增大, 而本文方法对于执行器模型不确定性具有较好的鲁棒性, 具有很好的适应性和分配性能.

自然频率为 5 Hz 时, 两种情况下三种算法的仿真结果如图 5~10 所示. 图 5 表明考虑带宽较小的执行器动力学特性时, 传统静态控制分配方法趋于振荡收敛但振幅较大, 而考虑执行器动力学特性的 MPC 和 SPC 方法跟踪性能得到了有效提高. 图 6 所示为情况 1) 条件下的舵面偏转响应, 都能满足约束条件, 但传统 CGI 算法振荡频率较大. 图 7 所示为情况 1) 时三种算法的跟踪误差比较. 图 8 所示为考虑系统不确定性的控制分配结果, 传统 CGI 算法的控制回路趋向于不稳定, 而基于 MPC 和 SPC 的算法具有较稳定的跟踪性能, 但 MPC 算法由于系统不确定性导致的模型失配使得跟踪误差较大, 而直接基于数据驱动的 SPC 算法能够保持较高的跟踪性能和精度. 图 9 所示为三种方法的舵面偏转响应, 可以看出, 考虑执行器动力学模型不确定性时, 传统算法不能保证总是满足约束条件且是不稳定的. 图 10 为考虑模型不确定性时的跟踪误差.

4 结论

本文基于子空间辨识和预测控制理论为过驱动系统设计了一种考虑执行器动力学特性的动态控制分配新方法, 基于鲁棒最小二乘理论提高了子空间预估器对于不确定性干扰的鲁棒性能. 结合预测控制理论框架, 进行考虑执行器动力学特性的鲁棒最优控制分配, 该方法适用于解决执行机构动力学不可忽略的多维冗余系统的控制分配问题, 并能在执行器模型存在不确定性误差扰动的情况下实现约束控制量的最优分配. 多操纵面飞机的最优控制分配仿真实验体现了本文方法的优良性能.

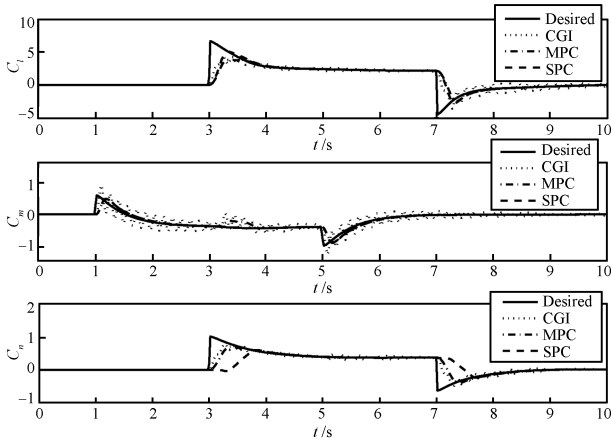


图5 情况1)的指令跟踪性能

Fig.5 Performance comparison of Case 1

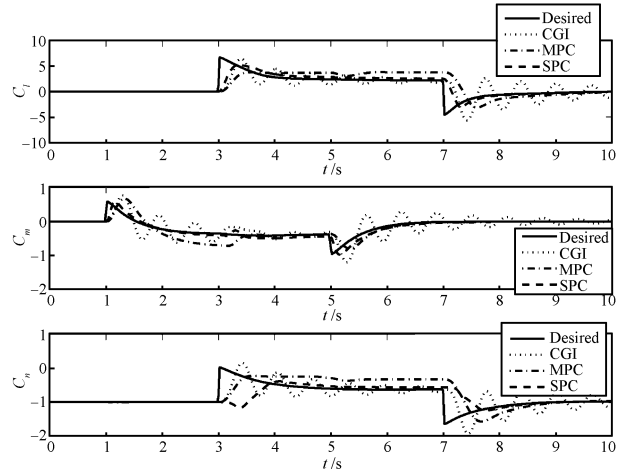


图8 情况2)的指令跟踪性能

Fig.8 Performance comparison of Case 2

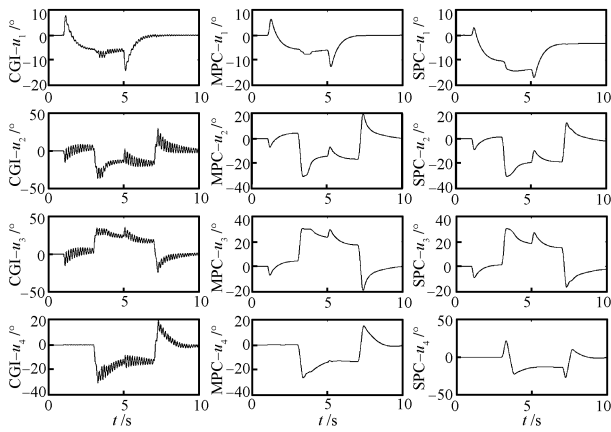


图6 情况1)的舵面偏转

Fig.6 Control surface deflections of Case 1

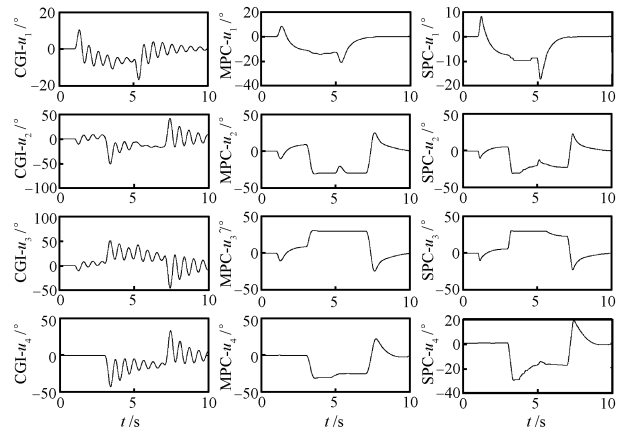


图9 情况2)的舵面偏转

Fig.9 Control surface deflections of Case 2

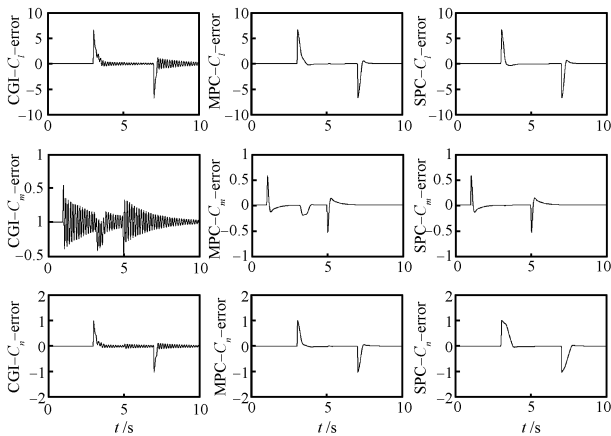


图7 情况1)的跟踪误差

Fig.7 Errors of Case 1

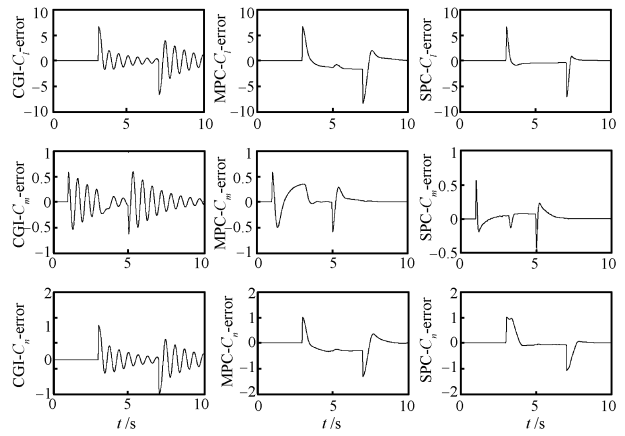


图10 情况2)的跟踪误差

Fig.10 Errors of Case 2

表 2 模型精确时不同自然频率下的性能比较

Table 2 Performance comparison without model uncertainties

ω_n (Hz)	Mean squared error		
	CGI	MPC	SPC
20	[1.31 0.09 0.02]	[0.94 0.006 0.03]	[0.91 0.006 0.03]
15	[3.71 0.12 0.42]	[1.79 0.097 0.23]	[1.90 0.089 0.16]
10	[6.15 0.91 1.24]	[2.11 0.49 0.61]	[2.25 0.54 0.47]
5	[6.71 2.58 2.26]	[2.48 0.61 0.76]	[2.61 0.72 0.74]

表 3 模型存在不确定性时不同自然频率下的性能比较

Table 3 Performance comparison with model uncertainties

ω_n (Hz)	Mean squared error		
	CGI	MPC	SPC
20	[2.31 0.14 0.05]	[1.64 0.02 0.13]	[1.21 0.01 0.07]
15	[4.93 0.64 0.73]	[2.19 0.15 0.83]	[2.13 0.11 0.28]
10	[6.52 1.98 2.53]	[3.57 0.89 1.41]	[2.75 0.76 0.77]
5	[8.71 3.67 3.51]	[5.78 1.91 2.56]	[2.91 0.91 1.04]

References

- Alwi H, Edwards C H. Fault tolerant control using sliding modes with on-line control allocation. *Automatica*, 2008, **44**(7): 1859–1866
- Liao F, Lum K Y, Wang J L. Constrained control allocation for linear systems with internal dynamics. In: Proceedings of the 17th World Congress on International Federation of Automatic Control. Coex, Korea: Elsevier, 2008. 3092–3097
- Ma J J, Li W Q, Zheng Z Q, Hu D W. Robust reconfigurable flight control based on control reallocation for a tailless aircraft. In: Proceedings of the 2nd International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics. Shenzhen, China: IEEE, 2008. 1–6
- Zhang Y M, Rabbath C A, Su C Y. Reconfigurable control allocation applied to an aircraft benchmark model. In: Proceedings of American Control Conference. Seattle, USA: IEEE, 2008. 1052–1057
- Johansen T A, Fuglset T P, Tondel P, Fossen T I. Optimal constrained control allocation in marine surface vessels with rudders. *Control Engineering Practice*, 2008, **16**(4): 457–464
- Johannes T, Johansen T A. Adaptive control allocation. *Automatica*, 2008, **44**(11): 2754–2765
- Wang J M, Solis J M, Longoria R G. On the control allocation for coordinated ground vehicle dynamics control systems. In: Proceedings of American Control Conference. New York, USA: IEEE, 2007. 5724–5729
- Schofield B, Hagglund T. Optimal control allocation in vehicle dynamics control for rollover mitigation. In: Proceedings of American Control Conference. Seattle, USA: IEEE, 2008. 3231–3236
- Yu J C, Zhang A Q, Wanf X H, Wu B J. Adaptive neural network control with control allocation for a manned submersible in deep sea. *China Ocean Engineering*, 2007, **21**(1): 147–162
- Doman D B, Oppenheimer M W. Improving control allocation accuracy for nonlinear aircraft dynamics. In: Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Monterey, USA: AIAA, 2002. 445–504
- Luo Y, Serrani A, Yurkovich S, Doman D B, Oppenheimer M W. Dynamic control allocation with asymptotic tracking of time-varying control input commands. In: Proceedings of American Control Conference. Boston, USA: IEEE, 2005. 2098–2103
- Luo Y, Serrani A, Yurkovich S, Doman D B, Oppenheimer M W. Model predictive dynamic control allocation with actuator dynamics. In: Proceedings of American Control Conference. Washington D. C., USA: IEEE, 2004. 1695–1700
- Luo Y, Serrani A, Yurkovich S, Oppenheimer M W, Doman D B. Model predictive dynamic control allocation scheme for reentry vehicles. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, **30**(1): 100–113
- Vermillion C, Sun J, Butts K. Model predictive control allocation for overactuated systems—stability and performance. In: Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, USA: IEEE, 2007. 1251–1256
- van Wingerden J W, Verhaegen M. Subspace identification of bilinear and LPV systems for open and closed-loop data. *Automatica*, 2009, **45**(2): 372–381
- Qin S J, Lin W L, Ljung L. A novel subspace identification approach with enforced canonical models. *Automatica*, 2005, **41**(12): 2043–2053

- 17 Yang Hua, Li Shao-Yuan. A novel recursive MOESP subspace identification algorithm based on forgetting factor. *Control Theory and Applications*, 2009, **26**(1): 69–72
(杨华, 李少远. 一种新的基于遗忘因子的递推子空间辨识算法. *控制理论与应用*, 2009, **26**(1): 69–72)
- 18 Chiuso A. The role of vector autoregressive modeling in predictor-based subspace identification. *Automatica*, 2007, **43**(6): 1034–1048
- 19 Chiuso A. On the relation between CCA and predictor-based subspace identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(10): 1795–1812
- 20 Dong J F, Verhaegen M, Holweg E. Closed loop subspace predictive control for fault tolerant MPC design. In: Proceedings of the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control. Seoul, Korea: IFAC, 2008. 3216–3221
- 21 Ra W S, Whang I H, Ahn J Y, Park J B. Recursive robust least squares estimator for time-varying linear systems with a noise corrupted measurement matrix. *IET Control Theory and Applications*, 2007, **1**(1): 104–112
- 22 El Ghaoui L, Lebret H. Robust solutions to least squares problems with uncertain data. *SIAM Journal of Matrix Analysis and Applications*, 1997, **18**(4): 1035–1064
- 23 Forssell L, Nilsson U. ADMIRE the Aero-Data Model in a Research Environment Version 4.0, Model Description, Technical Report FOI-R-1624-SE, Swedish Defence Agency (FOI), Sweden, 2005
- 24 Bordignon K. Constrained Control Allocation for Systems with Redundant Control Effectors [Ph. D. dissertation], Virginia Polytechnic Institute and State University, USA, 1996



马建军 国防科学技术大学机电工程与自动化学院博士研究生. 主要研究方向为控制分配和容错控制. 本文通信作者.
E-mail: mjjcll@yahoo.com.cn

(**MA Jian-Jun** Ph. D. candidate at the College of Mechatronics and Automation, National University of Defense Technology. His research interest covers control allocation and fault tolerant control. Corresponding author of this paper.)



郑志强 国防科学技术大学教授. 主要研究方向为精确制导与控制, 多机器人协作控制技术.

E-mail: xyzheng@sohu.com

(**ZHENG Zhi-Qiang** Professor at National University of Defense Technology. His research interest covers precision guidance and control, and multi-robot coordination control.)



胡德文 国防科学技术大学教授. 主要研究方向为图像处理, 系统辨识与控制, 神经网络, 脑功能成像分析和认知科学.

E-mail: dwhu@nudt.edu.cn

(**HU De-Wen** Professor at National University of Defense Technology. His research interest covers image processing, system identification and control, neural networks, functional brain image analysis, and cognitive science.)