

多时标分散预测控制算法

陈绍绵¹ 赵均¹ 钱积新¹

摘要 针对一类各通道动态响应时间呈现较大差异的复杂大系统的控制问题, 提出了一种基于不同时标和分散通信模式下的预测控制算法. 该算法考虑了各个子系统的快慢特性和耦合关系, 采用纳什最优的思想, 并利用多时标信息预估方法实现整个系统的优化控制. 仿真实例验证了该算法的有效性.

关键词 多时标, 分散控制, 预测控制, 纳什最优
中图分类号 TP273

Multi-timescale Decentralized Predictive Control Algorithm

CHEN Shao-Mian¹ ZHAO Jun¹ QIAN Ji-Xin¹

Abstract To solve the control problem of complicated large-scale system with obvious difference in the dynamic response at each channel, a method based on multi-timescale and decentralized communication mode is presented. The multi-timescale prediction is supposed to cooperate with the dynamics and coupled relation of each subsystem, and the decentralized control scheme based on Nash optimization is used to control the entire system in the algorithm. A simulation example is given to illustrate the effectiveness.

Key words Multi-timescale, decentralized control, predictive control, Nash optimization

1 引言

预测控制作为处理复杂过程问题最有效的控制技术之一, 在工业现场中得到了广泛的应用^[1]. 然而, 预测控制在线求解的计算规模与控制时域的长度和输入变量的维数有关, 当控制时域较长或问题规模很大时, 如果采用集中式控制方法, 其在线求解的计算量往往很大, 这就限制了预测控制只能应用到规模较小的慢采样过程^[2]. 对于实际系统中大量规模庞大、动态特性快慢相差悬殊的复杂大系统, 以系统的全部信息构成控制律的集中控制方式, 有时是难以实现的. 此时, 若采用分布式或者分散控制策略则是非常有效的^[3].

许多学者已在复杂大系统的分布式或分散预测控制中进行了研究^[4~7], 提出了通过使用合适的协调方法(如增量拉格朗日算法)或预测策略和通信措施将集中式的大规模在线优化问题分解成一系列子问题的计算问题, 降低了问题的规模和复杂性. 但这些算法无一例外的都是基于同一时标下的算法, 求解决策过程中仍将受限于慢采样过程, 难以处理动态特性快慢相差悬殊的复杂大系统的控制.

为此, 本文针对一类快慢特性混杂的动态大系统, 提出了一种多时标分散预测控制算法, 既可以针对每个子系统的快慢特点采取相应的控制策略实现局部控制目标, 又通过引入分散控制概念, 把一个动态大规模问题分解成一系列小规

模耦合的动态子问题, 利用通信和协调实现对整个系统的满意控制, 从而有效地降解了解决问题规模, 提高了效率.

2 动态大系统的分散控制

2.1 大规模问题的分解

在分散控制中, 首先需要将动态大规模问题(DP)分解成 N 个小规模子问题集 $\{DP_i | i = 1, \dots, N\}$, 再把每个子问题交由不同的控制器处理. 因此, 可将分配给第 i 个控制器的动态问题 DP_i 描述成以下的形式

$$DP_i : \min J_i(x_i, u_i; \{U_q\})$$
$$\text{s.t.} \begin{cases} G_i(x_i, u_i; \{U_q\}) \leq 0 \\ H_i(x_i, u_i; \{U_q\}) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\{U_q\} = \underbrace{\{u_1, \dots, u_j, \dots, u_N\}}_q, j = 1, \dots, N, j \neq i,$

$q \leq N - 1$ 是与该子系统有强关联作用的 q 个子系统的影响, 忽略了系统中剩余其他子系统微弱的相互作用, 记为邻域作用; J_i 是第 i 个子系统的性能指标, G_i 和 H_i 是第 i 个子系统相应的约束.

为使子问题的分解最具效率, 应该针对大规模系统的特点采用适当的分散算法, 并满足以下条件:

- 1) $\dim(DP_i) \ll \dim(DP)$, 每个子问题 DP_i 的决策变量和约束要比全局问题少得多;
- 2) $U_q \dim(C_{iq}) \ll \dim(DP)$, 每个子问题 DP_i 仅和少数的其他子问题强耦合关联, 其中, C_{iq} 表示为子系统变量和约束之间的耦合关系, 下标 q 指与 DP_i 关联较强的子问题;
- 3) $U_i \dim(DP_i) = DP, U_i G_i = G, U_i H_i = H$, 要求各个子系统处理每一决策变量和约束, 其中, G 和 H 为原系统的全部约束.

2.2 通信迭代

由式(1)可以看出, 每个子系统在求解各自的子问题的每一时刻, 均需要知道其他子系统的控制作用 u_j , 然后才能求出自身的最优解. 因此, 需要提供一个通信网络允许每个子系统处理交互信息: 在每一决策时刻, 每个子系统向其他子系统发送其自身的状态信息, 并通过通信从其他子系统中得到所需的其他信息, 然后求出该时刻下的最优解. 在考虑到其他子系统的利益(合作或竞争)的前提下, 每个子系统可能连续地修改自身的决策, 从而构成一系列的迭代过程. 在满足定理 1^[8]的前提下, 子系统的迭代过程将产生一系列的最优解集, 并收敛到一个全局最优解, 如纳什最优解.

2.3 纳什最优(Nash optimization)概念^[9]

纳什最优解是指这样一组控制作用 $u^* = (u_1^*, \dots, u_N^*)$, 对于一切 $u_i, i = 1, \dots, N$ 都有

$$J_i(x_i, u_i^*; \{u_1^*, \dots, u_j^*, \dots, u_N^*\}) \leq J_i(x_i, u_i; \{u_1^*, \dots, u_j^*, \dots, u_N^*\}), j = 1, \dots, N, j \neq i \quad (2)$$

纳什最优解反映了所有分散控制器通过竞争达到的平衡, 此时各分散控制器都达到了这一条件下所能获得的最优局部目标, 进一步改变 u_i 只会使 J_i 变坏.

若有 N 个子控制器, 各自的子目标为 $J_i, i = 1, \dots, N$, 则通过求解以下方程可得到纳什最优解 $u_i^*, i = 1, \dots, N$.

$$\min_{u_i} J_i |_{u_j^*, j=1, \dots, N, j \neq i} \quad (3)$$

收稿日期 2006-5-15 收修改稿日期 2006-9-8
Received May 15, 2006; in revised form September 8, 2006
国家自然科学基金(60504004)资助
Supported by National Natural Science Foundation of China(60504004)
1. 浙江大学工业控制研究所 杭州 310027
1. Institute of Industrial Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027
DOI: 10.1360/aas-007-0993

纳什优化过程就是系统中每个子系统求解自身的优化命题时,都假定已知其他子系统的纳什最优解前提下求出自身的纳什最优解.

3 多时标分散预测控制算法

对于由 N 个子系统组成的大规模离散系统,可用以下的输入输出形式来描述

$$\mathbf{Y}(k+1) = f(\mathbf{Y}(k), \Delta u_1(k), \dots, \Delta u_N(k)) \quad (4)$$

其中, $\mathbf{Y}(k) = [y_1 \dots y_N]^T$ 为系统的输出, $\Delta u_i(k)$ 为第 i 个子系统的控制输入增量, f 为系统输入输出映射函数. 在 k 时刻,系统未来 P 个时刻的预测输出方程可写成

$$\mathbf{Y}_{PM}(k) = \mathbf{F}(\mathbf{Y}_{P0}(k), \Delta u_{1,M}(k), \dots, \Delta u_{N,M}(k)) \quad (5)$$

其中, P 为预测时域, M 为控制时域, $\mathbf{Y}_{PM}(k) = [Y^T(k+1|k) \dots Y^T(k+P|k)]^T$ 和 $\mathbf{Y}_{P0}(k) = [Y_0^T(k+1|k) \dots Y_0^T(k+P|k)]^T$ 分别为未来 P 个时刻系统的输出预测值和 k 时刻的初始预测值, $\Delta u_{i,M}(k) = [\Delta u_{i,M}^T(k|k) \dots \Delta u_{i,M}^T(k+M-1|k)]^T$ 为第 i 个子系统在将来 M 个时刻的控制增量, $\mathbf{F} = [f^T \dots f^T]^T, i = 1, \dots, N$.

根据分散控制的思想,将 MPC 应用于每个子问题,假设性能指标对于各个子系统是加性可分的,即 $J = \sum_{i=1}^N J_i$, 则可将每个子系统的局部性能指标取作

$$J_i = \sum_{j=1}^P L_i(y_i(k+j|k), \Delta u_{i,M}(k)) \quad (6)$$

第 i 个子系统的预测输出为

$$y_{i,PM}(k) = f_i(y_{i,P0}(k), \Delta u_{i,M}(k); \{\Delta U_{q,M}(k)\}) \quad (7)$$

其中,

$$\{\Delta U_{q,M}(k)\} = \underbrace{\{\Delta u_{1,M}(k), \dots, \Delta u_{j,M}(k), \dots, \Delta u_{N,M}(k)\}}_q$$

$j = 1, \dots, N, j \neq i, q \leq N-1$ 则是通过通信网络获得的 q 个邻域作用. 这样,整体系统的性能指标就被分解到各个子系统中,整体优化问题就转换为 N 个子系统的优化问题. 将纳什最优思想引入到预测控制的分散通信网络中求解,即每一子系统均在假定已知其他子系统最优解 $\Delta u_{i,M}^*(k)$ 的前提下,根据自身的优化目标求解控制决策变量 $\Delta u_{i,M}(k)$, 则第 i 个子系统的优化问题为

$$\begin{aligned} & \min_{\Delta u_{i,M}(k)} J_i | \Delta U_{q,M}^*(k) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} y_{i,PM}(k) = f_i(y_{i,P0}(k), \Delta u_{i,M}(k); \{\Delta U_{q,M}^*(k)\}) \\ \Delta u_{i,\min}(k) \leq \Delta u_i(\cdot) \leq \Delta u_{i,\max} \\ u_{i,\min}(k) \leq u_i(\cdot) \leq u_{i,\max} \\ y_{i,\min} \leq y_i(\cdot) \leq y_{i,\max} \end{cases} \quad (8) \end{aligned}$$

其中,

$$\{\Delta U_{q,M}^*(k)\} = \underbrace{\{\Delta u_{1,M}^*(k), \dots, \Delta u_{j,M}^*(k), \dots, \Delta u_{N,M}^*(k)\}}_q$$

$j = 1, \dots, N, j \neq i, q \leq N-1$.

3.1 多时标信息预估

由于大规模系统的内部结构非常复杂,有必要针对各个子系统不同的快慢特性而采用相应的采样时间,快系统采取

小步长的时间间隔,慢系统采取大步长的时间间隔. 但是由于时标的不同,快系统会由于慢系统采用大的采样步长而在快慢时标不重合的时刻点丢失慢系统的实际状态信息. 因此,必须采取适当的预测措施加以弥补.

在模型预测中,假定在某个时刻施加一个 $\Delta u(k)$ 的控制作用之后,控制量不再发生变化,则未来 P 个时刻的模型输出预测值是过去所有时刻的控制作用累积的结果,即

$$y(k+i|k) = y_0(k+i|k) + \alpha_i \Delta u(k), i = 1, \dots, P \quad (9)$$

其中, $y_0(k+i|k)$ 表示 k 时刻在只有 k 时刻之前控制作用下 $k+i$ 时刻的输出预测初值, α_i 为模型参数. 从这个原理出发,可以将慢系统的大步长分割成一系列与快系统步长同长度的时间段(虚拟时标),若假设预测初值 $y_0(k+i|k)$ 和模型参数 α_i 都不变,那么其中每个时间点的控制增量 $\Delta u^{w+d}(k)$ 仅与大步长时刻点的控制增量 $\Delta u(k)$ 有关. 由于采样步长相比与系统稳定时间很小,因此可以将 $\Delta u^{w+d}(k)$ 近似为大步长时刻点 $\Delta u(k)$ 的线性函数,即

$$\Delta u^{w+d}(k) = \frac{\Delta u(k) * d}{D}, d = 1, \dots, D-1 \quad (10)$$

其中 D 为快慢系统间的采样时间比. 这样,快系统也可以通过通信得到慢系统在虚拟时标的预测控制值 $\Delta u^{w+d}(k)$.

假设各子系统多时标输入作用加性可分,可将第 i 个快系统的预测输出分为两项,即

$$\begin{aligned} y_{i,PM}(k) &= f_i^1(y_{i,P0}(k), \Delta u_{i,M}(k); \Delta u_{1,M}(\bar{k}), \dots, \\ & \quad \Delta u_{j,M}(\bar{k}), \dots, \Delta u_{N,M}(\bar{k})) + \\ & \quad f_i^2(y_{i,P0}(k), \Delta u_{i,M}(k); \Delta u_{1,M}^{w+d}(\bar{k}), \dots, \\ & \quad \Delta u_{j,M}^{w+d}(\bar{k}), \dots, \Delta u_{N,M}^{w+d}(\bar{k})) \\ &= y_{i,PM}^1(k) + y_{i,PM}^2(k), j = 1, \dots, q, j \neq i \end{aligned} \quad (11)$$

其中, k 为快系统的采样时刻, \bar{k} 为慢系统的采样时刻,第 1 部分 $y_{i,PM}^1(k)$ 是由第 i 个快系统及与它有强耦合关联的 q 个子系统在实际时刻的控制增量序列的作用结果;第 2 部分 $y_{i,PM}^2(k)$ 是与第 i 个快系统有强耦合关联的 q 个子系统在虚拟时刻的控制增量序列的作用结果. 第 i 个慢系统的预测输出则不变,等价于式 (11) 中的第一项,即

$$\begin{aligned} y_{i,PM}(\bar{k}) &= f_i(y_{i,P0}(\bar{k}), \Delta u_{i,M}(\bar{k}); \Delta u_{1,M}(\bar{k}), \dots, \\ & \quad \Delta u_{j,M}(\bar{k}), \dots, \Delta u_{N,M}(\bar{k})), j = 1, \dots, q, j \neq i \end{aligned} \quad (12)$$

在快慢时标重合的决策时刻,每个快慢子系统通过网络相互通报各自的控制策略,并分别预测出式 (11) 中第一项和式 (12) 的控制结果;同时,通过多时标预估,快系统获取慢系统在虚拟时刻的控制策略,构成式 (11) 中第二项的控制结果. 在快慢时标不重合的决策时刻,快系统更新慢系统在前一时刻延续下来的控制策略,并单独进行自身的优化求解.

3.2 算法描述

步骤 1. 初始化: 根据各子系统不同的快慢特性,分别采用相应的采样时间;并选取具有最小采样时间的快系统作为基准时刻.

步骤 2.1. 通信和多时标预估: 在 k 时刻,如果该时刻恰好是快慢时标重合的决策点,则每个快慢子系统分别向其他子系统发送控制增量的预测值 $\Delta \bar{u}_{i,M}(k)$;同时,通过多时标预估,每个慢系统还需向其他控制器发送控制增量的预估

$\Delta \bar{u}_{i,M}^{w+d}(k)$. 如果该时刻不是快慢时标重合的决策点, 则快系统更新慢系统在前一采样时刻延续下来的控制策略.

步骤 2.2. 邻域形成: 每个子系统从其他子系统中收集所需的邻域信息 $\Delta U_{q,M}(k)$.

步骤 3. 优化: 在各自的采样决策时刻, 快慢子系统分别独立求解各自的预测控制优化子问题 (8), 得到本次迭代的最优解 $\Delta u_{i,M}(k)$.

步骤 4. 迭代: 检查该时刻所有进行控制决策作用的子系统的预估迭代收敛条件是否满足, 即对给定的精度 $\varepsilon_i, i = 1, \dots, \bar{N}, \bar{N} \leq N$, 如果迭代收敛条件 $\|\Delta u_{i,M}(k) - \Delta \bar{u}_{i,M}(k)\| \leq \varepsilon_i$ 均成立, 则令 $\Delta u_{i,M}^*(k) = \Delta u_{i,M}(k)$, 迭代计算结束, 转步骤 5; 否则更新 $\Delta \bar{u}_{i,M}(k)$, 令 $\Delta \bar{u}_{i,M}(k) = \Delta u_{i,M}(k)$, 返回步骤 2.

步骤 5. 执行: 各控制器计算其相应的即时最优控制作用 $\Delta u_i^*(k) = [I \dots 0] \Delta u_{i,M}^*(k)$, 并将其作用于相应的各个子系统中.

步骤 6. 滚动: 令 $k = k + 1$, 返回步骤 2, 移位至下一个时刻, 重复上述过程.

4 仿真实例

带有侧线抽出的精馏塔模型中, 开环操作时侧线温度的动态响应速度远远慢于塔顶温度和塔底温度的响应速度. 由于各通道之间的时间常数相差太大, 采用同一时标的方法设计分散控制器, 或局限于慢系统的控制要求而忽略了快系统的抗干扰性和灵敏性, 或局限于快系统的动态性能而影响了慢系统的计算效率和实时性, 二者无法兼顾. 这时可以考虑根据系统快慢特性的不同设计多时标分散控制器, 实现次优控制.

式 (13) 为通过辨识得到的具有侧线抽出的精馏塔模型

$$\begin{bmatrix} cv_1 \\ cv_2 \\ cv_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-0.14e^{-10s}}{34.8s+1} & \frac{0.12e^{-s}}{4.7s+1} & \frac{0.06e^{-s}}{5s+1} \\ \frac{-13.4e^{-15s}}{118s+1} & \frac{30.4e^{-7s}}{12.1s+1} & \frac{28e^{-3.5s}}{66.7s+1} \\ \frac{-2.78e^{-12s}}{29.3s+1} & \frac{2.52e^{-6s}}{3.7s+1} & \frac{3.1e^{-s}}{25s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} mv_1 \\ mv_2 \\ mv_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中, cv_1 表示塔顶温度, cv_2 表示侧线温度, cv_3 表示塔底温度, mv_1 表示回流量, mv_2 表示侧线流量, mv_3 表示载热体流量.

由式 (13) 中可以看出, cv_2 侧线温度的物理特性 (时间常数和稳态增益) 远大于其他两个通道, 采用分散预测控制算法, 应考虑根据系统主通道快慢特性来分别设计, 可以将其分解为两个子系统.

子系统 1 (快): $G_1(x) = \frac{30.4e^{-7s}}{12.1s+1}$

$$\text{子系统 2 (慢): } G_2(x) = \begin{bmatrix} \frac{-0.14e^{-10s}}{34.8s+1} & \frac{0.06e^{-s}}{5s+1} \\ \frac{-2.78e^{-12s}}{29.3s+1} & \frac{3.1e^{-s}}{25s+1} \end{bmatrix}$$

其中, $G_1(x)$ 是指 $mv_2 - cv_2$ 的主通道传递函数, $G_2(x)$ 是指 mv_1, mv_3, cv_1, cv_3 之间的传递函数阵.

在仿真中采用的参数如下: 快慢系统的采样时间分别为 20 s 和 40 s, 即采样周期比为 2, 预测时域 P 均为 20, 控制时域 M 分别为 6 和 3, 误差权矩阵 Q 分别为 1 和 [1.5 1], 控制

权矩阵 R 分别为 1 和 [0.8 1], 误差精度 ε_i 均为 0.01. 系统的期望输出设定值为 (1 0.5 2), 仿真时间为 4800 s, 从第 2400 s 后, 将 cv_3 的期望设定值从 2 变为 1, 仿真结果如图 1 所示. 从图中可以看出, 每一子系统输出均能很好地跟踪期望的设定值, 较好地满足了各自系统的快慢特性.

在上述期望值变化下, 对忽略多时标预估的预测控制算法与本文的控制算法进行比较. 图 2 给出了快系统的输出 cv_2 的变化, 图中实线为忽略多时标预估算法的控制效果, 虚线为本文算法的控制效果. 可以看出, 快系统输出的波动得到了有效的抑制, 控制效果得到了较大改善.

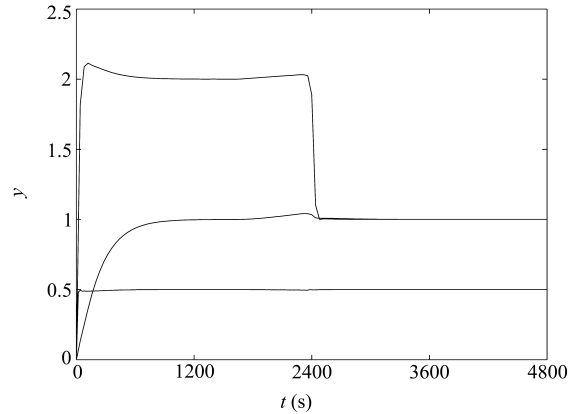


图 1 各子系统的输出

Fig.1 Output of each subsystem

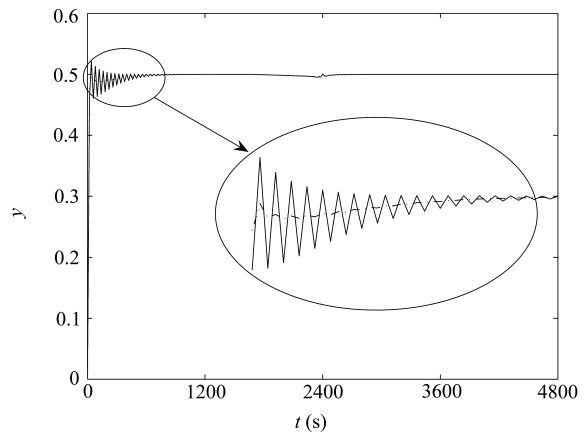


图 2 快系统的输出

Fig.2 Output of fast subsystem

5 结论

本文提出的多时标分散预测控制算法可以有效地应用于复杂大规模系统的控制, 被分解出来的子系统可以根据自身系统的快慢特性, 独立地采取相应的控制周期和策略, 具有较好的控制性能.

References

1 Morari M, Lee J H. Model predictive control: past, present and future. *Computers and Chemical Engineering*, 1999, **23**(4): 667~682

- 2 Zheng A. Reducing on-line computational demands in model predictive control by approximating QP constraints. *Journal of Process Control*, 1999, **9**(4): 279~290
- 3 Siljak D D. Decentralized control and computations: status and prospects. *Annual Reviews in Control*, 1996, **20**: 131~141
- 4 Acar L. Some examples for the decentralized receding horizon control. In: Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control. IEEE, 1992. 1356~1359
- 5 Fawal H E, Georges D, Bornard G. Optimal control of complex irrigation systems via decomposition-coordination and the use of augmented Lagrangian. In: Proceedings of 1998 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. IEEE, 1998. 3874~3879
- 6 Sawadogo S, Faye R M, Malaterre P O, Mora-Camino F. Decentralized predictive controller for delivery canals. In: Proceedings of 1998 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. IEEE, 1998. 3880~3884
- 7 Du Xiao-Ning. Study and Analysis on New Optimization Strategy of Predictive Control [Ph.D. dissertation], Shanghai Jiao Tong University, 2001
(杜晓宁. 预测控制新型优化策略的研究与分析 [博士学位论文], 上海交通大学, 2001)
- 8 Camponogara E, Jia D, Krogh B H. Distributed model predictive control. *IEEE Control Systems Magazine*, 2002, **22**(1): 44~52
- 9 Engwerda J. Feedback Nash equilibria in the scalar infinite horizon LQ-game. *Automatica*, 2000, **36**(1): 135~139

陈绍绵 浙江大学工业控制研究所博士研究生. 主要研究方向为预测控制, 满意决策与控制. 本文通信作者.

E-mail: smchen@iipc.zju.edu.cn

(CHEN Shao-Mian Ph.D. candidate at Institute of Industrial Control, Zhejiang University. His research interest covers predictive control, satisfaction decision-making and control. Corresponding author of this paper.)

赵均 浙江大学工业控制研究所副教授. 主要研究方向为复杂过程的先进控制, 优化与系统辨识. E-mail: jzhao@iipc.zju.edu.cn

(ZHAO Jun Associate professor at Institute of Industrial Control, Zhejiang University. His research interest covers advanced control, optimization and system identification for industrial processes.)

钱积新 浙江大学工业控制研究所教授. 主要研究方向为复杂过程的建模, 控制与优化. E-mail: jxqian@iipc.zju.edu.cn

(QIAN Ji-Xin Professor at Institute of Industrial Control, Zhejiang University. His research interest covers modeling, optimization and control for complex processes.)