

基于 Bregman 迭代的 CT 图像重建算法

康慧^{1,2} 高红霞^{1,2} 胡跃明^{1,2} 郭琪伟^{1,2}

摘要 针对大规模集成电路领域 CT 重建图像的特点, 提出 TV 约束条件下采用 l_1 范数作正则项的重建模型, 并给出了基于 Bregman 迭代的模型求解算法. 算法分为两步: 1) 采用 Bregman 迭代求解图像的 l_1 范数作为正则项, 误差的加权 l_2 范数作为保真项的约束极值问题; 2) 采用 TV 约束对 1) 中得到的重建图像进行修正. 算法对 TV 约束条件下采用 l_1 作正则项的重建模型分开求解, 降低了算法的复杂度, 加快了收敛速度. 算法在稀疏投影数据下可以快速重建 CT 图像且质量较好. 本文采用经典的 Shepp-Logan 图像进行仿真实验并对实际得到的电路板投影数据进行重建, 结果表明该算法可满足重建质量要求且重建速度有较大提升.

关键词 CT 重建, 稀疏投影数据, Bregman 迭代算法, l_1 正则化, TV 约束

引用格式 康慧, 高红霞, 胡跃明, 郭琪伟. 基于 Bregman 迭代的 CT 图像重建算法. 自动化学报, 2013, 39(9): 1570–1575

DOI 10.3724/SP.J.1004.2013.01570

Reconstruction Algorithm Based on Bregman Iteration

KANG Hui^{1,2} GAO Hong-Xia^{1,2} HU Yue-Ming^{1,2}
GUO Qi-Wei^{1,2}

Abstract In this paper, we present a new reconstruction model based on l_1 regularization and TV constraint conditions in the large scale integrated circuit field. And then, we give the new reconstruction algorithm to the new model based on Bregman iteration. The new algorithm consists of two steps. 1) We take the l_1 -norm of image as the regularization item and weighted l_2 -norm of image error as the fidelity item, and solve this constrained optimization problem using the Bregman iteration; 2) We make further improvement using TV constraint to the reconstructed image obtained by Step 1). The new algorithm separates the above two steps, so, it reduces the complexity of the algorithm and accelerates the convergence rate. In the end, we apply the new algorithm to the classic Shepp-Logan mode and a circuit board image. Experimental results show that the advantage of the new algorithm on reconstruction speed is obvious and the reconstruction quality is good.

Key words CT reconstruction, sparse projection data, Bregman iteration algorithm, l_1 regularization, TV regularization

Citation Kang Hui, Gao Hong-Xia, Hu Yue-Ming, Guo Qi-Wei. Reconstruction algorithm based on Bregman iteration. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(9): 1570–1575

收稿日期 2012-10-11 录用日期 2013-04-25
Manuscript received October 11, 2012; accepted April 25, 2013
国家高技术研究发展计划 (863 计划) (2012AA041312), 国家自然科学基金 (60835001, 61040011), 中央高校基本科研业务费专项资金 (2012ZZ0107), 广东省战略性新兴产业专项资金 LED 产业项目 (2010A081002007) 资助
Supported by National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2012AA041312), National Natural Science Foundation of China (60835001, 61040011), Fundamental Research Funds for the Central Universities (2012ZZ0107), and Strategic Emerging Industry Special Funds of Guangdong Province "LED Industry Project"
本文责任编辑 戴琼海
Recommended by Associate Editor DAI Qiong-Hai

目前, 随着我国极大规模集成电路制造关键技术的快速发展, 一些先进封装形式如 BGA (Ball grid array package)、CSP (Chip scale package)、WLP (Wafer level package) 等的广泛应用给可靠性测试尤其是内部缺陷检测带来了新的技术挑战. CT 可以方便地检测各种物件的内部缺陷, 其在医学及工业领域的应用已比较成熟, 而在集成电路领域的研究及应用还处在起步阶段. 由于 CT 检测在该领域的应用具有较明显的行业特点, 例如: 被测单一元件尺寸较小、印刷电路板组件 (Printed circuit board assemblies, PCBA) 中零件排列密度较大、金属材质较多等. 本文有针对性的对 CT 图像重建算法进行了研究, 提出一种适合该领域的重建算法, 并通过实验验证了算法的有效性. 高质量的重建图像往往要求其投影数据必须是低噪而且比较完备的, 然而由于成像硬件、成像速度或扫描空间等条件的限制, 通常无法获得完备的投影数据, 此时的 CT 重建称作不完全投影数据重建. 此种情况下代数迭代法 ART (Algebra reconstruction technique)^[1] 比解析法^[2] 更加实用, 但重建结果的伪影现象较严重且收敛缓慢. 联合迭代法 (Simultaneous ART, SART)^[3] 是 ART 算法的主要改进方法, 主要提高了算法的收敛性, 由于仍然采用重建图像与原图像误差的 l_2 范数作为迭代约束, 图像的边缘信息被过分平滑, 此算法对重建质量的改进不大. 2006 年 Sidky 等将基于全微分方法^[4] 的约束融入标准 ART 算法, 文中称之为 ART-TV 算法, 由于 TV 正则化函数在抑制噪声的同时可以很好地保持图像的边缘信息, 所以 ART-TV 算法得到了质量较好的重建结果. 然而其需要的迭代次数较多, 重建速度较慢. 2008 年 Sidky 等又对算法的参数进行了自适应调整得到其改进算法^[5], 但是速度提升仍然有限. 此外, Candès 等^[6] 基于 TV 正则化迭代算法在只有 22 个角度的观测数据下精确地重构了原始图像, 不过此方法的一些假设在实际应用中很难满足. 基于 Bregman 距离的迭代算法是近几年兴起的一种高效算法, Osher 等应用此算法进行图像去噪及图像恢复等^[7–8] 得到良好效果. 后来, 一些学者成功地将此方法应用于求解压缩感知中 l_1 范数最小化问题. 文中提出 TV 约束条件下用 l_1 范数作正则项的重建模型, 并给出具体求解算法. 1) 采用 Bregman 迭代求解等式约束极值问题; 2) 采用 TV 约束对迭代解 u^k 进行迭代修正, 作为下一次 Bregman 迭代的初始值. 算法对 TV 约束条件下采用 l_1 范数作正则项的重建模型分开求解, 降低了复杂度, 加快了收敛速度.

1 CT 图像重建模型

重建图像用向量 u 表示, 其元素为 u_j , $j = 1, 2, \dots, N_{\text{image}}$, N_{image} 代表像素的总个数, 一般 $N_{\text{image}} = n \times n$, n 为重建图像的长与宽. 投影数据用向量 f 表示, 其元素 f_i 表示为

$$f_i = \sum_{j=1}^{N_{\text{image}}} a_{ij} u_j, \quad i = 1, 2, \dots, N_{\text{data}} \quad (1)$$

N_{data} 为向量 f 的长度, 表示投影数据的总个数. a_{ij} 是系统

1. 华南理工大学自动化科学与工程学院 广州 510641 2. 华南理工大学精密电子制造装备教育部工程研究中心 广州 510641
1. College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641 2. Precision Electronic Manufacturing Equipment Engineering Research Center of Ministry of Education, College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641

矩阵 A 的元素, 代表第 i 条投影射线对像素 u_j 的作用, a_{ij} 的值定义为投影射线 i 穿过像素 u_j 的长度. 系统矩阵 (也称投影矩阵) A 是一个 $N_{\text{data}} \times N_{\text{image}}$ 的矩阵, 表示为向量形式如下:

$$\mathbf{f} = \mathbf{A}\mathbf{u} \quad (2)$$

由于上述系统矩阵 A 是与成像的几何结构相关的一个大型稀疏矩阵, 且 $N_{\text{data}} \ll N_{\text{image}}$, 式 (2) 的求解属于典型的不适性逆问题求解, 有多个解存在. 一般采用正则化方法定义一个目标函数, 寻求最小化该目标函数的解将不适性逆问题的求解转化为一类有约束的极值问题. 由于 PCBA 的制作材料一般由各种金属和非金属材料组成, 种类较少且比较固定. 这一特点使得重建图像的灰度值局限在有限范围, 甚至是几个较固定的灰度值附近, 具有比较明显的稀疏特性. 文中采用 l_1 范数作为图像稀疏性的度量, 通过最小化 l_1 范数得到系统 $\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{f}$ 的近似解. 在实际应用中, 等式约束一般难以满足, 文中模型采用不等式约束, 类似的应用可参见文献 [9–11]. 此外, 构成 PCBA 的元器件形状都比较固定且比较规则, 对应重建图像中的基本图形也比较规则, 而且较少出现灰度渐变的情况, 基本上都是分片光滑. 基于这一特性, 文中在 l_1 范数正则项基础上采用 TV 约束对求解进行进一步修正. 本文使用的 CT 重建数学模型可归纳为

$$\min_{\mathbf{u}} \|\mathbf{u}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{f}\|_2 \leq \varepsilon, \quad \|\mathbf{u}\|_{\text{TV}} < \sigma \quad (3)$$

2 重建模型求解

2.1 Bregman 距离

定义 1. 给定一个可微的凸函数 $J(x) : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$, 定义 \mathbf{R}^n 中的两点 x 和 y 之间的距离:

$$D_J(x, y) := J(x) - J(y) - \langle p, x - y \rangle \quad (4)$$

其中, $p \in \partial J(x)$ 为函数 J 在点 x 处的次梯度. 当函数 $J(x)$ 是一个 Bregman 函数时^[12], 则相应的距离 $D_J(x, y)$ 被称为 Bregman 距离. 根据函数 $J(x)$ 的凸性性质, 有 $D_J(x, y) \geq 0$. 当且仅当 $x = y$ 时, 等号成立. 对任意在 x, y 连线上的点 ω , 都有 $D_J(x, y) \geq D_J(\omega, y)$. 假设 u^* 为求解问题的最优解, u^k 为迭代解, 则可以通过二者之间的距离 $D_J(u^*, u^k)$ 大小来描述迭代解是否是或者无限接近最优解.

2.2 Bregman 迭代方法

通过引入 Bregman 距离作为正则项, Bregman 迭代正则化技术的实现方法为

$$\mathbf{u}^{k+1} \leftarrow \min_{\mathbf{u}} D_J^{\mu}(\mathbf{u}, \mathbf{u}^k) + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{f}\|_2^2 \quad (5)$$

因为式 (5) 是一个凸优化问题, 将式 (4) 代入并运用最优性条件, 变形可得:

$$0 \in \partial J(\mathbf{u}) - \mathbf{p}^k + \mu \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{f}) \Rightarrow \mathbf{p}^{k+1} = \mathbf{p}^k - \mu \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{f}) \quad (6)$$

上述两个式子便构成了基本 Bregman 迭代算法, 通过计算式 (5) 最优子问题对迭代解进行更新, 而式 (6) 主要更新迭代解的搜索方向. 由于次梯度的计算较为复杂, 根据递推性质将上述两个公式简单变形可得到简化的 Bregman 迭代算法如下^[13–14]:

$$\begin{cases} \mathbf{u}^{k+1} = \min_{\mathbf{u}} J(\mathbf{u}) + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{f} + \mathbf{b}^k\|_2^2 \\ \mathbf{b}^{k+1} = \mathbf{b}^k + (\mathbf{A}\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{f}) \end{cases} \quad (7)$$

文中选取 $J(\mathbf{u}) = \|\mathbf{u}\|_1$, 代入式 (7) 可得到具体算法如下所示:

算法 1. Bregman 算法

- 1 Initialization: $\mathbf{b}^0, \mathbf{u}^0, \mu, \delta, k$
- 2 While $\|\mathbf{u}^k - \mathbf{u}^{k+1}\| > \delta$
- 3 $\mathbf{b}^{k+1} = \mathbf{f} + (\mathbf{b}^k - \mathbf{A}\mathbf{u}^k)$
- 4 $\mathbf{u}^{k+1} \leftarrow \arg \min_{\mathbf{u}} \left\{ \|\mathbf{u}\|_1 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b}^{k+1}\|_2^2 \right\}$
- 5 End

上述算法中, \mathbf{f} 为原始投影数据; \mathbf{u}^0 为初始化图像, 可以为全 0、全 1 或者随机数据; \mathbf{b}^0 为迭代初始值, 一般为 0; δ 为图像收敛停止的目标值; μ 为正则化参数, k 为迭代次数. 步骤 4 的求解对整个算法的性能有很大影响, 许多学者针对此问题进行了研究, 提出多种算法^[15–16]. 文中采用了计算较为简单的 FPC (Fixed-point continuation) 算法求解, 见文献 [17] 第 6 部分.

2.3 最小化 TV 约束

算法 1 中采用 l_1 范数作为正则项虽然可得到最稀疏的解, 但是这种解往往忽略了图像分片光滑特性, 邻近像素的像素值过度不够光滑. 文中在此基础上应用 TV 约束对得到的图像进行进一步的修正, 并以修正后的图像作为 Bregman 算法中下一次迭代的新起点继续, 直至满足迭代停止条件.

定义图像 \mathbf{u} 的像素值为 $u_{i,j}$, 图像的梯度值定义如下:

$$|u_{i,j}| = \sqrt{(u_{i,j} - u_{i,j-1})^2 + (u_{i,j} - u_{i-1,j})^2} \quad (8)$$

通过上述操作可以得到图像的梯度图, 对梯度图求 l_1 范数即所谓的 TV, 如下式所示:

$$\|\mathbf{u}\|_{\text{TV}} = \sum_{i,j} |\nabla u_{i,j}| = \sum_{i,j} \sqrt{(u_{i,j} - u_{i,j-1})^2 + (u_{i,j} - u_{i-1,j})^2} \quad (9)$$

由上述定义可知, 当 $J(\mathbf{u}) = \|\mathbf{u}\|_{\text{TV}}$ 取最小值时, 其梯度图是最稀疏解, 对应此时的图像则为最光滑解. 具体 TV 算法可以分为两个阶段: POS-step (数据约束阶段) 和 GRAD-step (梯度值下降阶段)^[4]; 前者用于保证图像的非负性, 后者用于最小化图像的 TV 估计值. 具体算法如下所示:

算法 2. TV 算法

- 1 $\mathbf{u}^{\text{pos}} = \text{POS}(\mathbf{u}^{\text{TV}}[n])$
- 2 $d_A = \|\mathbf{u}^k - \mathbf{u}^{\text{pos}}\|$
- 3 $\mathbf{v}_{s,t} = \frac{\partial \|\mathbf{u}\|_{\text{TV}}}{\partial u_{s,t}} \Big|_{u_{s,t} = u_{s,t}^{\text{pos}}}$
- 4 $\hat{\mathbf{v}}_{s,t} = \frac{\mathbf{v}_{s,t}}{|\mathbf{v}_{s,t}|}$
- 5 $\mathbf{u}^{\text{TV}}[n+1] = \mathbf{u}^{\text{TV}}[n] - \alpha d_A \hat{\mathbf{v}}_{s,t}$

其中, n 表示第 n 次运算, $\mathbf{u}^{\text{TV}}[1]$ 初始化为使用需要进行 TV 运算的初始图像, POS 算子如下:

$$\text{POS}(u_{i,j}) = \begin{cases} u_{i,j}, & \text{若 } u_{i,j} \geq 0 \\ 0, & \text{若 } u_{i,j} < 0 \end{cases} \quad (10)$$

\mathbf{u}^k 为上一次整个算法的迭代值, α 为约束系数, 而

$$\frac{\partial \|\mathbf{u}\|_{\text{TV}}}{\partial u_{s,t}} \approx \frac{u_{s,t} - u_{s-1,t} + u_{s,t} - u_{s,t-1}}{\sqrt{\varepsilon + (u_{s,t} - u_{s-1,t})^2 + (u_{s,t} - u_{s,t-1})^2}} - \frac{u_{s+1,t} - u_{s,t}}{\sqrt{\varepsilon + (u_{s+1,t} - u_{s,t})^2 + (u_{s+1,t} - u_{s+1,t-1})^2}} + \frac{u_{s,t+1} - u_{s,t}}{\sqrt{\varepsilon + (u_{s,t+1} - u_{s,t})^2 + (u_{s,t+1} - u_{s-1,t+1})^2}} \quad (11)$$

2.4 总体算法流程

综合上述分析, 本文提出的基于 Bregman 迭代的新算法, 我们称之为 B-TV 算法, 主要是在求解重建图像 l_1 范数最小的基础上融入了最小化 TV 约束, 将图像稀疏性和分片光滑性作为先验约束引入. 具体算法如下所示:

算法 3. TV 算法

- 1 Initialization: $\mathbf{b}^0, \mathbf{u}^0, \delta, \mu, \alpha, \sigma, K, L$
- 2 While $\|\mathbf{u}^k - \mathbf{u}^{k+1}\| > \delta$ and $k < K$
- 3 $\mathbf{b}^{k+1} = \mathbf{f} + (\mathbf{b}^k - \mathbf{A}\mathbf{u}^k)$
- 4 $\mathbf{u}^{k+1} \leftarrow \arg \min_{\mathbf{u}} \left\{ \|\mathbf{u}\|_1 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b}^{k+1}\|^2 \right\}$
- 5 While $\frac{\|\mathbf{u}^{k+1}\|_{\text{TV}}}{N_{\text{image}}} > \sigma$ and $l < L$
- 6 执行算法 2
- 7 $u_{i,j}^{k+1} = u_{i,j}^{\text{TV}}$
- 8 End

其中, \mathbf{f} 为原始投影数据; \mathbf{u}^0 为初始化图像, 一般为全 0; \mathbf{b}^0 为迭代初始值, 一般为 0; δ 为图像收敛停止的目标值, α 为算法 2 中的参数, σ 为判断是否使用 TV 约束进行修正的阈值.

上述算法 3 由两层循环构成, 外循环通过 Bregman 迭代算法求解; 内循环通过 TV 约束算法对外循环得到的迭代解进一步修正; 通过步骤 5 判断最新的迭代解是否满足预设的 TV 约束值 σ , 当大于约束值 σ 时, 则进入内循环; 反之, 则不进入. 针对不同重建图像, 上述步骤可以自适应控制内循环的次数, 与传统的固定循环次数相比更加灵活和实用. 在实际使用中为了防止图像无法收敛到指定的 δ 而无法退出循环, 可以设置一个外循环的最大迭代次数 K 限制强制退出循环; 同理设置一个内循环 (算法 2) 的最大循环次数 L 进行约束, 其中, l 表示每次外循环中算法 2 已经循环的次数; N_{image} 为图像总像素的个数.

3 数值实验

为了验证文中提出的 B-TV 算法的有效性, 首先, 采用经典的 Shepp-Logan 图像进行实验, 并分别从重建质量和重建速度方面与传统 ART-TV 正则化算法和 l_1 正则化算法^[18] 进行比较. 文中模拟扇束光源, 图像中心与旋转中心重合, 利用在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 范围内均匀采样得到的 18 组投影数据进行图像重建, 投影屏共有 192 个检测单元, 共有 192×18 个投影数据. 本文进行实验的计算机 CPU 为 AMD 3 核处理器, 频率 2.9 GHz, 内存 2 GB. 实验 Shepp-Logan 模型具体参数、实验选取的初始化参数分别如表 1 和 2 所示.

表 1 实验参数

Table 1 Experimental parameters

实验参数	取值
图像大小	128 × 128
投影数据	18 组 (每隔 10° 一组)
角度范围	$[0, \pi]$

表 2 初始化参数

Table 2 Initialization parameters

实验配置	取值	实验参数	取值
\mathbf{u}^0	0	δ	0.01
α	0.2	σ	0.08
K	20	L	30
μ	1		

设置相同的迭代停止条件 $\|\mathbf{u}^k - \mathbf{u}^{k+1}\| \leq 0.01$, 实验重建结果如图 1 所示:

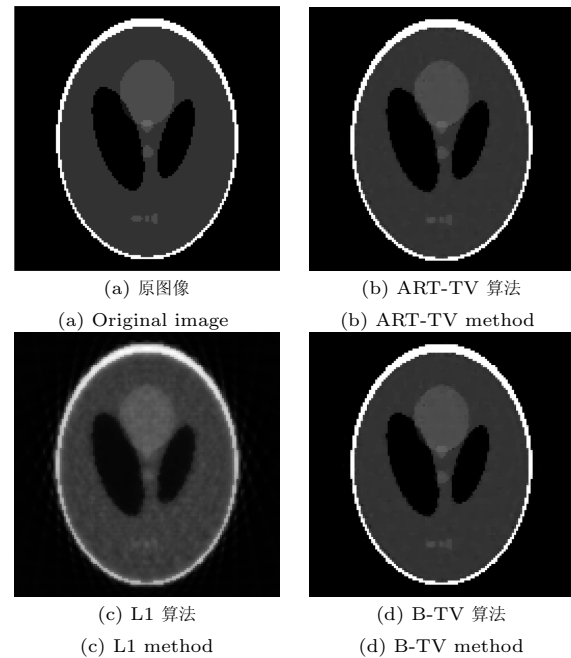


图 1 重建图像

Fig. 1 Reconstruction images

从图 1 中直观观察, 图 1(b) 和图 1(d) 的重建质量相当, 而图 1(c) 的重建质量较差. 当满足迭代停止条件时, ART-TV 算法需迭代约 698 次, L1 算法需迭代 19 次, B-TV 算法则仅需迭代 14 次. 为了更清晰地对比各种算法在收敛速度和重建图像质量方面的优劣, 本文引入原图像与重建图像的残差进行比较, 图 2 显示了以上 3 种算法迭代过程中的残差曲线. 其中, 横坐标表示重建算法迭代的次数, 纵坐标表示重建的图像与原图的残差值.

从图 2 中可以看出, 图像残差达到同一水平时 (1.2), ART-TV 算法迭代 671 次, 平均每次迭代 11.32 秒, 共 7595.72 秒; B-TV 算法只需要迭代 14 次, 平均每次迭代 0.89 秒, 共 12.46 秒, 速度提高十分明显. 而 L1 算法的重建图像质量无法达到残差为 1.2 的要求, 其在迭代 15 次左右时, 达到残差最小值 5.3. 为了更好地体现算法的可靠性, 我们在投影数据中加入 5% 的高斯随机噪声, 再次分别采用上述三种算法进行重建, 效果如图 3 所示.

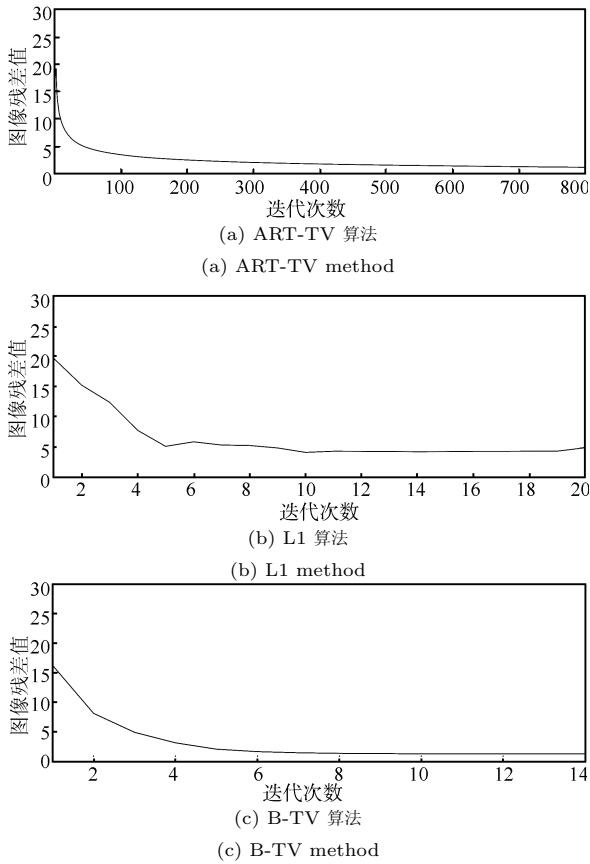


图 2 重建图像收敛残差值图
Fig. 2 Iteration convergence of reconstruction image

最后, 为了验证算法在电路板检测应用中的可用性, 文中采用 B-TV 算法对 SMT 组装元件中焊点在器件底部不可视的情况进行重建检测. 该批组装元件采用 BGA 封装形式, 由于组装元件集成度较高, 焊点较为密集, 为了得到高质量重建图像, 选取图像的分辨率为 1024×1024 . 利用 X-ray 机对被测元件在 $0 \sim 180^\circ$ 范围内均匀采样得到 30 组投影数据进行重建, 文中选取不同的 BGA 焊接电路板元件进行实验. 实验中的参数取值如表 3 所示.

表 3 实验参数
Table 3 Experimental parameters

实验参数	取值	实验参数	取值
δ	0.02	α	0.2
σ	0.05	μ	1
K	20	L	50

图 3 是其中一块电路板的投影数据正弦图, 表示每条射线穿过被检测物体被吸收的能量. 实验中每隔 6° 得到一组投影数据, 共 30 组, 对应正弦图中的 30 列, 每组 1440 个投影数据. 每一列表示一个角度下的所有投影数据. 由于仅采用 30 组投影数据, 所以正弦图横向显示出明显的锯齿状. 另外, 从图 4 中可以看出很大一部分的高能量集中在图像的中心部分, 因为该部分的射线穿过电路板的距离较长, 穿透了较多焊点, 被吸收的能量相对较高. 实验中其余电路板的投影数据正弦图均有类似的特点, 文中不全部列出.

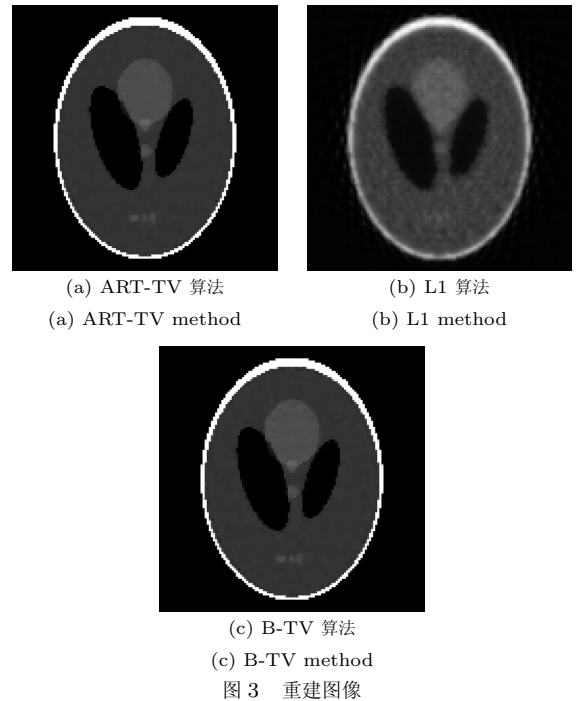


图 3 重建图像
Fig. 3 Reconstruction images

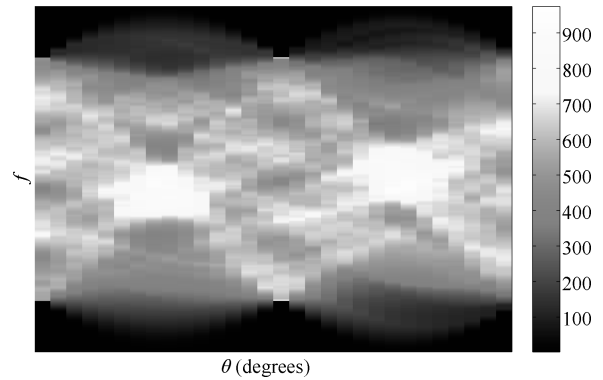


图 4 投影数据正弦图
Fig. 4 Sinogram of projection data

由于重建图像尺寸较大, 焊点较多, 为了更好地突出重建图像在检测中的细节部分, 文中对实验中的重建图像截取局部区域显示 (缺陷处用矩形框标识), 如图 5 所示.

从重建图像的截取图中可以明显地发现各种焊点缺陷. 图 5(a) 焊点圆润饱满, 而且边界清晰, 属于标准焊点; 图 5(b) 左上角的焊点明显小于标准焊点, 属于焊点不规则缺陷; 图 5(c) 左上角的焊点有气泡存在; 图 5(d) 右边两个焊点相连, 可能造成电路短路. 上述重建图像质量清晰, 可方便辨识焊点中存在的缺陷, 达到检测目的. 分析上述实验结果, 文中算法不仅在重建速度方面优势明显, 收敛较快, 且重建质量较好. 可满足实际应用中的检测需求.

4 结论

本文针对大规模集成电路领域 CT 重建图像的特点, 提出新的重建模型, 并分析了求解新模型的 B-TV 算法. 新算法打破了传统的 ART 算法中利用投影数据逐次更新图像的低效率, 充分利用了 Bregman 迭代的高效性, 加快了重建速

度. 同时采用 TV 约束对迭代图像进行修正, 得到高质量的重建图像. 最后, 通过实验验证了算法的有效性, 可满足实际检测需求.

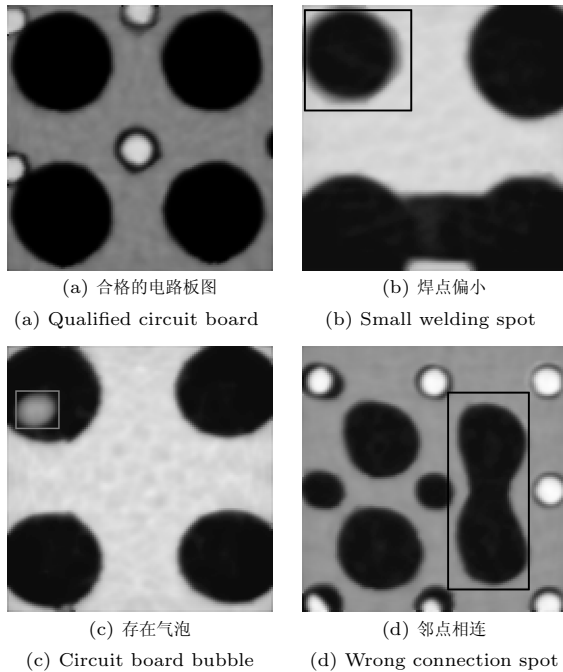


图 5 BGA 焊接电路板重建效果图

Fig. 5 Reconstruction images of BGA

References

- Gordon R, Guan H Q. Computed tomography using algebraic reconstruction techniques (ARTs) with different projection access schemes: a comparison study under practical situations. *Physics in Medicine and Biology*, 1996, **41**(9): 1727–1743
- Defrise M, Clack R. A cone-beam reconstruction algorithm using shift-variant filtering and cone-beam backprojection. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1994, **13**(1): 186–195
- Anderson A H, Kak A C. Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART): a superior implementation of the ART algorithm. *Ultrasonic Imaging*, 1984, **6**(1): 81–94
- Sidky E Y, Kao C M, Pan X C. Accurate image reconstruction from few-views and limited-angle data in divergent-beam CT. *Journal of X-Ray Science and Technology*, 2006, **14**(2): 119–139
- Sidky E Y, Pan X C. Image reconstruction in circular cone-beam computed tomography by constrained, total-variation minimization. *Physics in Medicine and Biology*, 2008, **53**(17): 4777–4807
- Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, **52**(2): 489–509
- Xu J J, Osher S. Iterative regularization and nonlinear inverse scale space applied to wavelet-based denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, **16**(2): 534–544
- Osher S, Burger M, Goldfarb D, Xu J J, Yin W T. An iterative regularization method for total variation-based image restoration. *Multiscale Modeling and Simulation*, 2005, **4**(2): 460–489
- Wakin M B, Laska J N, Duarte M F, Baron D, Sarvotham S, Takhar D, Kelly K F, Baraniuk R G. An architecture for compressive imaging. In: Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Image Processing. Atlanta, GA: IEEE, 2006. 1273–1276
- Lustig M, Donoho D, Pauly J M. Sparse MRI: the application of compressed sensing for rapid MR imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2007, **58**(6): 1182–1195
- Candès E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, **52**(12): 5406–5425
- Bregman L M. The relaxation method of finding the common point of convex sets and its application to the solution of problems in convex programming. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1967, **7**(3): 200–217
- Xing Hai-Xia. Image Inpainting Based on Sparse Representation [Master dissertation], Northwest University, China, 2011 (邢海霞. 基于稀疏表示的图像修补研究 [硕士学位论文]. 西北大学, 中国, 2011)
- Yin W T, Osher S, Goldfarb D, Darbon J. Bregman iterative algorithms for l_1 -minimization with applications to compressed sensing. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2008, **1**(1): 143–168
- Figueiredo M A T, Nowak R D, Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, **1**(4): 586–597
- Donoho D L, Drori I, Tsaig Y, Starck J L. Sparse solution of underdetermined linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit [Online] available: <http://www-stat.stanford.edu/~donoho/Reports/2006/StOMP-20060403.pdf>, November 5, 2011
- Hale E T, Yin W T, Zhang Y. A Fixed-point Continuation Method for l_1 -Regularized Minimization with Applications to Compressed Sensing, CAAM Technical Report TR07-07, Rice University, USA, 2007

- 18 Wen Z W, Yin W T, Goldfarb D, Zhang Y. A fast algorithm for sparse reconstruction based on shrinkage, subspace optimization, and continuation. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2010, **32**(4): 1832–1857

康 慧 华南理工大学自动化科学与工程学院博士研究生. 主要研究方向为图像处理, 计算机视觉与模式识别.

E-mail: spiritcherry@126.com

(**KANG Hui** Ph.D. candidate at the College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology. Her research interest covers image processing, computer vision, and pattern recognition.)

高红霞 华南理工大学自动化科学与工程学院副教授. 主要研究方向为计算机视觉与模式识别. 本文通信作者. E-mail: hxgao@scut.edu.cn

(**GAO Hong-Xia** Associate professor at the College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology. Her research interest covers computer vision and pattern recognition. Corresponding author of this paper.)

胡跃明 华南理工大学自动化科学与工程学院教授. 主要研究方向为电子制造技术及智能控制技术. E-mail: auymhu@scut.edu.cn

(**HU Yue-Ming** Professor at the College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology. His research interest covers electronics manufacturing technology and intelligent control technology.)

郭琪伟 华南理工大学自动化科学与工程学院博士研究生. 主要研究方向为迭代学习控制. E-mail: keavykwok@163.com

(**GUO Qi-Wei** Ph.D. candidate at the College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology. His main research interest is iterative learning control.)