

一种新的约束变速趋近律离散滑模控制方法

刘希¹ 孙秀霞¹ 董文瀚¹ 杨朋松¹

摘要 考虑惯性执行器输出速度有限的实际, 引入趋近律变化速率的控制函数, 设计了一种新的无抖振离散滑模变速趋近律算法. 首次提出了通过设计趋近律变化速率来构造离散滑模趋近律的思想, 使得控制器的物理意义更加明显, 设计更加灵活和简单. 对于标称系统, 该算法可以使切换函数在有限时间内快速无抖振地收敛至零; 对于满足匹配条件的不确定系统, 切换函数能够收敛至与不确定性及控制参数相关的某一数值, 通过设置控制参数, 可使这一数值任意小.

关键词 趋近律, 无抖振, 离散, 滑模控制, 约束

引用格式 刘希, 孙秀霞, 董文瀚, 杨朋松. 一种新的约束变速趋近律离散滑模控制方法. 自动化学报, 2013, 39(9): 1552-1557

DOI 10.3724/SP.J.1004.2013.01552

A New Discrete-time Sliding Mode Control Method Based on Restricted Variable Trending Law

LIU Xi¹ SUN Xiu-Xia¹ DONG Wen-Han¹
YANG Peng-Song¹

Abstract A new chattering-free variable trending law for discrete-time sliding mode control is designed. On account of actual controller of inertial system where the velocity of output is limited, the function of varying speed of trending law is introduced. A novel idea is firstly presented that through designing the acceleration of trending law the expected trending law is constructed to make the controller's physical meaning distinct, and the design of controller more flexible and easier. As to the nominal system, the trending law can make the value of switch function reach zero in finite time without chattering. For uncertain system satisfying matching condition, this trending law can make the value of switch function monotonously reach a certain value, which is related with external disturbance and can be arbitrarily small by designing the parameter of controller.

Key words Trending law, chattering-free, discrete-time, sliding mode control, restricted

Citation Liu Xi, Sun Xiu-Xia, Dong Wen-Han, Yang Peng-Song. A new discrete-time sliding mode control method based on restricted variable trending law. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(9): 1552-1557

滑模变结构控制通过设计与对象参数无关的滑动模态, 迫使系统按照预定状态轨迹运动, 从而使系统在受到参数摄动和外界干扰时具有不变性^[1-2]. 由于计算机技术的飞速发展, 目前实际控制中使用的绝大多数都是离散系统. 传统离散

滑模的控制量都存在一个开关切换项, 使得输出不可避免地存在高频抖振. 抖振的存在, 严重制约着离散滑模控制理论的应用. 为了消除或减弱离散滑模控制存在的高频抖振, 国内外进行了很多研究^[3-8], 许多学者从不同的角度提出了解决的方法. 其中, 趋近律方法是一种行之有效的设计方法^[9]. 高为炳院士提出的离散指数趋近律:

$$s(k+1) = (1-qT)s(k) - \varepsilon T \text{sgn}(s(k)) < 0 \quad (1)$$

存在诸多优点, 但是即使对于标称系统, 切换函数 $s(k)$ 也会存在幅值为 $\varepsilon T / (2-qT)$ 的稳态抖振^[10]. 文献 [10] 利用 $|s(k)|/2$ 代替式 (1) 中的 ε , 使其能够随 $|s(k)|$ 的变化自适应地调整. 文献 [11] 分析了文献 [10] 存在的问题, 进而提出了一种改进的趋近律:

$$s(k+1) = (1-qT)s(k) - F|s(k)|T \text{sgn}(s(k)) < 0 \quad (2)$$

其中, $q > 0$, T 为采样周期. 当 $|s(k)| > \Delta$ 时, $F = \lambda_1$; 当 $|s(k)| \leq \Delta$ 时, $F = \lambda_2$. λ_1, λ_2 满足条件:

$$0 < \lambda_1 < \frac{1-qT}{T} < \lambda_2 < \frac{2-qT}{T} \quad (3)$$

该方法大幅度削弱了抖振, 在标称系统下, 能保证抖振衰减至零, 但由于参数 F 的不连续性, 控制输入量存在突变的现象, 而实际控制执行器输出速度有限, 所以难于工程实现. 文献 [12] 借助 s 型函数提出了一种改进的离散趋近律, 加快了收敛速度, 降低了抖振. 文献 [13] 采用幂次函数代替了高氏离散趋近律中的开关切换函数, 消除了抖振, 但是其切换函数对于标称系统也只能趋近于零, 不能在有限时间内达到零. 文献 [14] 基于死区的方法, 提出了一种离散趋近律的准滑模控制, 消除了高频抖振. 文献 [15] 报道了近些年来的发展情况. 文献 [16] 实际上是趋近律 (1) 的特殊情形 ($\varepsilon = 0$), 同样不能在有限时间内到达零. 文献 [17] 提出了一种变速趋近律, 要求趋近过程快速收敛, 但在滑模带内速度很小.

基于此, 本文考虑系统惯性致使控制执行器输出速度有限的实际, 引入了趋近律变化速率的控制函数, 构造了一种新的无抖振离散滑模变速趋近律算法. 首次提出了通过趋近律变化速率控制函数的设计来构造离散滑模趋近律的思想, 使得控制器的物理意义更加明显, 设计更加灵活和简单. 通过对趋近律变化速率的控制, 使控制器满足输出速度有限的约束. 对于标称系统, 该算法理论上能使切换函数在有限时间内快速无抖振地到达零. 对于实际模型存在的不确定性和外界干扰, 切换函数能无抖振地收敛于与外界干扰大小相关的某一数值. 通过设置控制参数, 可使这一数值任意小.

1 约束变速趋近律离散滑模控制方法

1.1 趋近律的设计

新提出的离散趋近律为

$$s(k+1) = s(k) + Tdf(s(k), r(\cdot), T) \quad (4)$$

其中, $r(\cdot)$ ($r(\cdot) > \varepsilon > 0, \varepsilon \in \mathbf{R}$) 为指定趋近律变化速率函数; T 为采样周期; 函数 $df(x, r, T)$ 的表达式为

$$\begin{cases} df(x, r, T) = -\left(\frac{|x|}{iT} + \frac{(i-1)rT}{2}\right) \text{sgn}(x) \\ i = \text{fix}(i') + 1 \\ i' = 0.5 \left(\sqrt{1 + \frac{8|x|}{rT^2}} - 1\right) \end{cases} \quad (5)$$

收稿日期 2012-04-05 录用日期 2012-08-31
Manuscript received April 5, 2012; accepted August 31, 2012
国家自然科学基金 (60904038) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60904038)
本文责任编辑 贾冀民
Recommended by Associate Editor JIA Ying-Min
1. 空军工程大学航空航天工程学院 西安 710038
1. College of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038

上式中, $\text{fix}(\cdot)$ 为取整函数; $\text{sgn}(\cdot)$ 为取符号函数; 函数 $df(x, r, T)$ 可以理解为趋近律 \dot{s} 的离散化形式. 容易证明 $df(x, r, T)$ 为 x 的连续函数, 所以取整函数并不会引起抖振的产生. $T = 0.01$, 分别取 $r = 5, r = 30, r = 5 + 10|x|$ 时, 函数 $df(x, r, T)$ 的曲线如图 1 所示.

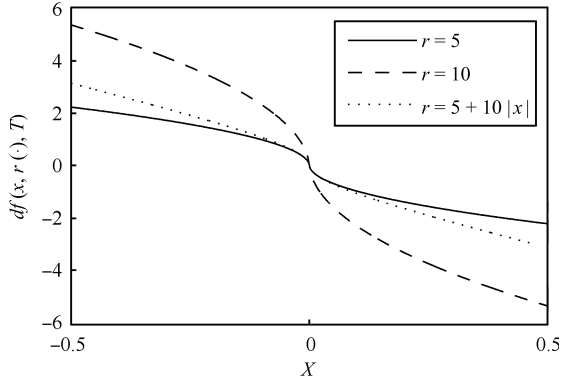


图 1 函数 $df(x, r, T)$ 曲线图
Fig. 1 Function curves of $df(x, r, T)$

1.2 到达条件分析

定理 1. 当 $r(\cdot) > \varepsilon > 0, \varepsilon \in \mathbf{R}$ 时, 利用趋近律 (4) 设计的控制器满足:

- 1) 离散系统滑动模态的到达条件;
- 2) 无抖振、无正负交替的现象, 即式 (6) 成立:

$$\begin{cases} \text{sgn}(s(k+1)) = \text{sgn}(s(k)), & |s(k)| > r(\cdot)T^2 \\ s(k+1) = 0, & |s(k)| \leq r(\cdot)T^2 \end{cases} \quad (6)$$

证明.

- 1) 离散系统滑动模态到达条件的证明
对于任意的 $s(k) \neq 0$, 有:

$$\begin{aligned} [s(k+1) - s(k)]\text{sgn}(s(k)) &= \\ Tdf(s(k), r(\cdot), T)\text{sgn}(s(k)) &= \\ - \left(\frac{|s(k)|}{i} + \frac{(i-1)r(\cdot)T^2}{2} \right) < 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} [s(k+1) + s(k)]\text{sgn}(s(k)) &= \\ 2|s(k)| + Tdf(s(k), r(\cdot), T)\text{sgn}(s(k)) &= \\ 2|s(k)| - \left(\frac{|s(k)|}{i} + \frac{(i-1)r(\cdot)T^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

当 $|s(k)| < r(\cdot)T^2$ 时, 由式 (5) 有 $i = 1$, 代入式 (8), 得:

$$[s(k+1) + s(k)]\text{sgn}(s(k)) = |s(k)| > 0 \quad (9)$$

当 $|s(k)| \geq r(\cdot)T^2$ 时, 由式 (5) 有:

$$i \geq 2 \quad (10)$$

当 $|s(k)| = r(\cdot)T^2$ 时, 由式 (5) 有 $i = 2$, 于是

$$\frac{(i-1)r(\cdot)T^2}{2} = \frac{|s(k)|}{i} = \frac{|s(k)|}{2} \quad (11)$$

当 $|s(k)| > r(\cdot)T^2$ 时, 由式 (5), 有:

$$\begin{aligned} i-1 &< 0.5 \left(\sqrt{1 + \frac{8|s(k)|}{r(\cdot)T^2}} - 1 \right) \Leftrightarrow \\ (2i-1)^2 &< 1 + \frac{8|s(k)|}{r(\cdot)T^2} \Leftrightarrow \\ i(i-1) &< \frac{2|s(k)|}{r(\cdot)T^2} \Leftrightarrow \\ \frac{(i-1)r(\cdot)T^2}{2} &< \frac{|s(k)|}{i} \end{aligned} \quad (12)$$

将式 (10)~(12) 代入式 (8), 得:

$$\begin{aligned} [s(k+1) + s(k)]\text{sgn}(s(k)) &= \\ 2|s(k)| - \left(\frac{|s(k)|}{i} + \frac{(i-1)r(\cdot)T^2}{2} \right) &\geq \\ 2|s(k)| - \frac{2|s(k)|}{i} &\geq |s(k)| > 0 \end{aligned} \quad (13)$$

由式 (7)、(9) 和 (13) 知离散系统滑动模态满足到达条件.

- 2) 无抖振、无正负交替现象的证明

由趋近律 (4), 有:

$$\begin{aligned} s(k+1) &= s(k) + Tdf(s(k), r(\cdot), T) = \\ s(k) - \left(\frac{|s(k)|}{i} + \frac{(i-1)r(\cdot)T^2}{2} \right) \text{sgn}(s(k)) \end{aligned} \quad (14)$$

当 $|s(k)| > r(\cdot)T^2$ 时, 将式 (10) 和式 (12) 代入式 (14), 有:

$$\begin{aligned} s(k+1)\text{sgn}(s(k)) &> |s(k)| - \frac{2|s(k)|}{i} \geq 0 \Rightarrow \\ \text{sgn}(s(k+1)) &= \text{sgn}(s(k)) \end{aligned} \quad (15)$$

当 $|s(k)| = r(\cdot)T^2$ 时, 将式 (11) 代入式 (14), 有:

$$s(k+1) = 0 \quad (16)$$

当 $|s(k)| < r(\cdot)T^2$ 时, 由式 (14), 有:

$$s(k+1) = 0 \quad (17)$$

□

结论 1. 当 $r(\cdot) > \varepsilon > 0, \varepsilon \in \mathbf{R}$ 时, 趋近律 (4) 满足理想的准滑动模态到达条件, 且切换函数不会出现正负交替抖振现象.

1.3 趋近过程分析

定理 2. 当 $r(\cdot) = r > 0$ 时, 利用趋近律 (4) 设计控制器, 则离散系统滑动模态切换函数经过 $i(s(k))$ 步后到达并保持为零, $i(s(k))$ 的表达式如式 (18) 所示.

$$\begin{cases} i(s(k)) = \text{fix}(i') + 1 \\ i' = 0.5 \left(\sqrt{1 + \frac{8|s(k)|}{rT^2}} - 1 \right) \end{cases} \quad (18)$$

证明. 由式 (18), 当 $i(s(k)) \geq 2$ 时, 有:

$$(2i(s(k)) - 1)^2 \leq 1 + \frac{8|s(k)|}{rT^2} < (2i(s(k)) + 1)^2 \Leftrightarrow$$

$$4i(s(k)) - 4 \leq \frac{8|s(k)|}{i(s(k))rT^2} < 4i(s(k)) + 4 \Leftrightarrow$$

$$4(i(s(k)) - 1)^2 \leq \frac{8(i(s(k)) - 1)|s(k)|}{i(s(k))rT^2} < 4(i(s(k))^2 - 4) \quad (19)$$

利用趋近律 (4) 及式 (5) 有:

$$1 + \frac{8|s(k+1)|}{rT^2} =$$

$$1 + \frac{8(i(s(k)) - 1)|s(k)|}{i(s(k))rT^2} - 4(i(s(k)) - 1) \quad (20)$$

将式 (19) 代入式 (20), 得:

$$(2i(s(k)) - 3)^2 \leq 1 + \frac{8|s(k+1)|}{rT^2} < (2i(s(k)) - 1)^2 \quad (21)$$

将式 (21) 代入式 (18), 得:

$$i(s(k+1)) = i(s(k)) - 1 \quad (22)$$

依此递推, 经过 $i(s(k)) - 1$ 步后, 有:

$$i(s(k + i(s(k)) - 1)) = 1 \quad (23)$$

于是由式 (18), 利用趋近律 (4), 有:

$$s(k + i(s(k))) = 0 \quad (24)$$

□

定理 3. 当 $r(\cdot) = r > 0$ 时, 利用趋近律 (4) 设计控制器, 则 $|s(k)| \neq 0$ 时, 离散系统滑动模式切换函数趋近速度变化率满足:

$$\frac{1}{T} \left(\frac{s(k+1) - 2s(k) + s(k-1)}{T} \right) = -r \operatorname{sgn}(s(k)) \quad (25)$$

证明. 由式趋近律 (4), 结合式 (5), 有:

$$\frac{1}{T} \left(\frac{s(k+1) - 2s(k) + s(k-1)}{T} \right) =$$

$$\frac{1}{T} \left(\frac{s(k+1) - s(k)}{T} - \frac{s(k) - s(k-1)}{T} \right) =$$

$$\frac{1}{T} (df(s(k), r, T) - df(s(k-1), r, T)) =$$

$$\frac{s(k-1)}{i(s(k)-1)T^2} - \frac{s(k)}{i(s(k))T^2} - \frac{r}{2} \operatorname{sgn}(s(k)) =$$

$$\frac{(i(s(k)) - (i(s(k)-1) - 1))s(k-1)}{i(s(k))i(s(k)-1)T^2} -$$

$$\left(\frac{(i(s(k)-1) - 1)r}{2i(s(k))} + \frac{r}{2} \right) \operatorname{sgn}(s(k)) \quad (26)$$

将式 (22) 代入式 (26), 结合式 (4), 得:

$$\frac{1}{T} \left(\frac{s(k+1) - 2s(k) + s(k-1)}{T} \right) = -r \operatorname{sgn}(s(k)) \quad (27)$$

□

结论 2. 当 $r(\cdot) > \varepsilon > 0, \varepsilon \in \mathbf{R}$ 时, 趋近律 (4) 能够使切换函数在有限时间内到达并保持为零, 且趋近律变化速度大小为 $r(\cdot)$, 方向与 $s(k)$ 的符号相反. 可见 $r(\cdot)$ 的物理意义为切换函数 s 的二阶导数绝对值 $|\ddot{s}|$ 的离散形式, 通过 $r(\cdot)$ 的设计可以约束趋近律的变速加速度.

1.4 控制器设计

考虑如下线性参数不确定离散系统:

$$x(k+1) = (A + \Delta A)x(k) + (B + \Delta B)u(k) + f(k) \quad (28)$$

其中, $\Delta A, \Delta B$ 表示参数摄动, $f(k)$ 表示外部的干扰. 假设系统 (28) 满足匹配条件, 即 $\Delta A = B\tilde{A}, \Delta B = B\tilde{B}, f(k) = B\tilde{f}(k)$, 则系统 (28) 可写为

$$x(k+1) = Ax(k) + B[u(k) + d(k)] \quad (29)$$

其中, $d(k) = \tilde{A}x(k) + \tilde{B}u(k) + \tilde{f}(k)$, 视为系统受到的总干扰.

离散线性滑模面设计为

$$s(k) = Cx(k) \quad (30)$$

针对系统 (29) 的标称系统 ($d(k) = 0$) 采用离散趋近律 (4), 可得离散变结构的控制量

$$u(k) = -(CB)^{-1}[CAx(k) - s(k) - Tdf(s(k), r(\cdot), T)] \quad (31)$$

1.5 控制器输入速度的约束

推论 1. 趋近律变化速率 ($|\dot{s}|$) 与控制输入变化速率 ($|\dot{u}|$) 密切相关, 对趋近律加速度的约束能间接约束控制输入速度, 当 $T \rightarrow 0$ 时, 其关系式可以表示为

$$|\dot{u}| \approx |(CB)^{-1}T| |\dot{s}| \quad (32)$$

证明. 由离散变结构控制式 (31), 结合趋近律 (4) 可得:

$$\dot{u} = \frac{u(k) - u(k-1)}{T} =$$

$$-(CB)^{-1}CA \frac{x(k) - x(k-1)}{T} +$$

$$(CB)^{-1} \frac{s(k+1) - s(k)}{T} =$$

$$(CB)^{-1}T \left(\frac{s(k+1) - 2s(k) + s(k-1)}{T^2} - \right.$$

$$\left. C(A-I) \frac{x(k) - x(k-1)}{T^2} \right)$$

由连续系统的离散化理论和泰勒展开定理, 当 $T \rightarrow 0$ 时,

$$A = \lim_{T \rightarrow 0} \phi((k+1)T, kT) = I \Rightarrow$$

$$\|A - I\| = O(T) \Rightarrow$$

$$\|C(A - I)(x(k) - x(k-1))\| = O(T) \|s(k) - s(k-1)\|$$

其中, $O(T)$ 表示 T 的同阶无穷小, $\|\cdot\|$ 表示欧氏范数. 于是, 当 $T \rightarrow 0$ 时, 有

$$\begin{aligned} \left| \frac{u(k) - u(k-1)}{T} \right| &\approx \\ \left| (CB)^{-1} T \frac{s(k+1) - 2s(k) + s(k-1)}{T^2} \right| &= \\ \left| (CB)^{-1} T \left| \frac{s(k+1) - 2s(k) + s(k-1)}{T^2} \right| \right| &= \\ |(CB)^{-1} T| |\ddot{s}| & \end{aligned} \quad (33)$$

由定理 3 知, $|\dot{s}| = r$, 所以 $|\ddot{u}| \approx |(CB)^{-1} T| r$, 通过 $r(\cdot)$ 的设计可以间接约束控制量的速度. □

2 不确定离散系统收敛域分析

定理 4. 对式 (29) 所示的不确定离散时间系统, 若采用式 (31) 所示的变结构控制, 则当 $|s(k)| > h$ 时, 满足准滑动模态的到达条件. 其中 h 的表达式为

$$\begin{cases} h = iD_{\max} - \frac{i(i-1)T^2r}{2} \\ i = \text{fix}(i') + 1 \\ i' = \frac{D_{\max}}{T^2r} \\ D_{\max} = |CB| \max |d(k)| \end{cases} \quad (34)$$

其中, r 代表指定趋近律变化速率函数 $r(\cdot)$.

证明. 将控制律 $u(k)$ 施加于实际的被控对象系统 (29) 时, 有:

$$\begin{aligned} s(k+1) &= Cx(k+1) = \\ CAx(k) + CBu(k) + CBd(k) &= \\ s(k) + Tdf(s(k), r(\cdot), T) + CBd(k) & \end{aligned} \quad (35)$$

若 $|s(k)| = h$, 由式 (34), 有:

$$\begin{aligned} (i-1)T^2r \leq D_{\max} < iT^2r &\Leftrightarrow \\ (2i-1)^2T^2r - 1 \leq 8h < (2i+1)^2T^2r - 1 &\Leftrightarrow \\ (2i-1)^2T^2r - 1 \leq 8|s(k)| < (2i+1)^2T^2r - 1 &\Leftrightarrow \\ (2i-1)^2 \leq 1 + \frac{8|s(k)|}{T^2r} < (2i+1)^2 & \end{aligned} \quad (36)$$

将式 (36) 代入趋近律 (4), 结合式 (34), 有:

$$Tdf(s(k), r(\cdot), T)\text{sgn}(s(k)) = -D_{\max} \quad (37)$$

由式 (5) 易知 $Tdf(s(k), r(\cdot), T)\text{sgn}(s(k))$ 为 $|s(k)|$ 的单调减函数, 即若 $|s_1(k)| > |s_2(k)|$, 则

$$\begin{aligned} Tdf(s_1(k), r(\cdot), T)\text{sgn}(s_1(k)) &< \\ Tdf(s_2(k), r(\cdot), T)\text{sgn}(s_2(k)) & \end{aligned} \quad (38)$$

当 $|s(k)| > h$, 综合式 (35)、(37) 和 (38), 有:

$$\begin{aligned} [s(k+1) - s(k)]\text{sgn}(s(k)) &= \\ (Tdf(s(k), r(\cdot), T) + CBd(k))\text{sgn}(s(k)) &< \\ -D_{\max} + CBd(k)\text{sgn}(s(k)) &< 0 \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} [s(k+1) + s(k)]\text{sgn}(s(k)) &= \\ (2s(k) + Tdf(s(k), r(\cdot), T) + CBd(k))\text{sgn}(s(k)) & \end{aligned} \quad (40)$$

由式 (4)、(5) 和 (12), 易知

$$|Tdf(s(k), r(\cdot), T)| \leq |s(k)| \quad (41)$$

将式 (41) 代入式 (40), 由式 (4)、(5) 和 (12), 易知

$$\begin{aligned} [s(k+1) + s(k)]\text{sgn}(s(k)) &\geq \\ (-Tdf(s(k), r(\cdot), T) + CBd(k))\text{sgn}(s(k)) &= \\ D_{\max} + CBd(k) &> 0 \end{aligned} \quad (42)$$

通过数值分析, 不难得到 h 随参数 r 的增大而减小. 当 $r > D_{\max}/T$ 时, h 取得最小值 D_{\max} , 而由连续系统的离散化理论 □

$$B = \int_{kT}^{(k+1)T} \phi((k+1)T, \tau) d\tau \quad (43)$$

易知 D_{\max} 随采样时间 T 的减小而减小. 当 $T \rightarrow 0$ 时, $D_{\max} \rightarrow 0$. 故通过减小采样时间 T 和增大参数 r , 可以使得切换函数收敛域任意小.

结论 3. 采用离散趋近律 (4) 设计的控制器, 只需保证趋近律变化速率函数 $r(\cdot) > \varepsilon > 0, \varepsilon \in \mathbf{R}$, 滑模切换函数 s 将单调趋近于与干扰相关的某一数值 h , 通过减小采样时间 T 和增大参数 $r(\cdot)$, 可以使得切换函数收敛域任意小. 在控制参数固定时, 收敛域 h 随干扰增大而增大.

3 数值仿真对比与分析

3.1 标称离散系统的仿真

为对比本文趋近律与文献 [11] 趋近律 (2) 的效果, 直接选用文献 [11] 仿真所用离散系统.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0.0088 \\ 0 & 0.7788 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} 0.0061 \\ 1.1768 \end{bmatrix} u(k) & \end{aligned} \quad (44)$$

初始状态为: $x(0) = [1 \ 1]^T$, 滑模参数 $C = [10 \ 1]$, 采样周期 $T = 0.01 \text{ s}$. 对于趋近律 (2), 选用文献 [11] 所取参数: $q = 10, \Delta = 0.5, \lambda_1 = 50, \lambda_2 = 150$. 本文趋近律 (4) 取控制函数为 $r(\cdot) = 3600|s(k)| + 50$. $r(\cdot)$ 的物理意义为切换函数二阶导数绝对值 $|\ddot{s}|$ 的离散形式. 仿真结果如图 2~4 所示, 图中点线为文献 [11] 方法, 实线为本文方法. 可以看出本文方法完全消除了抖振现象且控制输入量平滑, 较文献 [11] 方法有了很大改善.

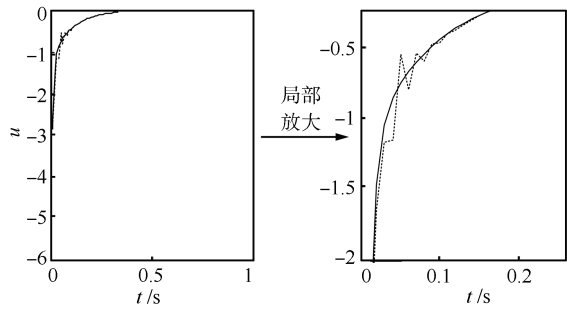


图 2 函控制输入量曲线对比
Fig. 2 Evolution contrast of control input

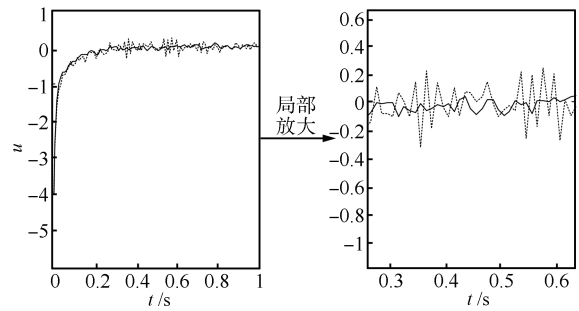


图 5 控制输入量曲线对比
Fig. 5 Evolution contrast of control input

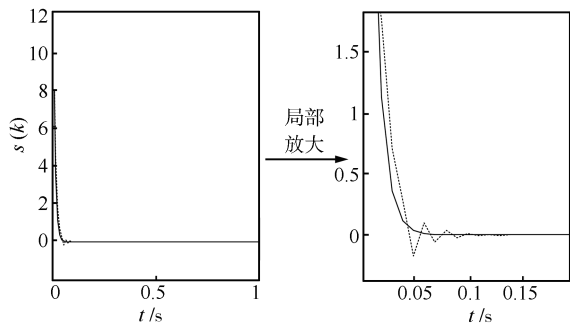


图 3 趋近律 s(k) 的变化曲线对比
Fig. 3 Evolution contrast of s(k)

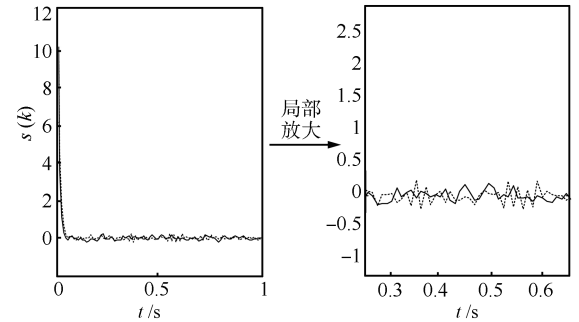


图 6 趋近律 s(k) 的变化曲线对比
Fig. 6 Evolution contrast of s(k)

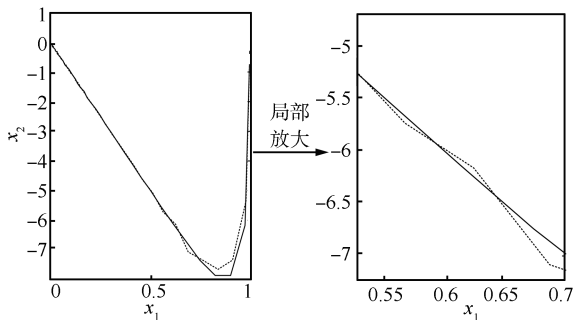


图 4 相轨迹运动曲线对比
Fig. 4 Evolution contrast of phase locus

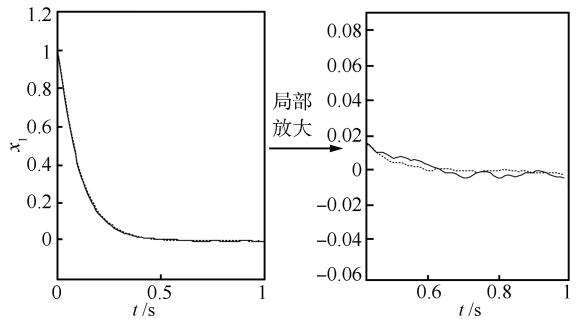


图 7 状态变量 x1 曲线对比
Fig. 7 Evolution contrast of state x1

3.2 不确定离散系统的仿真

考虑如下不确定离散系统:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0088 \\ 0 & 0.7788 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0061 \\ 1.1768 \end{bmatrix} (u(k) + d(k))$$

$$d(k) = 0.05 \sin(0.4\pi k) + 0.2(\text{rand}(1) - 0.5) \quad (45)$$

取与第 3.1 节相同的初始状态和控制律参数, 仿真结果如图 5~8 所示, 图中点线为文献 [11] 方法, 实线为本文方法. 可以看出本文方法与文献 [11] 方法控制精度相当, 但控制输入量较文献 [11] 平滑, 易于工程实现. 本文方法控制能耗 $E_1 = \sum_{k=1}^{100} |u(k)| T = 0.2197$, 文献 [11] 的控制能耗 $E_2 = \sum_{k=1}^{100} |u(k)| T = 0.2681$. 可以看出, 本文方法具有更为优

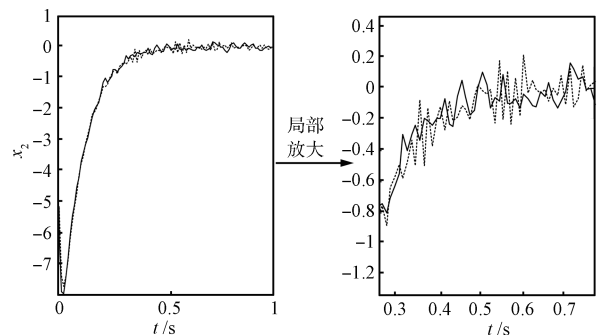


图 8 趋状态变量 x2 曲线对比
Fig. 8 Evolution contrast of state x2

越的性能.

4 结论

本文针对惯性执行器输出速度有限的实际, 提出了通过

设计趋近律变化速率控制函数来构造离散滑模趋近律的思想, 设计了一种新的无抖振约束变速趋近律离散滑模控制算法, 从理论上消除了离散滑模切换函数的高频抖振. 通过对趋近律变化速率控制函数的设计, 可以使控制器满足输出速度有限的约束. 算法选择离散滑模趋近律变化速率作为控制参数, 明确了控制效果与控制执行器速度限制的内在联系, 物理意义明显, 简化了控制器的设计, 较传统的趋近律具有更高的统一性且减小了设计参数及其限制条件, 适用于工程实际. 该方法对于多输入离散系统仍然适用. 由于函数 $df(x, r, T)$ 是 x 的连续函数, 所以本文方法属于准滑模控制的范畴, 在实际应用时可以结合干扰观测补偿的方法以使本文方法取得更好的抗干扰性能.

References

- Liu Jin-Kun. *Matlab Simulation for Sliding Mode Control*. Beijing: Tsinghua University Press, 2005
(刘金琨. 滑模变结构控制 Matlab 仿真. 北京: 清华大学出版社, 2005)
 - Liu Jin-Kun, Sun Fu-Chun. Research and development on theory and algorithms of sliding mode control. *Control Theory and Application*, 2007, **24**(3): 407–418
(刘金琨, 孙富春. 滑模变结构控制理论及其算法研究与进展. 控制理论与应用, 2007, **24**(3): 407–418)
 - Gao W B, Wang G F, Homaifa A. Discrete-time variable structure control systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1995, **42**(2): 117–122
 - Gao Wei-Bing. Variable structure control of discrete-time systems. *Acta Automatica Sinica*, 1995, **21**(2): 154–161
(高为炳. 离散时间系统的变结构控制. 自动化学报, 1995, **21**(2): 154–161)
 - Bartoszewicz A. Discrete-time quasi-sliding-mode control strategies. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1998, **45**(4): 633–637
 - Eun Y, Kim J H, Kim K, Cho D. Discrete-time variable structure controller with a decoupled disturbance compensator and its application to a CNC servomechanism. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1999, **7**(4): 414–423
 - Misawa E A. Discrete-time sliding mode control for nonlinear systems with unmatched uncertainties and uncertain control vector. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1997, **119**(3): 503–512
 - Tang C Y, Misawa E A. Discrete variable structure control for linear multivariable systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2000, **122**(4): 783–792
 - Zhou De-Wen, Gao Cun-Chen, Li Zi-Qiang. Reaching law of discrete-time variable structure control system. *Control and Decision*, 2008, **23**(3): 306–309
(周德文, 高存臣, 李自强. 一种离散变结构控制趋近律. 控制与决策, 2008, **23**(3): 306–309)
 - Zhai Chang-Lian, Wu Zhi-Ming. Variable structure control design for uncertain discrete time systems. *Acta Automatica Sinica*, 2000, **26**(2): 184–191
(翟长连, 吴智铭. 不确定离散时间系统的变结构控制设计. 自动化学报, 2000, **26**(2): 184–191)
 - Zhu Qi-Dan, Wang Tong. An improved design scheme of variable structure control for discrete-time systems. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(6): 885–889
(朱齐丹, 汪瞳. 一种改进的离散时间系统变结构控制设计方法. 自动化学报, 2010, **36**(6): 885–889)
 - Gao Cun-Chen, Liu Yun-Long, Li Yun-Yan. A reaching-law method for uncertain discrete variable-structure control systems. *Control Theory and Applications*, 2009, **26**(7): 781–785
(高存臣, 刘云龙, 李云艳. 不确定离散变结构控制系统的趋近律方法. 控制理论与应用, 2009, **26**(7): 781–785)
 - Sun Biao, Sun Xiu-Xia. Algorithm of discrete-time sliding mode control based on power-function. *Control and Decision*, 2011, **26**(2): 285–288
(孙彪, 孙秀霞. 基于幂次函数的离散滑模控制算法. 控制与决策, 2011, **26**(2): 285–288)
 - Liu Tao, Liu He-Ping. Quasi-sliding-mode control based on discrete reaching law with dead zone. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(6): 760–764
(刘涛, 刘贺平. 一种基于死区离散趋近律的准滑模控制. 自动化学报, 2011, **37**(6): 760–764)
 - Pisano A, Usai E. Sliding mode control: a survey with applications in math. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2011, **81**(5): 954–979
 - Niu Y, Ho D W C, Wang Z. Improved sliding mode control for discrete-time systems via reaching law. *IET Control Theory and Applications*, 2010, **4**(11): 2245–2251
 - Veselic B, Perunicic-Drazenovic B, Milosavljevic C. Improved discrete-time sliding-mode position control using Euler velocity estimation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2010, **57**(11): 3840–3847
- 刘希 空军工程大学航空航天工程学院博士研究生. 主要研究方向为滑模控制理论与应用. 本文通信作者. E-mail: liuxiafeu@126.com
(LIU Xi Ph.D. candidate at the College of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University. His research interest covers theory and application of sliding mode control and flight control. Corresponding author of this paper.)
- 孙秀霞 空军工程大学航空航天工程学院教授. 主要研究方向为自适应控制, 智能控制和滑模控制. E-mail: kgycw@163.com
(SUN Xiu-Xia Professor at the College of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University. Her research interest covers adaptive control, intelligent control, and sliding mode control.)
- 董文瀚 空军工程大学航空航天工程学院教授. 主要研究方向为自适应控制和智能控制. E-mail: dongwenhan@sina.com
(DONG Wen-Han Professor at the College of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University. His research interest covers adaptive control and intelligent control.)
- 杨朋松 空军工程大学航空航天工程学院博士研究生. 主要研究方向为滑模控制理论与应用. E-mail: sihongyang@126.com
(YANG Peng-Song Ph.D. candidate at the College of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University. His research interest covers theory and application of sliding mode control.)