

## 基于多变量广义预测控制的不稳定系统控制结构选择方法

许锋<sup>1</sup> 魏小丽<sup>1</sup> 任丽红<sup>1</sup> 罗雄麟<sup>1</sup>

**摘要** 对于多输入多输出系统, 在控制系统设计时首先要对被控变量和操纵变量进行控制结构选择. Bristol 提出的相关增益矩阵 (Relative gain array, RGA) 法, 以及学者们后来提出的各种改进方法, 都只适用于稳定系统. 本文针对不稳定系统, 基于多变量广义预测控制 (Generalized predictive control, GPC) 的闭环控制律提出了一种控制结构的变量匹配准则. 通过对预测时域、控制时域等各个参数的优化选择, 使系统闭环稳定; 由闭环控制律得到被控变量期望值与操纵变量的相关性矩阵, 以此得出控制结构的变量配对方案. 通过实例研究表明, 对于开环不稳定系统, 该方法可以得出正确的变量配对结果.

**关键词** 不稳定系统, 变量配对, 广义预测控制, 控制结构选择

**引用格式** 许锋, 魏小丽, 任丽红, 罗雄麟. 基于多变量广义预测控制的不稳定系统控制结构选择方法. 自动化学报, 2013, 39(9): 1547–1551  
**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2013.01547

### A Control Structure Selection Method Based on Multivariable Generalized Predictive Control for Unstable Processes

XU Feng<sup>1</sup> WEI Xiao-Li<sup>1</sup> REN Li-Hong<sup>1</sup> LUO Xiong-Lin<sup>1</sup>

**Abstract** The control structure selection and variables pairing are the first step for multi-input and multi-output (MIMO) systems when designing the decentralized control systems. The relative gain array (RGA) method proposed by Bristol and other improved methods are only suit for stable systems. In this paper, a new variables pairing criterion for control structure selection of unstable systems is put forward, which is based on close-loop control strategy of multi-variable generalized predictive control (GPC). Through optimizing the controller parameters including predictive horizon and control horizon to make the closed-loop control system stable, the relativity array between inputs and outputs expectations is obtained from the close-loop control strategy, and it can be used to pair the input and output variables to get a proper control structure. Case studies show that the pairing method is correct for unstable systems.

**Key words** Unstable system, variable pairing, generalized predictive control (GPC), control structure selection

**Citation** Xu Feng, Wei Xiao-Li, Ren Li-Hong, Luo Xiong-Lin. A control structure selection method based on multivariable generalized predictive control for unstable processes. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(9): 1547–1551

实际工业过程多为多输入多输出 (Multi-input multi-output, MIMO) 系统, 对其进行常规比例积分微分 (Proportion integration differentiation, PID) 控制系统设计时, 首

先要确定常规控制系统的控制结构, 即确定操纵变量与被控变量一对一的配对关系<sup>[1]</sup>, 要求配对后各个回路之间的耦合程度达到最小, 使得实际生产过程的多变量系统就可以分解成多个单输入单输出系统, 设计多回路常规 PID 控制系统对其进行控制, 也称为分散控制系统.

对于稳定系统的变量配对方法, 最著名、应用最广泛的是 1966 年 Bristol 提出的相关增益矩阵 (Relative gain array, RGA). 为了兼顾系统的闭环性能, RGA 结合 NI (Niederlinski index) 指数确保控制系统的稳定. RGA 的主要缺点是它只考虑了系统的稳态特性, 而忽略了过程的动态信息. 对此学者们提出了各种改进方法, 包括 ERGA (Effective relative gain array)、EREA (Effective relative energy array)、RNGA (Relative normalized gain array)、DRGA (Dynamic relative gain array) 等<sup>[2–10]</sup>. 以上这些方法应用时都需要给出过程输入输出的稳态增益矩阵  $K$ , 而不稳定过程在阶跃输入作用下过渡过程趋于发散, 无法获取稳态增益矩阵  $K$ , 因此上述方法不适用于不稳定系统.

Hovd 等<sup>[11]</sup> 对 RGA 和 NI 方法进行扩展, 通过对配对后闭环系统的稳定性分析, 提出了不稳定系统输入输出开环配对的方法, 给出了利用 RGA 和 NI 指数判断闭环系统不稳定或分散控制中单个回路不稳定的条件, 但没有分析回路之间的关联作用. Huang 等<sup>[12]</sup> 对于只含有纯积分环节的非自平衡系统的稳态增益阵做了修改定义, 令  $K = \tilde{K}(\varepsilon)$ , 再对其进行 RGA 运算并求得  $\varepsilon \rightarrow 0$  时的极限值, 即

$$\text{RGA} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \tilde{K}(\varepsilon) \circ \tilde{K}(\varepsilon)^{-\text{T}} \right\}$$

其中, “ $\circ$ ” 表示点乘,  $\tilde{K}(\varepsilon) = \{\tilde{k}_{ij}(\varepsilon)\}$ . 传递函数  $g_{ij}(s)$  中不含纯积分环节时,  $\tilde{k}_{ij}(\varepsilon) = k_{ij}$ ; 而  $g_{ij}(s)$  中含纯积分环节时,  $\tilde{k}_{ij}(\varepsilon) = k_{ij}/\varepsilon$ . 但是当系统中出现微分环节时, 这种方法可能给出错误的配对结果, 仅适用于含纯积分环节的过程, 局限性很大. Witcher 等<sup>[13]</sup> 针对含有纯积分或微分环节的过程给出了 DRGA 配对方法, 用传递函数  $G(s)$  代替稳态增益  $G(0)$  来进行 RGA 运算, 但是当系统阶次比较高时计算会非常复杂. Hu 等<sup>[14]</sup> 对含有积分或微分环节的多变量系统进行 RGA 配对, 令积分微分环节中  $s = \varepsilon$ , 对系统关于  $\varepsilon$  的稳态增益阵进行 RGA 运算, 即

$$\text{RGA} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \left[ \frac{1}{\varepsilon^{m_{ij}}} g_{ij}(0) \right] \circ \left[ \frac{1}{\varepsilon^{m_{ij}}} g_{ij}(0) \right]^{-\text{T}} \right\}$$

在计算中只要取  $\varepsilon$  为一定小的常数, 文献中指出一般取  $\varepsilon = 10^{-6}$  就能得到相关增益矩阵, 但这种方法同样具有局限性, 只适用于含有积分或微分环节的典型不稳定系统, 对于具有正实部极点的一般不稳定系统也同样不适用.

上述方法均是基于开环来进行关联分析, 闭环下的关联分析方法未有文献报道. 本文试图对一般不稳定多变量系统采用广义预测控制进行关联分析与变量配对, 通过多变量广义预测控制的闭环控制策略并优化选择控制参数, 使系统稳定; 根据广义预测控制给出的最优控制律来得到预测时域内输出期望值与输入之间的关系系数矩阵, 通过这个矩阵来计算输入与输出期望值的相关性矩阵, 以此来对系统进行相关性分析, 最终给出配对结果.

### 1 多变量广义预测控制框架下的变量配对

对于一般的开环稳定对象, 进行配对时可采用如上所述的方法, 即利用系统的动态、稳态信息或者结合二者进行综

收稿日期 2012-05-11 录用日期 2012-08-31  
Manuscript received May 11, 2012; accepted August 31, 2012  
国家自然科学基金 (21006127, 20976193) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (21006127, 20976193)  
本文责任编辑 李少远  
Recommended by Associate Editor LI Shao-Yuan  
1. 中国石油大学 (北京) 自动化研究所 北京 102249  
1. Research Institute of Automation, China University of Petroleum, Beijing 102249

合考虑, 给出开环下的关联分析并以此得到配对结果. 但是, 对于一般开环不稳定对象, 只能在闭环控制条件下进行关联分析和变量配对, 以上方法均不适用.

预测控制可以直接应用于多输入多输出系统, 其中广义预测控制可应用于开环不稳定对象, 为此考虑基于广义预测控制下的闭环配对方法. 在广义预测控制闭环条件下, 不能直接得到输出  $\mathbf{y}$  关于输入  $\mathbf{u}$  的相关作用, 系统输出  $\mathbf{y}$  要受到参考轨迹  $\mathbf{y}_s$  的影响. 广义预测控制的目的是使系统的输出沿着参考轨迹逐渐到达设定值  $\boldsymbol{\omega}$ , 在采样时刻  $k$  为基点的未来  $P$  步预测时域内, 输出  $\mathbf{y}$  将沿着以当前采样时刻的输出值  $\mathbf{y}(k)$  为起点的参考轨迹最终达到输出期望值  $\mathbf{y}_s(k+P)$ . 作为未来第  $P$  步的输出期望值,  $\mathbf{y}_s(k+P)$  更具有代表性, 因此本文考虑用控制器输出  $\mathbf{u}(k), \mathbf{u}(k+1), \dots, \mathbf{u}(k+M-1)$  与输出期望值  $\mathbf{y}_s(k+P)$  之间的相关作用作为配对依据. 先得出输入与输出期望值之间的关系系数矩阵, 再求得二者之间的相关性矩阵, 通过相关性矩阵进行输入与输出变量的配对分析.

对于  $n \times n$  维系统, 定义系统输入与输出期望值的关系系数矩阵  $K = \{k_{ij}\}$ , 其中

$$k_{ij} = \sum_{l=1}^M \frac{\partial u_i(k+l-1)}{\partial y_{s,j}(k+P)} \quad (1)$$

定义相关性矩阵为  $\Lambda = \{\lambda_{ij}\}$ , 其中

$$\lambda_{ij} = \left| \frac{k_{ij}}{k_{ii}} \right| \quad (2)$$

若  $|k_{ii}| = 0$ , 则  $\lambda_{ij} = |k_{ij}|, i, j = 1, 2, \dots, n$ .

相关系数  $\lambda_{ij}$  的大小表明由闭环广义预测控制给出的控制作用  $u_i$  受输出期望值  $y_{s,j}(k+P)$  的影响大小程度.  $\lambda_{ij}$  越大, 控制作用  $u_i$  受输出期望值  $y_{s,j}(k+P)$  的影响程度就越大. 若  $\lambda_{ij}$  大于 1, 则说明控制作用  $u_i$  受输出期望值  $y_{s,j}(k+P)$  的影响比  $y_{s,i}(k+P)$  要大; 若  $\lambda_{ij}$  小于 1, 则说明控制作用  $u_i$  受输出期望值  $y_{s,j}(k+P)$  的影响比  $y_{s,i}(k+P)$  要小. 通过相关性矩阵  $\Lambda = \{\lambda_{ij}\}$  可以反映系统相关作用的大小.

## 2 关系系数矩阵的求解

假设  $n \times n$  维系统的离散时间受控自回归积分滑动平均 (Controlled auto-regressive integrated moving average, CARIMA) 模型为

$$A(z^{-1})\mathbf{y}(k) = B(z^{-1})\mathbf{u}(k-1) + \frac{\boldsymbol{\xi}(k)}{\Delta} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{y}(k)$ 、 $\mathbf{u}(k)$  和  $\boldsymbol{\xi}(k)$  是系统的  $n$  维输出、 $n$  维输入和  $n$  维噪声向量, 且

$$A(z^{-1}) = I + A_1 z^{-1} + \dots + A_{n_a} z^{-n_a}$$

$$B(z^{-1}) = B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_{n_b} z^{-n_b}$$

$A_i$  和  $B_i$  为  $n \times n$  阶矩阵.

系统参考轨迹为

$$\mathbf{y}_s(k+j) = \alpha \mathbf{y}_s(k+j-1) + (I - \alpha)\boldsymbol{\omega} \quad (4)$$

式中,  $j \in \{1, 2, \dots, P\}$ ,  $\alpha = \text{diag}\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ ,  $0 < \alpha_i < 1$ ,  $\boldsymbol{\omega}$  为输出设定值向量,  $\mathbf{y}_s(k) = \mathbf{y}(k)$ .

根据多变量广义预测控制算法, 可以得到最优控制律为<sup>[15]</sup>

$$\Delta \mathbf{U}(k) = (G^T Q G + R)^{-1} G^T Q \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_s(k+1) - F \mathbf{Y}(k) \\ -H \Delta \mathbf{U}(k-1) \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_1^T(k) & \dots & \Delta \mathbf{U}_n^T(k) \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{Y}_s(k+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{s,1}^T(k+1) & \dots & \mathbf{Y}_{s,n}^T(k+1) \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{Y}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1^T(k) & \dots & \mathbf{Y}_n^T(k) \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta \mathbf{U}(k-1) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_1^T(k-1) & \dots & \Delta \mathbf{U}_n^T(k-1) \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta \mathbf{U}_i(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_i(k|k) & \dots & \Delta u_i(k+M-1|k) \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{Y}_{s,j}(k+1) = \begin{bmatrix} y_{s,j}(k+1|k) & \dots & y_{s,j}(k+P|k) \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{Y}_j(k) = \begin{bmatrix} y_j(k) & \dots & y_j(k-n_a) \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta \mathbf{U}_i(k-1) = \begin{bmatrix} \Delta u_i(k-1) & \dots & \Delta u_i(k-n_b) \end{bmatrix}^T$$

$G, F, H$  通过求解丢番图 (Diophantus) 方程得到.

由最优控制律式 (5) 导出未来  $k+l-1$  时刻的控制增量为

$$\Delta \mathbf{u}(k+l-1) = D_l \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_s(k+1) - F \mathbf{Y}(k) \\ -H \Delta \mathbf{U}(k-1) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中,  $l \in \{1, 2, \dots, M\}$ ,

$$D_l = L_l (G^T Q G + R)^{-1} G^T Q$$

$$L_l = \begin{bmatrix} \theta_l & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta_l & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \theta_l \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times nM}$$

$$\theta_l = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{1 \times M}$$

即第  $l$  个元素为 1, 其他元素都为 0.

由此得到第  $l$  个控制量为

$$\mathbf{u}(k+l-1) = \mathbf{u}(k+l-2) + D_l \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_s(k+1) - F \mathbf{Y}(k) \\ -H \Delta \mathbf{U}(k-1) \end{bmatrix} \quad (7)$$

根据式 (7) 可以得到  $M$  个控制量分别为

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k-1) + D_1 \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_s(k+1) - F \mathbf{Y}(k) \\ -H \Delta \mathbf{U}(k-1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}(k+1) &= \mathbf{u}(k) + D_2 \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_s(k+1) - \mathbf{F}\mathbf{Y}(k) \\ -H\Delta\mathbf{U}(k-1) \end{bmatrix} = \\
 \mathbf{u}(k-1) &+ (D_1 + D_2) \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_s(k+1) - \mathbf{F}\mathbf{Y}(k) \\ -H\Delta\mathbf{U}(k-1) \end{bmatrix} \\
 &\vdots \\
 \mathbf{u}(k+M-1) &= \mathbf{u}(k-1) + \sum_{i=1}^M D_i \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_s(k+1) - \mathbf{F}\mathbf{Y}(k) \\ -H\Delta\mathbf{U}(k-1) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

令  $W_l = \sum_{i=1}^l D_i$ , 则:

$$\mathbf{u}(k+l-1) = \mathbf{u}(k-1) + W_l \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_s(k+1) - \mathbf{F}\mathbf{Y}(k) \\ -H\Delta\mathbf{U}(k-1) \end{bmatrix} \quad (8)$$

从式 (8) 可以看出控制序列与参考轨迹的关系由矩阵  $W_l$  给出. 参考轨迹  $\mathbf{Y}_s(k+1)$  中的元素为从  $k+1$  一直到  $k+P$  时刻的值, 在采样时刻  $k$  为基点的  $P$  步预测时域内, 输出值将沿着以当前采样时刻的输出值  $\mathbf{y}(k)$  为起点的参考轨迹最终达到输出期望值  $\mathbf{y}_s(k+P)$ . 本文中用  $M$  个控制序列  $\mathbf{u}(k), \mathbf{u}(k+1), \dots, \mathbf{u}(k+M-1)$  分别关于  $\mathbf{y}_s(k+P)$  的偏导数的和来求取关系系数矩阵  $K$ .

由式 (8) 很容易得到  $\frac{\partial \mathbf{u}(k+l-1)}{\partial \mathbf{y}_s(k+P)}$ , 其为矩阵  $W_l$  第  $P$  列, 第  $2P$  列,  $\dots$ , 第  $nP$  列组成的  $n \times n$  维矩阵, 令  $V = \sum_{l=1}^M W_l$ , 关系系数矩阵  $K$  为矩阵  $V$  第  $P$  列, 第  $2P$  列,  $\dots$ , 第  $nP$  列组成的  $n \times n$  维矩阵, 即

$$K = \sum_{l=1}^M \frac{\partial \mathbf{u}(k+l-1)}{\partial \mathbf{y}_s(k+P)} = \left\{ \sum_{l=1}^M \frac{\partial u_i(k+l-1)}{\partial y_{s,j}(k+P)} \right\} \quad (9)$$

由式 (9) 可以看出, 关系系数矩阵  $K$  包含了  $k$  时刻到  $(k+M-1)$  时刻全部控制作用关于  $\mathbf{y}_s(k+P)$  的增益信息, 能很好地反映输入与输出期望值之间的关系, 可以表明二者之间的相互作用的大小, 因此, 用关系系数矩阵  $K$  来求得相关性矩阵  $\Lambda$ , 就可以得到相应的配对准则.

### 3 配对准则

对多变量开环不稳定系统实施闭环广义预测控制, 通过优化预测时域  $P$ 、控制时域  $M$ 、柔化因子  $\alpha$ 、误差加权阵  $Q$  和控制加权阵  $R$ , 使输出达到稳定且具有良好的控制品质, 具体参数选取参见文献 [16], 对于开环不稳定系统,  $M$  至少等于不稳定极点的个数. 在用关系系数矩阵  $K$  来求得相关性矩阵  $\Lambda$  后, 基于文献 [17], 以相关性矩阵  $\Lambda$  作为指导配对的有效基准, 具体配对准则如下:

1) 计算相关性矩阵  $\Lambda$ . 求解丢番图方程, 获得  $G$  矩阵, 计算:

$$\begin{aligned}
 D_l &= L_l(G^T Q G + R)^{-1} G^T Q \\
 W_l &= \sum_{i=1}^l D_i \\
 V &= \sum_{l=1}^M W_l
 \end{aligned}$$

式中,  $l \in \{1, 2, \dots, M\}$ .

取矩阵  $V$  第  $P$  列, 第  $2P$  列,  $\dots$ , 第  $nP$  列组成的  $n \times n$  维矩阵为关系系数矩阵  $K$ , 进而计算相关性矩阵  $\Lambda$ ,  $\Lambda$  主对角线上的元素为 1.

2) 若相关性矩阵  $\Lambda$  非对角线元素中没有比 1 大的元素, 则按照对角配对方式进行配对.

3) 若相关性矩阵  $\Lambda$  非对角线元素中有比 1 大的元素则认为对角配对方式不合适. 若第  $i$  行中有比 1 大的元素, 则将第  $i$  行中最大的元素  $\lambda_{ij}$  ( $i \neq j$ ) 所对应的传递函数矩阵中的元素所在列与对角线元素所在列交换位置, 得到新的传递函数矩阵.

4) 根据新传递函数矩阵重新计算相关性矩阵  $\Lambda$ , 若新的相关性矩阵  $\Lambda$  符合 2) 的条件, 则按当前传递函数矩阵主对角线的配对方式, 转换成相应的原传递函数矩阵中的配对方式, 若不符合则返回 3), 直到符合条件为止.

### 4 示例分析

本文首先在例 1 和例 2 中分别考虑了文献中含有积分环节和右半平面极点的  $2 \times 2$  系统, 应用本文控制结构选择方法进行变量配对, 配对结果与文献中相一致; 然后, 在例 3 和例 4 中分别考虑了含有右半平面极点的  $2 \times 2$  系统和  $3 \times 3$  系统, 应用本文控制结构选择方法进行变量配对, 通过控制系统仿真证明了本文控制结构选择方法的有效性; 最后, 针对文献中给出的蒸馏塔实际过程, 应用本文控制结构选择方法进行变量配对, 配对结果也与文献结果一致.

例 1. 考虑文献 [14] 中示例 3, 系统中含有积分和微分环节:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{2}{s+1} \\ \frac{2}{s+1} & \frac{s}{(s+1)^2} \end{bmatrix}$$

取预测时域为 8, 控制时域为 2, 柔化因子为 0.3, 误差加权系数为 1, 控制加权系数为 0.3, 求得相关性矩阵  $\Lambda$ :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 3.1915 \\ 1.3002 & 1 \end{bmatrix}$$

主对角出现大于 1 的元素, 将非对角元素变为主对角元素后取预测时域为 7, 其他参数不变, 将非对角元素变为主对角元素后, 得到:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0.9827 \\ 0.6020 & 1 \end{bmatrix}$$

所以配对结果为  $u_1 - y_2, u_2 - y_1$ . 与文献中的配对结果一致.

例 2. 文献 [11] 中示例 1:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{-9s-1}{(s-1)(s+1)} & \frac{-2s+18}{(s-1)(s+1)} \\ \frac{1.5s+6}{(s-1)(0.5s+1)} & \frac{-12}{(s-1)(0.5s+1)} \end{bmatrix}$$

取预测时域为 7, 控制时域为 3, 柔化因子为 0.3, 误差加权系数为 1, 控制加权系数为 0.2, 求得相关性矩阵  $\Lambda$ :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0.7125 \\ 0.9480 & 1 \end{bmatrix}$$

配对结果为对角配对, 即  $u_1 - y_1, u_2 - y_2$ , 与文献中的配对结果一致.

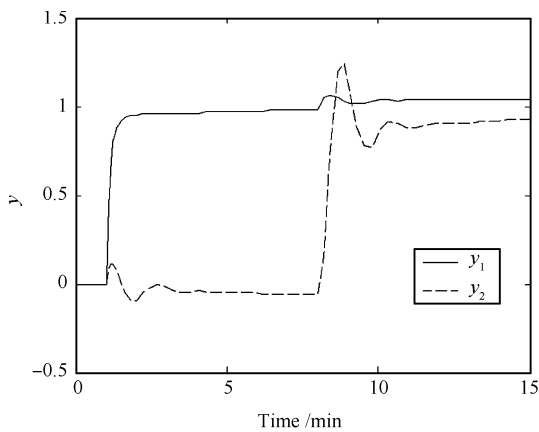
例 3. 考虑  $2 \times 2$  系统

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s-1} & \frac{2}{10s+1} \\ \frac{2}{10s+1} & \frac{1}{s+1} e^{-0.1s} \end{bmatrix}$$

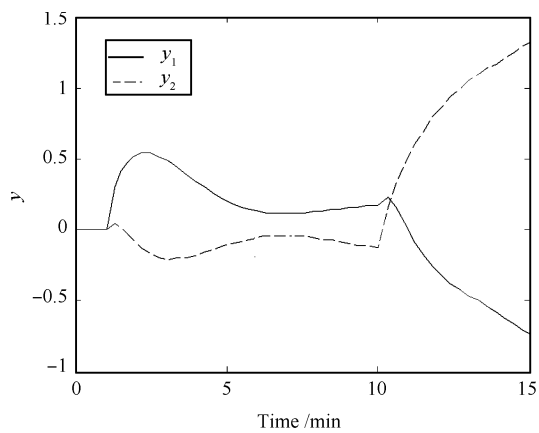
取预测时域为 7, 控制时域为 2, 柔化因子为 0.2, 误差加权系数为 1, 控制加权系数为 0.5, 求得相关性矩阵  $\Lambda$ :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0.2739 \\ 0.4136 & 1 \end{bmatrix}$$

配对结果为对角配对, 即  $u_1 - y_1$ 、 $u_2 - y_2$ . 优化各回路的 PID 控制器参数<sup>[18]</sup>,  $y_1$  的设定值在 1 min 时, 做了“+1”的阶跃,  $y_2$  的设定值在 8 min 时, 做了“+1”的阶跃, 控制仿真曲线如图 1 所示. 从图 1 可以看出, 非对角配对不仅回路间的耦合作用很大, 而且系统控制效果差, 而对角配对后, 回路闭环特性较好.



(a) 对角控制结构  
(a) Diagonal control structure



(b) 非对角控制结构  
(b) Non-diagonal control structure

图 1 例 3 的 PID 控制仿真效果

Fig. 1 Simulation of PID control for Example 3

例 4. 考虑下面归一化后的  $3 \times 3$  系统:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s-1} & \frac{0.2}{5s+1} & \frac{1}{20s+1} \\ \frac{1}{20s+1} & \frac{1}{s+1} & \frac{1}{20s+1} \\ \frac{1}{20s+1} & \frac{0.2}{5s+1} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

取预测时域为 7, 控制时域为 2, 柔化因子为 0.3, 误差加权系数为 1, 控制加权系数为 0.4, 求得相关性矩阵  $\Lambda$ :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0.3149 & 0.6237 \\ 0.4896 & 1 & 0.5310 \\ 0.7809 & 0.8862 & 1 \end{bmatrix}$$

配对结果为主对角配对  $u_1 - y_1$ 、 $u_2 - y_2$ 、 $u_3 - y_3$ . 优化各回路 PID 控制器参数,  $y_1$  的设定值在 1 min 时, 作“+1”的阶跃,  $y_2$  的设定值在 20 min 时, 作“+1”的阶跃,  $y_3$  的设定值在 40 min 时, 作“+1”的阶跃, 控制仿真曲线如图 2 所示, 从图 2 中可看出配对后各回路的闭环性能良好.

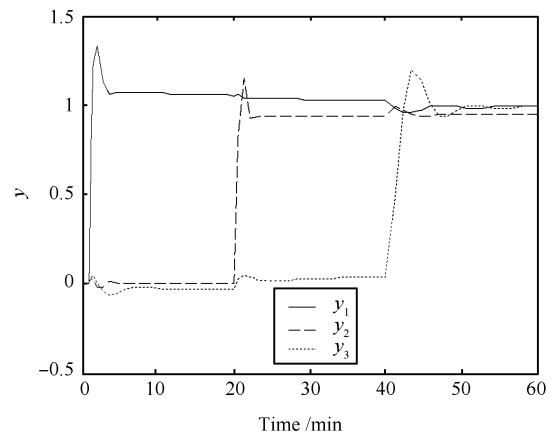


图 2 例 4 的 PID 控制仿真效果

Fig. 2 Simulation of PID control for Example 4

例 5. 考虑文献 [19] 中的示例 1 所描述的蒸馏塔塔顶控制系统, 由于塔顶回流罐液位系统的影响, 表现出典型的积分特性, 因此在传递函数中包含积分环节:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{3.04}{s} & \frac{-278.28}{s(s^2 + 36s + 180)} \\ \frac{0.052}{s} & \frac{319.47}{s(s^2 + 36s + 180)} \end{bmatrix}$$

取预测时域为 9, 控制时域为 4, 柔化因子为 0.3, 误差加权系数为 1, 控制加权系数为 0.4, 求得相关性矩阵  $\Lambda$ :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0.2504 \\ 0.1433 & 1 \end{bmatrix}$$

配对结果为  $u_1 - y_1$ 、 $u_2 - y_2$ . 与文献中的配对结果一致, 证明了本文控制结构选择方法的有效性.

5 结 论

针对多变量不稳定系统, 通过闭环控制策略下的广义预测控制的最优控制律, 得到输出期望值与输入之间的相关性

矩阵, 基于此矩阵来对系统进行关联分析并进行变量配对。此方法不仅给出了具有正实部极点的一般无时滞不稳定系统的闭环配对方法, 而且对具有积分/微分环节的不稳定系统同样适用。通过实例分析与仿真表明, 在所采用的算例中本文所提方法能够得到正确的控制结构。

### References

- Xu Feng, Luo Xiong-Lin. Regulatory control structure selection in chemical process with mathematical programming. *Computers and Applied Chemistry*, 2007, **24**(9): 1166–1172 (许锋, 罗雄麟. 基于数学规划的化工过程常规控制系统的结构选择. 计算机与应用化学, 2007, **24**(9): 1166–1172)
- Ahmadi T A, Mohammadi S A. A model free dynamic criterion for online input-output pairing. In: Proceedings of the 2011 Australian Control Conference. Melbourne, Australia: AUCC, 2011. 531–536
- Xiong Q, Cai W J, He M J. A practical loop pairing criterion for multivariable processes. *Journal of Process Control*, 2005, **15**(7): 741–747
- Monshizadeh-Naini N, Fatehi A, Khaki-Sedigh A. Input-output pairing using effective relative energy array. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2009, **48**(15): 7137–7144
- He M J, Cai W J, Ni W, Xie L H. RNGA based control system configuration for multivariable processes. *Journal of Process Control*, 2009, **19**(6): 1036–1042
- Cheng Y F, Li S Y. A new pairing method for multivariable processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2010, **49**(13): 6115–6124
- McAvoy T, Arkun Y, Chen R, Robinson D, Schnelle P D. A new approach to defining a dynamic relative gain. *Control Engineering Practice*, 2003, **11**(8): 907–914
- Lee J, Edgar T F. Dynamic interaction measures for decentralized control of multivariable processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2004, **43**(2): 283–287
- Meeuse F M, Huesman A E M. Analyzing dynamic interaction of control loops in the time domain. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2002, **41**(18): 4585–4590
- Renanto H, Avon T H, Joko L. Comparison of steady state and dynamic interaction measurements in multiloop control systems. *ASEAN Journal of Chemical Engineering*, 2005, **5**(1): 1–15
- Hovd M, Scogestad S. Pairing criteria for decentralized control of unstable plants. *Industrial & Engineering Chemistry*, 1994, **33**(9): 2134–2139
- Huang H P, Lin F Y, Jeng J C. Multi-loop PID controllers design for MIMO processes containing integrator(s). *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 2005, **38**(9): 742–756
- Witcher M F, McAvoy T J. Interacting control system: steady-state and dynamic measurement of interaction. *ISA Transactions*, 1977, **16**(3): 35–41
- Hu W H, Cai W J, Xiao G X. Relative gain array for MIMO processes containing integrators and/or differentiators. In: Proceedings of the 11th International Conference on Control Automation Robotics & Vision (ICARCV). Singapore: IEEE, 2010. 231–235
- Ding Bao-Cang. *Theory and Method of Predictive Control*. Beijing: China Machine Press, 2008. 176–183 (丁宝苍. 预测控制的理论与方法. 北京: 机械工业出版社, 2008. 176–183)
- Shu Di-Qian. *Predictive Control System and Application*. Beijing: China Machine Press, 2001. 97–102 (舒迪前. 预测控制系统及其应用. 北京: 机械工业出版社, 2001. 97–102)
- Hu Pin-Hui. Multivariable State Feedback Model Predictive Control and Its Application [Ph. D. dissertation], China University of Petroleum, China, 1999 (胡品慧. 多变量状态反馈预测控制及应用 [博士学位论文], 中国石油大学, 中国, 1999)
- Zhu Hong-Ping, Li Run-Qiu. Optimization design of PID parameter based on Matlab. *Ordnance Industry Automation*, 2004, **23**(1): 39–40 (朱红平, 李润求. 基于 Matlab 的 PID 参数最优化设计. 兵工自动化, 2004, **23**(1): 39–40)
- Hu W H, Cai W J, Xiao G X. Decentralized control system design for MIMO processes with integrators/differentiators. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2010, **49**(24): 12521–12528

许锋 中国石油大学(北京)自动化研究所讲师。主要研究方向为过程控制与实时优化, 过程系统工程。E-mail: xufengxzt@sohu.com (XU Feng Lecturer at the Research Institute of Automation, China University of Petroleum (Beijing). His research interest covers process control and real-time optimization, and process systems engineering.)

魏小丽 中国石油大学(北京)自动化研究所硕士研究生。主要研究方向为过程控制, 过程系统工程。E-mail: weixiaoli.2006xj@yahoo.com.cn (WEI Xiao-Li Master student at the Research Institute of Automation, China University of Petroleum (Beijing). Her research interest covers process control and process systems engineering.)

任丽红 中国石油大学(北京)自动化研究所博士研究生。主要研究方向为过程控制, 过程系统工程。E-mail: renlihong@bupt.edu.cn (REN Li-Hong Ph.D. candidate at the Research Institute of Automation, China University of Petroleum (Beijing). Her research interest covers process control and process systems engineering.)

罗雄麟 中国石油大学(北京)自动化研究所教授。主要研究方向为过程控制与实时优化, 智能控制, 预测控制, 过程系统工程。本文通信作者。E-mail: luoxl@cup.edu.cn (LUO Xiong-Lin Professor at the Research Institute of Automation, China University of Petroleum (Beijing). His research interest covers process control and real-time optimization, intelligent control, model predictive control, and process systems engineering. Corresponding author of this paper.)