柔性作业车间生产计划与调度集成优化求解策略

安玉伟 [1,2]　　严洪森 [1,3]

摘 要 针对柔性作业车间 (Flexible job-shop, FJS) 生产计划 (Production planning, PP) 与调度紧密衔接的特点, 建立了生产计划与调度集成优化模型. 模型综合考虑了安全库存、需求损失及工件加工路线柔性等方面因素. 提出了一种基于拉格朗日松弛 (Lagrangian relaxation, LR) 的分解算法, 将原问题分解为计划子问题与调度子问题. 针对松弛的生产计划子问题, 提出一种新的费用结构, 以保证生产计划决策与实际情况相符, 并设计了一种变量固定–松弛策略与滚动时域组合算法进行求解. 对于调度子问题中的加工路线柔性问题, 提出了一种新的机器选择策略. 通过数值实验验证了模型与算法的有效性.

关键词 生产计划, 调度, 柔性作业车间, 拉格朗日松弛

引用格式 安玉伟, 严洪森. 柔性作业车间生产计划与调度集成优化求解策略. 自动化学报, 2013, **39**(9): 1476−1491

DOI 10.3724/SP.J.1004.2013.01476

Solution Strategy of Integrated Optimization of Production Planning and Scheduling in a Flexible Job-shop

AN Yu-Wei [1,2]　　YAN Hong-Sen [1,3]

Abstract To cope with the interaction between production planning and scheduling in a flexible job shop (FJS), an integrated optimization model for production planning and scheduling is presented. Safety stock, demand loss and flexible process routing of jobs are involved in the model. A decomposition algorithm based on Lagrangian relaxation (LR) is used to solve this model, and the integrated problem is decomposed into a production planning sub-problem and a flexible scheduling sub-problem. For the relaxed production planning sub-problem, a new cost structure is provided in order to make the decision-making coincide with the practical problem, and an algorithm which combines varying fix-and-relax with rolling-horizon is developed to solve the planning sub-problem. For the flexible process routing of the scheduling sub-problem, a new strategy of machine assignment is addressed. Numerical experiments validate the effectiveness of the proposed model and algorithm.

Key words Production planning (PP), scheduling, flexible job-shop (FJS), Lagrangian relaxation (LR)

Citation An Yu-Wei, Yan Hong-Sen. Solution strategy of integrated optimization of production planning and scheduling in a flexible job-shop. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(9): 1476−1491

生产计划 (Production planning, PP) 与调度的制定是制造业生产运作管理的两个最重要的任务. 它们的制定结果强烈影响着企业的利润取得、资源的利用效率及产品能否准时交货等方面[1]. 生产计划是解决做什么 (What to do) 的问题, 通常指的是企业在生产能力的约束下, 制定一系列中期决策, 包括各种产品的产量、库存量和缺货量等. 生产计划的目标是使上述各项决策的总相关费用最小. 因此, 计划区间 (Planning horizon) 内各生产周期上的生产目标及库存水平等构成生产计划的解. 生产计划区间的长度一般介于几个月到一年之间. 另一方面, 生产调度是解决怎么做 (How to do) 的问题, 其主要决策是将生产计划制定的每个周期的生产任务的各工序进行机器指派和作业排序 (从而给出了每种产品的各工序在相应机器上的开工与完工时间). 生产调度涉及到的时间区间一般介于几天到几个星期之间. 显然, 这两个问题是紧密相关的. 生产计划的解 (生产目标) 是调度问题的输入条件; 同时, 生产计划问题涉及到的能力约束往往与调度的解相关[1].

特别是在一些特殊的生产环境中, 无法将生产计划与调度分离开来. 例如, 在柔性作业车间 (Flexible job-shop, FJS) 成批生产系统中, 需要确定各种产品的生产批量、为每种产品分配加工设备以及确定相应生产调度. 在制定批量计划时, 需要考虑生产能力的限制, 而生产能力与机器的指派有关. 在确定机器指派时, 需要知道各批产品的加工时间,

收稿日期 2012-05-28　录用日期 2012-11-07
Manuscript received May 28, 2012; accepted November 7, 2012
国家自然科学基金重点项目 (60934008) 资助
Supported by Key Projects of National Natural Science Foundation of China (60934008)
本文责任编委 宋士吉
Recommended by Associate Editor SONG Shi-Ji
1. 东南大学自动化学院 南京 210096　2. 黑龙江科技学院理学院 哈尔滨 150027　3. 东南大学复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室 南京 210096
1. School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096　2. School of Science, Heilongjiang Institute of Science & Technology, Harbin 150027　3. Key Laboratory of Measurement and Control of Complex System Engineering, Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096

而这又和产品的批量及各种产品的单位加工时间有关. 因此, 生产计划与调度在本质上是相互关联的, 很难区分生产计划与调度的界限.

然而, 传统的生产计划与调度制定方法却是采用 “分而治之” 的方式. 首先, 生成生产计划, 然后, 依据给定的生产计划, 产生详细的调度. 具体来讲, 在生产计划层, 根据客户订单、需求预测和历史数据, 首先, 制定出企业的综合生产计划 (Aggregate production planning, APP). 然后, 在 APP 确定的生产和库存水平总体决策下, APP 分解为详细的主生产计划 (Master production scheduling, MPS), 制定出整个计划区间 (长度为月或年) 某个特定时段 (以天或周为时间单位) 最终产品的生产数量和库存水平. 最后, 依据主生产计划的安排, 进行生产调度, 即将每周期的生产任务的各工序进行作业排序和机器指派[2].

这种传统的递阶方法的主要缺点是由于在计划层忽略了详细的调度约束, 使得对于给定的生产计划, 可能无法获得可行的生产调度[2]. 因此, 理想的方式是将生产计划与调度集成优化. 最近的研究趋势体现了这种将生产计划与调度协调起来集成优化的观点, 即在制定生产计划时不仅考虑生产能力的约束, 而且将详细的调度作为一种约束条件, 也就是将 “依据计划制定的生产任务必须在相应的生产周期内完成” 作为新的约束条件加以考虑, 我们称之为生产计划与调度可行条件. 研究背景主要为具有调整时间与 (产品型或产品族) 加工顺序相关 (Sequence dependent setup times) 性质的生产环境或作业车间[3−5].

生产计划与调度集成优化问题已成为流程工业生产运作管理研究热点之一[6−8], 本文关注的是离散制造业的生产计划与调度集成优化问题.

和生产计划与调度集成优化相近的一类问题是批量计划与调度同步问题 (Simultaneous lot-sizing and scheduling problem, SLSSP). 这里的批量计划是指确定每种产品在一个计划区间内的各生产周期的生产量, 特别是指每种产品在每台机器上连续加工期间没有中断时的生产数量. 该类问题研究在满足生产能力约束下, 同时确定每种产品的生产批量及各种产品的加工顺序, 但 SLSSP 模型中一般不含生产计划与调度可行条件. 多数文献以调整时间与加工顺序相关的单机、并行机和流水车间的生产环境为研究背景[9−11].

目前, 研究复杂的作业车间环境下生产计划与调度集成优化的成果较少[2]. Lasserre[12] 针对作业车间生产环境, 建立了同时包含计划与调度属性的混合整数规划模型, 提出了计划与调度交替迭代进行的分解方法, 并证明该算法可以经过有限次迭代收敛到一个局部最优解. 熊锐等[13] 对 Lasserre 给出的数学模型, 提出了一种基于拉格朗日松弛 (Lagrangian relaxation, LR) 的分解算法, 理论上可以得到问题的最优解. 但随着问题规模的增大, 解调度子问题将消耗较多的计算负担, 难以应用到大规模问题. Fandel 等[14] 建立了多产品多级作业车间批量计划与调度同时优化的双层时间结构模型. 该模型本质上是非线性的, 且包含了三种不同形式的 0-1 整数变量, 使得该模型非常复杂很难求解, 因而没有给出求解方法. 文献 [12−14] 是以经典的作业车间为研究背景, 其中, 每个工件的每道工序限定在指定的机器上加工. 而在实际生产中, 允许工序在多台机器中的任意一台上加工, 这种生产环境就是柔性作业车间. 因此, 研究柔性作业车间生产计划与调度的集成优化具有理论意义与应用价值. 据我们所知, 目前只有文献 [15] 对柔性作业车间生产计划与调度的集成优化问题进行了研究. Zhang 等[15] 建立了柔性作业车间生产计划与调度的集成优化模型, 并设计了一种混合遗传算法对模型整体求解.

本文建立了柔性作业车间生产计划与调度集成优化的混合整数规划模型. 模型考虑了产品加工路线的柔性及安全库存的需求. 针对模型的特点, 提出了求解该模型的广义 LR 分解算法, 在求解计划子问题时, 提出了一种新的费用结构.

本文研究与现有研究不同之处在于: 1) 现有文献要求每种产品的总需求必须在计划区间内全部满足 (容许在付出较高的惩罚代价下延期交货). 本文研究容许每种产品在每一生产周期失去部分或全部需求 (Demand shortage), 此时会造成销售损失 (Lost sales)[16]; 2) 生产计划与调度集成优化问题所建立的数学模型规模往往非常庞大, 很难直接求解. 理想方法是采用 LR 等分解法[2], 本文设计了一种广义 LR 分解算法, 将其分解为系列计划子问题与调度子问题分别求解. 由于计划与调度的特点不同, 由 “No free lunch” 原理[17], 其中, 计划子问题与调度子问题分别采用精确优化方法和粒子群优化算法求解, 并通过拉格朗日乘子进行协调优化. 而文献 [6, 13] 的分解方法是针对所解决问题的特殊性而构造的, 不适合应用到一般情况; 3) 由于产品的需求量往往是通过预测得到的, 具有一定的不确定性. 为了应对这种不确定性, 应允许有一定的库存存在, 即应设定一个安全库存, 已有较多文献研究安全库存, 但在生产计划与调度集成优化问题中包含安全库存的研究还很少, 本文模型包含了安全库存.

1 柔性作业车间生产计划与调度集成模型

1.1 问题描述

在汽车制造业中, 冲压车间是整个汽车制造系统的首要环节, 为下游的焊装车间提供装配件 (冲

压件). 其主要特征基本与柔性 Job-shop 相符[15, 18]. 该车间的生产特点是: 冲压件 (产品) 的种类多、批量小. 在加工冲压件前需要更换模具, 换模时间 (即调整时间, 一般约为 10～20 分钟) 远远大于单件冲压产品的加工时间 (一般约为 10 秒左右)[15, 18]. 因此, 为了减少换模所占用的时间, 冲压车间多以成批轮番方式组织生产. 冲压产品具有不同的加工路线以备选择, 具有较强的柔性. 由前面所述, 有必要将生产计划与调度集成起来优化.

本文以南汽集团车身厂冲压车间为背景, 该车间有 M 台具有不同冲压能力的设备. 在由 T 个生产周期组成的时间段内计划生产 N 种工件 (以下工件与产品互用), 每种工件 i 包含 n_i 道工序, 能完成每道工序加工任务的机器可能有多台. 在周期 t 内, 已知产品 i 的需求量为 d_{it}. 需要给出合理的生产计划与调度, 使得每个周期的生产任务能够在该周期内完成 (可以适当的加班). 生产计划的任务是制定出各种产件的生产量 $X_{i,t}$, 使产品的生产费用、库存保管费用与缺货惩罚费用之和最小; 调度的任务是为每种产品分配机器及确定同一设备上的产品的加工顺序 (从而相应地确定出每种产品在各个机器上的开工与完工时间, 某些设备上的工人可能需要加班), 使加班费用与机器指派费用之和最小. 生产计划与调度的集成优化就是在保证能够得到可行的调度的基础上, 从整体上优化这两部分费用.

1.2 数学模型

1.2.1 参数及变量说明

参数及指标符号:

N: 产品种类数, $\bar{N} = \{1, \cdots, N\}$;

M: 机器总数, $\bar{M} = \{1, \cdots, M\}$;

T: 时间周期总数, $\bar{T} = \{1, \cdots, T\}$;

i, j: 产品号, $i, j = 1, \cdots, N$;

n_i: 产品 i 的工序总数, $\bar{n}_i = \{1, \cdots, n_i\}$;

k, l: 工序号, $k, l = 1, \cdots, n_i$;

(i, k): 产品 i 的第 k 道工序;

m: 机器号, $m \in \bar{M}$;

t: 时间周期序号, $t \in \bar{T}$;

INV_i: 产品 i 在第一个生产周期的初始库存;

$RI_{i,t}$: 产品 i 在周期 t 的安全库存定额, $i \in \bar{N}$, $t \in \bar{T}$;

$s_{i,k}^m$: 工序 (i, k) 在机器 m 上加工所需要的生产调整时间 (即换模时间);

$p_{i,k}^m$: 工序 (i, k) 在机器 m 上的加工时间;

$f_{i,k}^m$: 工序 (i, k) 可以在机器 m 上加工时其值为 1, 否则为 0;

$J(m)$: 可以在机器 m 上加工的工序集合, 不包括虚拟工序;

$J_1(m)$: 可以在机器 m 上加工的工序集合, 包括虚拟产品 J_0 的工序;

$J_2(m)$: 可以在机器 m 上加工的工序集合, 包括虚拟产品 J_{n+1} 的工序;

$M(i, k)$: 能够加工工序 (i, k) 的机器集合;

$ch_{i,t}^+$: 产品 i 在周期 t 的安全库存超额的单位惩罚费用;

$ch_{i,t}^-$: 产品 i 在周期 t 的安全库存欠额的单位惩罚费用;

$cp_{i,t}$: 产品 i 在周期 t 的单位生产费用;

$cb_{i,t}$: 产品 i 在周期 t 的单位欠产惩罚费用;

$cu_{i,t}$: 产品 i 在周期 t 生产准备费用;

$cs_{i,k}^m$: 工序 (i, k) 在机器 m 上的生产调整费用 (即换模费用);

$ct_{m,t}$: 在周期 t 内, 机器 m 上加班所需要支付的单位费用;

$d_{i,t}$: 产品 i 在周期 t 内的需求量;

Ml_i: 产品 i 的生产批量上限;

ml_i: 产品 i 的最小生产批量;

ω: 加班时间上限比例因子;

W_t: 周期 t 内可用的生产能力, 这里假设每台机器的生产能力均相同;

G: 一个大的正数.

变量:

$SI_{i,t}^+$: 产品 i 在周期 t 内的安全库存超额量;

$SI_{i,t}^-$: 产品 i 在周期 t 内的安全库存欠额量;

$L_{i,t}$: 产品 i 在周期 t 内的欠产数量;

$X_{i,t}$: 产品 i 在周期 t 内的生产量;

$y_{i,t}$: 在周期 t 内, 若产品 i 进行生产, 则其值为 1, 否则为 0;

$B_{i,k}^t$: 在周期 t 内, 工序 (i, k) 的开工时间;

$C_{i,k}^t$: 在周期 t 内, 工序 (i, k) 的完工时间;

$F_{m,t}$: 在周期 t 内, 机器 m 上最后一个加工工件的完工时间;

$\alpha_{i,k}^{m,t}$: 在周期 t 内, 若工序 (i, k) 指派在机器 m 上加工, 其值为 1, 否则为 0;

$\delta_{i,k,j,l}^{m,t}$: 在周期 t 内, 若在机器 m 上, 工序 (i, k) 先于工序 (j, l) 加工, 其值为 1, 否则为 0;

$O_{m,t}$: 在周期 t 内, 机器 m 上的加班时间;

为方便起见, 用 J_0, J_{n+1} 表示虚拟工件. 虚拟工件的工序称为虚拟工序, J_0, J_{n+1} 的虚拟工序数均为 M, 假定它们的第 k 道工序均只能在第 k 台机器上加工, 即设当 $k = m$ 时, $f_{0,k}^m = f_{n+1,k}^m = 1$; 当 $k \neq m$, $m \in \bar{M}$ 时, $f_{0,k}^m = f_{n+1,k}^m = 0$. 并且假设 $s_{i,k}^m = p_{i,k}^m = 0$, $i = 0, n+1$, $m \in \bar{M}$. 其有关的费用参数均设为很大的正数 G. 在每个周期内, 每一台机器上最先加工与最后加工的工件分别为虚拟工件 J_0, J_{n+1}.

如果在一个计划周期内生产的产品种类较多时, 换模时间将占用较长时间, 导致冲压车间的生产能

力较为紧张, 其生产的冲压件将无法满足焊装车间的需求. 同时由于产品的需求不是稳定不变的, 经常会出现紧急订单, 这时焊装车间对冲压件的需求量便会增加. 为应对这两种情形, 应允许冲压件有一定库存, 即设定一个安全库存.

通常情况下, 安全库存是作为约束条件的刚性要求. 但是, 如果生产能力较为紧张时, 这一要求将无法达到. 因此, 可以将安全库存作为要达到的一种目标, 而不是作为一种约束[19]. 如果达不到这个目标, 将给予惩罚, 我们把这种安全库存称之为期望安全库存. 为更好地描述这个问题, 给出安全库存欠额与安全库存超额的定义.

定义 1. 设 $I_{i,t}$ $(I_{i,t}\geq 0)$ 表示产品 i 在 t 周期末的库存量, 如果库存量大于安全库存定额 $RI_{i,t}$, 即 $I_{i,t}\geq RI_{i,t}$, 则称其超出安全库存定额部分为安全库存超额, 记为 $SI^+_{i,t}$ (即 $SI^+_{i,t}=I_{i,t}-RI_{i,t}$, 当 $I_{i,t}\geq RI_{i,t}$). 如果库存量小于安全库存定额 $RI_{i,t}$ $(I_{i,t}\leq RI_{i,t})$, 则称安全库存定额不足部分为安全库存欠额, 记为 $SI^-_{i,t}$ (即 $SI^-_{i,t}=RI_{i,t}-I_{i,t}$, 当 $I_{i,t}\leq RI_{i,t}$). 因此, 安全库存超额 $SI^+_{i,t}=\max\{I_{i,t}-RI_{i,t},0\}$, 库存欠额 $SI^-_{i,t}=\max\{RI_{i,t}-I_{i,t},0\}$, 库存量可以表示为 $I_{i,t}=RI_{i,t}+SI^+_{i,t}-SI^-_{i,t}$. 通常情况下, 变量 $SI^-_{i,t}$, $SI^+_{i,t}$ 对应的单位惩罚成本 $ch^-_{i,t}$, $ch^+_{i,t}$ 满足关系式 $ch^-_{i,t}>ch^+_{i,t}$[19].

1.2.2　数学模型

PPSP-1:

$$\min Z=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}(ch^+_{i,t}SI^+_{i,t}+ch^-_{i,t}SI^-_{i,t}+cp_{i,t}X_{i,t}+cb_{i,t}L_{i,t}+cu_{i,t}y_{i,t})+\sum_{m=1}^{M}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{n_i}cs^m_{i,k}\alpha^{m,t}_{i,k}+\sum_{m=1}^{M}\sum_{t=1}^{T}ct_{m,t}O_{m,t} \tag{1}$$

s.t.

$$INV_i+L_{i,1}+X_{i,1}=I_{i,1}+d_{i,1},\quad \forall i \tag{2}$$

$$I_{i,t-1}+L_{i,t}+X_{i,t}=I_{i,t}+d_{i,t}, t=2,\cdots,T,\forall i \tag{3}$$

$$\sum_{(i,k)\in J(m)}(s^m_{i,k}y_{i,t}+p^m_{i,k}X_{i,t})\alpha^{m,t}_{i,k}\leq W_t+O_{m,t},\quad \forall m,t \tag{4}$$

$$SI^+_{i,t}=\max\{I_{i,t}-RI_{i,t},0\},\quad \forall i,t \tag{5}$$

$$SI^-_{i,t}=\max\{RI_{i,t}-I_{i,t},0\},\quad \forall i,t \tag{6}$$

$$ml_iy_{i,t}\leq X_{i,t}\leq Ml_iy_{i,t},\quad \forall i,t \tag{7}$$

$$SI^-_{i,t}\leq RI_{i,t},\quad \forall i,t \tag{8}$$

$$L_{i,t}\leq d_{i,t},\quad \forall i,t \tag{9}$$

$$\alpha^{m,t}_{i,k}\leq f^m_{i,k},\quad k\in\bar{n}_i,\forall i,m,t \tag{10}$$

$$C^t_{i,k}\geq B^t_{i,k}+\sum_{m\in M(i,k)}(s^m_{i,k}y_{i,t}+p^m_{i,k}X_{i,t})\alpha^{m,t}_{i,k},\quad k\in\bar{n}_i,\forall i,t \tag{11}$$

$$C^t_{i,k}\leq B^t_{i,k+1},\quad k\in\bar{n}_i,\forall i,t \tag{12}$$

$$B^t_{i,k}+(s^m_{i,k}y_{i,t}+p^m_{i,k}X_{i,t})\alpha^{m,t}_{i,k}-(1-\delta^{m,t}_{i,k,j,l})G\leq B^t_{j,l},\ k\in\bar{n}_i,l\in\bar{n}_j,\quad \forall i,j,m,t \tag{13}$$

$$B^t_{j,l}+(s^m_{j,l}y_{j,t}+p^m_{j,l}X_{j,t})\alpha^{m,t}_{j,l}-(1-\delta^{m,t}_{j,l,i,k})G\leq B^t_{i,k},\ k\in\bar{n}_i,l\in\bar{n}_j,\quad \forall i,j,m,t \tag{14}$$

$$\sum_{m\in M(i,k)}\alpha^{m,t}_{i,k}=y_{i,t},\quad k\in\bar{n}_i,\forall i,t \tag{15}$$

$$\sum_{(i,k)\in J1(m)}\delta^{m,t}_{i,k,j,l}=\alpha^{m,t}_{j,l},m\in M(j,l),l\in\bar{n}_j,\forall j,t \tag{16}$$

$$\sum_{(j,l)\in J2(m)}\delta^{m,t}_{i,k,j,l}=\alpha^{m,t}_{i,k},m\in M(i,k),k\in\bar{n}_i,\forall i,t \tag{17}$$

$$\sum_{(i,k)\in J(m)}\delta^{m,t}_{0,l,i,k}\leq 1,\quad l=m,\forall m,t \tag{18}$$

$$\sum_{(i,k)\in J2(m)}\delta^{m,t}_{i,k,0,l}=0,\quad l=m,\forall m,t \tag{19}$$

$$\sum_{(i,k)\in J(m)}\delta^{m,t}_{i,k,n+1,l}\leq 1,\quad l=m,\forall m,t \tag{20}$$

$$\sum_{(i,k)\in J1(m)}\delta^{m,t}_{n+1,l,i,k}=0,\quad l=m,\forall m,t \tag{21}$$

$$F_{m,t}=\max_{(i,n_i)\in J(m)}\{C^t_{i,n_i}-(1-\delta^{m,t}_{i,n_i,n+1,l})G\},\quad l=m,\forall m,t \tag{22}$$

$$F_{m,t}\leq W_t+O_{m,t},\quad \forall m,t \tag{23}$$

$$0\leq O_{m,t}\leq \omega W_t,\quad \forall m,t \tag{24}$$

$$SI^+_{i,t},SI^-_{i,t},I_{i,t},L_{i,t},X_{i,t}\in\mathbf{Z}^+_{N\times T},\quad y_{i,t}\in\{0,1\},\quad \forall i,t \tag{25}$$

$$B^t_{i,k},C^t_{i,k},O_{m,t}\geq 0,\alpha^{m,t}_{i,k},\delta^{m,t}_{i,k,j,l}\in\{0,1\},\quad 0\leq\omega\leq 1,\quad k\in\bar{n}_i,l\in\bar{n}_j,\forall i,j,m,t \tag{26}$$

式 (1) 以极小化相关费用为目标函数, 费用由安全库存超额惩罚费用、安全定额欠额惩罚费用、生产费用、欠产惩罚费用、生产准备费用、换模费用及加班费用组成. 约束 (2) 和 (3) 表示物料平衡方程. 约束 (4) 为生产能力约束. 约束 (5) 和 (6) 给出了为安全库存超额及安全库存欠额计算公式. 约束 (7) 表示生产批量的上限及下限限制. 约束 (8) 和 (9) 限定了安全库存欠额及工件缺货数量的取值上限. 约束 (10) 表示工序只能在其允许的机器上加工. 约束

(11) 和 (12) 分别是同一工件的工序加工顺序约束. 约束 (13) 和 (14) 分别表示在同一周期内任一台机器上同一时刻最多只能完成一道工序的生产调整及加工工作. 约束 (15) 表示如果产品进行生产, 其每一道工序只能选择在一台机器上加工. 约束 (16) 和 (17) 强调每道工序只能有一道紧前工序及一道紧后工序. 约束 (18) ∼ (21) 迫使虚拟工序只能在每台机器最先与最后加工. 约束 (22) 给出了每台机器的完工时间的计算方法. 约束 (23) 表示每台机器的完工时间不能超过其可利用的时间, 约束 (23) 保证了调度的可行性. 约束 (24) 表示加班时间的限制.

依照传统的递阶方式制定生产计划与调度时, 首先, 要对机器调整时间加以估计, 对柔性作业车间来说, 就是依据经验为工序指派机器, 然后, 优化生产批量. 对于本文来说, 当机器指派变量 $\alpha_{i,k}^{m,t}$ 固定时, 依据通常方法确定生产计划的模型为

生产计划模型 PP:

$$\min Z_{\mathrm{PP}}=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}(ch_{i,t}^{+}SI_{i,t}^{+}+ch_{i,t}^{-}SI_{i,t}^{-}+$$
$$cp_{i,t}X_{i,t}+cb_{i,t}L_{i,t}+cu_{i,t}y_{i,t})$$

s.t.

$$\sum_{(i,k)\in J(m)}(s_{i,k}^{m}y_{i,t}+p_{i,k}^{m}X_{i,t})\alpha_{i,k}^{m,t}\le\omega' W_t,\forall m,t$$

约束(2), (3), (5) ∼ (9), (25) (其中$\alpha_{i,k}^{m,t}$为常量)

模型 PP 中的 ω' 表示生产能力的利用系数, 如果不容许加班, 则 $\omega'=1$; 如果容许加班, 则 $\omega'>1$.

当已知生产批量 $X_{i,t}$ 的值时, 即约束 (10) ∼ (24) 中的变量 $X_{i,t}$, $y_{i,t}$ 为已知时, 生产调度模型为:

生产调度模型 SP:

$$\min Z_{\mathrm{SP}}=\sum_{m=1}^{M}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{n_i}cs_{i,k}^{m}\alpha_{i,k}^{m,t}+$$
$$\sum_{m=1}^{M}\sum_{t=1}^{T}ct_{m,t}O_{m,t}$$

s.t.

约束(10) ∼ (24), (26) (其中$X_{i,t}$, $y_{i,t}$为已知)

需要指出的是生产计划与调度集成优化模型 PPSP-1 是经典的计划模型 PP 与调度模型 SP 的组合, 因此, 模型 PPSP-1 中除约束 (4) (将计划模型中的生产能力的利用与机器指派相关联) 和约束 (22) (为计算每台机器上加班时间) 是作者归纳的外, 其他均可以从相应的文献中找到. 例如: 计划模型中约束 (2) ∼ (3)、约束 (7)、约束 (9) 来源于文献 [16, 19] (许多相应文献均提到过这些约束), 约束 (5) ∼ (6)、约束 (8) 来源于文献 [19]; 调度模型中的约束 (10) ∼ (21) 虽然与文献 [20] 不完全一致, 但也是作者综合文献 [20] 与其他文献得到的.

2 求解方法

2.1 广义拉格朗日分解法

上述生产计划与调度集成优化模型实际上包含了批量计划与柔性作业车间调度两个子问题, 这两个子问题均是 NP-hard 问题, 因此, 本文所研究的生产计划与调度集成优化问题也是 NP-hard 的. 无法在允许的时间范围内得到该问题的精确解. 所以本文采用拉格朗日分解法求解该问题. 为了能够利用拉格朗日分解法, 引入三组新的约束, 并将约束 (4) 及约束 (11) ∼ (15) 变为约束 (30) ∼ (35). 其中, $\chi(z)=1$, 如果 $z>0$; 否则, $\chi(z)=0$.

PPSP-2:

$\min Z$

s.t.

约束 (2) 和 (3)

约束 (5) ∼ (10)

$$X_{i,t}=Q_{i,t},\quad\forall i,t \tag{27}$$

$$\alpha_{i,k}^{m,t}=\beta_{i,k}^{m,t},\quad\forall i,t \tag{28}$$

$$\bar{y}_{i,t}=\chi(Q_{i,t}),\quad\forall i,t \tag{29}$$

$$\sum_{(i,k)\in J(m)}(s_{i,k}^{m}y_{i,t}+p_{i,k}^{m}X_{i,t})\beta_{i,k}^{m,t}\le W_t+O_{m,t},\quad\forall m,t \tag{30}$$

$$C_{i,k}^{t}\ge B_{i,k}^{t}+\sum_{m\in M(i,k)}(s_{i,k}^{m}y_{i,t}+p_{i,k}^{m}X_{i,t})\beta_{i,k}^{m,t},\quad k\in\bar{n}_i,\forall i,t \tag{31}$$

$$C_{i,k}^{t}\ge B_{i,k}^{t}+\sum_{m\in M(i,k)}(s_{i,k}^{m}\bar{y}_{i,t}+p_{i,k}^{m}Q_{i,t})\alpha_{i,k}^{m,t},\quad k\in\bar{n}_i,\forall i,t \tag{32}$$

$$B_{i,k}^{t}+(s_{i,k}^{m}\bar{y}_{i,t}+p_{i,k}^{m}Q_{i,t})\alpha_{i,k}^{m,t}-(1-\delta_{i,k,j,l}^{m,t})G\le B_{j,l}^{t},k\in\bar{n}_i,l\in\bar{n}_j,\quad\forall i,j,m,t \tag{33}$$

$$B_{j,l}^{t}+(s_{j,l}^{m}\bar{y}_{j,t}+p_{j,l}^{m}Q_{j,t})\alpha_{j,l}^{m,t}-(1-\delta_{j,l,i,k}^{m,t})G\le B_{i,k}^{t},k\in\bar{n}_i,l\in\bar{n}_j,\quad\forall i,j,m,t \tag{34}$$

$$\sum_{m\in M(i,k)}\alpha_{i,k}^{m,t}=\bar{y}_{i,t},k\in\bar{n}_i,\quad\forall i,t \tag{35}$$

及约束(2), (3), (5) ∼ (10), (16) ∼ (26)

上述模型中约束 (27) 和 (28) 中的 $Q_{i,t}$, $\beta_{i,k}^{m,t}$ 是联接生产计划与调度的人工变量, 约束 (29) 确定产品 i 在周期 t 内是否生产. 约束 (29) 与模型 PPSP-1 中的约束 (7) 具有相同的意义, 保证了只

有在某种产品确定需要生产时才进行与其相关的生产准备. LR 算法实质上是一种迭代算法, 为了利用 LR 算法, 为生产计划中的变量 $X_{i,t}$, $y_{i,t}$ 设置了在调度问题中的对应项 $Q_{i,t}$, $\bar{y}_{i,t}$, 同样为调度问题中的机器指派变量 $\alpha_{i,k}^{m,t}$, 设计了在计划问题中的对应项 $\beta_{i,k}^{m,t}$, 以便在每一次拉格朗日迭代时, 将计划与调度问题进行分解与协调. 在下文中, 约束 (30) 和约束 (31) ($\beta_{i,k}^{m,t}$ 看作常量) 将用在 LR 法中的计划子问题中, 约束 (32) ~ (34) ($Q_{i,t}$, $\bar{y}_{i,t}$ 看作常量) 将用在 LR 法中的调度子问题中. 约束 (35) 表示只有当需要生产时 ($\bar{y}_{i,t}=1$) 才为其指派加工机器. 引入拉格朗日乘子 $\boldsymbol{\mu}=\{\mu_{i,t}\}$, $\boldsymbol{\nu}=\{\nu_{i,k}^{m,t}\}$, $i\in\bar{N}$, $k\in\bar{n}_i$, $m\in\bar{M}$, $t\in\bar{T}$, $\boldsymbol{\theta}=(\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\nu})$. 将约束 (27) 和 (28) 松弛到目标函数中. 松弛模型 LRPPSP 为:

LRPPSP:

$$
\begin{aligned}
&Z_{\mathrm{LR}}=Z+\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\mu_{i,t}(X_{i,t}-Q_{i,t})+\\
&\sum_{t=1}^{T}\sum_{m=1}^{M}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{n_i}\nu_{i,k}^{m,t}(\alpha_{i,k}^{m,t}-\beta_{i,k}^{m,t})=\\
&\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}(ch_i^{+}SI_{i,t}^{+}+ch_i^{-}SI_{i,t}^{-}+(cp_{i,t}+\mu_{i,t})X_{i,t}+\\
&cb_{i,t}L_{i,t}+cu_{i,t}y_{i,t})-\sum_{t=1}^{T}\sum_{m=1}^{M}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{n_i}\nu_{i,k}^{m,t}\beta_{i,k}^{m,t}+\\
&\sum_{t=1}^{T}\sum_{m=1}^{M}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{n_i}(cs_{i,k}^{m}+\nu_{i,k}^{m,t})\alpha_{i,k}^{m,t}+\\
&\sum_{m=1}^{M}\sum_{t=1}^{T}ct_{m,t}O_{m,t}
\end{aligned}
$$

s.t.

约束 (2), (3), (5) ~ (10), (12), (16) ~ (26), 以及约束 (29) ~ (35)

人工变量 $Q_{i,t}$, $\beta_{i,k}^{m,t}$ 所对应的拉格朗日乘子 $\mu_{i,t}$, $\nu_{i,k}^{m,t}$ 可以看作影子价格, $\mu_{i,t}$ 可以解释为出售单位生产能力 (资源) 所获得的利润, 同样 $\nu_{i,k}^{m,t}$ 可以解释为企业出租设备所带来的利润. 基于此, 可以令

$$
\mu_{i,t}=\lambda cp_i,\quad \nu_{i,k}^{m,t}=\lambda cs_{i,k}^{m},\quad 0\le\lambda\le 1 \tag{36}
$$

注意到这个模型实际上仍然不能分解成计划与调度相互独立的子问题, 因此, 无法采用标准的拉格朗日分解法将该问题分解为一系列的子问题进行求解. 但是可以求助于一类广义的拉格朗日分解法[21]得到该问题的近似解, 即将问题分解为固定机器指派的生产计划问题、固定批量的生产调度问题, 交替迭代求解这两个子问题. 这种广义拉格朗日分解法可以看成为标准的拉格朗日法与数值分析中的高斯–赛德尔 (Gauss-Seidel) 迭代原理的组合[22]. 文献 [23] 在研究劳动力受限生产系统的生产批量计划问题时, 利用广义 LR 法将所建立的集约生产计划模型分解为劳动力模型及生产计划模型两个子问题. 然而这两个子问题并不是独立的, 生产计划模型中涉及到生产批量及劳动力数量两种变量, 其中, 劳动力数量变量与另一子问题 (即劳动力子问题) 中的变量相关. 文献 [24] 利用 LR 技术将库存路径问题分解为库存问题与路径两个子问题. 在求解库存问题时, 把车辆配送路径固定. 而在优化配送车辆路径时, 将库存变量看为常数. 因此, 其实质也是广义的拉格朗日分解法. 设 $\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{SI}^{+}, \boldsymbol{SI}^{-}, \boldsymbol{X}, \boldsymbol{L}, \boldsymbol{y})$, $\boldsymbol{\pi}=(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C})$ 分别为批量生产计划子问题及调度子问题的决策变量, 记 $Z_{\mathrm{LR}}^{\mathrm{PP}}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\theta},\bar{\boldsymbol{\beta}})$ 为固定了机器指派 $\boldsymbol{\beta}$ 为 $\bar{\boldsymbol{\beta}}$ 的松弛生产计划问题 LRPP-1, $Z_{\mathrm{LR}}^{\mathrm{SP}}(\boldsymbol{\pi}|\boldsymbol{\theta},\bar{\boldsymbol{Q}})$ 是固定了生产批量 $\boldsymbol{Q}$ 为 $\bar{\boldsymbol{Q}}$ 的松弛生产调度子问题 LRSP.

将约束 (30) 中的机器指派变量 $\beta_{i,k}^{m,t}$ 固定为常量 $\bar{\beta}_{i,k}^{m,t}$, 从而把约束 (30) 和 (31) 转化为 LRPP-1 中的约束 (37) 和 (38), 在 LR 算法中, 每次迭代时, 将 LRPP-1 中的常量 $\bar{\beta}_{i,k}^{m,t}$ 取为 LRSP 在上一次迭代中得到的机器指派结果 $\alpha_{i,k}^{m,t}$, 并将 LRSP 在上一次迭代中得到的变量 $\delta_{i,k,j,l}^{m,t}$ 的取值作为常量 $\bar{\delta}_{i,k,j,l}^{m,t}$ (即将上一次迭代时调度子问题的排序结果固定), 并将 $\bar{\beta}_{i,k}^{m,t}$ 及 $\bar{\delta}_{i,k,j,l}^{m,t}$ 带入约束 (13), (14) 和约束 (22) 得到 LR 计划子问题 LRPP-1 中的约束 (39) ~ (41). 计划子问题 LRPP-1 模型具体如下:

LRPP-1:

$$
\begin{aligned}
Z_{\mathrm{LR}}^{\mathrm{PP}}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\theta},\bar{\boldsymbol{\beta}})=&\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}(ch_i^{+}SI_{i,t}^{+}+ch_i^{-}SI_{i,t}^{-}+\\
&(cp_{i,t}+\mu_{i,t})X_{i,t}+cb_{i,t}L_{i,t}+cu_{i,t}y_{i,t})-\\
&\sum_{t=1}^{T}\sum_{m=1}^{M}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{n_i}\nu_{i,k}^{m,t}\bar{\beta}_{i,k}^{m,t}
\end{aligned}
$$

s.t.

$$
\sum_{(i,k)\in J(m)}(s_{i,k}^{m}y_{i,t}+p_{i,k}^{m}X_{i,t})\bar{\beta}_{i,k}^{m,t}\le(1+\omega)W_t,\quad \forall m,t \tag{37}
$$

$$
C_{i,k}^{t}\ge B_{i,k}^{t}+\sum_{m\in M(i,k)}(s_{i,k}^{m}y_{i,t}+p_{i,k}^{m}X_{i,t})\bar{\beta}_{i,k}^{m,t},\quad \forall m,t \tag{38}
$$

$$
\begin{aligned}
&B_{i,k}^{t}+(s_{i,k}^{m}y_{i,t}+p_{i,k}^{m}X_{i,t})\bar{\beta}_{i,k}^{m,t}-(1-\bar{\delta}_{i,k,j,l}^{m,t})G\le\\
&\quad B_{j,l}^{t},\quad k\in\bar{n}_i, l\in\bar{n}_j,\forall i,j,m,t
\end{aligned} \tag{39}
$$

$$
\begin{aligned}
&B_{j,l}^{t}+(s_{j,l}^{m}y_{j,t}+p_{j,l}^{m}X_{j,t})\bar{\beta}_{j,l}^{m,t}-(1-\bar{\delta}_{j,l,i,k}^{m,t})G\le\\
&\quad B_{i,k}^{t},\quad k\in\bar{n}_i, l\in\bar{n}_j,\forall i,j,m,t
\end{aligned} \tag{40}
$$

$$F_{m,t}=\max_{(i,n_i)\in J(m)}\{C_{i,n_i}^t-(1-\bar{\delta}_{i,n_i,n+1,l}^{m,t})G\},\quad l=m,m\in\bar{M},t\in\bar{T}\tag{41}$$

约束 (2), (3), (5) ~ (9), (12), (23) ~ (25)

约束 (37) 为固定了机器指派变量后的生产能力约束, 约束 (12), 约束 (23) ~ (25) 及约束 (38) ~ (41) 为当固定了机器加工顺序后的生产批量约束, 目的是使制定的生产计划能够在规定的生产周期内完成, 即保证得到的计划是可行的. 需要指出的是 LRPP-1 模型中, 每周期的加班变量 $O_{m,t}$ 被最大可用加班时间 ωW_t 代替, 这一变化并不影响 LRPP-1 的解. 其原因是在最优解中, 得到的批量计划保证能够得到可行的调度, 而具体的加班时间由调度子问题 LRSP 确定. 将约束 (29) 和 (32) ~ (34) 中的计划变量 $Q_{i,t}$ 当作常量记为 $\bar{Q}_{i,t}$, 得到 LRSP 中的约束 (42) ~ (45). 在 LR 算法运行过程中, 每次迭代时, LRSP 中的 $\bar{Q}_{i,t}$ 取 LRPP-1 在上一次迭代得到的批量值 $X_{i,t}$. LRSP 模型具体如下:

LRSP:

$$Z_{\rm LR}^{\rm SP}(\boldsymbol{\pi}|\boldsymbol{\theta},\bar{\boldsymbol{Q}})=\sum_{m=1}^{M}\sum_{t=1}^{T}ct_{m,t}O_{m,t}+\sum_{t=1}^{T}\sum_{m=1}^{M}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{n_i}(cs_{i,k}^m+\nu_{i,k}^{m,t})\alpha_{i,k}^{m,t}-\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\mu_{i,t}\bar{Q}_{i,t}$$

$$\bar{y}_{i,t}=\chi(\bar{Q}_{i,t}),\quad\forall i,t\tag{42}$$

$$C_{i,k}^t\ge B_{i,k}^t+\sum_{m\in M(i,k)}(s_{i,k}^m\bar{y}_{i,t}+p_{i,k}^m\bar{Q}_{i,t})\alpha_{i,k}^{m,t},\quad k\in\bar{n}_i,\forall i,t\tag{43}$$

$$B_{i,k}^t+(s_{i,k}^m\bar{y}_{i,t}+p_{i,k}^m\bar{Q}_{i,t})\alpha_{i,k}^{m,t}-(1-\delta_{i,k,j,l}^{m,t})G\le B_{j,l}^t,\quad k\in\bar{n}_i,l\in\bar{n}_j,\forall i,j,m,t\tag{44}$$

$$B_{j,l}^t+(s_{j,l}^m\bar{y}_{j,t}+p_{j,l}^m\bar{Q}_{j,t})\alpha_{j,l}^{m,t}-(1-\delta_{j,l,i,k}^{m,t})G\le B_{i,k}^t,\quad k\in\bar{n}_i,l\in\bar{n}_j,\forall i,j,m,t\tag{45}$$

约束 (10), (12), (16) ~ (24), (26), (35)

LRSP 模型中的约束 (42) 的意义如前所述表示某种产品是否需要进行生产准备, 约束 (43) ~ (45) 的意义与 PPSP-1 模型中的约束 (11), 约束 (13) 和 (14) 的意义相同, 区别在于约束 (43) ~ (45) 中的有关计划变量为常数 (即为上一次 LR 迭代中的计划变量的取值), 而在 PPSP-1 模型中为变量.

2.2 子问题解法

2.2.1 松弛生产计划问题的解法

给定了机器指派策略后, LRPP-1 模型为带有能力约束的多品种批量计划问题. 在研究批量计划问题时, 当某周期的需求得不到完全满足时, 对没有满足的需求部分有两种处理方式, 一种是可以由后边周期的生产来补偿, 即拖期交货 (Backlogging); 另外一种方式是缺货不补, 即不满足的部分无法得到补偿, 此时, 会造成需求损失 (Lost sales). 本文的缺货是指后一种情况. 对于允许库存存在及允许拖期交货情形, 有关费用结构 (指生产费用、库存费用及缺货费用等, 即批量计划问题目标函数的部分系数之间的关系) 的设置需要特别关注. 文献 [25] 在研究无能力约束批量计划问题时, 指出只有在合理的费用结构情形下, 才有可能得到符合实际情况的生产计划决策, 并给出了一种经典费用结构, 即 W-W 费用结构 (Wagner-Whitin costs). 这种费用结构已成为研究批量计划问题的最常用的费用结构之一[26]. 本文研究的 LRPP-1 模型同时考虑了期望安全库存及允许缺货. 因此, 需要给出合理的费用结构, 以便于能够从松弛生产计划模型得到符合实际生产情况 (指清仓模式) 的生产决策. 本文给出一种新的费用结构.

定义 2. 满足需求优先 (相对于库存) 型费用是指一个批量计划问题的有关费用满足如下不等式:

$$cb_{i,t}>ch_{i,t}^-+cb_{i,t+1},\quad\forall i,t\tag{46}$$

并且规定 $cb_{i,T+1}=0$, $i=1,\cdots,n$.

下面给出式 (46) 的一个粗略解释. 当某种产品发生失去需求 ($L_{i,t}>0$) 时, 假设此时该产品的需求得到部分满足, 在周期 t 内, 如果从中拿出一个产品作为库存用来满足下一周期的需求, 将使 $L_{i,t}$ 的惩罚费用增加一个单位, 同时有可能使 $SI_{i,t}^-$, $L_{i,t+1}$ 的值各减少一个单位, 从而它们的惩罚费用也各减少一个单位. 当式 (46) 成立时, 这种做法不会使问题得到优化.

由式 (46) 可以得到失去需求的惩罚成本满足 $cb_{i,t}>cb_{i,t+1}$, 即该成本为时间周期的单调递减函数. 其原因是由于需求是基于预测得到的, 生产决策也主要关注前几个周期.

式 (46) 保证了在某周期 t 内, 如果需求只得到了部分满足, 则该周期内的生产量应全部用来满足需求, 这种模式称为清仓 (Stockouts) 模式[1]. 实际的生产中多以清仓的方式处理需求不满足的情况. 通常企业要求给出近几天内的一个详细生产计划与调度, 而对后边生产周期只要求给出粗略的规划, 生产策略将随着订单的变化做具体的调整. 因此, 生产的产品应用来满足需求, 而不应该作为库存来满足未来周期的需求. 除非特别说明, 下文均假设式 (46) 成立.

通常情况假设 $ch_{i,t}^->ch_{i,t}^+$, 所以也有 $cb_{i,t}>ch_{i,t}^++cb_{i,t+1}$, $i\in\bar{N}$, $t\in\bar{T}$. 由式 (46) 累加, 可以得到下面性质.

性质 1. 关于满足需求优先型费用有下面两个

结论:

$$1)\ cb_{i,t} > \sum_{\zeta=t}^{\upsilon-1} ch^-_{i,\zeta} + cb_{i,\upsilon}, t < \upsilon \le T, \forall i, t \tag{47}$$

$$2)\ cb_{i,t} > \sum_{\zeta=t}^{T} ch^-_{i,\zeta}, \quad \forall i, t \tag{48}$$

记 $\boldsymbol{x}^* = (\boldsymbol{SI}^{+*}, \boldsymbol{SI}^{-*}, \boldsymbol{X}^*, \boldsymbol{L}^*, \boldsymbol{y}^*)$ 为 LRPP-1 的可行解, 相应地 $\boldsymbol{I}^* = \boldsymbol{RI}^+ + \boldsymbol{SI}^{+*} - \boldsymbol{SI}^{-*}$. 则关于最优解有下面结论成立.

引理 1. 若 $\boldsymbol{x}^*$ 为 LRPP-1 的最优解, 则有 $\boldsymbol{SI}^{+*}_{i,t} \cdot \boldsymbol{SI}^{-*}_{i,t} = 0$, $i \in \bar{N}$, $t \in \bar{T}$. 即在 LRPP-1 的最优解中安全库存欠额与超额不能同时存在.

证明. 文献 [19] 证明了在考虑缺货与安全库存费用情况下, 在单品种无能力约束的批量计划问题 (Uncapacitated lot-sizing problem, ULSP) 中有 $SI^{+*}_{i,t} \cdot SI^{-*}_{i,t} = 0$ 成立. 如果将约束 (5) 和 (6) 分别带入约束 (2) 和 (3), 得到的新约束记为约束 (2a) 和 (3a), 则 LRPP-1 模型与 ULSP 模型均包含约束 (2a), (3a), (7) ~ (9), 区别在于 LRPP-1 包含了能力约束 (37) 及产品开工与完工时间约束 (38) ~ (41). 从文献 [19] 的证明过程来看, 约束 (37) ~ (41) 对引理 1 的结论证明无影响, 因而由文献 [19] 可知引理 1 成立. □

引理 2. 设 $\boldsymbol{x}^*$ 为 LRPP-1 的可行解, 若 $\exists \tau \in [1, T]$, 且 $I^*_{i,\tau} \cdot L^*_{i,\tau} \ne 0$. 记 $\Delta = \min\{I^*_{i,\tau}, L^*_{i,\tau}\}$, 若 $\forall t \in [\tau, T]$, 均有 $I^*_{i,t} \ge \Delta$, 则通过变换:

1) $\tilde{I}_{i,t} = I^*_{i,t}$, $\tilde{L}_{i,t} = L^*_{i,t}$, $t \in [1, \tau - 1]$;

2) $\tilde{I}_{i,\tau} = I^*_{i,\tau} - \Delta$, $\tilde{L}_{i,\tau} = L^*_{i,\tau} - \Delta$;

3) $\tilde{I}_{i,t} = I^*_{i,t} - \Delta$, $\tilde{L}_{i,t} = L^*_{i.t}$, $t \in [\tau + 1, T]$;

4) $\tilde{X}_{i,t} = X^*_{i,t}$, $\tilde{y}_{i,t} = y^*_{i,t}$, $t \in [1, T]$.

可以使目标值得到改进, 即 $\boldsymbol{x}^*$ 不可能为最优解.

证明. 参见附录 A1. □

引理 3. 设 $\boldsymbol{x}^*$ 为 LRPP-1 的可行解, 若 $\exists \tau \in [1, T]$, 且 $I^*_{i,\tau} \cdot L^*_{i,\tau} \ne 0$. 记 $\Delta = \min\{I^*_{i,\tau}, L^*_{i,\tau}\}$, 如果 $\exists \varepsilon \in [\tau + 1, T]$, 有 $I^*_{i,\varepsilon} < \Delta_\tau$. 则通过变换:

1) $\tilde{I}_{i,t} = I^*_{i,t}$, $\tilde{L}_{i,t} = L^*_{i,t}$, $t \in [1, \tau - 1]$;

2) $\tilde{I}_{i,\tau} = I^*_{i,\tau} - \Delta$, $\tilde{L}_{i,\tau} = L^*_{i,\tau} - \Delta$;

3) $\tilde{I}_{i,t} = I^*_{i,t} - \Delta_t$, $\tilde{L}_{i,t} = L^*_{i.t} + \Delta_{t-1} - \Delta_t$, $\Delta_t = \min\{I^*_{i,t}, \Delta_{t-1}\}$, $t \in [\tau + 1, T]$;

4) $\tilde{X}_{i,t} = X^*_{i,t}$, $\tilde{y}_{i,t} = y^*_{i,t}$, $t \in [1, T]$.

可以使目标值得到改进, 即 $\boldsymbol{x}^*$ 不可能为最优解.

证明. 参见附录 A2. □

定理 1. 如果 $\boldsymbol{x}^*$ 为 LRPP-1 的最优解, 则对 $\forall i \in \bar{N}$, $\forall t \in \bar{T}$ 有 下列结论成立:

1) $SI^{+*}_{i,t} \cdot L^*_{i,t} = 0$;

2) 若 $L^*_{i,t} > 0$, 则 $SI^{-*}_{i,t} = RI_{i,t}$.

证明. 直接由引理 2 及引理 3 推得. □

由定理 1 的结论 2) 可知, 在最优解中, 当 $L^*_{i,t} > 0$ 时, 即缺货发生时, 有 $SI^{-*}_{i,t} = RI_{i,t}$ 成立, 这意味着实际库存 $I^*_{i,t} = 0$. 这与实际情况中的库存清仓模式相符.

如果式 (46) 成立, 则在可行解 $\boldsymbol{x}^*$ 中, 当实际库存 $I^*_{i,\tau}$ 与缺货 $L^*_{i,\tau}$ 同时大于零时, 可以通过同时减少实际库存与缺货量, 可以使目标函数值得以改进. 从前面的证明过程可以看出, 当 $SI^{+*}_{i,\tau} = 0$ 时, 减少实际库存 $I^*_{i,\tau}$, 可能会增加周期 τ 及后继周期的安全库存欠额, 而后继周期的缺货量也有可能增加. 从而 $I^*_{i,\tau}$ 的减少可能会引起目标函数值的增加, 这种情况与通常的拖期交货 (Backlogging) 不同, 求解难度大, 这也是研究清仓模型的文献中相对较少的原因之一. 在式 (46) 成立的条件下, 这部分的增加量可以被由 $L^*_{i,\tau}$ 带来的减少量抵消. 因此, 如果式 (46) 不成立, 则在最优解中, 可能会有 $L^*_{i,t} > 0$, $I^*_{i,\tau} > 0$ 的情况出现. 定理 1 除了保证 LRPP-1 的最优解符合清仓模式, 另外一个作用就是保证下面结论成立.

定理 2. 非线性混合整数规划 LRPP-1 与下面的线性混合整数规划等价:

LRPP-2:

$$\min Z^{\mathrm{PP}}_{\mathrm{LR}}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\theta}, \bar{\boldsymbol{\beta}})$$

s.t.

$$INV_i + L_{i,1} + X_{i,1} = RI_{i,1} + SI^+_{i,1} - SI^-_{i,1} + d_{i,1}, \quad \forall i \tag{49}$$

$$SI^+_{i,t-1} - SI^-_{i,t-1} - SI^+_{i,t} + SI^-_{i,t} + L_{i,t} + X_{i,t} = RI_{i,t} - RI_{i,t-1} + d_{i,t}, \quad t = 2, \cdots, T, \forall i \tag{50}$$

$$SI^+_{i,t}, SI^-_{i,t}, L_{i,t} \ge 0, \quad \forall i, t \tag{51}$$

$$X_{i,t} \in \mathbf{Z}^+_{N \times T}, y_{i,t} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, t \tag{52}$$

约束(7) ~ (9), (37)

由于 $I_{i,t} = RI_{i,t} + SI^+_{i,t} - SI^-_{i,t}$, $i \in \bar{N}$, $t \in \bar{T}$, 将其带入约束 (2) 和 (3) 中, 得到约束 (49) 和 (50), 这时约束 (5) 和 (6) 变为多余, 需要指出的是由约束 (5) 和 (6) 可以得到 $SI^+_{i,t} \cdot SI^-_{i,t} = 0$. 将约束 (5) 和 (6) 去掉后, 由引理 1 保证了最优解中也有 $SI^+_{i,t} \cdot SI^-_{i,t} = 0$ 成立.

根据定理 2, 在求解批量计划问题时, 只需将 $X_{i,t}$, $y_{i,t}$ 限定为整数, 而将 $SI^+_{i,t}$, $SI^-_{i,t}$, $L_{i,t}$ 的整数要求松弛. 但 LRPP-2 仍含较多的整数变量, 精确求解 LRPP-2 是不现实的. 在现实生产环境中, 企业多以滚动时域 (Rolling horizon) 的方式实施生产计划, 即只有计划区间的第一个周期的生产计划能够得到实施[27].

由于需求数据是基于预测, 将会发生变化, 因而其他周期的生产计划只是由于为制定计划的需要而

被提及. 根据这一特点, 本文采用基于整数变量固定松弛策略的滚动时域启发式算法 (Rolling horizon and fix-and-relax heuristic method, RHFR) 求解 LRPP-2. 具体步骤如下:

算法 1. 基于整数变量固定松弛策略的滚动时域启发式算法

步骤 1. 给定计划区间 T, 令初始周期 $q=1$

步骤 2. 解如下线性混合整数规划 LRPP^q:

$$\begin{aligned}
&\min Z_{\rm LR}^{\rm PP}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\theta},\bar{\boldsymbol{\beta}})\\
&{\rm s.t.}\\
&X_{i,t}=\bar{X}_{i,t},\, y_{i,t}=\bar{y}_{i,t},\quad t=1,\cdots,q-1, q\geq 2\\
&X_{i,q}\in\ \mathbf{Z}_{N\times T}^{+},\, y_{i,q}\in\{0,1\},\quad \forall i\\
&X_{i,t}\geq 0, y_{i,t}\in[0,1],\, t=q+1,\cdots,T,\quad \forall i\\
&SI_{i,t}^{+}, SI_{i,t}^{-}, L_{i,t}\geq 0,\quad \forall i,t\\
&\text{约束}(7)\sim(9),\ (37),\ (48)\sim(49)
\end{aligned}$$

步骤 3. 令 $\overline{SI}_{i,q}^{+}$, $\overline{SI}_{i,q}^{-}$, $\overline{X}_{i,q}$, $\overline{L}_{i,q}$, $\overline{y}_{i,q}, \forall i$, 为 LRPP^q 的最优解.

步骤 4. 设 $q=q+1$, 如果 $q>T$, 算法结束, 否则, 转步骤 2.

需要指出的是, 由定理 2, 在最优解中, 当变量 $X_{i,t}$ 的取值确定后, 变量 $SI_{i,t}^{+}$, $SI_{i,t}^{-}$, $L_{i,t}$ 的取值也随之确定. 因此, 在式 (52) 中没有给出 $SI_{i,t}^{+}$, $SI_{i,t}^{-}$, $L_{i,t}$.

2.2.2 调度子问题的解法

给定批量计划后, LRSP (Lagrangian relaxation scheduling problem) 问题为带有交货期约束的柔性作业车间调度问题 (Flexible job-shop scheduling problem, FJSP), 本文采用递阶方法 (Hierarchical methods) 求解 FJSP. 首先, 设计了一种改进的定位法 (Localization approach) 确定机器指派问题. 在此基础上, 利用离散粒子群优化 (Particle swarm optimization, PSO) 方法求解作业车间排序问题. 文献 [28] 提出了定位法确定工序的机器指派. 该方法以机器负载状况为工序指派机器. 主要思想是首先将所有工件的工序排成一列 (同一工件的工序排列时不分离, 工件按工件号 $1,\cdots,n$ 排列) 构成加工时间表, 然后, 按加工时间表从上到下根据每道工序的最短加工时间及机器负载状况为其指派机器. 但指派结果依赖于工件的排列位置[28]. 文献 [28] 对此方法进行了改进, 即随机选取两个工件, 交换这两个工件在时间表上的位置. 本文对此进一步改进, 并不是严格按时间表的顺序为工序指派机器, 每次都随机地选取一道尚未指派机器的工序 (在各工件所有尚未指派机器且工序号最小的工序中选取), 根据其最短加工时间及机器负载状况为其指派机器. 具体如下:

算法 2. 机器指派问题的改进定位算法

步骤 1. 数据预处理, 设分块矩阵 $TM^t=(TM^{1,t},\cdots,TM^{N,t})^{\rm T}$ 为机器负载矩阵. 块 TM_i^t 为 $n_i\times M$ 阶矩阵, 其元素为 $TM_{i,k}^{m,t}=s_{i,k}^{m}+p_{i,k}^{m}\cdot\bar{Q}_{i,t}, k=1,\cdots,n_i, m=1,\cdots,M$. 复制机器负载矩阵 $\overline{TM}^t=TM^t$.

步骤 2. 参数初始化, 对所有的指标 i,k,m,t, 令机器指派变量 $\alpha_{i,k}^{m,t}=0$, 各工件的当前工序 $k_i=1$.

步骤 3. 机器定位, 随机选取 $i\in\bar{N}$, $R\leftarrow\arg\min_m\{\overline{TM}_{i,k_i}^{m,t}, m=1,\cdots,M\}$, $\alpha_{i,k_i}^{R,t}=1$.

步骤 4. 更新参数, $\bar{n}_i=\bar{n}_i-\{k_i\}$, 如果 $\bar{n}_i=\emptyset$, 则 $\bar{N}=\bar{N}-\{i\}$; 否则, $k_i=k_i+1$.

步骤 5. 更新机器负载, 即对于所有尚未指派机器的工序 ($j\in\bar{N}$, $l\in\bar{n}_j$), 如果将其指派到机器 R 上时, 机器 R 的负载更新为

$$\overline{TM}_{j,l}^{R,t}=\overline{TM}_{j,l}^{R,t}+TM_{i,k_i}^{R,t},\quad j\in\bar{N},\quad l\in\bar{n}_j$$

步骤 6. 如果 $\bar{N}=\emptyset$, 算法结束; 否则, 转步骤 3.

PSO 结构简单, 算法易于实现, 并且有较强的优化性质, 已在一系列连续优化及组合优化领域得到成功的应用[29−32]. 粒子群算法在解决组合优化问题时, 一个关键问题是粒子的位置更新策略. 文献 [31] 提出了一种基于工序编码及新的位置更新策略的粒子群算法, 在解决 JSP 问题上取得了较好的效果. 本文采用该方法求解. 详细过程见文献 [31].

2.3 生产计划与调度集成优化算法

算法 3. 生产计划与调度集成优化算法

步骤 1. 初始化. 设式 (36) 中的系数 $\lambda^0=0$, 随机选取一组 $\bar{\boldsymbol{\beta}}^0$. 设定拉格朗日乘子更新步长 $\Delta\lambda$ 及最大迭代次数 Itermax, 设置迭代序号 $\eta=1$, 设 $V=+\infty$.

步骤 2. 更新惩罚系数. 计算新的惩罚系数, $\lambda^\eta=\lambda^{\eta-1}+\Delta\lambda$, 确定 $\boldsymbol{\theta}^\eta$ 的值.

步骤 3. 求解 LRPP-2 问题. 得到 $Z_{\rm LR}^{\rm PP}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\theta}^\eta,\bar{\boldsymbol{\beta}}^{\eta-1})$ 的解 $\boldsymbol{x}^\eta$, 其中, 批量 $\boldsymbol{X}$ 的解记为 $\boldsymbol{X}^\eta$, 令 $\bar{\boldsymbol{Q}}^\eta=\boldsymbol{X}^\eta$.

步骤 4. 求解 LRSP 子问题. 得到 $Z_{\rm LR}^{\rm SP}(\boldsymbol{\pi}|\boldsymbol{\theta}^\eta,\bar{\boldsymbol{Q}}^\eta)$ 的解 $\boldsymbol{\pi}^\eta$, 其中, 关于指派变量 $\boldsymbol{\alpha}$ 的解记为 $\boldsymbol{\alpha}^\eta$, 令 $\bar{\boldsymbol{\beta}}^\eta=\boldsymbol{\alpha}^\eta$, $\bar{\delta}^\eta=\boldsymbol{\delta}^\eta$.

步骤 5. 问题目标值. 令目标值 $Z^\eta=Z_{\rm LR}^{\rm PP}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\theta}^\eta,\bar{\boldsymbol{\beta}}^{\eta-1})+Z_{\rm LR}^{\rm SP}(\boldsymbol{\pi}|\boldsymbol{\theta}^\eta,\bar{\boldsymbol{Q}}^\eta)$, $\boldsymbol{sol}^\eta=(\boldsymbol{x}^\eta,\boldsymbol{\pi}^\eta)$, 当 $\eta=1$ 时, 令 $\boldsymbol{U}=\boldsymbol{sol}^\eta$.

步骤 6. 更新解及目标值. 若 $Z^\eta<V$, 则 $V=Z^\eta, \boldsymbol{U}=\boldsymbol{sol}^\eta$.

步骤 7. 判断是否满足终止条件. 如果 $\eta\leq$ Itermax, 输出目标值 V 及解 $\boldsymbol{U}$, 算法结束, 否则, 令

$\eta = \eta + 1$, 转步骤 2.

2.4 生产计划与调度集成优化算法的收敛性及复杂度分析

2.4.1 算法的收敛性分析

前面提到 Lasserre 等提出了交替迭代法求解 Jobshop 作业车间生产计划与调度集成优化问题, 即交替进行 "固定排序求解计划问题 (简称为计划子问题)" 与 "固定计划求解调度问题 (简称为调度子问题)", 并证明了在计划与调度子问题均采用精确优化方法求解的条件下, 该算法可以经过有限次迭代收敛到一个局部最优解. 该算法的固定计划求解调度, 其实就是在给定了计划之后寻找一个好的调度, 以使得在下一次迭代时, 计划目标能够得以进一步改善, 但需要指出 "计划与调度子问题均采用精确优化方法" 是一种理想的条件, 因为调度子问题采用精确方法求解是不现实的[12]. 文献 [12] 采用 Shifting bottleneck method 启发式方法求解调度子问题, 数值实验表明该算法只需要经过很少几次迭代就能得到最优解 (文献 [12] 提供的只是较小规模的实验). 本文采用的广义拉格朗日松弛算法, 在进行每次拉格朗日迭代时, 都需要分别求解计划与调度子问题, 其中, 计划子问题利用了上一迭代时调度的排序结果, 即固定了排序求解计划子问题 (采用精确优化方法, 即分支定界法求解), 计划子问题求解后, 固定已求解的批量, 再求解调度. 因此, 在本质上也是一种交替迭代法. 与 Lasserre 提出的方法不同之处在于这里的每一次迭代时, 是成对求解计划子问题与调度子问题, 并且计划子问题与调度子问题之间是通过拉格朗日乘子进行协调优化. 另外, 本文采用的广义拉格朗日松弛算法, 实质上是一种启发式算法[21−22], 算法的终止条件是当迭代次数达到预先规定的次数时算法终止.

2.4.2 算法的复杂度分析

本文算法的主要步骤是求解生产计划与调度问题, 计划问题为混合整数规划, 采用分支定界法进行求解. 由文献 [33] 可知当解松弛了线性规划时, 如果采用 Mehrotra 预估校正法时, 其时间复杂度为 $\mathrm{O}(\sqrt{n}Biter)$, 这里的 n 为混合整数规划的变量的个数, $Biter$ 为分支定界法中预设的最大迭代数. 本文中计划问题中单周期的变量个数为 $5N$, 因此, 单周期解计划问题的时间复杂度为 $\mathrm{O}(\sqrt{5N}Biter)$, 而 Fix-and-relax 法的总迭代次数为 T, 故计划问题的计算复杂度为 $\mathrm{O}(T\sqrt{5N}Biter)$. 而用粒子群算法解调度问题时的时间复杂度计算如下: 设种群规模 PN, 机器数为 M, 工序总数为 GN, 则粒子群的初始化时间复杂度为 $\mathrm{O}(M \cdot PN \cdot GN \cdot T)$, 个体的适应度计算复杂度为 $\mathrm{O}(PN \cdot T)$, 每次粒子更新时的时间复杂度为 $\mathrm{O}(M \cdot PN \cdot GN \cdot T)$, 更新个体的适应度的计算复杂度为 $\mathrm{O}(PN \cdot T)$, 设粒子群算法的最大迭代次数为 $Piter$, 则粒子群算法的计算复杂度为 $\mathrm{O}(M \cdot PN \cdot GN \cdot T \cdot Piter)$. 设拉格朗日迭代次数为 $Liter$, 故拉格朗日广义迭代法的计算复杂度为 $\mathrm{O}(Liter \cdot M \cdot PN \cdot GN \cdot T \cdot Piter + Liter \cdot \sqrt{5N}Biter)$.

3 数值实验

数值实验由三部分组成, 第 3.1 节通过一个实例来说明生产计划与调度集成优化的必要性, 第 3.2 节实验用来检验模型与算法的正确性, 第 3.3 节实验为与其他算法的比较.

3.1 应用实例

以某车身厂的冲压车间为例, 说明生产计划与调度集成优化的必要性. 该冲压车间共有 5 台冲压设备, 标记为 $m_1, \cdots, m_5$; 计划区间由 3 个周期组成, 每周期的正常生产能力为 28 800 秒 (即 8 个小时的工作时间), 最大可用加班时间为 4 800 秒; 计划冲压 6 种工件, 工件标记为 $J_1, \cdots, J_6$; 工序标记为 $1, \cdots, 5$. 每种工件的需求量等与计划有关的参数分别为: $d_{i,1} = 750, d_{i,2} = d_{i,3} = 950$; $RI_{i,t} = 200$; $cp_{i,t} = 40$; $ch^+_{i,t} = 40$; $ch^-_{i,1} = 150$, $ch^-_{i,2} = 132.5$, $ch^-_{i,3} = 115$; $cb_{i,1} = 555$, $cb_{i,2} = 374.5$, $cb_{i,3} = 190$; $cu_{i,t} = 200$, 其中, $i = 1, \cdots, 6$, $t = 1, \cdots, 3$. 冲压设备的加工 (冲压) 能力见表 1, 冲压能力低的设备不能加工冲压工艺要求高的工序, 冲压能力高的设备可以加工冲压工艺要求低的工序. 与调度有关的参数见表 2.

表 1　设备的生产能力

Table 1　Capacity of machines

设备	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5
冲压力 (吨)	630	630	800	800	1 000

首先声明, 本实例中生产计划与调度递阶求解时, 计划与调度模型就是第 1.2.2 节中的生产计划模型 PP 与调度模型 SP. 如果采用递阶方法分别求解生产计划与调度, 即首先求解生产计划模型 PP, 求得生产批量 $X_{i,t}$ 之后, 再求解生产调度模型 SP. 本例中解计划模型 PP 得到周期 1～3 生产批量 X_1, X_2, X_3 为: $X_1 = X_2 = X_3 = (950, 950, 950, 950, 950, 950)$; 各周期的 SI^+_t, SI^-_t, L_t $(t = 1, 2, 3)$ 分别为: $SI^+_1 = SI^+_2 = SI^+_3 = \mathbf{0}; SI^-_1 = SI^-_2 = SI^-_3 = \mathbf{0}; L_1 = L_2 = L_3 = \mathbf{0}$. 生产计划的目标函数值为 687 600 (下文为了方便起见, 记 $X = (X_1, X_2, X_3), SI^+, SI^-, L$ 的含义类似).

表 2 调度有关参数

Table 2 Parameters of production scheduling

工序	工艺参数 J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	加工时间 (s) J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	换模时间 (s) J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
1	600	1 000	1 000	800	800	630	5	8	7	7	4	6	1 200	1 200	1 200	900	1 200	1 200
2	630	800	800	630	800	630	7	6	7	8	6	8	900	900	900	1 200	900	900
3	400	630	800	630	630	400	4	4	5	7	5	7	900	900	900	600	600	900
4	630		630	400	630	400	4		4	6	4	6	900		600	600	1 200	900
5			400						6						900			

在此基础上, 求解生产调度模型 SP, 得到工序在机器上的指派结果, 见表 3, 例如表 3 中的最后一行的第 4 列的数字 "1" 表示工件 J_3 的第 5 道工序被指派在第 1 台机器上加工. 得到调度结果为 (5, 4, 4, 3, 3, 4, 3, 6, 2, 6, 5, 2, 2, 1, 6, 1, 5, 1, 1, 6, 5, 3, 4, 3) (这里采用基于工序的编码表示调度), 每个周期总完工时间为均为 36 634 s, 超过了车间的最大可用生产能力 33 600 s, 因此制定的生产计划没有可行的生产调度与之匹配, 即所制定的计划不可行.

表 3 机器指派

Table 3 Machine assignment

工序	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
1	2	5	5	3	4	1
2	4	5	3	1	4	2
3	1	5	2	4	3	3
4	5		2	2	4	1
5			1			

如果采用集成优化的方法, 6 种产品在三个周期内的生产批量 X、安全库存欠额 SI^-、安全库存超额 SI^+、缺货量 L 分别为: $X=$ (950, 950, 893, 688, 950, 638; 950, 950, 893, 688, 950, 638; 950, 950, 886, 480, 780, 950); $SI^-=$ (0, 0, 57, 200, 0, 200; 0, 0, 114, 200, 0, 200; 0, 0, 178, 200, 170, 200); $SI^+=\mathbf{0}$; $L=$ (0, 0, 0, 62, 0, 112; 0, 0, 0, 262, 0, 312; 0, 0, 0, 47, 0, 0); 生产调度为 (3, 6, 2, 4, 4, 1, 5, 6, 1, 3, 4, 5, 2, 3, 2, 3, 6, 5, 1, 4, 5, 3, 6), 三个周期的总完工时间分别为: 33 247, 33 247, 32 567, 均小于每个周期最大可用生产能力, 因此, 生产计划是可行的, 说明了集成优化方法的有效性.

3.2 仿真研究

3.2.1 仿真研究

由于没有标准测试实例, 无法直接利用已有结果来验证模型与算法的正确性与有效性. 但如果单独考虑调度问题, 该调度问题为 FJSP 问题, FJSP 问题已有标准测实例. 因此, 可以借助文献 [12] 的思想, 根据标准调度的数据与结果, 构造测试问题. 算法在 Matlab 7.0 平台下编程实现.

调度测试参数从 FJSP 文献 [30, 32, 34] 中标准测试实例中选取 5 组. 它们分别是 4 个工件在 6 台机器上加工的 4×6 部分柔性 JSP[32]、8×8 部分柔性 JSP[34]、10×6 部分柔性 JSP[32]、10×10 完全柔性 JSP[30]、15×10 完全柔性 JSP[32].

换模时间 $s_{i,k}^m$ 设为加工时间 $p_{i,k}^m$ 的 60 倍, 即 $s_{i,k}^m=60p_{i,k}^m$. 安全库存定额 $R_{i,t}$ 设定 20, 需求 $d_{i,1}=50$, $d_{i,t}=70$, $t=2,\cdots,T$. 如果每种产品的生产批量为 $X_{i,t}=70$, 则每道工序的批量加工时间为 $70p_{i,k}^m$ (目的是保证用在产品加工上的时间不少于换模时间), 从而批量的每道工序所用的时间 (包括换模时间与加工时间) 为 $130p_{i,k}^m$. 因此, 批量总完工时间应为相应的标准实例总完工时间的 130 倍, 故每一周期的可用生产能力 (即时间跨度) 设为 $W_t=130\times C_{\max}$, 其中 $C_{\max}$ (即表 4 中第 3 列的值) 为相应标准测试实例的单件产品总完工时间最好值[30,32,34]. 生产调整费用设为 $cs_{i,k}^m=200$. 加班时间上限比例因子 $\omega=0.2$. 在理论上可以证明: 在各组实验中最优的计划为 $X_{i,t}^*=70$, $i\in\bar{N}$, $t\in\bar{T}$. 其中, 时间周期分 $T=3,5,7$ 三种情形, 共有 15 组实验, 每组实验运行 10 次. 实验结果见表 4.

以表 4 中组别 2 的实验结果为例来解释该表中的各项内容. 如前所述, 该组别的实验背景来源于文献 [34] 中的 8×8 例子 (8 件工件、8 台机器). 第 3 列中的数字 "14" 表示文献 [34] 中给出的调度最好值 (每种产品只加工一件), 第 4 列中的 $W_t=1\,820=130\times C_{\max}=130\times14$ 表示每周期可利用的时间为 1 820, 第 5 列至第 12 列表示本文获得的批量加工时的结果, 其中, 第 5 列中的 X^* 表示生产计划取得最优结果, 第 6 列的数字 "1 820" 表示本文取得的批量调度最好值 (换算成单件生产时的调度值为 14), 第 7 列的数字 "1 870" 表示本文取得的调度平均值, 而第 8 列与第 9 列分别表示最优与平均的加班时间分别为 0 s 与 59 s. 从表 4 可以看出, 不同规模的各种实验都取得了较好的效果, 在所

表 4　仿真结果

Table 4　Computational results for numerical experiments

组别	规模 $N\times M\times T$	最优 $C_{\max}$ (s)	能力 W_t	本文结果 计划	最优 $C_{\max}$ (s)	平均 $C_{\max}$ (s)	最优 O_t	平均 O_t	总费用最好值	总费用平均值	仿真时间 (s)
1	$4\times6\times3$	17	2 210	X^*	2 210	2 210	0	0	2.5524E+005	2.5524E+005	64.4336
2	$8\times8\times3$	14	1 820	X^*	1 820	1 872	0	59	5.2092E+005	5.5212E+005	328.1790
3	$10\times6\times3$	40	5 200	X^*	5 200	5 240	0	40	6.6390E+005	6.9510E+005	572.6031
4	$10\times10\times3$	7	910	X^*	910	910	0	0	6.4890e+005	6.4890E+005	442.5347
5	$15\times10\times3$	11	1 430	X^*	1 430	1 543	0	104	9.7995E+005	1.0424E+006	1.7801E+003
6	$4\times6\times5$	17	2 210	X^*	2 210	2 210	0	0	4.3260E+005	4.3260E+005	81.0039
7	$8\times8\times5$	10	1 820	X^*	1 820	1 885	0	65	8.6820E+005	9.3320E+005	441.1350
8	$10\times6\times5$	40	5 200	X^*	5 200	5 240	0	40	1.1065E+006	1.1585E+006	842.2258
9	$10\times10\times5$	7	910	X^*	910	910	0	0	1.2975e+005	1.2975E+005	694.2367
10	$15\times10\times5$	11	1 430	X^*	1 430	1 513	0	83	1.6333E+006	1.7243E+006	2.8171E+003
11	$4\times6\times7$	17	2 210	X^*	2 210	2 210	0	0	6.0564E+005	6.0564E+005	81.0039
12	$8\times8\times7$	14	1 820	X^*	1 820	1 885	0	65	1.2155E+006	1.3065E+006	717.5990
13	$10\times6\times7$	40	5 200	X^*	5 200	5 250	0	50	1.5491E+006	1.6401E+006	1.2216E+003
14	$10\times10\times7$	7	910	X^*	910	910	0	0	1.8381E+005	1.8381E+005	1.0367E+003
15	$15\times10\times7$	11	1 430	X^*	1 430	1 548	0	118	2.2866E+006	2.4686E+006	3.3231E+0036

表 5　平均值与最好值的偏离率

Table 5　The deviation rate between average and optimal value

组别	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
偏离率 (%)	0	5.99	4.70	0	6.37	0	7.49	4.70	0	5.57	0	7.49	5.87	0	7.96

有实验中生产计划都达到了最优, 其原因是解松弛了的计划问题时使用了分支定界法求解. 其中, 4×6、10×10 的两种规模的问题每次实验整体目标值均为最好值, 其他三种规模的实验整体目标值均能取到最好值.

表 5 列出了各组实验中总费用平均值与总费用最好值的偏离率, 其中偏离率定义为

$$\text{偏离率}=\frac{\text{平均值}-\text{最好值}}{\text{最好值}}$$

从表 5 可以看出, 4×6、10×10 的两种规模的问题的偏离率均为 0, 其他三种规模的偏离率最大不超过 8 %, 说明了本文提出的模型与算法的有效性.

3.2.2　与其他方法的比较

如前所述, 目前我们能检索到与本文研究相关只有文献 [15]. Zhang 等[15] 提出了混合遗传算法对所建立的生产计划与调度模型进行整体求解. 遗传算法具有良好的随机操作以及适应度函数的多样性, 可以用来求解较大规模的问题. 因此, 以文献 [15] 提出的混合遗传算法作为本文提出的算法的对比算法.

主要考虑完全柔性作业车间情形, 产生 15 个不同规模的测试算例. 工件种类数 $N\in\{8, 10, 15, 20, 25\}$, 机器种类数 $M\in\{6, 8, 10\}$, 每种工件 i 的工序数 $n_i\in\{3,4,5\}$, $i\in\bar{N}$. 各产品的加工时间 $p_{i,k}^m$ 在 10～20 之间随机产生; 换模时间 $s_{i,k}^m$ 在 600～1 200 之间随机产生; 产品的需求量 $d_{i,t}$ 在 300～500 之间随机产生; 安全库存定额 $RI_{i,t}=\mathrm{int}(d_{i,t}/3)$; 产品的生产费用 $cp_{i,t}$ 在 40～50 之间随机产生; 库存超额的费用 $ch_{i,t}^+$ 在 30 ～40 之间随机产生; 欠产惩罚费用 $cb_{i,t}$ 与库存欠额惩罚费用 $ch_{i,t}^-$ 均以随机方式产生并满足 $cb_{i,t}>ch_{i,t}^-+cb_{i,t+1}$, $i\in\bar{N}$, $t\in\bar{T}$; 产品 i 的生产准备费用 $cu_{i,t}$ 从 150～300 之间随机产生; 换模费用 $cs_{i,k}^m=0.02s_{i,k}^m$, 加班所需要支付的单位费用 $ct_{m,t}=0.012$, 加班时间上限比例因子 $\omega=0.2$; 生产能力 W_t 在整个计划区间内为常数. 下面给出生产能力 W_t 的确定方法. 通常情况下生产能力能否满足需求是作为条件的, 例如文献 [35] 在单机环境下, 给出整体负载率公式: $\mathrm{GLR}_t=\sum_{n=1}^{N}(\tilde{p}_jd_{jt}+sf_j)\Big/W_t$, 其中, $\tilde{p}_j, sf_j$ 分别表示工件 j 的加工时间与生产调整时间, $t\in\bar{T}$, 反映了总需求与生产能力之间的关系. 本文将其推广到 FSP 环境, 引入平均负载率公式:

$$\mathrm{MGLR}_t=$$

$$\sum_{m\in\bar{M}}\sum_{(i,k)\in J(m)}\frac{(s_{i,k}^{m}y_{i,t}+p_{i,k}^{m}d_{i,t})}{M^2W_t} \tag{53}$$

其中, $t\in\bar{T}$. MGLR_t 反映了能力紧张情况, 将 MGLR_t 分三个级别进行算法比较: I: $\mathrm{MGLR}_t=1.5$, II: $\mathrm{MGLR}_t=1.1$, III: $\mathrm{MGLR}_t=0.7$. 当给定 MGLR_t 后, 由式 (53) 确定出生产能力 W_t. 通过解的改进率来比较两种算法的质量. 解的改善率定义为: $\mathrm{gap}=(f-f_0)/f$, 式中 f 为混合遗传算法得到的目标值, f_0 为用本文算法得到的目标值.

从表 6 的实验结果可以看出, 当平均负载率比较低时, 两种算法都能得到较好的结果, 但当平均负载率增加时, 本文的算法逐渐显露优势, 说明了本文算法的有效性.

表 6 与混合遗传算法的比较
Table 6 Comparison with hybrid genetic algorithm

规模	三种 MGLR 级别解的改进率 gap (%)		
$N\times M\times T$	I	II	III
$8\times8\times5$	14.23	2.30	0
$10\times10\times5$	9.81	3.44	0
$15\times10\times5$	15.09	3.32	0
$8\times8\times8$	9.65	1.09	0
$10\times10\times8$	10.11	4.11	0
$15\times10\times8$	14.40	2.73	0
$8\times8\times10$	11.23	4.87	0
$10\times10\times10$	7.92	4.75	0
$15\times10\times10$	11.56	5.67	0
$20\times8\times5$	10.05	3.20	0
$20\times10\times8$	10.16	4.92	0
$20\times10\times10$	14.84	5.63	0
$25\times8\times5$	11.15	4.66	0
$25\times10\times8$	13.19	5.73	0
$25\times10\times10$	15.75	6.14	0

4 结论

本文以某车身厂冲压车间为研究背景, 建立了柔性成批作业车间的生产计划与调度集成优化模型. 该模型综合考虑了安全库存、需求损失及工件加工路线的柔性等方面因素. 模型在制定生产批量计划时, 综合考虑了机器指派及详细的调度约束, 从而保证生产计划的可行性. 针对模型的特点, 提出了一种广义的拉格朗日分解法, 将集成问题分解为生产计划问题与调度问题. 对于松弛的计划子问题, 提出了一种新的费用结构, 以保证生产出的产品优先保证需求. 由于松弛的计划子问题中含有大量的整数变量, 为了有效地求解该问题, 设计了一种变量固定−松弛与滚动时域组合算法, 该算法可以保证第一个周期的松弛计划得到精确解. 对于调度问题, 设计了一种新的机器定位技术进行机器指派, 根据机器指派结果, 利用离散粒子群优化方法求解极小化加班时间为目标的调度问题. 仿真结果验证了模型的正确性与算法的有效性.

附录 A1 引理 2 的证明

证明. 反证法, 假设 $\boldsymbol{x}^*$ 为最优解. 经过简单的验算, 可知 $\tilde{\boldsymbol{x}}$ 是 LRPP-1 的可行解. 下面分别讨论 $\tilde{I}_{i,t}$, $\tilde{L}_{i,t}$ 对目标值的影响:

1) $\tilde{I}_{i,t}$ 对目标值的影响. 对 $\forall t\in[\tau,T]$, 注意到 $I_{i,t}^*=RI_{i,t}+SI_{i,t}^{+*}-SI_{i,t}^{-*}$. 分两种情形讨论:

a) 如果 $SI_{i,t}^{+*}>\Delta$, 由引理 1 知 $SI_{i,t}^{-*}=0$. 则 $\tilde{I}_{i,t}=I_{i,t}^*-\Delta$ 等价于 $\widetilde{SI}_{i,t}^{+}=SI_{i,t}^{+*}-\Delta$, $\widetilde{SI}_{i,t}^{-*}=0$. $\tilde{I}_{i,t}$ 使目标值减少量为 $ch_{i,t}^{+}\Delta$. b) 如果 $SI_{i,t}^{+*}\le\Delta$, 则 $\tilde{I}_{i,t}=I_{i,t}^*-\Delta$ 等价于 $\widetilde{SI}_{i,t}^{+}=0$, $\widetilde{SI}_{i,t}^{-}=SI_{i,t}^{-*}+\Delta-SI_{i,t}^{+*}$. $\widetilde{SI}_{i,t}^{+}$ 将使目标值减少量为 $ch_{i,t}^{+}SI_{i,t}^{+*}$, 而 $\widetilde{SI}_{i,t}^{-}$ 将使目标值的减少量为 $-ch_{i,t}^{-}(\Delta-SI_{i,t}^{+*})$ (即增加量为 $ch_{i,t}^{-}(\Delta-SI_{i,t}^{+*})$). 从而 $\tilde{I}_{i,t}$ 使目标值的减少量为 $ch_{i,t}^{+}SI_{i,t}^{+*}-ch_{i,t}^{-}(\Delta-SI_{i,t}^{+*})$. 在最坏情形下 (当 $SI_{i,t}^{+*}=0$ 时), 目标值的减少量为 $ch_{i,t}^{+}SI_{i,t}^{+*}-ch_{i,t}^{-}(\Delta-SI_{i,t}^{+*})=-ch_{i,t}^{-}\Delta$. 故在最坏情形下, 在新的解 $\tilde{\boldsymbol{x}}$ 中, 所有 $\tilde{I}_{i,t}$ 将使目标值减少量的和为 $-\left(\sum_{t=\tau}^{T}ch_{i,t}^{-}\right)\Delta$.

2) $\tilde{L}_{i,\tau}$ 对目标值的影响. 当 $t=\tau$ 时, $\tilde{L}_{i,\tau}$ 将使目标值减少量为 $cb_{i,\tau}\Delta$, 其他周期 $\tilde{L}_{i,t}$ 对目标值无影响.

综合 1) 和 2) 的分析, 做上述变换后, 在最坏情形下 $\tilde{I}_{i,t}$, $\tilde{L}_{i,t}$ 将使目标值减少量为

$$\delta=cb_{i,\tau}\Delta-\left(\sum_{t=\tau}^{T}ch_{i,t}^{-}\right)\Delta=\left(cb_{i,\tau}-\sum_{t=\tau}^{T}ch_{i,t}^{-}\right)\Delta$$

由式 (48), $cb_{i,\tau}-\sum_{t=\tau}^{T}ch_{i,t}^{-}>0$, 所以 $\delta>0$. 即使目标值得以改进, 因而 $\boldsymbol{x}^*$ 不可能为最优解. □

附录 A2 引理 3 的证明

证明. 假设 $\boldsymbol{x}^*$ 为最优解. 经过简单的验算, 可知 $\tilde{\boldsymbol{x}}$ 是 LRPP-1 的可行解. 令 $\Gamma(\Delta)=\{t|I_{i,t}^*<\Delta_\tau, t\in[\tau+1,T]\}$, 记 $\varepsilon=\min_{t\in\Gamma(\Delta)}t$. 下面关于时间周期 t 分 4 种情况讨论:

1) 当 $t=\tau$ 时, 由引理 2 的证明, 在最坏的情形下, $\tilde{I}_{i,\tau}$ 将使目标值减少量为 $-ch_{i,\tau}^{-}\Delta$, $\tilde{L}_{i,\tau}$ 将使目标值减少量为 $cb_{i,\tau}\Delta$. 记由 $\tilde{I}_{i,\tau}$, $\tilde{L}_{i,\tau}$ 引起的目标值减少量为 $\partial_{\tau}^{\min}$, 则 $\partial_{\tau}^{\min}=cb_{i,\tau}\Delta_\tau-ch_{i,\tau}^{-}\Delta_\tau$.

2) 当 $\tau+1\le t\le\varepsilon-1$ 时, 根据 ε 的定义有 $I_{i,t}^*\ge\Delta_\tau$, $\Delta_t=\min\{I_{i,t}^*,\Delta_{t-1}\}=\Delta_\tau$, $\tilde{L}_{i,t}=L_{i,t}^*$. 记在最坏情形下, 由 $\tilde{I}_{i,t}$, $\tilde{L}_{i,t}$ $(t=\tau+1,\cdots,\varepsilon-1)$ 引起目标值的改变量记为 $\partial_{(\tau+1,\cdots,\varepsilon-1)}^{\min}$ (实际上 $\tilde{L}_{i,t}$ 对目标值无影响), 由引理 2, 有:

$$\partial_{(\tau+1,\cdots,\varepsilon-1)}^{\min}=-\left(\sum_{t=\tau+1}^{\varepsilon-1}ch_{i,t}^{-}\right)\Delta_\tau=-\left(\sum_{t=\tau+1}^{\varepsilon-1}ch_{i,t}^{-}\right)\Delta_t$$

3) 当 $t=\varepsilon$ 时, $\Delta_\varepsilon=\min\{I_{i,\varepsilon}^*,\Delta_{\varepsilon-1}\}=I_{i,\varepsilon}^*$, $\widetilde{I}_{i,\varepsilon}=I_{i,\varepsilon}^*-\Delta_\varepsilon=0$. 由于 $\tilde{I}_{i,\varepsilon}=RI_{i,\varepsilon}+\widetilde{SI}_{i,\varepsilon}^{+}-\widetilde{SI}_{i,\varepsilon}^{-}$, 故 $\widetilde{I}_{i,\varepsilon}=$

0 等价于 $\widetilde{SI}^{+}_{i,\varepsilon}=0=SI^{+*}_{i,\varepsilon}-SI^{+*}_{i,\varepsilon}$, $\widetilde{SI}^{-}_{i,\varepsilon}=RI_{i,\varepsilon}$. $\widetilde{SI}^{-}_{i,\varepsilon}$ 可进一步写成 $\widetilde{SI}^{-}_{i,\varepsilon}=SI^{-*}_{i,\varepsilon}+(RI_{i,\varepsilon}-SI^{-*}_{i,\varepsilon})=SI^{-*}_{i,\varepsilon}+(I^{*}_{i,\varepsilon}-SI^{+*}_{i,\varepsilon})$. $\widetilde{SI}^{+}_{i,\varepsilon}$ 使目标值减少量为 $ch^{+}_{i,\varepsilon}SI^{+*}_{i,\varepsilon}$, 而 $\widetilde{SI}^{-}_{i,\varepsilon}$ 将使目标值增加量为 $ch^{-}_{i,\varepsilon}(I^{*}_{i,\varepsilon}-SI^{+*}_{i,\varepsilon})$, 由 3) 知 $\widetilde{L}_{i,\varepsilon}$ 将使目标值增加量分别为 $cb_{i,\varepsilon}(\Delta_{\varepsilon-1}-\Delta_{\varepsilon})$. 故此时目标值的改变量为

$$\partial_{\varepsilon}=ch^{+}_{i,\varepsilon}SI^{+*}_{i,\varepsilon}-ch^{-}_{i,\varepsilon}(I^{*}_{i,\varepsilon}-SI^{+*}_{i,\varepsilon})-cb_{i,\varepsilon}(\Delta_{\varepsilon-1}-\Delta_{\varepsilon})$$

极端情形为当 $SI^{+*}_{i,\varepsilon}=0$ 时, 减少量记为 $\partial^{\min}_{\varepsilon}$, 则:

$$\partial^{\min}_{\varepsilon}=-ch^{-}_{i,\varepsilon}I^{*}_{i,\varepsilon}-cb_{i,\varepsilon}(\Delta_{\varepsilon-1}-\Delta_{\varepsilon})$$

注意到 $I^{*}_{i,\varepsilon}=\Delta_{\varepsilon}$, 因此

$$\partial^{\min}_{\varepsilon}=-ch^{-}_{i,\varepsilon}\Delta_{\varepsilon}-cb_{i,\varepsilon}(\Delta_{\varepsilon-1}-\Delta_{\varepsilon}).$$

4) 当 $\varepsilon+1\le t\le T$ 时, 分两种情形讨论:

a) 若 $I^{*}_{i,t}<\Delta_{t-1}$, 则 $\Delta_t=\min\{I^{*}_{i,t},\Delta_{t-1}\}=I^{*}_{i,t}$. 类似于情形 3) 时的推导方法, 可以得到此时目标值的改变量为

$$ch^{+}_{i,t}SI^{+*}_{i,t}-ch^{-}_{i,t}(\Delta_t-SI^{+*}_{i,t})-cb_{i,t}(\Delta_{t-1}-\Delta_t)$$

b) 若 $I^{*}_{i,t}\ge\Delta_{t-1}$, 则 $\Delta_t=\min\{I^{*}_{i,t},\Delta_{t-1}\}=\Delta_{t-1}$. 与引理 2 证明方法类似, 可以证明最坏情形下, 即当 $SI^{+*}_{i,t}=0$ 时, $\tilde{I}_{i,t}$ 使目标值改变量为 $-ch^{-}_{i,t}\Delta_t$.

把这两种情况统一写成为: $ch^{+}_{i,t}\min\{SI^{+*}_{i,t},\Delta_t\}-ch^{-}_{i,t}\max\{\Delta_t-SI^{+*}_{i,t},0\}-cb_{i,t}(\Delta_{t-1}-\Delta_t)$. 记由 $\tilde{I}_{i,t}$, $\tilde{L}_{i,t}$ $(t=\varepsilon+1,\cdots,T)$, 引起目标值的减少量为 $\partial_{(\varepsilon+1,\cdots,T)}$, 则 $\partial_{(\varepsilon+1,\cdots,T)}=\sum_{t=\varepsilon+1}^{T}(ch^{+}_{i,t}\min\{SI^{+*}_{i,t},\Delta_t\}-ch^{-}_{i,t}\max\{\Delta_t-SI^{+*}_{i,t},0\}-cb_{i,t}(\Delta_{t-1}-\Delta_t))$, 极端情形为当 $SI^{+*}_{i,t}=0$ 时, 改变量记为 $\partial^{\min}_{(\tau+1,\cdots,T)}$, 则:

$$\partial^{\min}_{(\varepsilon+1,\cdots,T)}=-\sum_{t=\varepsilon+1}^{T}ch^{-}_{i,t}\Delta_t-\sum_{t=\varepsilon+1}^{T}cb_{i,t}(\Delta_{t-1}-\Delta_t)$$

所以在最坏情形下, $\tilde{x}$ 引起目标值的减少量记为 $\partial^{\min}$, 则 $\partial^{\min}=\partial^{\min}_{\tau}+\partial^{\min}_{(\tau+1,\cdots,\varepsilon-1)}+\partial^{\min}_{\varepsilon}+\partial^{\min}_{(\varepsilon+1,\cdots,T)}=cb_{i,\tau}\Delta_{\tau}-\left(\sum_{t=\tau}^{T}ch^{-}_{i,t}\right)\Delta_t-\sum_{t=\varepsilon}^{T}cb_{i,t}\left(\Delta_{t-1}-\Delta_t\right)$.

实际上 $\partial^{\min}$ 包含两部分内容, 一部分为由于降低了周期 τ 的缺货量, 而使目标函数值的降低值. 另一部分为在最坏情形下, 由于降低了周期 τ 的缺货量而使周期 τ 及其后继周期的安全库存欠额增加, 从而增加的成本部分. 下面证明减少量 $\partial^{\min}$ 大于零. 由式 (47) 及 $\Delta_{\tau}>0$ 可得:

$$cb_{i,\tau}\Delta_{\tau}>\left(\sum_{\zeta=\tau}^{\varepsilon-1}ch^{-}_{i,\zeta}+cb_{i,\varepsilon}\right)\Delta_{\tau}\tag{A1}$$

而

$$cb_{i,\varepsilon}\Delta_{\tau}=cb_{i,\varepsilon}\Delta_{\varepsilon}+cb_{i,\varepsilon}(\Delta_{\tau}-\Delta_{\varepsilon})$$

再由式 (46) 及 $\Delta_{\varepsilon}\ge0$, 有:

$$cb_{i,\varepsilon}\Delta_{\varepsilon}\ge ch^{-}_{i,\varepsilon}\Delta_{\varepsilon}+cb_{i,\varepsilon+1}\Delta_{\varepsilon}$$

再一次将 $cb_{i,\varepsilon+1}\Delta_{\varepsilon}$ 改写为

$$cb_{i,\varepsilon+1}\Delta_{\varepsilon}=cb_{i,\varepsilon+1}(\Delta_{\varepsilon}-\Delta_{\varepsilon+1})+cb_{i,\varepsilon+1}\Delta_{\varepsilon+1}$$

同理有

$$cb_{i,\varepsilon+1}\Delta_{\varepsilon+1}\ge ch^{-}_{i,\varepsilon+1}\Delta_{\varepsilon+1}+cb_{i,\varepsilon+2}\Delta_{\varepsilon+1}$$

从而

$$\begin{aligned}cb_{i,\varepsilon}\Delta_{\tau}\ge{}& ch^{-}_{i,\varepsilon}\Delta_{\varepsilon}+cb_{i,\varepsilon}(\Delta_{\tau}-\Delta_{\varepsilon})+ch^{-}_{i,\varepsilon+1}\Delta_{\varepsilon+1}+\\&cb_{i,\varepsilon+1}(\Delta_{\varepsilon}-\Delta_{\varepsilon+1})+cb_{i,\varepsilon+2}\Delta_{\varepsilon+1}\end{aligned}$$

重复此过程, 可得:

$$\begin{aligned}cb_{i,\varepsilon}\Delta_{\tau}\ge{}& ch^{-}_{i,\varepsilon}\Delta_{\varepsilon}+\sum_{t=\varepsilon+1}^{T}ch^{-}_{i,t}\Delta_t+cb_{i,\varepsilon}(\Delta_{\tau}-\Delta_{\varepsilon})+\\&\sum_{t=\varepsilon+1}^{T}cb_{i,t}(\Delta_{t-1}-\Delta_t)+cb_{i,T+1}\Delta_T\end{aligned}\tag{A2}$$

由于 $\Delta_{\varepsilon-1}=\Delta_{\tau}$ 及 $cb_{i,T+1}=0$, 故上式可以整理为

$$cb_{i,\varepsilon}\Delta_{\tau}\ge\sum_{t=\varepsilon}^{T}ch^{-}_{i,t}\Delta_t+\sum_{t=\varepsilon}^{T}cb_{i,t}(\Delta_{t-1}-\Delta_t)$$

所以

$$\begin{aligned}\left(\sum_{\zeta=\tau}^{\varepsilon-1}ch^{-}_{i,\zeta}+cb_{i,\varepsilon}\right)\Delta_{\tau}\ge{}&\left(\sum_{\zeta=\tau}^{\varepsilon-1}ch^{-}_{i,\zeta}\right)\Delta_{\tau}+\\&\sum_{t=\varepsilon}^{T}ch^{-}_{i,t}\Delta_t+\sum_{t=\varepsilon}^{T}cb_{i,t}(\Delta_{t-1}-\Delta_t)\end{aligned}\tag{A3}$$

由式 (A1) 和 (A2) 及当 $\tau+1\le t\le\varepsilon-1$ 时, $\Delta_t=\Delta_{\tau}$, 可以得到:

$$cb_{i,\tau}\Delta_{\tau}>\left(\sum_{\zeta=\tau}^{T}ch^{-}_{i,\zeta}\right)\Delta_t+\sum_{t=\varepsilon}^{T}cb_{i,t}(\Delta_{t-1}-\Delta_t)$$

故总的改变量为

$$\partial^{\min}=cb_{i,\tau}\Delta_{\tau}-\left(\sum_{t=\tau}^{T}ch^{-}_{i,t}\right)\Delta_t-\sum_{t=\varepsilon}^{T}cb_{i,t}\left(\Delta_{t-1}-\Delta_t\right)>0$$

即通过给出的变换可以使目标值得以改进, 因而 $\boldsymbol{x}^{*}$ 不可能为最优解. □

References

1 Pinedo M, Chao X. *Planning and Scheduling in Manufacturing and Services*. Berlin: Springer-Verlag, 2005

2 Maravelia C T, Sung C. Integration of production planning and scheduling: overview, challenges and opportunities. *Computers and Chemical Engineering*, 2009, **33**(12): 1919−1930

3 Xue G S, Offodile O F, Zhou H, Troutt M D. Integrated production planning with sequence-dependent family setup times. *International Journal of Production Economics*, 2011, **131**(2): 674−681

4 Yan Hong-Sen, Xia Qi-Feng, Zhu Min-Ru, Liu Xia-Ling. Approaches to simultaneous production planning and scheduling in automobile assembly workshops. *Acta Automatica Sinica*, 2002, **28**(6): 911−919
(严洪森, 夏琦峰, 朱旻如, 刘霞玲. 汽车装配车间生产计划与调度的同时优化方法. 自动化学报, 2002, **28**(6): 911−919)

5 Kim H, Jeong H I, Park J. Integrated model for production planning and scheduling in a supply chain using benchmarked genetic algorithm. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2008, **39**(11−12): 1207−1226

6 Li Z K, Ierapetritou M G. Integrated production planning and scheduling using a decomposition framework. *Chemical Engineering Science*, 2009, **64**(16): 3585−3597

7 Terrazas-Moreno S, Grossmann I E. A multiscale decomposition method for the optimal planning and scheduling of multi-site continuous multiproduct plants. *Chemical Engineering Science*, 2011, **66**(19): 4307−4318

8 Shah N K, Ierapetritou M G. Integrated production planning and scheduling optimization of multisite, multiproduct process industry. *Computers and Chemical Engineering*, 2012, **37**(1): 214−226

9 Quadt D, Kuhn H. Capacitated lot-sizing and scheduling with parallel machines, back-orders, and setup carry-over. *Naval Research Logistics*, 2009, **56**(4): 366−384

10 James R J W, Almada-Lobo B. Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: new iterative MIP-based neighborhood search heuristics. *Computers and Operations Research*, 2011, **38**(12): 1816−1825

11 Ramezanian R, Saidi-Mehrabad M, Teimoury E. A mathematical model for integrating lot-sizing and scheduling problem in capacitated flow shop environments. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, to be published

12 Lasserre J B. An integrated model for job-shop planning and scheduling. *Management Science*, 1992, **38**(8): 1201−1211

13 Xiong Rui, Chen Hao-Xun, Hu Bao-Sheng. An integration model for production planning and job shop scheduling and its Lagrangian relaxation-based solution approach. *Journal of Xidian University*, 1996, **23**(4): 509−516
(熊锐, 陈浩勋, 胡保生. 一种生产计划与车间调度的集成模型及其拉氏松弛求解法. 西安电子科技大学学报, 1996, **23**(4): 509−516)

14 Fandel G, Stammen-Hegene C. Simultaneous lot sizing and scheduling for multi-product multi-level production. *International Journal of Production Economics*, 2006, **104**(2): 308−316

15 Zhang X D, Yan H S. Integrated optimization of production planning and scheduling for a kind of job-shop. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2005, **26**(7−8): 876−886

16 Aksen D, Altinkemer K, Chand S. The single-item lot-sizing problem with immediate lost sales. *European Journal of Operational Research*, 2003, **147**(3): 558−566

17 Wolpert D H, Macready W G. No free lunch theorems for optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1997, **1**(1): 67−82

18 Li Hao. Research on Scheduling Algorithm of Automobile Body Stamping Workshop and System Implementation Based on the GA [Master dissertation], Huazhong University of Science and Technology, China, 2009
(李浩. 基于遗传算法的冲压车间调度算法研究与系统实现 [硕士学位论文], 华中科技大学, 中国, 2009)

19 Absi N, Kedad-Sidhoum S. The multi-item capacitated lot-sizing problem with safety stocks and demand shortage costs. *Computers and Operations Research*, 2009, **36**(11): 2916−2936

20 Fattahi P, Saidi-Mehrabad M, Jolai F. Mathematical modeling and heuristic approaches to flexible job shop scheduling problems. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2007, **18**(3): 331−342

21 Tang Jia-Fu, Yung Kai-Leung. Lagrange relaxation decomposition based joint decisions for production and distribution system with multiple products. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2005, **41**(8): 153−158
(唐加福, Yung Kai-Leung. 基于 Lagrange 松弛分解的多产品生产 — 分销系统的联合决策. 机械工程学报, 2005, **41**(8): 153−158)

22 Shen Q N, Chu F, Chen H X. A Lagrangian relaxation approach for a multi-mode inventory routing problem with transshipment in crude oil transportation. *Computers and Chemical Engineering*, 2011, **35**(10): 2113−2123

23 Aghezzaf E H. Lot-sizing problem with setup times in labor-based capacity production systems. *International Journal of Production Economics*, 2000, **64**(1−3): 1−9

24 Yu Y G, Chen H X, Chu F. A new model and hybrid approach for large scale inventory routing problems. *European Journal of Operational Research*, 2008, **189**(3): 1022−1040

25 Wagner H M, Whitin T M. Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science*, 1958, **5**(1): 89−96

26 Zhou Z L, Guan Y P. Stochastic lot-sizing problem with deterministic demands and Wagner-Whitin costs. *Operations Research Letters*, 2010, **38**(5): 414−419

27 de Araujo S A, Arenales M N, Clark A R. Joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot-sizing with sequence-dependent setups. *Journal of Heuristics*, 2007, **13**(4): 337−358

28 Kacem I, Hammadi S, Borne P. Approach by localization and multiobjective evolutionary optimization for flexible job-shop scheduling problems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, 2002, **32**(1): 408−419

29 Huang Xiao-Ling, Chai Tian-You. Particle swarm optimization for raw material purchasing plan in large scale ore dressing plant. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(5): 632−636
(黄肖玲, 柴天佑. 粒子群优化算法在大型选矿企业原料采购计划中的应用. 自动化学报, 2009, **35**(5): 632−636)

30 Zhang Chang-Sheng, Sun Ji-Gui, Yang Qing-Yun, Zheng Li-Hui. A hybrid algorithm for flowshop scheduling problem.

Acta Automatica Sinica, 2009, **35**(3): 332−336
(张长胜, 孙吉贵, 杨轻云, 郑黎辉. 一种求解车间调度的混合算法. 自动化学报, 2009, **35**(3): 332−336)

31 Pan Quan-Ke, Wang Wen-Hong, Zhu Jian-Ying, Zhao Bao-Hua. Hybrid heuristics based on particle swarm optimization and variable neighborhood search for job shop scheduling. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2007, **13**(2): 323−328
(潘全科, 王文宏, 朱剑英, 赵保华. 基于粒子群优化和变邻域搜索的混合调度算法. 计算机集成制造系统, 2007, **13**(2): 323−328)

32 Zhang Guo-Hui. Research on Methods for Flexible Job Shop Scheduling Problems [Ph. D. dissertation], Huazhong University of Science and Technology, China, 2009
(张国辉. 柔性作业车间调度方法研究 [博士学位论文], 华中科技大学, 中国, 2009)

33 Pochet Y, Wolsey L A. *Production Planning by Mixed Integer Programming*. Berlin: Springer, 2006

34 Xia W J, Wu Z M. An effective hybrid optimization approach for multi objective flexible job shop scheduling problems. *Computers and Industrial Engineering*, 2005, **48**(2): 409−425

35 Mercé C, Fontan G. MIP-based heuristics for capacitated lotsizing problems. *International Journal of Production Economics*, 2003, **85**(1): 97−111

安玉伟 黑龙江科技学院副教授. 东南大学自动化学院博士研究生. 主要研究方向为生产计划与调度, 智能优化方法. 本文通信作者.
E-mail: anyuwei7@163.com
(**AN Yu-Wei** Associate professor at the School of Science, Heilongjiang Institute of Science & Technology and Ph. D. candidate at the School of Automation, Southeast University. His research interest covers production planning and scheduling and intelligent optimization method. Corresponding author of this paper.)

严洪森 东南大学自动化学院教授. 主要研究方向为生产计划与调度, 知识化制造系统, 计算机集成制造系统.
E-mail: Hsyan@seu.edu.cn
(**YAN Hong-Sen** Professor at the School of Automation, Southeast University. His research interest covers production planning and scheduling, knowledgeable manufacturing systems, and computer integrated manufacturing systems.)