

利用参数表示任意维数正交矩阵的 ICA 新算法

汤影¹ 李建平^{1,2}

摘要 在独立分量分析 (Independent component analysis, ICA) 中, 寻找去除高阶相关的正交矩阵成为问题关键, 而正交矩阵具有特殊的空间结构, 组成它的每个列向量可视为 $\mathbf{R}^N$ 中单位超球表面上一点, 当这些点彼此垂直时, 整体就组成一个正交矩阵. 自然地, 这些点可以用其球坐标来参数化. 本文通过观察正交矩阵的几何结构, 找到了任意维数的随机正交矩阵的参数表示方法, 且论证了这种表示的完备性; 同时, 对随机正交矩阵参数表示的随机性做了定量分析; 然后, 利用遗传算法对参数化正交矩阵中的参数进行搜索, 得到了分离结果. 本文称这种算法为 OICA 算法, 并给出了该算法的仿真实验.

关键词 独立分量分析 (ICA), 正交矩阵, 随机矩阵, N 维超球, 遗传算法 (GA), OICA

中图分类号 TN911.123

A New Algorithm of ICA: Using the Parametrized Orthogonal Matrixes of Any Dimensions

TANG Ying¹ LI Jian-Ping^{1,2}

Abstract In independent component analysis (ICA) problems, it is the key to find an orthogonal matrix to throw away high-order redundancy between components. Orthogonal matrixes have special structures in which row vectors of them can be seen as vectors perpendicular to each other on N -sphere. A parametrization method of all the matrices of any dimensions is proposed and the completeness of the parametric presentation is proven. Further, a theoretical analysis is made for randomness. We use genetic algorithm (GA) in searching of the optimized separating matrix. Finally, some numerical simulation results are given.

Key words Independent component analysis (ICA), orthogonal matrix, random matrix, N -sphere, genetic algorithm (GA), OICA

独立分量分析 (Independent component analysis, ICA) 是近年来伴随着盲信号分离 (Blind source separation, BSS) 问题发展起来的一种新的信号处理技术^[1-2], 该方法的基本思路是以非高斯信号为研究对象, 在独立性假设前提下, 对多路观测信号进行盲源分离. ICA 技术已经在阵列传感器^[3], 图像恢复^[4], 生物医学工程^[5] 等诸多信号处理相关领域取得了应用上的成功.

设有 N 个未知的源信号 $\mathbf{S}(t) = [S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)]^T$, $i = 1, 2, \dots, N$, 其中 t 是离散时刻. 设 A 是一个 $M \times N$ 维常数混合矩阵. $\mathbf{X}(t) = [X_1(t), X_2(t), \dots, X_M(t)]^T$, $i = 1, 2, \dots, M$ 是 M 个可观察信号. $\mathbf{N}(t) = [N_1(t), N_2(t), \dots, N_M(t)]^T$, $i = 1, 2, \dots, M$ 是 M 个白色、高斯、统计独立的噪声信号. 对于带噪声 ICA^[1,6], 有形如下式的定义

$$\mathbf{X}(t) = A\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad M \geq N \quad (1)$$

为了简化模型, 常常把噪声略去, 同时假设 $M = N$ ^[1], 此时有

$$\mathbf{X}(t) = A\mathbf{S}(t) \quad M = N \quad (2)$$

ICA 问题为对任意 t , 根据已知的 $\mathbf{X}(t)$ 在 A 未知的条件下求未知的 $\mathbf{S}(t)$.

在 ICA 各种成熟的算法当中, 其中一大类围绕梯度知识来展开, 这类算法大多属于在线自适应算法的范畴^[7-9]; 另一大类则侧重于模型的代数结构, 大多围绕正交矩阵的性质来展开, 这类算法特别适合离线或批处理数据的情况. 相对而言, 第二类算法效率较高且稳定性更强, 比如法国学者 Cardoso 提出的“特征矩阵的联合近似对角化法 (JADE 方法)”^[10] 就是一个代表, 作者构造出了一些反映 ICA

收稿日期 2006-08-15 收修改稿日期 2007-06-02

Received August 15, 2006; in revised form June 2, 2007

国家自然科学基金 (10471151, 69903012, 60216263), 国家高科技研究发展计划 (863 计划) (2003AA148040, 2007AA01Z423), 教育部新世纪优秀人才支持计划, 教育部博士点基金, 重庆市科技攻关项目和重庆市自然科学基金资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (10471151, 69903012, 60216263), National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2003AA148040, 2007AA01Z423), Century Training Programme Foundation for the Talents by the State Education Commission, Doctoral Fund of Ministry of Education of China, and Natural Science Foundation of Chongqing

1. 电子科技大学计算机科学与工程学院 成都 610054 2. 后勤工程学院国际小波分析应用研究中心 重庆 400016

1. School of Computer Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054

2. International Centre for Wavelet Analysis and Its Applications, Logistical Engineering University, Chongqing 400016

DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.00031

问题的代数结构的矩阵, 把 ICA 问题转换为矩阵联合对角化问题, 找到了新的思路.

ICA 问题本质上是一个大规模高维非线性优化问题. 所谓的“维数灾难”是任何一个 ICA 算法必须要面对的现象, 尽可能地降低问题的维数, 尽可能地减少优化变量的个数具有重要的意义, 在这方面, ICA 领域内得到的结论还不多. 以 FastICA 算法^[11-12]为例, 此算法利用了不动点思想, 但缺陷是没有利用矩阵的正交性作为问题的内在约束, 而是把白化后的正交分离矩阵笼统地看作一个一般矩阵, 最后在得到的结果中通过正交化过程把这个一般的矩阵化成正交矩阵. 显然, 这样做增加了优化问题的时间复杂度, 同时, FastICA 算法是否完备地搜索了整个正交矩阵空间也是一个疑问.

ICA 的做法一般是首先对数据进行“白化”, 这一点通过成熟的 PCA 算法可以实现^[1-2]. 白化预处理可以有效地降低 ICA 问题的复杂度, 且白化预处理后使得原来所求的解混合矩阵退化成一个正交阵. 此外, PCA 本身具有降维功能, 当观测信号的个数大于源信号个数时, 经过白化可以将观测信号数目降到与源信号数目相同. 白化过程最重要的一点就是: 经过白化后, 只需要寻找适当的正交矩阵, 去除信号之间的高阶相关性, 而二阶相关在白化时已经去除了. 这样, 我们就可以把注意力集中在如何寻找去除信号高阶相关的正交矩阵上.

我们知道任何一个二维正交矩阵作用在一个向量上, 相当于是对此向量在平面上作一个旋转, 而以此旋转角为参数足以表达任何一个二维正交矩阵, 即一个角度参数就可以参数化任何一个二维正交矩阵. 但是高维情况下是否存在类似的正交矩阵的参数化表示就不是那么容易回答的一个问题了. 如果找到了任意维数下正交矩阵的参数化矩阵, 则优化变量个数大致减少一半, 这点在大规模 ICA 问题中将起到重要作用. 本文的目标是在寻求到任意维数下正交矩阵的参数化表示后, 减少优化问题中的变量数目, 然后通过遗传算法对 ICA 模型寻优, 最终得到一种新的 ICA 算法 — OICA 算法, 并且对此算法各方面的性能指标进行评估.

本文内容安排如下: 第 1 节对任意维数下正交矩阵的参数表示进行分析; 第 2 节说明 OICA 算法的具体细节; 第 3 节是关于 OICA 算法的一些分析和思考; 第 4 节是算法的仿真实验及应用.

1 正交矩阵的参数化表示

对 $N \times N$ 维正交矩阵, 变量有 N^2 个, 约束有 $(N^2 + N)/2$ 个, 则至少需要 $(N^2 - N)/2$ 个参数才能完备地表达 $N \times N$ 维正交矩阵空间. 如果能够找

到一个统一的带 $(N^2 - N)/2$ 个参数的矩阵来表达任意 $N \times N$ 维正交矩阵, 借助参数矩阵表达的统一性, 就可以在后续寻优问题中 (比如使用梯度优化算法), 使用显式的解析表达式. 此时正交性已经在参数矩阵中得到满足, 所以本质上变成了无约束的多元优化问题, 而且此时所需的参数数目是最少的. 如果采取直接以 N^2 个变元进行优化, 此时优化中必然带有满足正交性要求的 $(N^2 + N)/2$ 约束, 搜索空间的变大必然带来不必要的运算. 比如对一个二维 ICA 问题, 观测向量为 $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T$, 在正交矩阵 G 的作用下, 得到 $\mathbf{y} = G\mathbf{x}$, 其中

$$G = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

在 G 的作用下, 向量 $\mathbf{x}$ 顺时针旋转 θ 后变为向量 $\mathbf{y}$, 同时我们注意到任何一个 2×2 维正交矩阵都可以表示成 G 矩阵的形式, G 矩阵只有一个自由度 θ , 这个参数可以认为是球坐标在平面上的具体表现形式. 混合信号在白化预处理后, 我们只需要对 θ 作一维优化, 即可方便地得到“全局性”的优化结果, 因为对 θ 作一维优化的过程中, 遍历了所有 2×2 维的正交矩阵.

但是一个带有 $(N^2 - N)/2$ 个参数且满足正交性的 $N \times N$ 维参数矩阵, 却不一定能表示任何一个 $N \times N$ 维正交矩阵, 这个事实是明显的.

N 维单位向量的自由度是 $N - 1$, 我们只需要 $N - 1$ 个参数就可以构造任意 N 维单位向量. 在欧几里德空间中, 任一 N 维单位向量对应 N 维单位超球面上一点. 任一 $N \times N$ 维正交矩阵由 N 维球超面上的 N 个两两垂直的点构成. 在 $\mathbf{R}^N$ 中, 半径为 1 的超球面上任一点可以用球坐标 $(1, x_1, x_2, \dots, x_{N-1})$ 来表示, 其中 $x_1, x_2, \dots, x_{N-1}$ 是角度参变量, 下面以 $\mathbf{R}^3$ 为例进行说明 (见下页图 1 所示).

在图 1 中, $\angle AOB = x_1$, $\angle BOC = x_2$, $\mathbf{OA} = [\sin x_1, \cos x_1 \sin x_2, \cos x_1 \cos x_2]$ 是单位向量. 推广到 $\mathbf{R}^N$, 对在 $\mathbf{R}^N$ 中半径为 1 的超球面上任一点, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1) &= \mathbf{n}_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1N-1}) = \\ &[\sin x_{11}, \cos x_{11} \sin x_{12}, \cos x_{11} \cos x_{12} \sin x_{13}, \dots, \\ &\cos x_{11} \cos x_{12} \cdots \cos x_{1N-2} \sin x_{1N-1}, \\ &\cos x_{11} \cos x_{12} \cdots \cos x_{1N-2} \cos x_{1N-1}]_{N \times 1}^T \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $(x_1, x_2, \dots, x_{N-1}) \in [0, 2\pi)$, 不难验证其长度为 1. 这是一个带 $N - 1$ 个参数的 N 维单位向量, 而且 $\mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1)$ 可以表达任何 N 维单位向量.

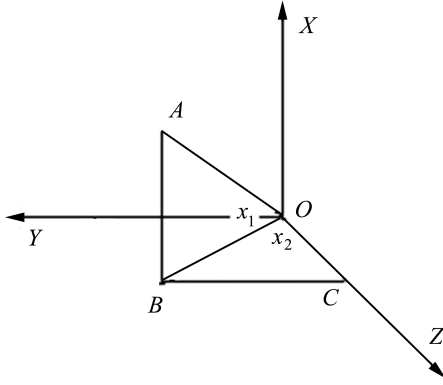


图 1 三维空间中球坐标表示

Fig. 1 Sphere coordinate in $\mathbf{R}^3$

在得到 $\mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1)$ 后, 随机构造另外 $N-1$ 个向量, 使之加上 $\mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1)$ 后, 成为 $\mathbf{R}^N$ 的一组基 (后面的讨论将证明这个操作很容易实现, 且以概率 1 成功). 然后通过施密特正交单位化过程, 得到 $\mathbf{R}^N$ 的一组规范正交基, 这些列向量形成一个矩阵, 这个矩阵有两个特点:

1) 是正交矩阵;

2) 在一个方向上, 即 $\mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1)$ 代表的方向上可以任意变动.

下面是施密特正交单位化过程的操作方式:

设 $\{\mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1), \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_N\}$ 是内积空间 V 的一组基, 令 $\mathbf{g}_1 = \mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1)$, 有

$$\mathbf{g}_{i+1} = \mathbf{b}_{i+1} - \sum_{j=1}^i \frac{\langle \mathbf{b}_{i+1}, \mathbf{g}_j \rangle}{\langle \mathbf{g}_j, \mathbf{g}_j \rangle} \mathbf{g}_j, \quad \mathbf{q}_i = \frac{\mathbf{g}_{i+1}}{\|\mathbf{g}_{i+1}\|} \quad i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (5)$$

则 $\{\mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1), \mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{N-1}\}$ 是内积空间 V 的一组规范正交基.

我们把上面随机构造的且通过正交单位化后形成的 $N-1$ 个向量组成矩阵 $Q_1 = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_{N-1}]_{N \times (N-1)}$.

矩阵 $[\mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1), Q_1]_{N \times N}$ 显然没有完备地表达 $N \times N$ 正交矩阵空间, 除了 $\mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1)$ 这个方向外, Q_1 代表的方向都是固定的. 而最终我们完全消除了 Q_1 代表的方向的固定性, 做到完备地表示所有正交矩阵, 且与 Q_1 的随机性无关.

由以上分析可知, $\{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_{N-1}\}$ 张成的超平面一定与 $\mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1)$ 垂直, $\mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1)$ 一经确定, 与之垂直的超平面也就确定了, 即正交矩阵中其他的 $N-1$ 个单位向量一定在这个超平面内选择, 换句话说, 一定可以写成 $\{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_{N-1}\}$ 的线性组合, 即对任

何一个与 $\mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1)$ 正交的向量 $\mathbf{w}$ 必有如下形式

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^{N-1} a_i \mathbf{q}_i \quad a_i \text{ 是常数, 且不全为 } 0 \quad (6)$$

令

$$\mathbf{n}_2(\mathbf{X}_2) = \mathbf{n}_2(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2N-2}) = [\sin x_{21}, \cos x_{21} \sin x_{22}, \cos x_{21} \cos x_{22} \sin x_{23}, \dots, \cos x_{21} \cos x_{22} \dots \cos x_{2N-3} \sin x_{2N-2}, \cos x_{21} \cos x_{22} \dots \cos x_{2N-3} \cos x_{2N-2}]_{(N-1) \times 1}^T \quad (7)$$

显然这是 $\mathbf{R}^{N-1}$ 中单位超球面上一点. 以其元素作为 $\{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_{N-1}\}$ 线性组合的系数, 令

$$\mathbf{w}_1 = \mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1)$$

$$\mathbf{w}_2 = Q_1 \times \mathbf{n}_2(\mathbf{X}_2) = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_{N-1}] \times \mathbf{n}_2(\mathbf{X}_2) \quad (8)$$

显然 $\mathbf{w}_2$ 与 $\mathbf{w}_1$ 正交, 同时注意到组成 Q_1 的列向量互相正交且本身都是单位化向量, 所以有 $\mathbf{w}_2^T \times \mathbf{w}_2 = \mathbf{n}_2^T(\mathbf{X}_2) \times Q_1^T \times Q_1 \times \mathbf{n}_2(\mathbf{X}_2) = \mathbf{n}_2^T(\mathbf{X}_2) \times I_{(N-1) \times (N-1)} \times \mathbf{n}_2(\mathbf{X}_2) = 1$, 所以 $\mathbf{w}_2$ 也是单位向量. 取 $\mathbf{w}_2$ 为第二个组成最终参数化正交矩阵的向量 (第一个取 $\mathbf{w}_1$), 此向量有 $N-2$ 个自由度. 虽然 Q_1 是随机确定的, 而且确定后 $\mathbf{q}_i (i = 1, 2, \dots, N-1)$ 的方向是不变的, 但是由于 $\mathbf{w}_2$ 有 $N-2$ 个参数, 这些参数可以保证 $\mathbf{w}_2$ 在 $\{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_{N-1}\}$ 张成的超平面内任意变动方向, 所以随机确定的 $\mathbf{q}_i$ 不会影响我们完备地表示与 $\mathbf{w}_1$ 垂直的单位向量, 这是算法中最关键的一点.

$\mathbf{w}_2$ 之所以能够最大限度地变动方向是基于以下两方面的原因: 1) $\mathbf{w}_2$ 必须和 $\mathbf{w}_1$ 正交; 2) $\mathbf{w}_2$ 是规范的单位向量. 这两个原因分别造成自由度减 1, 最后得到自由度为 $N-2$.

我们可以在 $\mathbf{R}^N$ 中逐次去除一个带参数表示的方向. 在第 i 次去除一个方向后, 与所有已经去除的 i 个方向张成的超平面相垂直的超平面为 $N-i$ 维, 而

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{i+1} &= Q_1 Q_2 \dots Q_i \times \mathbf{n}_{i+1}(\mathbf{X}_{i+1}), \quad i = 1, 2, \dots, N-2 \\ \mathbf{w}_N &= Q_1 Q_2 \dots Q_{N-1}, \quad i = N-1 \end{aligned} \quad (9)$$

可以表达其内的任一单位向量, $\mathbf{w}_{i+1}$ 带 $N-i-1$ 个参数也可以说明这一点. 注意, 与去除超平面相垂直的超平面为 $N-i$ 维相比较, 减少了一维, 这是由于 $\mathbf{w}_{i+1}$ 自身是单位向量的原因. 将上面这个过程逐次进行下去, 最后得到 N 个单位向量, 由这 N 个列

向量组成 $N \times N$ 维正交矩阵 $[\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_N]_{N \times N}$ (注意, 寻求 $\mathbf{w}_N$ 时将没有“自由度”, 直接用 Q_i 连乘即可)。

上述过程中产生的参数总数是: $(N-1) + (N-2) + \dots + 1 + 0 = N \times (N-1)/2$, 而这恰好是完备表示 $N \times N$ 维正交矩阵所需的参数个数, 这进一步说明我们已经达到了完备表示 $N \times N$ 维正交矩阵的目的。

例. 以三维正交矩阵为例, 其构造的具体流程如下:

1) 令单位向量 $\mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1) = \mathbf{n}_1(x_{11}, x_{12}) = [\sin x_{11}, \cos x_{11} \sin x_{12}, \cos x_{11} \cos x_{12}]_{3 \times 1}^T$ 。

2) 得到 Q_1 : 随机得到 2 个三维列向量, 例如: $[0, 1, 0]^T$ 和 $[0, 0, 1]^T$, 对矩阵

$$\begin{bmatrix} \sin x_{11} & 0 & 0 \\ \cos x_{11} \sin x_{12} & 1 & 0 \\ \cos x_{11} \cos x_{12} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

实施施密特正交化过程得到正交矩阵: $[\mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1), \mathbf{q}_{11}, \mathbf{q}_{12}]$, 令 $Q_1 = [\mathbf{q}_{11}, \mathbf{q}_{12}]_{3 \times 2}$ 。

3) 令 $\mathbf{w}_1 = \mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1)$, $\mathbf{w}_1$ 就是最终参数化正交矩阵的第一列。

4) 令单位向量

$$\mathbf{n}_2(\mathbf{X}_2) = \mathbf{n}_2(x_{21}) = [\sin x_{21}, \cos x_{21}]_{2 \times 1}^T$$

5) 令

$$\mathbf{w}_2 = Q_1 \times \mathbf{n}_2(\mathbf{X}_2) = [\mathbf{q}_{11}, \mathbf{q}_{12}] \times [\sin x_{21}, \cos x_{21}]^T,$$

$\mathbf{w}_2$ 就是最终参数化正交矩阵的第二列。

6) 得到 Q_2 : 随机得到 1 个二维列向量, 例如: $[0, 1]^T$ 。对矩阵 $\begin{bmatrix} \sin x_{21} & 0 \\ \cos x_{21} & 1 \end{bmatrix}$ 实施施密特正交化过程得到矩阵 $[\mathbf{n}_{21}(\mathbf{X}_2), \mathbf{q}_{21}]$, 令 $Q_2 = [\mathbf{q}_{21}]_{2 \times 1}$ 。

7) 令 $\mathbf{w}_3 = Q_1 \times Q_2$, $\mathbf{w}_3$ 就是最终参数化正交矩阵的第三列。

最终, 矩阵 $[\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3]$ 就是所寻求的三维完备的参数化正交矩阵表示。

2 利用参数化正交矩阵的 ICA 新算法 — OICA

在本文提出的 OICA 算法中, 并不是一次性把全部独立分量同时分解出来, 而是按照一定次序把各个独立分量逐次提取出来。形象地说, 就是对整体数据进行一次一次的“剥皮”, 其本质上属于批处理范畴, 即要求存在一批已经准备好的观测信号。另

外, 本算法中每个独立分量的提取对应一个优化, 每个优化均采用遗传算法进行求解。在这串优化问题中, 后一个优化的求解以在它前面的所有优化的已知解为基础。

设源信号和传感器个数均为 N , 混合矩阵为 $A_{N \times N}$, 白化矩阵为 $B_{N \times N}$, 白化后单组数据记为 $\mathbf{z}_i = (z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{iN})^T$, 其中 $i = 1, 2, \dots, M$, 一共 M 组白化数据参与学习, 白化后的正交分离矩阵为 $W = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_N]_{N \times N}^T$, 最后输出为 $\mathbf{y}_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{iM})^T$, 其中 $i = 1, 2, \dots, N$, 一共为 N 个独立分量。

由第 1 节知, 可构造一个 N 维规范单位向量, 形式为

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1) &= \mathbf{n}_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1N-1}) = \\ &[\sin x_{11}, \cos x_{11} \sin x_{12}, \cos x_{11} \cos x_{12} \sin x_{13}, \dots, \\ &\cos x_{11} \cos x_{12} \dots \cos x_{1N-2} \sin x_{1N-1}, \\ &\cos x_{11} \cos x_{12} \dots \cos x_{1N-2} \cos x_{1N-1}]_{N \times 1}^T \end{aligned} \quad (10)$$

令 $\mathbf{w}_1(\mathbf{X}_1) = \mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1)$, 首先分离第一个独立分量 y_1 , 即对 $\mathbf{X}_1$ 寻优, 此时有 $N-1$ 个参数。优化目标可以选择基于非高斯极大或互信息最小等导出的各种度量独立性的方法^[1-2]。

这里以四阶累积量表示的负熵极大^[1-2] 作为优化目标。 M 组白化数据均参与学习, 而优化算法采用以二进制编码的遗传算法^[13]。优化的具体形式为

$$\begin{aligned} &\max J(y_1) \\ \text{s.t. } &J(y_1) = |k_4(y_1)| = |E(y_1^4) - 3E^2(y_1^2)| \\ &y_1 = \mathbf{w}_1^T(\mathbf{X}_1)z \\ &\mathbf{X}_1 = [x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1N-1}]^T \in [0, 2\pi) \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $E(y_1^4)$ 和 $E(y_1^2)$ 以 M 组白化数据的相应统计量代替。 $[x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1N-1}]^T$ 在遗传算法中的编码格式 (采用二进制编码) 为:

$$\underbrace{\times \times \dots \times}_{x_{11} \quad K \text{ 位}} \underbrace{\times \times \dots \times}_{x_{12} \quad K \text{ 位}} \dots \underbrace{\times \times \dots \times}_{x_{1N-1} \quad K \text{ 位}}$$

其中 $\times = 0$ 或 1 , 编码采取定点或浮点方式, K 为编码精度, 编码的总长度为 $K(N-1)$ (当然也可以使用不等长的编码, 这是需要进一步讨论的)。

接着分离第二个独立分量。在前一步中 $\mathbf{X}_1$ 已经确定, 现在我们随机寻找 $N-1$ 个向量 $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{N-1}\}$, 使 $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{N-1}, \mathbf{n}_1(\mathbf{X}_1)\}$ 线性无关, 就得到 N 维空间的一组基。对 $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{N-1}\}$ 实施施密特正交单位化过程, 得到 N 维空间的一组规范正交基。正交单位化后形成的向量组成

矩阵, 记为 $Q_1 = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_{N-1}]_{N \times (N-1)}$. 显然有 $\mathbf{w}_1(\mathbf{X}_1)$ 垂直于 $\mathbf{q}_i$.

令:

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_2(\mathbf{X}_2) &= \mathbf{n}_2(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2N-2}) = \\ &[\sin x_{21}, \cos x_{21} \sin x_{22}, \cos x_{21} \cos x_{22} \sin x_{23}, \dots, \\ &\cos x_{21} \cos x_{22} \dots \cos x_{2N-3} \sin x_{2N-2}, \\ &\cos x_{21} \cos x_{22} \dots \cos x_{2N-3} \cos x_{2N-2}]_{(N-1) \times 1}^T \end{aligned} \quad (12)$$

得到分离第二个独立分量的优化形式为

$$\begin{aligned} \max J(y_2) \\ \text{s.t. } J(y_2) &= |k_4(y_2)| = |\mathbb{E}(y_2^4) - 3\mathbb{E}^2(y_2^2)| \\ y_2 &= \mathbf{w}_2^T(\mathbf{X}_2)z \\ \mathbf{X}_2 &= [x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2N-2}]^T \in [0, 2\pi) \end{aligned} \quad (13)$$

接着对其求解, 由第 1 节可知, $\mathbf{w}_2(\mathbf{X}_2)$ 垂直于 $\mathbf{w}_1(\mathbf{X}_1)$, 且 $\mathbf{w}_2(\mathbf{X}_2)$ 是一个单位向量. 将这个过程一直持续下去, 直到分离所有的独立分量, 共产生 $N-1$ 个优化, 进行“串行”意义下独立的 $N-1$ 次遗传算法, 每个优化的变量个数依次减 1. 在第 i 次优化结束后得到 $\mathbf{X}_i$ 和 $\mathbf{w}_i(\mathbf{X}_i)$, 通过 $\mathbf{n}_i(\mathbf{X}_i)$ 随机构造 Q_i , 然后通过 $\mathbf{X}_{i+1}$ 参数化 $\mathbf{n}_{i+1}(\mathbf{X}_{i+1})$, 进而得到 $\mathbf{w}_{i+1} = Q_1 Q_2 \dots Q_i \times \mathbf{n}_{i+1}(\mathbf{X}_{i+1})$, 最后得到第 $i+1$ 个优化形式, 求解后 $\mathbf{X}_{i+1}$ 和 $\mathbf{w}_{i+1}(\mathbf{X}_{i+1})$ 成为已知, 继而得到下一个优化.

整个算法流程如下:

- 1) 令 $i = 1$, 求解第一个优化, 得到 $\mathbf{X}_1, Q_1, \mathbf{w}_1$.
- 2) 随机确定 $(N-i)$ 个列向量 $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{N-i}\}$, 使 $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{N-i}, \mathbf{n}_i(\mathbf{X}_i)\}$ 组成 $N-i+1$ 维空间的基.
- 3) 对 $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{N-i}\}$ 实施施密特正交单位化过程, 最后得到 Q_i , 使 $\{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_{N-i}, \mathbf{n}_i(\mathbf{X}_i)\}$ 为 $N-i+1$ 维空间的规范正交基.
- 4) 通过 $\mathbf{X}_{i+1}$ 参数化 $\mathbf{n}_{i+1}(\mathbf{X}_{i+1})$, 进而得到 $\mathbf{w}_{i+1} = Q_1 Q_2 \dots Q_i \times \mathbf{n}_{i+1}(\mathbf{X}_{i+1})$, $\mathbf{w}_{i+1}$ 中带 $N-i-1$ 个参数.
- 5) 写出第 $i+1$ 个优化形式:

$$\begin{aligned} \max J(y_{i+1}) \\ \text{s.t. } J(y_{i+1}) &= |k_4(y_{i+1})| = |\mathbb{E}(y_{i+1}^4) - 3\mathbb{E}^2(y_{i+1}^2)| \\ y_{i+1} &= \mathbf{w}_{i+1}^T(\mathbf{X}_{i+1})z \\ \mathbf{X}_{i+1} &= [x_{i+1,1}, x_{i+1,2}, \dots, x_{i+1,N-i+1}]^T \in [0, 2\pi) \end{aligned}$$

- 6) 通过遗传算法求解得到 $\mathbf{X}_{i+1}, \mathbf{w}_{i+1}$. 令 $i = i+1$, 若 $i = N-1$, 则算法结束; 否则转 2).

3 算法分析

通过构造“随机参数化正交矩阵”, 本算法把 ICA 中的高维带约束优化问题转换成多个低维无约束优化问题, 且每个优化之间相对独立, 其中最关键的一点是 OICA 算法并没有导致搜索空间变小. 通过高维到低维, 有约束到无约束的变化导致计算量大幅降低, 同时充分利用正交矩阵的几何结构, 避免了不必要的搜索计算. OICA 算法的复杂度主要体现在遗传算法的低维 (相对于原问题) 搜索上.

OICA 算法中有一步为: 随机确定 $N-i$ 个列向量 $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{N-i}\}$, 使 $\{\mathbf{n}_i(\mathbf{X}_i), \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{N-i}\}$ 组成 $N-i+1$ 维空间的一组基. 这一步是容易还是复杂? 如果不能简洁地得到这种基, 那么一切后续工作就失去了意义. 幸好, 结论是可以很方便地得到基.

引理 1. 给定 $N-1$ 个 N 维向量 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{N-1}$, 则不存在开区间 (a_i, b_i) , 其中 $a_i, b_i \in \mathbf{R}$, $i = 1, 2, \dots, N$, 使存在某个 $\mathbf{x}_N = (x_{N1}, x_{N2}, \dots, x_{NN})$ 对任意 $x_{Ni} \in (a_i, b_i)$ 时, 都有 $\det(X) = \det(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{N-1}, \mathbf{x}_N) = 0$.

证明. 用反证法. 如果存在满足条件的开区间 (a_i, b_i) , $a_i, b_i \in \mathbf{R}$, $i = 1, 2, \dots, N$, 使存在某个 $\mathbf{x}_N$, 对任意 $x_{Ni} \in (a_i, b_i)$ 有 $\det(X) = 0$, 作矩阵

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1i} & \dots & x_{1N} \\ x_{21} & \dots & x_{2i} & \dots & x_{2N} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{N1} & \dots & x_{Ni} & \dots & x_{NN} \end{bmatrix}^T$$

令 $f(x_{N1}, x_{N2}, \dots, x_{NN}) = \det(X) = 0$, 则 f 是关于 $x_{N1}, x_{N2}, \dots, x_{NN}$ 的连续线性函数, 形如 $f(x_{N1}, x_{N2}, \dots, x_{NN}) = p_1 x_{N1} + p_2 x_{N2} + \dots + p_N x_{NN} = 0$, 其中 $p_i \in \mathbf{R}$ 且为常数. 显然 f 决定了一个 $N-1$ 维超平面. 而任意 $N-1$ 维超平面在 N 维空间内是一个零测集, 由假设, 可以看出满足要求的集合 $(x_{N1}, x_{N2}, \dots, x_{NN})$ 在所有 N 个方向上都有长度 (因为其中各元素的变化范围是开区间) 的方体之内, 其测度大于 0, 这与零测集矛盾, 即不存在能使某个 $\mathbf{x}_N$ 中任意个元素在某些开区间内任意取值, 且同时保证 $\det(X) = 0$ 的情况. 换句话说, 不存在这种取法使 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{N-1}, \mathbf{x}_N$ 线性相关. $\square$

引理 1 说明: 若 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{N-1}, \mathbf{x}_N$ 线性相关, 则 $\mathbf{x}_N$ 中至少有一个元素只能离散地取值, 不能有连续的长度, 所有这样的 $\mathbf{x}_N$ 组成的集合一定是 $\mathbf{R}^N$ 中的单点集, 所以这个集合是 $\mathbf{R}^N$ 中的零测集.

引理 2. 给定 k ($k < N-1$) 个线性无关的 N 维

向量 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k$, 不存在开区间 (a, b) , $a, b \in \mathbf{R}$, 使存在某个 $x_{k+1} = (x_{k+11}, x_{k+12}, \dots, x_{k+1k+1}, \dots, x_{k+1N})$ 中第 i ($i = 1, 2, \dots, k+1$) 个元素在满足任意 $x_{k+1i} \in (a, b)$ 时, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1}$ 线性相关.

证明. $k < N - 1$ 时, 保留矩阵 $[\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1}]$ 的包含第 i 行的任意 $k+1$ 行, 去掉其余的行, 得到 $(k+1) \times (k+1)$ 的方阵, 类似引理 1 的讨论, 命题得证. $\square$

我们并不关心在引理 2 中去掉的那些行中的元素是否可以在某个开区间里连续取值而保持向量组线性相关 (我们认为这是可能的), 从引理 2 可知: 若 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1}$ 线性相关, 则 $\mathbf{x}_{k+1}$ 中被取出来的 $k+1$ 个元素只能在 $\mathbf{R}^{k+1}$ 中离散地取值, 这些被取出来“变短”的 $k+1$ 维向量是 $\mathbf{R}^{k+1}$ 中的零测集. 由于在欧几里德空间中, 低维空间中的零测集一定是高维空间的零测集, 所以 $\mathbf{x}_{k+1}$ 是 $\mathbf{R}^N$ 中的零测集.

设 $\mathbf{x}_1$ 是 $\mathbf{R}^N$ 确定的非零向量, 在 $\mathbf{R}^N$ 中随机均匀产生 $N-1$ 个点, 使之分别和 $\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_N$ 这 $N-1$ 个向量对应. 显然 $\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_N$ 是 $\mathbf{R}^N$ 中的均匀分布.

下面证明 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N$ 这 N 个向量线性无关的概率趋向 1.

定理 1. 令 $\mathbf{X}$ 是以上面得到的 N 个向量为列向量的方阵, 则 $\det(\mathbf{X}) \neq 0$ 的概率是 1.

证明. 在上面随机均匀得到 $\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_N$ 的过程中, 造成 $\det(\mathbf{X}) = 0$ 可以分为 $N-1$ 种情况, 并以 A_i ($i = 1, 2, \dots, N-1$) 来表示: A_i 表示 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{i+1}$ 线性相关, 而 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_i$ 线性无关. 当 A_i 发生时, 又可以分为 C_{i+1}^N ($\mathbf{x}_{i+1}$ 中 N 个元素, 取其中 $i+1$ 个元素的组合数) 种情况, 以 B_{ij} ($j = 1, 2, \dots, C_{i+1}^N$) 来表示发生了 A_i 中的第 j 种情况, 每一种 B_{ij} 发生时都将得到一个 $\mathbf{R}^N$ 中的零测集, 而这些情况数经线性组合的总和是有限种情况. 我们知道有限个零测集的并也是一个零测集, 所以这些情况的总和对应一个零测集. 另一方面, 使 $\det(\mathbf{X}) = 0$ 的那些集合是上面提到的有限种情况的并集的子集. 零测集的子集必然是零测集, 所以使 $\det(\mathbf{X}) = 0$ 的向量是 $\mathbf{R}^N$ 中的零测集. 由于算法中得到的随机向量是 $\mathbf{R}^N$ 上的均匀分布, 所以我们可以把测度的大小看作是出现机率的大小, 如同古典概率模型中处理面积的方法一样. 也就是说, 使 $\det(\mathbf{X}) = 0$ 的那些向量几乎不可能在上面进行的随机均匀实验中出现, 即 $\det(\mathbf{X}) \neq 0$ 的概率是 1. $\square$

定理 1 说明 OICA 算法中得到的 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N$ 是线性相关的情况是稀疏到可以忽略不计的. 反之, 线性无关的情况则几乎是绝对的, 这也说明了在

本算法中几乎可以得到一定是线性无关的向量组.

以概率为 1 得到 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N$ 线性无关, 通过正交单位化, 就可以以概率为 1 得到 $\mathbf{R}^N$ 上的正交矩阵. 这个过程简单而且几乎不会失败.

下一个问题是, 这种随机性给了我们很大的“自由”, 虽然这种随机性由于 $\mathbf{n}_i(\mathbf{X}_i)$ 的作用以及此后遗传算法的搜索过程而被“抹杀”了, 理论上这种“随机性”不会带来分离结果上的差异, 但是至少这种“随机性”会影响算法的初值选择以及实际计算过程中的收敛速度. 可以看出, 遗传算法中初值设置问题能够转移到这种“随机性”的处理上来, 如果我们对 ICA 问题有更多的先验信息, 结合具体观测信号的结构, 就可以构造利于算法的“随机”向量, 计算性能上也许会得到改善. 对信号更多的先验信息可以指导我们对这些“随机”向量进行选择, 即使不能精确指导, 但至少可以在“概率”意义下指导我们: 信号在哪些方向更加重要、更加需要精细的分析.

OICA 算法中用到了遗传算法, 其编码的方法在 ICA 问题中有特殊的价值和意义. 在某个方向上编码位数的多少决定了在某个方向上的搜索精确与否, 如果我们可以得到信号在“方向”上的信息, 比如概率的知道信号在哪些方向上更加重要, 结合这些信息, 使重要的方向上编码位数多些, 相对不重要的方向上编码位数少些, 这样编码无疑将对算法性能起到很大的作用.

另外, 需要进一步探讨随机正交矩阵的参数表示方式, 比如 $\mathbf{e}^{At}\mathbf{e}^{-At} = \mathbf{I}$, 对任意 t , $\mathbf{e}^{At}$ 均是非奇异的. 当矩阵 A 是反对称矩阵, 即 $A^T = -A$ 时有

$$\mathbf{e}^{At}(\mathbf{e}^{At})^T = \mathbf{e}^{At}\mathbf{e}^{A^T t} = \mathbf{e}^{At}\mathbf{e}^{-At} = \mathbf{I}$$

从上式可以看出: 若矩阵 A 为反对称矩阵, 对任意 t , $\mathbf{e}^{At}$ 均是正交矩阵. 但是 $\mathbf{e}^{At}$ 是否可以完备地表示所有的正交矩阵, 以及如果这种表示不完备, 那么这种表示具有什么特殊的意义都是需要探讨的问题.

从 OICA 算法与经典算法的横向比较中, 我们可以发现这个算法的优势在于随机正交参数矩阵的构造. 通过这个参数矩阵, 对搜索空间的限制得到了实现, 不用在完全的矩阵空间里搜索问题的解, 只需在其子集里搜索就可以了, 同时得到的解不会有任何损失. 这里构造的随机正交参数矩阵也可以移植到诸如图像处理等其他相关领域之中.

4 算法仿真与应用

在大多数 ICA 算法中, 若超高斯和亚高斯共存于源信号之中会引起分离结果的鲁棒性变差. 比如对 InfoMax 算法^[8]而言, 不能分离超高斯和亚高斯共存时的混合信号, 因此后来就产生了扩展的

InfoMax 算法^[9]. 所以对一个算法而言, 在这种情况下是否有效, 是一个很重要的指标. 为了体现信号源的广泛性和多样性, 本仿真使用 5 组测试源信号, 其中包含超高斯和亚高斯噪声信号, 本仿真基本能反映对常见的各种源信号混合后信号分离的性能好坏, 并且同 FastICA 算法得到的实验结果进行了对比. 五组测试源信号分别为 (见图 2): 第一路是正弦信号, 第二路是幅度调制信号, 第三路是高斯噪声, 第四路是均匀分布噪声 (亚高斯), 第五路是拉普拉斯噪声 (超高斯), 图 3 为 5 路混合信号. 最后本文给出了 OICA 算法在语音分离中的应用.

从图 4 和表 1 可以看出恢复结果是不错的, 相位和幅值上的差异是由于 ICA 自身原因造成的. 图 5 和表 2 是 FastICA 算法的分离效果.

表 1 OICA – 源信号和分离信号之间的相关系数

Table 1 OICA – correlation coefficients between five source signals and five ICAs

源信号	5 路	1 路	4 路	2 路	3 路
分离信号	1 路	2 路	3 路	4 路	5 路
相关系数	0.9882	-0.9862	-0.9977	0.9974	0.9765

表 2 FastICA – 源信号和分离信号之间的相关系数

Table 2 FastICA – correlation coefficients between five source signals and five ICAs

源信号	5 路	1 路	2 路	4 路	3 路
分离信号	1 路	2 路	3 路	4 路	5 路
相关系数	0.9856	-0.9875	-0.9963	-0.9897	0.9728

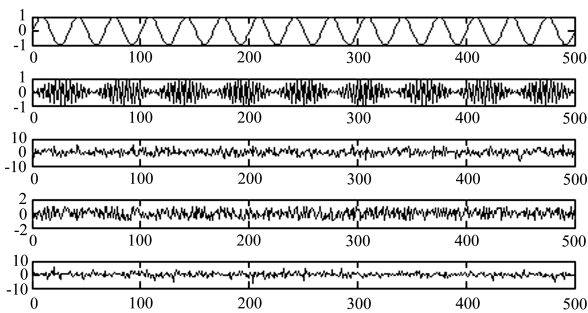


图 2 5 路源信号

Fig. 2 Five source signals

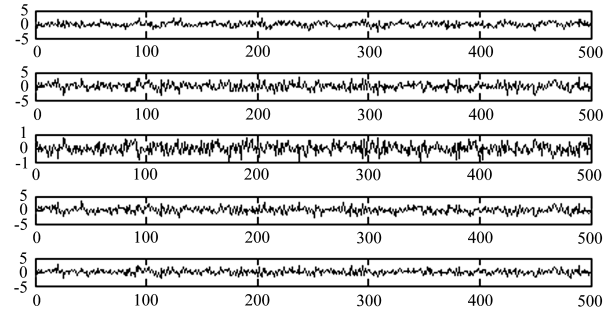


图 3 5 路混合信号

Fig. 3 Five mixed signals

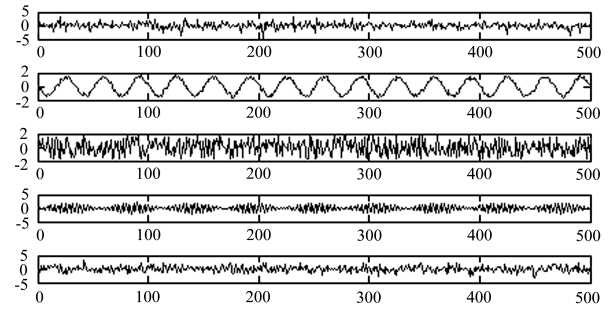


图 4 OICA 算法得到的 5 路独立分量

Fig. 4 Five ICAs with OICA

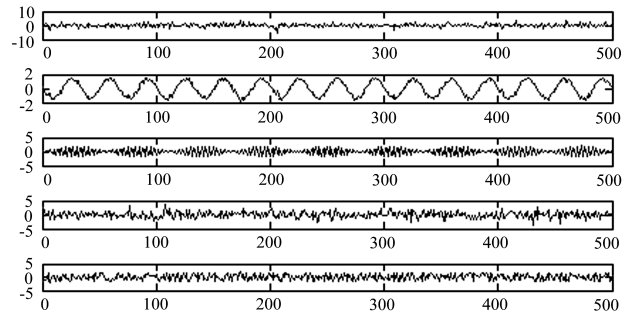


图 5 FastICA 算法得到的 5 路独立分量

Fig. 5 Five ICAs with FastICA

语音信号具有非平稳和亚高斯性的特点, 语音分离本身也是一个很难的领域, 著名的“鸡尾酒会”问题就是一个例子. 本文的语音数据来自法国学者 Cardoso 个人网站上的样本数据^[14]. 这个语音信号经过处理, 专门用于测试线性模型下的语音分离性能, 适合本仿真的框架 (大多数语音分离的数学模型用盲卷积模型更为恰当). 以下测试采取 4 路源信号, 其中前 2 路是上述网站的语音测试数据, 后 2 路是通过 Matlab 产生的正弦信号和幅度调制信号. 独立分量的分离情况参见图 6~9 以及表 3 和表 4.

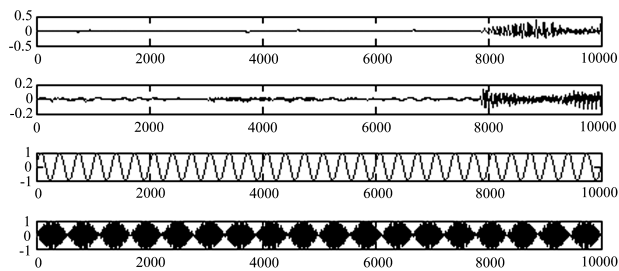


图 6 4 路语音源信号
Fig. 6 Four source speech signals

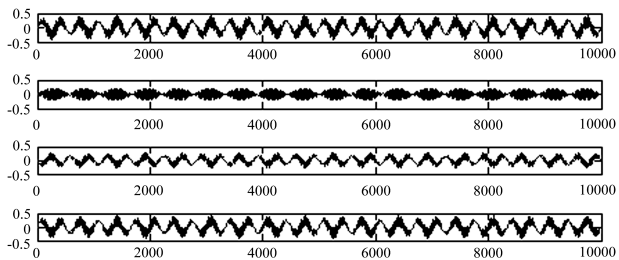


图 7 4 路语音混合信号
Fig. 7 Four mixed speech signals

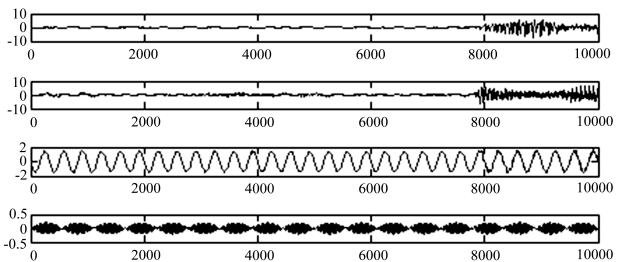


图 8 OICA 算法得到的 4 路独立分量
Fig. 8 Four speech ICAs with OICA

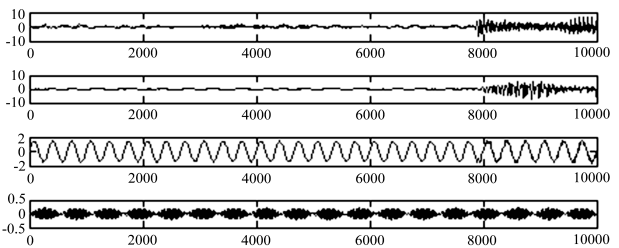


图 9 FastICA 算法得到的 4 路独立分量
Fig. 9 Four speech ICAs with FastICA

表 3 OICA – 源信号和分离信号之间的相关系数
Table 3 OICA – correlations coefficients between four speech source signals and four ICAs

源信号	1 路	2 路	3 路	4 路
分离信号	1 路	2 路	3 路	4 路
相关系数	-0.9960	-0.9940	-0.9982	-0.9993

表 4 FastICA – 源信号和分离信号之间的相关系数
Table 4 FastICA – correlation coefficients between four speech source signals and four ICAs

源信号	1 路	2 路	3 路	4 路
分离信号	1 路	2 路	3 路	4 路
相关系数	-0.9819	-0.9997	0.9981	-0.9996

5 总结

本文通过分析正交矩阵的几何结构, 得到了一种随机正交矩阵的参数化表示方法, 接着采用逐次提取的方式依次提取各个独立分量, 每一次提取是一个相对独立相对低维的优化问题, 同时利用遗传算法来解决这个优化问题. 然后, 给出了随机正交矩阵的参数化表示中关于随机性的一些理论分析. 最后给出了本算法的仿真实验以及在语音分离中的应用来检验 OICA 算法的性能.

References

- 1 Karhunen J, Oja E, Hyvärinen A. *Independent Component Analysis*. USA: John Wiley and Sons, 2001. 1–85
- 2 Yang Fu-Sheng, Hong Bo. *Analysis and Application of Independent Component*. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. 1–46
(杨福生, 洪波. 独立分量分析的原理与应用. 北京: 清华大学出版社, 2006. 1–46)
- 3 Hyvärinen A. Sparse code shrinkage: denoising of non-Gaussian data by maximum likelihood estimation. *Neural Computation*, 1999, **11**(7): 1739–1768
- 4 Hyvärinen A, Hoyer P O. Emergence of phase and shift invariant features by decomposition of natural images into independent feature subspaces. *Neural Computation*, 2000, **12**(7): 1705–1720
- 5 Dyrholm M, Makeig S, Hansen L K. Model selection for convolutive ICA with an application to spatiotemporal analysis of EEG. *Neural Computation*, 2007, **19**(4): 934–955
- 6 Hyvärinen A. Gaussian moments for noisy independent component analysis. *IEEE Signal Processing Letters*, 1999, **6**(6): 145–147

- 7 Cardoso J F, Laheld B H. Equivariant adaptive source separation. In: Proceedings of IEEE Transactions on Signal Processing. Paris, France: IEEE, 1996. 3017–3030
- 8 Bell A J, Sejnowski T J. An information-maximization approach to blind separation and blind deconvolution. *Neural Computation*, 1995, **7**(6): 1129–1159
- 9 Lee T W, Girolami M, Sejnowski T J. Independent component analysis using an extended infomax algorithm for mixed sub-Gaussian and super-Gaussian sources. *Neural Computation*, 1999, **11**(2): 417–441
- 10 Cardoso J F, Souloumiac A. Jacobi angles for simultaneous diagonalization. *SIAMJ Journal on Matrix Analysis and Application*, 1996, **17**(1): 161–164
- 11 Hyvärinen A, Oja E. A fast fixed-point algorithm for independent component analysis. *Neural Computation*, 1997, **9**(7): 1483–1492
- 12 Hyvärinen A. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1999, **10**(3): 626–634
- 13 Wang Xiao-Ping, Cao Li-Ming. *Genetic Algorithm- Application of Theory and Software Implementation*. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2002. 104–122, 260–315
(王小平, 曹立明. 遗传算法—理论应用与软件实现. 西安: 西安交通大学出版社, 2002. 104–122, 260–315)
- 14 Cardoso J F. Implementation in Matlab/octave for the ICA of real-valued data [Online], available: <http://www.tsi.enst.fr/~cardoso/guidesepsou.html>, October 23, 2007



汤 影 电子科技大学计算机学院博士研究生, 2002 年于华东理工大学获学士学位, 2006 年于电子科技大学自动化学院获硕士学位. 主要研究方向为小波分析, 微分几何, 代数拓扑在信号处理中的应用. 本文通信作者.
E-mail: ty_97@163.com

(**Tang Ying** Ph.D. candidate in Department of Computer Science at University of Electronic Science and Technology of China. He received his bachelor degree from Department of Automation, East China University of Science and Technology in 2002 and his master degree from Department of Automation, University of Electronic Science and Technology of China in 2006, respectively. His research interest covers wavelets analysis, the application of differential geometry and algebraic topology in signal processing. Corresponding author of this paper.)



李建平 博士, 教授, 国际小波分析应用研究中心主任. 主要研究方向为小波分析与信息安全.
E-mail: jpli2222@vip.sina.com

(**LI Jian-Ping** Ph.D., professor, director of International Centre for Wavelet Analysis and Its Applications. His research interest covers wavelets analysis and information security.)