

基于区间二型 T-S 模糊模型的网络控制系统的 输出反馈预测控制

唐晓铭^{1,2} 邓梨^{1,2} 虞继敏^{1,2} 屈洪春^{1,2}

摘 要 针对干扰作用下的非线性网络控制系统, 给出了带一个自由控制作用的输出反馈预测控制方法. 首先, 利用区间二型 T-S 模糊模型描述具有参数不确定性的非线性对象, 采用马尔科夫链描述系统中的随机丢包过程, 由此建立了丢包网络环境下的非线性网络控制系统的数学模型. 然后, 通过引入二次有界技术得到了干扰作用下网络控制系统的稳定性描述方法, 并在此基础上给出了状态观测器的线性矩阵不等式条件. 最后, 基于估计状态, 通过将无穷时域控制作用参数化为一个自由控制作用加一个线性反馈律得到了输出反馈预测控制方法. 论文的特色在于构建了在线更新误差椭圆集合的基本方法, 满足了约束条件下输出反馈预测控制保证稳定性的要求. 仿真例子验证了所提方法的有效性.

关键词 网络控制系统, 预测控制, 区间二型, 二次有界

引用格式 唐晓铭, 邓梨, 虞继敏, 屈洪春. 基于区间二型 T-S 模糊模型的网络控制系统的输出反馈预测控制. 自动化学报, 2019, 45(3): 604–616

DOI 10.16383/j.aas.c170554

Output Feedback Model Predictive Control for Interval Type-2 T-S Fuzzy Networked Control Systems

TANG Xiao-Ming^{1,2} DENG Li^{1,2} YU Ji-Min^{1,2} QU Hong-Chun^{1,2}

Abstract For non-linear networked control systems with bounded disturbances, this paper presents an output feedback predictive control approach with one free control move. Firstly, an interval type-2 T-S fuzzy model is employed to describe the non-linear plant which is subject to parameter uncertainties, and a Markov chain is introduced to characterize the process of stochastic packet loss of the system, thus a mathematical model of non-linear networked control system with packet loss is established. Then, a method of describing the stability for a networked control system with bounded disturbances is obtained by using the technique of quadratic boundedness. With the help of the provided method, the linear matrix inequality conditions of the state observer are given. Finally, based on the estimated state, an output feedback predictive control algorithm is developed which parameterizes the infinite horizon control moves into one free control move and a linear feedback law. The main feature of this paper is that an essential formula for on-line refreshing ellipsoidal bounds of estimation errors is introduced, which meets the requirement of guaranteeing the stability of output feedback predictive control with input constraints. An example is given to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words Networked control systems, predictive control, interval type-2, quadratic boundedness

Citation Tang Xiao-Ming, Deng Li, Yu Ji-Min, Qu Hong-Chun. Output feedback model predictive control for interval type-2 T-S fuzzy networked control systems. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(3): 604–616

收稿日期 2017-09-28 录用日期 2018-03-16
Manuscript received September 28, 2017; accepted March 16, 2018

国家自然科学基金 (61403055, 61871061), 重庆市基础与前沿研究项目 (cstc2017jcyjAX0453, cstc2018jcyjAX0691), 重庆市教委科学技术项目 (KJQN201800645) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61403055, 61871061), Research Project of Chongqing Science and Technology Commission (cstc2017jcyjAX0453, cstc2018jcyjAX0691), and Science and Technology Project of Chongqing Education Commission (KJQN201800645)

本文责任编辑 刘艳军

Recommended by Associate Editor LIU Yan-Jun

1. 重庆邮电大学自动化学院工业物联网协同创新中心 重庆 400065
2. 重庆邮电大学工业物联网与网络化控制教育部重点实验室 重庆

预测控制作为一种具有处理约束优化控制问题能力的先进控制算法, 已经引起了工业界和学术界的广泛关注^[1]. 纵观预测控制的发展过程, 它经历了从上世纪 70 年代以动态矩阵控制, 模型算法控制为代表的经典预测控制算法, 到上世纪 90 年代以具有稳定性保证为特色的预测控制综合方法的

400065

1. Industrial IoT Collaborative Innovation Center, College of Automation, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065
2. Key Laboratory of Industrial Internet of Things and Networked Control, Ministry of Education, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065

质的飞跃^[2-4]. 就预测控制综合方法而言, 文献 [5] 基于不变集理论和线性矩阵不等式 (Linear matrix inequality, LMI) 技术首次提出了一种能够保证稳定性的预测控制综合算法. 从那以后, 预测控制综合方法的研究有了长足的进步, 其主要进展来自于以下两个方面: 首先, 通过设计新的 Lyapunov 函数, 如参数依赖 Lyapunov 函数, 或者在优化问题中增加自由控制作用等方法来提高系统的控制性能, 如文献 [6-8]. 其次, 通过离线求解控制序列或者采用集结策略来降低在线计算量, 如文献 [9-11]. 然而, 上述文献的结果均基于状态可测的情况, 即状态反馈预测控制. 对于实际系统而言, 状态变量往往是不可测的. 因此, 输出反馈预测控制综合方法的研究更具实际意义. 近年来, 已有学者对这一问题展开了深入研究, 并取得了很多有意义的结果. 文献 [12] 针对具有模型不确定性的线性时变约束系统, 给出了一种基于离线状态观测器和离线反馈控制律的输出反馈预测控制方法. 文献 [13] 在文献 [12] 的基础上, 提出了一种基于 “quasi-min-max” 的输出反馈预测控制, 其算法主要由离线设计的状态观测器和在线的输出反馈控制器构成. 关于输出反馈预测控制综合方法的其他研究请参考文献 [14-17].

与此同时, 网络控制系统因其可靠性高、易于安装和维护、能实现信息资源共享等优势, 已经成为学术界的重点研究领域之一^[18-22]. 对网络控制系统的研究, 其主要挑战是如何降低网络的特有属性, 如数据丢包, 带给控制系统性能的不利影响. 为此, 学术界已经提出了各种方案来解决这一难题, 如 H_∞ 控制^[23-26], 切换系统理论^[27], 预测控制^[28] 等. 文献 [23-24] 都采用伯努利随机分布描述丢包现象, 分别设计了具有指数稳定且满足 H_∞ 性能的输出反馈控制器和滤波器. 文献 [25] 研究了双频采样和丢包情况下的 H_∞ 控制问题, 并给出了系统稳定性判据和控制器设计方法. 文献 [26] 将采集器端数据采样周期, 数据传输时滞和数据丢包统一转化为零阶保持器的数据更新周期, 实现了 H_∞ 跟踪控制. 文献 [27] 研究了切换频度同 Markov 切换系统稳定性的关系, 保证了网络控制系统的随机指数镇定. 文献 [28] 将丢包问题当作时延问题处理, 提出了基于双线性系统结构特性的预测控制算法.

预测控制因其滚动优化、滚动实施、鲁棒性强的特点, 对处理网络数据丢包等问题有着天然优势. 近年来, 很多学者对网络控制系统的预测控制问题进行了广泛研究, 并取得了一定的成果. 但现有网络预测控制文献多采用预测控制的设计方法, 即得到控制器后分析系统稳定性, 如文献 [29-30]. 而对于预测控制的综合方法——具有稳定性保证的预测控制的研究则较少, 这种综合方法的优势在于只要优化可

行则系统稳定, 如文献 [31-32]. 文献 [31] 考虑具有双通道数据丢包的网络控制系统, 从鲁棒分析的角度建立了网络控制系统模型, 通过构造无穷时域的约束优化问题, 给出了具有稳定性和可行性保证的预测控制. 文献 [32] 在文献 [5] 的基础上, 通过引入马尔科夫随机丢包, 并扩展相关约束条件, 在随机系统框架下, 得到了丢包网络环境下的预测控制综合方法. 更多相关研究请参考文献 [33-35]. 然而, 上述文献均考虑状态可测情况下的网络预测控制. 如果状态不可测, 则文献 [31-35] 中的方法不再适用. 此外, 这些文献都不考虑非线性对象及干扰问题. 文献 [36] 采用了 T-S 模糊模型来描述具有伯努利随机丢包的非线性网络控制系统, 并利用分段 Lyapunov 稳定性分析方法, 设计了能够保证闭环系统随机稳定的模糊控制器, 但并未考虑干扰问题. 文献 [37] 解决了干扰作用下基于马尔科夫丢包的非线性系统的稳定性问题, 但只适用于状态可测的情况. 因此, 对网络预测控制这一问题的研究还有很多工作可以做.

本文研究干扰作用下的非线性网络控制系统的输出反馈预测控制问题. 利用区间二型 T-S 模糊模型^[38-41] 描述具有参数不确定性的非线性对象, 采用马尔科夫链描述系统中的随机丢包过程. 通过引入二次有界技术, 得到了描述干扰作用下的网络控制系统稳定性的一般方法. 本文所提算法包含两个部分: 1) 利用二次有界条件和 S-过程, 离线设计了状态观测器; 2) 通过将无穷时域控制作用参数化为一个自由控制作用加一个线性反馈控制律得到了输出反馈预测控制. 最后, 论文讨论了估计误差集合的在线更新方法.

注 1. I 表示相应维数的单位阵. $P > 0$ (≥ 0) 表示 P 是对称正定 (半正定) 矩阵. $\|\mathbf{x}\|_P$ 表示 $\sqrt{\mathbf{x}^T P \mathbf{x}}$. 在对称矩阵中, 符号 $*$ 表示对称部分. $\text{diag}\{\cdots\}$ 表示对角阵. $\mathcal{L}_M := \{\mathbf{x} | \mathbf{x}^T M \mathbf{x} \leq 1\}$ 表示关于正定对称矩阵 M 的椭圆. $\lambda_{\min}(M)$ 表示矩阵 M 的最小特征值. $E_{\mathbf{x}}$ 代表关于 $\mathbf{x}$ 的条件期望.

1 问题阐述

1.1 区间二型 T-S 模糊模型

区间二型 T-S 模糊模型用 IF-THEN 规则可以描述为:

Rule i : IF $g_1(\mu(k))$ is H_{i1} , $g_2(\mu(k))$ is H_{i2} , $\cdots$, $g_\vartheta(\mu(k))$ is $H_{i\vartheta}$, THEN

$$\mathbf{x}(k+1) = A_i \mathbf{x}(k) + B_i \mathbf{u}(k) + D_i w(k)$$

$$\mathbf{y}(k) = C_i \mathbf{x}(k) + E_i w(k) \quad (1)$$

$g_1(\mu(k)), g_2(\mu(k)), \cdots, g_\vartheta(\mu(k))$ 是前件变量, $H_{il}, i = 1, 2, \cdots, r; l = 1, 2, \cdots, \vartheta$ 是规则 i 的区间二型模糊集. $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^{n_x}, \mathbf{u}(k) \in \mathbf{R}^{n_u}, w(k) \in \mathbf{R}^{n_w}$

和 $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^{n_y}$ 分别代表状态向量, 控制输入, 系统干扰, 系统输出. A_i, B_i, C_i, D_i, E_i 是适当维数的常数矩阵, 第 i 个模糊规则的激活强度为:

$$m_i(\mu(k)) = [\underline{m}_i(\mu(k)), \bar{m}_i(\mu(k))]$$

其中 $\underline{m}_i(\mu(k)) = \prod_{l=1}^{\theta} \underline{\nu}_{H_{il}}(g_l(\mu(k))) \geq 0$ 和 $\bar{m}_i(\mu(k)) = \prod_{l=1}^{\theta} \bar{\nu}_{H_{il}}(g_l(\mu(k))) \geq 0$ 分别是函数 $g_l(\mu(k))$ 的上下隶属度, $\underline{\nu}_{H_{il}}(g_l(\mu(k))) \in [0, 1]$, $\bar{\nu}_{H_{il}}(g_l(\mu(k))) \in [0, 1]$ 分别代表上下隶属函数, 且 $\underline{\nu}_{H_{il}}(g_l(\mu(k))) \leq \bar{\nu}_{H_{il}}(g_l(\mu(k)))$, $\underline{m}_i(\mu(k)) \leq \bar{m}_i(\mu(k))$. 区间二型 T-S 模糊系统可描述为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \sum_{i=1}^r m_i(\mu(k)) [A_i \mathbf{x}(k) + B_i \mathbf{u}(k) + D_i w(k)] \\ \mathbf{y}(k) = \sum_{i=1}^r m_i(\mu(k)) [C_i \mathbf{x}(k) + E_i w(k)] \end{cases} \quad (2)$$

其中

$m_i(\mu(k)) = \underline{m}_i(\mu(k)) \underline{\xi}_i(\mu(k)) + \bar{m}_i(\mu(k)) \bar{\xi}_i(\mu(k))$, $\underline{\xi}_i(\mu(k)) + \bar{\xi}_i(\mu(k)) = 1$, $m_i(\mu(k)) \in [0, 1]$, $\sum_{i=1}^r m_i(\mu(k)) = 1$. $\underline{\xi}_i(\mu(k))$ 和 $\bar{\xi}_i(\mu(k))$ 是关于参数不确定的非线性函数.

假设 1. 假设状态不可测, (A_i, C_i) 可观测, 不可测干扰有界且满足 $\|w(k)\|^2 \leq 1$.

区间二型模糊控制器第 j 个模糊规则可描述为:

Rule j : IF $d_1(\mu(k))$ is L_{j1} , $d_2(\mu(k))$ is L_{j2} , $\dots$, $d_{\theta}(\mu(k))$ is $L_{j\theta}$, THEN

$$\mathbf{u}_d(k) = K_j(k) \hat{\mathbf{x}}(k)$$

其中 $d_1(\mu(k)), d_2(\mu(k)), \dots, d_{\theta}(\mu(k))$ 是前件变量, $L_{j\iota}$, $j = 1, 2, \dots, r$; $\iota = 1, 2, \dots, \theta$ 是规则 j 的区间二型模糊集. $\mathbf{u}_d(k) \in \mathbf{R}^{n_u}$ 是控制器输出, $\hat{\mathbf{x}}(k) \in \mathbf{R}^{n_x}$ 是估计状态. 第 j 个模糊规则的激活强度为:

$$\omega_j(\mu(k)) = [\underline{\omega}_j(\mu(k)), \bar{\omega}_j(\mu(k))]$$

其中 $\underline{\omega}_j(\mu(k)) = \prod_{\iota=1}^{\theta} \underline{\sigma}_{L_{j\iota}}(d_{\iota}(\mu(k))) \geq 0$, $\bar{\omega}_j(\mu(k)) = \prod_{\iota=1}^{\theta} \bar{\sigma}_{L_{j\iota}}(d_{\iota}(\mu(k))) \geq 0$ 分别代表函数 $d_{\iota}(\mu(k))$ 的上下隶属度. $\underline{\sigma}_{L_{j\iota}}(d_{\iota}(\mu(k))) \in [0, 1]$, $\bar{\sigma}_{L_{j\iota}}(d_{\iota}(\mu(k))) \in [0, 1]$ 分别代表上下隶属函数, 且 $\underline{\sigma}_{L_{j\iota}}(d_{\iota}(\mu(k))) \leq \bar{\sigma}_{L_{j\iota}}(d_{\iota}(\mu(k)))$, $\underline{\omega}_j(\mu(k)) \leq \bar{\omega}_j(\mu(k))$. 区间二型模糊控制器可表述为:

$$\mathbf{u}_d(k) = \sum_{j=1}^r \omega_j(\mu(k)) K_j(k) \hat{\mathbf{x}}(k)$$

其中 $\omega_j(\mu(k)) = (\underline{\omega}_j(\mu(k)) \underline{\zeta}_j(\mu(k)) + \bar{\omega}_j(\mu(k)) \bar{\zeta}_j(\mu(k))) / \sum_{j=1}^r (\underline{\omega}_j(\mu(k)) \underline{\zeta}_j(\mu(k)) + \bar{\omega}_j(\mu(k)) \bar{\zeta}_j(\mu(k)))$, $\sum_{j=1}^r \omega_j(\mu(k)) = 1$. 定义 $\underline{\zeta}_j(\mu(k))$,

$\bar{\zeta}_j(\mu(k))$ 为非线性函数, 且满足 $\underline{\zeta}_j(\mu(k)) + \bar{\zeta}_j(\mu(k)) = 1$.

注 2. 从文献 [39–40] 可知, 与将 $\underline{\zeta}(\mu(k))$ 和 $\bar{\zeta}(\mu(k))$ 取为定值相比, 将 $\underline{\zeta}(\mu(k))$ 和 $\bar{\zeta}(\mu(k))$ 定义为非线性函数可以减小控制器设计的保守性, 故本文采用了文献 [39] 的做法. 此外, 为了提高控制器的灵活性, 文中的控制器与被控对象选取不同的隶属函数.

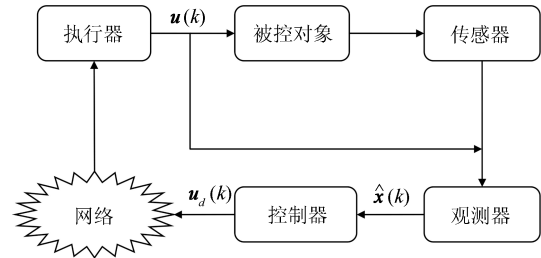


图 1 网络控制系统框图

Fig. 1 Diagram of networked control systems

1.2 网络描述

网络控制系统如图 1 所示. 引入随机变量 $\gamma(k) \in \{0, 1\}$ 来表示数据在采样时刻 k 的传输状态 (1 表示数据传输成功, 0 表示发生丢包). 假定丢包过程是在 $\{0, 1\}$ 之间的离散齐次马尔科夫链, 且转移矩阵 $F = \begin{bmatrix} 1-q & q \\ p & 1-p \end{bmatrix}$, 其中 $p = \text{Prob}(\gamma(k+1) = 0 | \gamma(k) = 1) \in [0, 1]$, $q = \text{Prob}(\gamma(k+1) = 1 | \gamma(k) = 0) \in [0, 1]$ 分别代表丢包率和恢复率. 如果在 k 时刻数据传输成功, 则 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}_d(k)$; 如果在 k 时刻发生丢包, 则采用上一时刻的控制输入, $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k-1)$, 即:

$$\mathbf{u}(k) = \gamma(k) \mathbf{u}_d(k) + (1 - \gamma(k)) \mathbf{u}(k-1) \quad (3)$$

即只有在数据成功传输的采样时刻才更新控制输入. 则根据式 (2), (3), 可得闭环模型

$$\mathbf{x}(k+1) = \sum_{i=1}^r m_i(\mu(k)) [A_i \mathbf{x}(k) + \gamma(k) B_i \mathbf{u}_d(k) + (1 - \gamma(k)) B_i \mathbf{u}(k-1) + D_i w(k)] \quad (4)$$

注 3. 本文采用了文献 [42] 的做法, 通过附加通信链路的方式将当前时刻实际实施的控制输入 $\mathbf{u}(k)$ 传送到观测器环节.

注 4. 根据式 (3) 可知, $\mathbf{u}(k)$ 表示发生 η 次连续丢包后的控制输入, 即 $\gamma(k) = \gamma(k-1) = \dots = \gamma(k-\eta+1) = 0$, $\eta \in \{1, \dots, \chi_{\max}\}$ 代表连续丢包次数, $\chi_{\max}$ 为连续丢包上界, 则最新的控制输入 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k-\eta)$.

定义 1. 对于任意初始状态, 若满足

$$E_{\mathbf{x}(0)} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}(k) \right\} < \infty$$

则闭环系统 (4) 随机稳定.

文献 [43] 采用二次有界技术, 解决了有界干扰影响下线性时不变系统的稳定性问题. 本文将此方法推广到了区间二型 T-S 模糊网络控制系统.

定义 2. 对所有允许的 $w(k+h)$, $h \geq 0$, 系统 (4) 关于 Lyapunov 矩阵 P 二次有界, 则 $\mathbf{x}^T(k+h|k)P\mathbf{x}(k+h|k) \geq 1$ 等价于 $\mathbf{x}^T(k+h+1|k)P\mathbf{x}(k+h+1|k) \leq \mathbf{x}^T(k+h|k)P\mathbf{x}(k+h|k)$.

引理 1^[43]. 对所有允许的 $w(k+h)$, $h \geq 0$, 如下结果等价:

- a) 系统 (4) 关于 Lyapunov 矩阵 P 二次有界;
- b) 椭圆 $\mathcal{L}_P := \{\mathbf{x} | \mathbf{x}^T P \mathbf{x} \leq 1\}$ 为系统 (4) 的正不变集.

2 离线状态观测器的设计

由于状态未知, 引入如下状态观测器来估计系统状态:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1) = & \sum_{i=1}^r m_i(\mu(k)) [A_i \hat{\mathbf{x}}(k) + B_i \mathbf{u}(k) + \\ & L_p(\mathbf{y}(k) - C_i \hat{\mathbf{x}}(k))] \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\hat{\mathbf{x}}(k) \in \mathbf{R}^{n_x}$ 是估计状态, L_p 是观测器增益. 定义估计误差 $\mathbf{e}(k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k)$, 可得如下误差方程:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k+1) = & \sum_{i=1}^r m_i(\mu(k)) [(A_i - L_p C_i) \mathbf{e}(k) + \\ & (D_i - L_p E_i) w(k)] \end{aligned} \quad (6)$$

令 $E(\mathbf{e}(k+h|k)) = \mathbf{e}^T(k+h|k) H_0 \mathbf{e}(k+h|k)$, $H_0 > 0$ 如果 $E(\mathbf{e}(k+h|k))$ 满足引理 1 的二次有界条件:

$$\begin{aligned} E(\mathbf{e}(k+h|k)) & \geq 1 \\ \implies E(\mathbf{e}(k+h+1|k)) - E(\mathbf{e}(k+h|k)) & \leq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

则对于充分大的 h , 必有 $\mathbf{e}(k+h|k) \in \mathcal{L}_{H_0}$.

定理 1. 如果存在 $H_0 > 0$, $G_e = H_0 L_p$, $\lambda_i \in (0, 1)$ 满足

$$\begin{bmatrix} (1-\lambda_i)H_0 & * & * \\ 0 & \lambda_i I & * \\ H_0 A_i - G_e C_i & H_0 D_i - G_e E_i & H_0 \end{bmatrix} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (8)$$

则 $\mathbf{e}(k+h|k)$ 收敛于 $\mathcal{L}_{H_0}$, 且 $L_p = H_0^{-1} G_e$.

证明. 对于满足 $\|w(k+h)\|^2 \leq 1$ 的任意 $w(k+h)$, 式 (7) 等价于

$$\begin{aligned} E(\mathbf{e}(k+h|k)) & \geq w^T(k+h)w(k+h) \\ \implies E(\mathbf{e}(k+h+1|k)) - E(\mathbf{e}(k+h|k)) & \leq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

利用 S-过程, 当且仅当存在 $\lambda(k+h|k) := \sum_{i=1}^r m_i(\mu(k+h|k)) \lambda_i$, 使得

$$\begin{aligned} E(\mathbf{e}(k+h|k)) - E(\mathbf{e}(k+h+1|k)) - \\ \lambda(k+h|k)(E(\mathbf{e}(k+h|k)) - \\ w^T(k+h)w(k+h)) \geq 0 \end{aligned} \quad (10)$$

则式 (9) 成立. 上式等价于

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{e}(k+h|k) \\ w(k+h) \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} (1-\lambda_i)H_0 & 0 \\ 0 & \lambda_i I \end{bmatrix} - \right. \\ \left. \begin{bmatrix} (A_i - L_p C_i)^T \\ (D_i - L_p E_i)^T \end{bmatrix} H_0 \begin{bmatrix} (A_i - L_p C_i)^T \\ (D_i - L_p E_i)^T \end{bmatrix} \right\} \times \\ \begin{bmatrix} \mathbf{e}^T(k+h|k) & w^T(k+h) \end{bmatrix}^T \geq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

易知, 式 (11) 成立, 则必有下式成立

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} (1-\lambda_i)H_0 & 0 \\ 0 & \lambda_i I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (A_i - L_p C_i)^T \\ (D_i - L_p E_i)^T \end{bmatrix} \times \\ H_0 \begin{bmatrix} (A_i - L_p C_i) & (D_i - L_p E_i) \end{bmatrix} \geq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

将 $G_e = H_0 L_p$ 代入式 (12) 并根据 Schur 补引理, 可得式 (8). $\square$

注 5. 由状态观测器 (5) 来估计系统状态时, $\mathbf{u}(k)$ 可通过式 (3) 得到. 但由定理 1 可知, 所设计的观测器仅需基于误差方程 (6), 采用二次有界条件得到, 并不要求出 $\mathbf{u}(k)$ 的具体值.

3 在线输出反馈预测控制方法

在带一个自由控制作用的输出反馈预测控制中, $\mathbf{u}_d(k|k)$ 是控制序列的第一个元素, 其余元素为:

$$\mathbf{u}_d(k+h|k) = K_j \hat{\mathbf{x}}(k+h|k), \quad h \geq 1$$

定义 $\mathbf{z}(k) = [\hat{\mathbf{x}}^T(k) \quad \mathbf{u}^T(k-1) \quad \mathbf{e}^T(k)]^T$, 并由式 (3), 式 (5) 和式 (6) 可得如下的扩展状态模型:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k+1) = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r m_i(\mu(k)) \omega_j(\mu(k)) \times \\ & \left(\Upsilon \mathbf{z}(k) + \begin{bmatrix} L_p E_i \\ 0 \\ D_i - L_p E_i \end{bmatrix} w(k) \right) \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} A_i + \gamma(k)B_iK_j & (1 - \gamma(k))B_i & L_pC_i \\ \gamma(k)K_j & (1 - \gamma(k))I & 0 \\ 0 & 0 & A_i - L_pC_i \end{bmatrix}$$

定义性能指标函数

$$J_0^\infty(k) = E_{\mathbf{z}(k)} \{ \|\mathbf{z}(k|k)\|_S^2 + \|\mathbf{u}(k|k)\|_R^2 \} + \sum_{h=1}^{\infty} E_{\mathbf{z}(k)} \{ \|\mathbf{z}(k+h|k)\|_S^2 + \|\mathbf{u}(k+h|k)\|_R^2 \}$$

其中 $S = \text{diag}\{S_1, 0, 0\} > 0$, $R > 0$ 代表适当维数的加权矩阵. 定义二次 Lyapunov 函数为: $V(\mathbf{z}(k+h|k)) = \mathbf{z}^T(k+h|k)\Omega_{\gamma(h|k)}\mathbf{z}(k+h|k)$. 其中 $\Omega_{\gamma(h|k)} = \text{diag}\{M_{\gamma(h|k)}, N_{\gamma(h|k)}, Q_{\gamma(h|k)}\}$, 且 $M_{\gamma(h|k)} > 0$, $N_{\gamma(h|k)} > 0$, $Q_{\gamma(h|k)} > 0$, $\gamma(h|k) \in \{0, 1\}$ 表示 γ 在 $k+h$ 时刻的预测值.

在每个采样时刻, 施加如下约束

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{z}(k)} \{V(\mathbf{z}(k+h|k))\} &\geq \varepsilon(k) \implies \\ E_{\mathbf{z}(k)} \{V(\mathbf{z}(k+h+1|k)) - V(\mathbf{z}(k+h|k))\} &\leq \\ -E_{\mathbf{z}(k)} \{ \|\mathbf{z}(k+h|k)\|_S^2 + \|\mathbf{u}(k+h|k)\|_R^2 \}, \\ h &\geq 1 \end{aligned} \quad (14)$$

且令 $\varepsilon(k)$ 满足如下条件:

$$\begin{aligned} \|\hat{\mathbf{x}}(k|k)\|_{S_1}^2 + \|\mathbf{u}(k|k)\|_R^2 + \\ E_{\mathbf{z}(k)} \{V(\mathbf{z}(k+1|k))\} &\leq \varepsilon(k) \end{aligned} \quad (15)$$

则本文需要求解的输出反馈预测控制优化问题可描述为

$$\min \varepsilon \quad \text{s.t.} \quad (14) \sim (15) \quad (16)$$

另外, 考虑输入约束:

$$E\{\|\mathbf{u}_t(k+h|k)\|_2\} \leq u_{t\max} \quad (t \in \{1, \dots, n_u\}) \quad (17)$$

其中 $u_{t\max}$ 是一个正标量, $u_t(k+h|k)$ 代表向量 $\mathbf{u}(k+h|k)$ 的第 t 个分量.

定理 2. 考虑区间二型 T-S 模糊系统 (2), 对于给定的收敛速度 λ_i 和标量 κ , 如果存在 $\varepsilon, \alpha, \mathbf{u}_d$, 对称矩阵 $\bar{M}_0, \bar{N}_0, \bar{Q}_0, \bar{M}_1, \bar{N}_1, \bar{Q}_1, \bar{W}, \bar{T}, \bar{M}_{0.s}, \bar{N}_{0.s}, \bar{Q}_{0.s}$ 及矩阵 Y_j 满足

$$\min_{\varepsilon, \alpha, \mathbf{u}_d(k), \mathfrak{S}, \bar{W}, \bar{T}, Y_j} \varepsilon$$

s. t.

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * & * & * & * \\ I & \alpha & * & * & * & * \\ S_1^{\frac{1}{2}}\hat{\mathbf{x}}(k) & 0 & \varepsilon I & * & * & * \\ R^{\frac{1}{2}}\mathbf{u}_d(k) & 0 & 0 & \varepsilon I & * & * \\ \mathbf{u}_d(k) & 0 & 0 & 0 & \bar{T} & * \\ \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{W} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * & * & * & * \\ I & \alpha & * & * & * & * \\ S_1^{\frac{1}{2}}\hat{\mathbf{x}}(k) & 0 & \varepsilon I & * & * & * \\ R^{\frac{1}{2}}\mathbf{u}(k-1) & 0 & 0 & \varepsilon I & * & * \\ \mathbf{u}(k-1) & 0 & 0 & 0 & \bar{T} & * \\ \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{W} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 & * \\ \Gamma_2 & \Gamma_3 \end{bmatrix} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, r \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_4 & * \\ \Gamma_5 & \Gamma_6 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_7 & * \\ \Gamma_8 & \Gamma_3 \end{bmatrix} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_4 & * \\ \Gamma_9 & \Gamma_6 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\Gamma}_1 & * \\ \bar{\Gamma} & \bar{\Gamma}_1 \end{bmatrix} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, r \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\Gamma}_1 & * \\ \bar{\Gamma} & \Gamma_{0.1} \end{bmatrix} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, r \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{0.s} & * \\ \bar{\Gamma}_{0.s} & \bar{\Gamma}_1 \end{bmatrix} \geq 0, \quad s = 1, \dots, \chi_{\max}, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{0.s} & * \\ \bar{\Gamma}_{0.s} & \Gamma_{0.s+1} \end{bmatrix} \geq 0, \quad s = 1, \dots, \chi_{\max} - 1, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\max}^2 I & * \\ Y_j^T(k) & \bar{M}_1(k) \end{bmatrix} \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (28)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathfrak{S} &:= \{\bar{M}_0, \bar{N}_0, \bar{Q}_0, \bar{M}_1, \bar{N}_1, \bar{Q}_1, \bar{M}_{0.s}, \bar{N}_{0.s}, \bar{Q}_{0.s}\} \\ \Gamma_1 &= \text{diag}\{(1 - \kappa)\bar{M}_1, (1 - \kappa)\bar{N}_1, (1 - \kappa)\bar{Q}_1, \kappa\varepsilon I\} \end{aligned}$$

$$\Gamma_2 = \begin{bmatrix} \mathfrak{D}_1 & 0 & L_p C_i \bar{Q}_1 & L_p E_i \\ Y_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathfrak{D}_2 & D_i - L_p E_i \\ \bar{M}_1 & 0 & 0 & 0 \\ Y_j & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathfrak{D}_1 = A_i \bar{M}_1 + B_i Y_j$$

$$\mathfrak{D}_2 = A_i \bar{Q}_1 - L_p C_i \bar{Q}_1$$

$$\Gamma_3 = \text{diag}\{\bar{W}, \bar{T}, \phi \alpha H_0^{-1}, \varepsilon S_1^{-1}, \varepsilon R^{-1}\}$$

$$\Gamma_4 = \text{diag}\{\bar{W}, \bar{T}, \phi \alpha H_0^{-1}\}$$

$$\Gamma_5 = \begin{bmatrix} p^{\frac{1}{2}} \bar{W} & 0 & 0 \\ (1-p)^{\frac{1}{2}} \bar{W} & 0 & 0 \\ 0 & p^{\frac{1}{2}} \bar{T} & 0 \\ 0 & (1-p)^{\frac{1}{2}} \bar{T} & 0 \\ 0 & 0 & p^{\frac{1}{2}} \phi \alpha H_0^{-1} \\ 0 & 0 & (1-p)^{\frac{1}{2}} \phi \alpha H_0^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_6 = \text{diag}\{\bar{M}_0, \bar{M}_1, \bar{N}_0, \bar{N}_1, \bar{Q}_0, \bar{Q}_1\}$$

$$\Gamma_7 = \text{diag}\{(1-\kappa)\bar{M}_0, (1-\kappa)\bar{N}_0, (1-\kappa)\bar{Q}_0, \kappa \varepsilon I\}$$

$$\Gamma_8 = \begin{bmatrix} A_i \bar{M}_0 & B_i \bar{N}_0 & L_p C_i \bar{Q}_0 & L_p E_i \\ 0 & \bar{N}_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_i \bar{Q}_0 - L_p C_i \bar{Q}_0 & D_i - L_p E_i \\ \bar{M}_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{N}_0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_9 = \begin{bmatrix} (1-q)^{\frac{1}{2}} \bar{W} & 0 & 0 \\ q^{\frac{1}{2}} \bar{W} & 0 & 0 \\ 0 & (1-q)^{\frac{1}{2}} \bar{T} & 0 \\ 0 & q^{\frac{1}{2}} \bar{T} & 0 \\ 0 & 0 & (1-q)^{\frac{1}{2}} \phi \alpha H_0^{-1} \\ 0 & 0 & q^{\frac{1}{2}} \phi \alpha H_0^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Gamma}_1 = \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_1 & * \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad \Gamma_{0.1} = \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{0.1} & * \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_{0.s} = \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{0.s} & * \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Omega}_1 = \text{diag}\{\bar{M}_1, \bar{N}_1, \bar{Q}_1\}$$

$$\bar{\Omega}_{0.1} = \text{diag}\{\bar{M}_{0.1}, \bar{N}_{0.1}, \bar{Q}_{0.1}\}$$

$$\bar{\Omega}_{0.s} = \text{diag}\{\bar{M}_{0.s}, \bar{N}_{0.s}, \bar{Q}_{0.s}\}$$

$$\Gamma_{0.s+1} = \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{0.s+1} & * \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Gamma} =$$

$$\begin{bmatrix} A_i \bar{M}_1 + B_i Y_j & 0 & L_p C_i \bar{Q}_1 & L_p E_i \\ Y_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_i \bar{Q}_1 - L_p C_i \bar{Q}_1 & D_i - L_p E_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Gamma}_{0.s} = \begin{bmatrix} A_i \bar{M}_{0.s} & \delta B_i \bar{N}_{0.s} & L_p C_i \bar{Q}_{0.s} & L_p E_i \\ 0 & \delta \bar{N}_{0.s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathfrak{D}_3 & D_i - L_p E_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathfrak{D}_3 = A_i \bar{Q}_{0.s} - L_p C_i \bar{Q}_{0.s}$$

则控制器增益 $K_j(k) = Y_j(k) \bar{M}_1(k)^{-1}$. 另外, 估计误差的界满足:

$$\mathbf{e}^T(k+1) H_0 \mathbf{e}(k+1) \leq \phi(k+1)$$

$$\phi(k+1) = \begin{cases} \phi(1), & \text{若 } k=0 \\ \aleph, & \text{若 } k>0 \end{cases}$$

$$\aleph = \min \left\{ \frac{\tilde{\phi}(k+1)}{\beta(k-1)}, 1 + (1-\lambda(k))(\phi(k)-1) \right\}$$

$$\tilde{\phi}(k+1) = \varepsilon(k-1) - (1-\kappa)(\|\hat{\mathbf{x}}(k-1)\|_{S_1}^2 + \|\mathbf{u}(k-1)\|_R^2 - \|\hat{\mathbf{x}}(k)\|_{S_1}^2 - \|\mathbf{u}(k|k-1)\|_R^2 - \|\hat{\mathbf{x}}(k+1|k-1)\|_{W(k)}^2 - \|\mathbf{u}(k|k-1)\|_{T(k)}^2) \quad (29)$$

其中 $\phi(1)$ 为估计误差界的初始值.

证明. 1) 约束式 (15) 的处理. 在采样时刻 k , 引入松弛矩阵 $\Psi = \text{diag}\{W, T, H\}$, 分别考虑 $1 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0$ 和 $0 \rightarrow 1, 0 \rightarrow 0$ (1 指 $\gamma(h|k) = 1, 0$ 指 $\gamma(h|k) = 0$) 两种情况, 有:

$$E_{\gamma(0|k)}\{\Omega_{\gamma(0|k)}\} = p\Omega_0 + (1-p)\Omega_1 \leq \Psi$$

$$E_{\gamma(0|k)}\{\Omega_{\gamma(0|k)}\} = (1-q)\Omega_0 + q\Omega_1 \leq \Psi$$

由上述不等式, 可得

$$E_{\gamma(1|k)}\{V(\mathbf{z}(k+1|k))\} \leq \mathbf{z}^T(k+1|k) \Psi \mathbf{z}(k+1|k)$$

则有

$$\|\hat{\mathbf{x}}(k|k)\|_{S_1}^2 + \|\mathbf{u}(k|k)\|_R^2 + \|\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)\|_{W(k)}^2 + \|\mathbf{u}(k|k)\|_{T(k)}^2 + \|\mathbf{e}(k+1|k)\|_{H(k)}^2 \leq \varepsilon(k) \quad (30)$$

由 $\mathbf{e}^T(k+1) H_0 \mathbf{e}(k+1) \leq \phi(k+1)$, 并令 $H(k) = \frac{\varepsilon(k)}{\phi(k+1)\alpha(k)} H_0$, 且 $\alpha(k) > 0$, 则

$$\|\hat{\mathbf{x}}(k|k)\|_{S_1}^2 + \|\mathbf{u}(k|k)\|_R^2 + \|\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)\|_{W(k)}^2 + \|\mathbf{u}(k|k)\|_{T(k)}^2 \leq (1 - \frac{1}{\alpha(k)}) \varepsilon(k) \quad (31)$$

上式可保证式 (30) 成立. 根据式 (3), 需要讨论 $\gamma(k) = 1$ 和 $\gamma(k) = 0$ 两种情况.

如果 $\gamma(k) = 1$, 则数据传输成功, $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}_d(k)$. 对式 (31), 利用 Schur 补引理, 可得式 (18), 其中 $\bar{W} = \varepsilon W^{-1}$, $\bar{T} = \varepsilon T^{-1}$.

如果 $\gamma(k) = 0$, 则发生丢包, $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k-1)$. 对式 (31), 利用 Schur 补引理, 可得式 (19).

2) 约束式 (14) 的处理. 根据扩展状态模型 (13), 二次有界条件 (14) 等价于

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{z}(k)} \{ E_{\mathbf{z}(k+h|k)} \{ \mathbf{z}^T(k+h|k) \Upsilon^T \Omega_{\gamma(h+1|k)} \Upsilon \times \\ \mathbf{z}(k+h|k) \} - \|\mathbf{z}(k+h|k)\|_{\Omega_{\gamma(h|k)}}^2 \} + \\ E_{\mathbf{z}(k)} \{ \|\mathbf{z}(k+h|k)\|_S^2 + \|\mathbf{u}(k+h|k)\|_R^2 \} \leq 0 \end{aligned}$$

因为 $w(k+h)$ 满足 $\|w(k+h)\|^2 \leq 1$, 所以 $E_{\mathbf{z}(k)} \{ V(\mathbf{z}(k+h|k)) \} \geq \varepsilon(k)$ 等价于 $E_{\mathbf{z}(k)} \{ V(\mathbf{z}(k+h|k)) \} \geq \varepsilon(k) w^T(k+h) w(k+h)$. 利用 S-过程, 式 (14) 等价于

$$\begin{aligned} \|\hat{\mathbf{x}}\|_{M_{\gamma(h|k)}}^2 + \|\mathbf{u}\|_{N_{\gamma(h|k)}}^2 + \|\mathbf{e}\|_{Q_{\gamma(h|k)}}^2 - \|(A_i + \\ \gamma(h|k)B_iK_j)\hat{\mathbf{x}} + (1-\gamma(h|k))B_i\mathbf{u} + L_pC_i\mathbf{e} + \\ L_pE_iw(k+h)\|_{M_{\gamma(h+1|k)}}^2 - \|\gamma(h|k)K_j\hat{\mathbf{x}} + (1- \\ \gamma(h|k))\mathbf{u}\|_{N_{\gamma(h+1|k)}}^2 - \|(A_i - L_pC_i)\mathbf{e} + (D_i - \\ L_pE_i)w(k+h)\|_{Q_{\gamma(h+1|k)}}^2 - [\|\hat{\mathbf{x}}\|_{S_1}^2 + \|K_j\hat{\mathbf{x}}\|_R^2] - \\ \kappa [\|\hat{\mathbf{x}}\|_{M_{\gamma(h|k)}}^2 + \|\mathbf{u}\|_{N_{\gamma(h|k)}}^2 + \|\mathbf{e}\|_{Q_{\gamma(h|k)}}^2 - \\ \varepsilon(k)\|w(k+h)\|^2] \geq 0 \end{aligned} \quad (32)$$

其中 $\kappa \in (0, 1)$.

如果 $\gamma(k+h|k) = 1$, 考虑数据丢包率, 则 $E_{\gamma(h|k)} \{ \Omega_{\gamma(h+1|k)} \} = p\Omega_0 + (1-p)\Omega_1$. 如果满足

$$\begin{aligned} \text{diag}\{\mathcal{W}_1, (1-\kappa)N_1, (1-\kappa)Q_1, \kappa\varepsilon I\} - \\ \Phi_1^T \Psi \Phi_1 \geq 0 \end{aligned} \quad (33)$$

$$p\Omega_0 + (1-p)\Omega_1 \leq \Psi \quad (34)$$

则式 (32) 可以成立. 其中 $\mathcal{W}_1 = (1-\kappa)M_1 - S_1 - K_j^T R K_j$, Φ_1 是 $\gamma(h|k) = 1$ 时 Υ 的值. 式 (33) 分别左乘 $\text{diag}\{\varepsilon^{\frac{1}{2}}M_1^{-1}, \varepsilon^{\frac{1}{2}}N_1^{-1}, \varepsilon^{\frac{1}{2}}Q_1^{-1}, I\}$, 右乘其转置, 利用 Schur 补引理, 并代入 $\varepsilon M_1^{-1} = \bar{M}_1$, $\varepsilon N_1^{-1} = \bar{N}_1$, $\varepsilon Q_1^{-1} = \bar{Q}_1$, $H(k) = \frac{\varepsilon(k)}{\phi(k+1)\alpha(k)} H_0$, 可得式 (20). 式 (34) 分别左乘 $\text{diag}\{W^{-1}, T^{-1}, H^{-1}\}$, 右乘其转置, 可得式 (21).

如果 $\gamma(k+h|k) = 0$, 考虑数据恢复率, 则 $E_{\gamma(h|k)} \{ \Omega_{\gamma(h+1|k)} \} = (1-q)\Omega_0 + q\Omega_1$. 如果满足

$$\begin{aligned} \text{diag}\{\mathcal{W}_0, (1-\kappa)N_0 - I, (1-\kappa)Q_0, \kappa\varepsilon I\} - \\ \Phi_0^T \Psi \Phi_0 \geq 0 \end{aligned} \quad (35)$$

$$(1-q)\Omega_0 + q\Omega_1 \leq \Psi \quad (36)$$

则式 (32) 可成立. 其中 $\mathcal{W}_0 = (1-\kappa)M_0 - S_1$, Φ_0 是 $\gamma(h|k)$ 为 0 时 Υ 的值. 然后, 将式 (35) 分别左乘

$\text{diag}\{\varepsilon^{\frac{1}{2}}M_0^{-1}, \varepsilon^{\frac{1}{2}}N_0^{-1}, \varepsilon^{\frac{1}{2}}Q_0^{-1}, I\}$, 右乘其转置, 利用 Schur 补引理, 并代入 $\varepsilon M_0^{-1} = \bar{M}_0$, $\varepsilon N_0^{-1} = \bar{N}_0$, $\varepsilon Q_0^{-1} = \bar{Q}_0$, $H(k) = \frac{\varepsilon(k)}{\phi(k+1)\alpha(k)} H_0$, 可得式 (22). 式 (36) 分别左乘 $\text{diag}\{W^{-1}, T^{-1}, H^{-1}\}$, 右乘其转置, 可得式 (23).

由此可得

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{z}(k)} \{ V(\mathbf{z}(k+h+1|k)) - V(\mathbf{z}(k+h|k)) \} \leq \\ - E_{\mathbf{z}(k)} \{ \|\mathbf{z}(k+h|k)\|_S^2 + \|\mathbf{u}(k+h|k)\|_R^2 \} = \\ - E_{\mathbf{z}(k)} \{ \|\hat{\mathbf{x}}(k+h|k)\|_{(S_1+K_j^T R K_j)}^2 \} \end{aligned}$$

于是有

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{z}(k)} \{ V(\mathbf{z}(k+h+1|k)) - V(\mathbf{z}(k+h|k)) \} \leq \\ - \lambda_{\min}(S_1 + K_j^T R K_j) E_{\mathbf{z}(k)} \{ \|\hat{\mathbf{x}}(k+h|k)\|^2 \} \end{aligned} \quad (37)$$

对于任意的 $c \geq 1$, 对式 (37) 两边从 $k=0$ 到 $k=c$ 求和, 可得

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{z}(k)} \{ V(\mathbf{z}(c+h+1|c)) \} - V(\mathbf{z}(0)) \leq \\ - \lambda_{\min}(S_1 + K_j^T R K_j) E_{\mathbf{z}(k)} \left\{ \sum_{k=0}^c \|\hat{\mathbf{x}}(k+h|k)\|^2 \right\} \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{z}(k)} \left\{ \sum_{k=0}^c \|\hat{\mathbf{x}}(k+h|k)\|^2 \right\} \leq \lambda_{\min}^{-1}(S_1 + K_j^T R K_j) \times \\ (V(\mathbf{z}(0)) - E_{\mathbf{z}(k)} \{ V(\mathbf{z}(c+h+1|c)) \}) \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{z}(0)$ 是初始条件. 由于

$$\lim_{c \rightarrow \infty} E_{\mathbf{z}(k)} \{ V(\mathbf{z}(c+h+1|c)) \} \geq 0$$

于是

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{z}(k)} \left\{ \sum_{k=0}^c \|\hat{\mathbf{x}}(k+h|k)\|^2 \right\} \leq \\ \lambda_{\min}^{-1}(S_1 + K_j^T R K_j) V(\mathbf{z}(0)) < \infty \end{aligned}$$

从定义 1 可知, 闭环系统是随机稳定的.

如果式 (32) 成立, 则有

$$\begin{aligned} (1-\kappa)V(\mathbf{z}(k+h|k)) - \\ E_{\mathbf{z}(k)} \{ V(\mathbf{z}(k+h+1|k)) \} \geq \|\hat{\mathbf{x}}(k+h|k)\|_{S_1}^2 + \\ \|\mathbf{u}(k+h|k)\|_R^2 - \kappa\varepsilon(k)\|w(k+h)\|^2, \quad h \geq 1 \end{aligned} \quad (38)$$

当 $h=1$ 时, 根据式 (38) 可得

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{z}(k)} \{ V(\mathbf{z}(k+2|k)) \} \leq (1-\kappa)V(\mathbf{z}(k+1|k)) - \\ \|\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)\|_{S_1}^2 - \|\mathbf{u}(k+1|k)\|_R^2 + \\ \kappa\varepsilon(k)\|w(k+1)\|^2 \end{aligned} \quad (39)$$

如果式 (15) 满足, 则有

$$V(\mathbf{z}(k+1|k)) \leq \varepsilon(k) - \|\hat{\mathbf{x}}(k|k)\|_{S_1}^2 - \|\mathbf{u}(k|k)\|_R^2 \quad (40)$$

根据式 (39) 和式 (40), 有

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{z}(k)} \{V(\mathbf{z}(k+2|k))\} &\leq (1-\kappa)[\varepsilon(k) - \\ &\|\hat{\mathbf{x}}(k|k)\|_{S_1}^2 - \|\mathbf{u}(k|k)\|_R^2] - \\ &[\|\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)\|_{S_1}^2 + \|\mathbf{u}(k+1|k)\|_R^2] + \\ &\kappa\varepsilon(k)\|w(k+1)\|^2 \leq \varepsilon(k) - \\ &[(1-\kappa)(\|\hat{\mathbf{x}}(k|k)\|_{S_1}^2 + \|\mathbf{u}(k|k)\|_R^2)] - \\ &[\|\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)\|_{S_1}^2 + \|\mathbf{u}(k+1|k)\|_R^2] \end{aligned}$$

由此可得

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}(k+2|k)\|_{H(k)}^2 &\leq \varepsilon(k) - \\ &[(1-\kappa)(\|\hat{\mathbf{x}}(k|k)\|_{S_1}^2 + \|\mathbf{u}(k|k)\|_R^2)] - \\ &[\|\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)\|_{S_1}^2 + \|\mathbf{u}(k+1|k)\|_R^2] - \\ &\|\hat{\mathbf{x}}(k+2|k)\|_{W(k)}^2 - \|\mathbf{u}(k+1|k)\|_{T(k)}^2 \quad (41) \end{aligned}$$

因为在采样时刻 $k+1$, $[\hat{\mathbf{x}}^T(k+2|k), \mathbf{u}^T(k+1|k), \mathbf{e}^T(k+2|k)]^T$ 包含 $[\hat{\mathbf{x}}^T(k+2|k+1), \mathbf{u}^T(k+1), \mathbf{e}^T(k+2)]^T$ 所有可能的值, 所以可得

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}(k+2)\|_{H(k)}^2 &\leq \varepsilon(k) - [(1-\kappa)(\|\hat{\mathbf{x}}(k)\|_{S_1}^2 + \\ &\|\mathbf{u}(k)\|_R^2)] - [\|\hat{\mathbf{x}}(k+1)\|_{S_1}^2 + \|\mathbf{u}(k+1)\|_R^2] - \\ &\|\hat{\mathbf{x}}(k+2|k+1)\|_{W(k)}^2 - \\ &\|\mathbf{u}(k+1)\|_{T(k)}^2 \quad (42) \end{aligned}$$

根据式 (29), 式 (42) 可改写为

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}(k+2)\|_{H(k)}^2 &\leq \tilde{\phi}(k+2) = \varepsilon(k) - [(1-\kappa) \times \\ &(\|\hat{\mathbf{x}}(k)\|_{S_1}^2 + \|\mathbf{u}(k)\|_R^2)] - [\|\hat{\mathbf{x}}(k+1)\|_{S_1}^2 + \\ &\|\mathbf{u}(k+1)\|_R^2] - \|\hat{\mathbf{x}}(k+2|k+1)\|_{W(k)}^2 - \\ &\|\mathbf{u}(k+1)\|_{T(k)}^2 \quad (43) \end{aligned}$$

令 $H(k) = \beta(k)H_0$, $\beta(k) > 0$, 将其代入式 (43), 可得 $\mathbf{e}^T(k+2)H_0\mathbf{e}(k+2) \leq \frac{\tilde{\phi}(k+2)}{\beta(k)}$. 根据式 (10), 可得 $\mathbf{e}^T(k+2)H_0\mathbf{e}(k+2) \leq 1 + (1-\lambda(k+1))(\phi(k+1)-1)$. 因此

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^T(k+2)H_0\mathbf{e}(k+2) &\leq \phi(k+2) = \\ \min \left\{ \frac{\tilde{\phi}(k+2)}{\beta(k)}, 1 + (1-\lambda(k+1))(\phi(k+1)-1) \right\} \end{aligned}$$

3) 输入约束 (17) 的处理. 在将输入约束处理成

LMI 之前, 引入如下条件:

$$\mathbf{z}(k+h|k) \in \Xi_1 = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbf{R}^{2n_x+n_u} \mid \mathbf{z}^T \bar{\Omega}_1^{-1} \mathbf{z} \leq 1 \right\} \quad (44)$$

在采样时刻 $k+1$ 时, 根据式 (3) 可知, 如果在 k 时刻数据传输成功, 即 $\gamma(0|k) = 1$, 在 $k+1$ 时刻发生丢包, 即 $\gamma(1|k) = 0$, 则 $u(k+1) = u(k)$, 必然满足式 (44), 因此无需考虑 $1 \rightarrow 0$, 只需考虑 $1 \rightarrow 1$, 即 $\gamma(0|k) = 1, \gamma(1|k) = 1$. 如果式 (24) 满足, 则有

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} A_i + B_i K_j & 0 & L_p C_i & L_p E_i \\ K_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_i - L_p C_i & D_i - L_p E_i \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}^T \bar{\Gamma}_1^{-1} \times \\ &\begin{bmatrix} A_i + B_i K_j & 0 & L_p C_i & L_p E_i \\ K_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_i - L_p C_i & D_i - L_p E_i \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \leq \bar{\Gamma}_1^{-1} \quad (45) \end{aligned}$$

根据式 (45), 则有

$$V(\mathbf{z}(k+1|k)) + w^T(k+1)w(k+1) \leq \varepsilon(k)$$

即 $\mathbf{z}(k+1|k) \in \Xi_1$.

在采样时刻 $k+2$ 时, 对于 $\gamma(2|k) = 1$ 需要考虑以下两种情况. a) $1 \rightarrow 1 \rightarrow 1$, 即 $\gamma(0|k) = 1, \gamma(1|k) = 1, \gamma(2|k) = 1$, 利用式 (24), 则有 $\mathbf{z}(k+2|k) \in \Xi_1$. b) $1 \rightarrow 0 \rightarrow 1$, 令 $\mathbf{z}(k+1|k) \in \Xi_{0.1} = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbf{R}^{2n_x+n_u} \mid \mathbf{z}^T \bar{\Omega}_{0.1}^{-1} \mathbf{z} \leq 1 \right\}$.

当 $s = 1$ 时, 如果式 (25) 和式 (26) 满足, 则有:

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} A_i + B_i K_j & 0 & L_p C_i & L_p E_i \\ K_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_i - L_p C_i & D_i - L_p E_i \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}^T \times \\ &\Gamma_{0.1}^{-1} \begin{bmatrix} A_i + B_i K_j & 0 & L_p C_i & L_p E_i \\ K_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_i - L_p C_i & D_i - L_p E_i \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \\ &\leq \bar{\Gamma}_1^{-1} \quad (46) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} A_i & B_i & L_p C_i & L_p E_i \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_i - L_p C_i & D_i - L_p E_i \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}^T \bar{\Gamma}_1^{-1} \times \begin{bmatrix} A_i & B_i & L_p C_i & L_p E_i \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_i - L_p C_i & D_i - L_p E_i \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \leq \Gamma_{0.1}^{-1} \quad (47)$$

根据式 (46) 和式 (47), 可得

$$V(\mathbf{z}(k+2|k)) + w^T(k+2)w(k+2) \leq \varepsilon(k)$$

于是有 $\mathbf{z}(k+2|k) \in \Xi_1$.

基于采样时刻 $k+1$ 和 $k+2$ 的情况, 在采样时刻 $k+h$ ($h \geq 3$) 时, 对于 $\gamma(h|k) = 1$ 也只需要考虑以下两种情况: a) $1 \rightarrow 1 \rightarrow \dots \rightarrow 1$, 即 $\gamma(s-1|k) = 1$, $\gamma(s|k) = 1$, $s = 1, \dots, h$, 显然 $\mathbf{z}(k+h|k) \in \Xi_1$ 成立. b) $1 \rightarrow 0 \rightarrow \dots \rightarrow 0 \rightarrow 1$, 即 $\gamma(h-\eta-1|k) = 1$, $\gamma(h-s|k) = 0$, $\gamma(h|k) = 1$, 其中 $\eta \in \{1, \dots, \chi_{\max}\}$ 代表连续丢包次数, $s = 1, \dots, \eta$. 令 $\mathbf{z}(k+h-(\eta+1-s)|k) \in \Xi_{0,s} = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbf{R}^{2n_x+n_u} \mid \mathbf{z}^T \bar{\Omega}_{0,s}^{-1} \mathbf{z} \leq 1 \right\}$, 如果式 (27) 满足, 则有

$$\begin{bmatrix} A_i & B_i & L_p C_i & L_p E_i \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_i - L_p C_i & D_i - L_p E_i \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}^T \Gamma_{0,s+1}^{-1} \times \begin{bmatrix} A_i & B_i & L_p C_i & L_p E_i \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_i - L_p C_i & D_i - L_p E_i \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \leq \Gamma_{0,s}^{-1} \quad (48)$$

结合式 (46), 式 (47) 和式 (48), 可得

$$V(\mathbf{z}(k+h|k)) + w^T(k+h)w(k+h) \leq \varepsilon(k)$$

由此可知, 当 $\gamma(h|k) = 1$ 时, 即使发生了 η 次连续丢包, $\mathbf{z}(k+h|k) \in \Xi_1$ 仍成立.

对于输入约束 (17), 如果在采样时刻 $k+h$ 时发生丢包, 根据式 (3), 输入约束明显满足. 如果数据传输成功, 根据式 (44), 有:

$$\begin{aligned} & \left| \left(Y_j \bar{M}_1^{-1} \hat{\mathbf{x}}(k+h|k) \right)_t \right|^2 = \\ & \left| \left(Y_j \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{\Omega}_1^{-\frac{1}{2}} \bar{\Omega}_1^{-\frac{1}{2}} \mathbf{z}(k+h|k) \right)_t \right|^2 \leq \\ & \left\| \left(Y_j \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{\Omega}_1^{-\frac{1}{2}} \right)_t \right\|^2 \times \\ & \left\| \left(\bar{\Omega}_1^{-\frac{1}{2}} \mathbf{z}(k+h|k) \right)_t \right\|^2 \leq \\ & \left\| \left(Y_j \bar{M}_1^{-\frac{1}{2}} \right)_t \right\|^2 \leq u_{t\max}^2 \end{aligned}$$

式 (28) 可保证上式成立. $\square$

带一个自由控制作用的区间二型 T-S 模糊网络输出反馈预测控制算法如下所示:

离线

步骤 1. 选取参数 $\lambda_i = \lambda \in (0, 1)$, 计算式 (8), 得到 H_0 和 L_p 的值.

步骤 2. 设定参数 $S_1, R, \kappa, \mathbf{u}(-1), \hat{\mathbf{x}}(0), \phi(1)$.

在线

步骤 1. 在采样时刻 $k \geq 0$, 在线求解定理 2 的优化问题, 得到控制输入 $\mathbf{u}_d(k)$.

步骤 2. 发送控制输入 $\mathbf{u}_d(k)$. 如果数据传输成功, 则有 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}_d(k)$, 否则, $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k-\eta)$, $\eta \in \{1, \dots, \chi_{\max}\}$. 并通过附加链路传输实际控制输入 $\mathbf{u}(k)$.

步骤 3. 估计状态 $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k), \hat{\mathbf{x}}(k+2|k)$. 根据式 (29) 计算 $\phi(k+1)$.

步骤 4. 更新采样时刻至 $k+1$, 然后返回步骤 1.

求解 LMI 优化问题的复杂度可以利用与 $\mathcal{K}^3\mathcal{L}$ 成比例的多项式时间算法, 其中 $\mathcal{K}$ 表示变量总数, $\mathcal{L}$ 表示 LMI 的总行数. 对于定理 2, $\mathcal{K} = (\frac{5}{2} + \chi_{\max})n_x(n_x + 1) + (\frac{3}{2} + \frac{\chi_{\max}}{2})n_u(n_u + 1) + n_x n_u + n_u + 2$, $\mathcal{L} = (13r^2 + 2r + 8r\chi_{\max} + 16)n_x + (7r^2 + 2r + 4r\chi_{\max} + 10)n_u + 5r^2 + 4r\chi_{\max} + 4 - r$. 由此可知, $\chi_{\max}$ 增大, 计算复杂度会呈线性增大; r, n_x, n_u 增大, 计算复杂度会呈指数增大. 令 $r = n_x = n_u = \chi_{\max}$, 分别取 $\mathcal{K}$ 和 $\mathcal{L}$ 中影响最大的部分, 则可认为求解定理 2 的计算复杂度是 $32n_x^{12}$.

4 仿真

考虑 2 个规则的区间二型 T-S 模糊模型, 其系统矩阵如下所示:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0.4227 & 0.0017 \\ 0.1233 & 0.4367 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0.6654 & 0.0018 \\ -0.2759 & 0.6433 \end{bmatrix} \\ B_1 &= \begin{bmatrix} -0.0001 \\ 0.1014 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} -0.0001 \\ 0.1016 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0.0022 \\ 0.00564 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 0.0022 \\ 0.00564 \end{bmatrix}$$

$$E_1 = 0.04, E_2 = 0.04$$

被控对象和控制器的隶属函数分别为:

$$\underline{m}_1(x_1) = 1 - \frac{1}{1 + e^{\frac{-x_1 - 1.5}{2}}}$$

$$\bar{m}_1(x_1) = 1 - \frac{1}{1 + e^{\frac{-x_1 + 1.5}{2}}}$$

$$\underline{m}_2(x_1) = \frac{1}{1 + e^{\frac{-x_1 + 1.5}{2}}}$$

$$\bar{m}_2(x_1) = \frac{1}{1 + e^{\frac{-x_1 - 1.5}{2}}}$$

$$\underline{\omega}_1(x_1) = 1 - \frac{1}{1 + e^{(x_1 + 4 - 1)}}$$

$$\bar{\omega}_1(x_1) = 1 - \frac{1}{1 + e^{(x_1 + 4 + 1)}}$$

$$\underline{\omega}_2(x_1) = \frac{1}{1 + e^{(x_1 + 4 + 1)}}$$

$$\bar{\omega}_2(x_1) = \frac{1}{1 + e^{(x_1 + 4 - 1)}}$$

模糊模型的作用区域为 $x_1(k) \in [-15, 15]$. 定义加权函数 $\xi_1(x_1) = \zeta_1(x_1) = \sin^2(x_1)$ 和 $\bar{\xi}_1(x_1) =$

$\bar{\zeta}_1(x_1) = 1 - \sin^2(x_1)$, $\xi_2(x_1) = \zeta_2(x_1) = \cos^2(x_1)$ 和 $\bar{\xi}_2(x_1) = \bar{\zeta}_2(x_1) = 1 - \cos^2(x_1)$. 图 2 为被控对象和控制器的上下隶属函数. 假定系统是有界扰动, 满足 $\|w(k)\|^2 \leq 1$, 输入约束为 $|\mathbf{u}(k)| \leq 1$, 初始状态 $\hat{\mathbf{x}}(0) = [4 \ 5]^T$, $\mathbf{u}(-1) = 1$, 丢包上界 $\chi_{\max} = 4$, 数据传输状态转移矩阵 $F = [0.48 \ 0.52; 0.54 \ 0.46]$, 性能指标加权矩阵 $S_1 = I_2$, $R = 0.01$, 估计误差初始界 $\phi(1) = 6$. 误差函数的收敛速度 $\lambda_i = 0.3$, 参数 $\kappa = 0.39$. 针对此区间二型 T-S 模糊网络控制系统的仿真结果如图 3~8 所示. 图 3 为数据传输状态, 1 表示数据传输成功, 0 表示发生丢包. 图 4 表示闭环系统状态响应. 图 5 表示系统控制输入. 图 6 表示性能指标上界 ε 的轨迹. 图 7 表示估计误差的界. 图 8 表示状态响应和估计误差椭圆集合. 观测器参数、性能指标及计算时间如表 1 所示. 仿真结果表明, 本文给出的输出反馈预测控制方法是可行且有效的.

表 1 观测器参数, 性能指标及计算时间

Table 1 Observer parameters, performance objective, and computational time

H_0		L_p	J_0^∞	T_{Average}
$\begin{bmatrix} 0.7833 & 0.0643 \\ 0.0643 & 1.0316 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0.0018 \\ 0.5394 \end{bmatrix}$	62.98	0.93 s

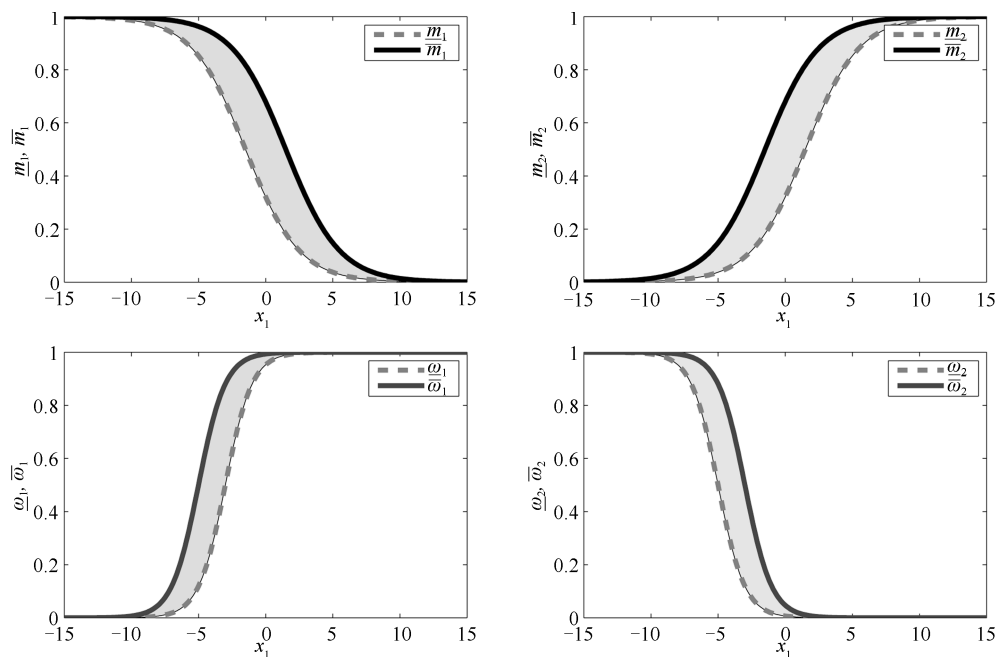


图 2 被控对象和控制器的隶属函数

Fig. 2 Membership functions of plant and controller

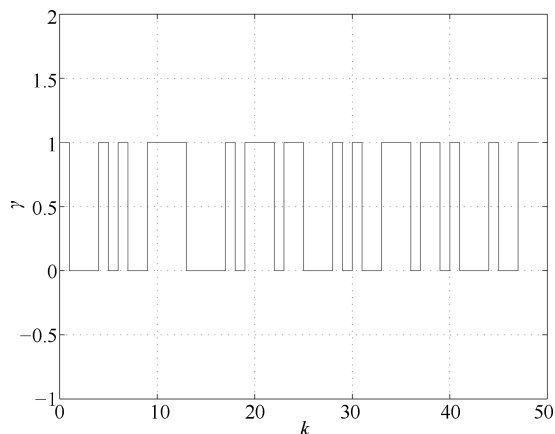


图 3 数据传输状态

Fig. 3 Data transmission status

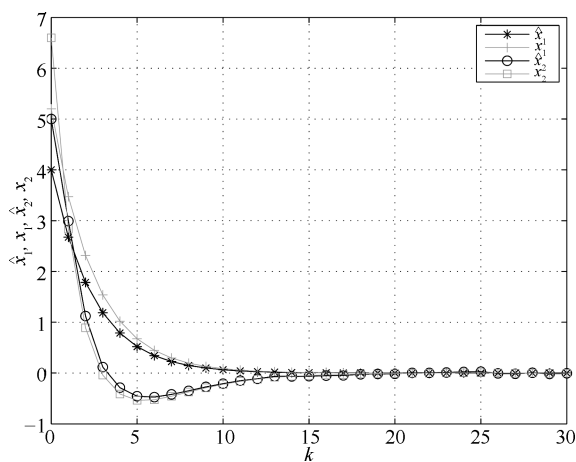


图 4 闭环系统状态响应

Fig. 4 The closed-loop state responses

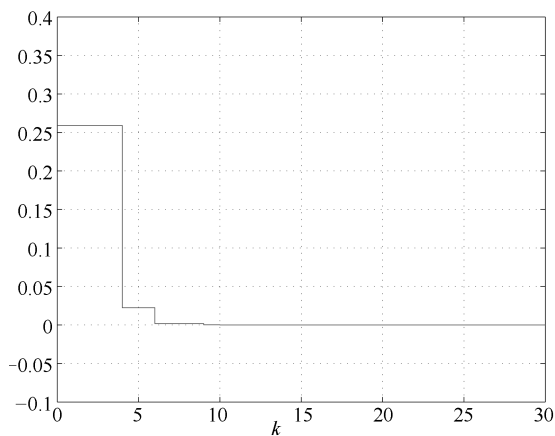


图 5 系统控制输入

Fig. 5 System control input

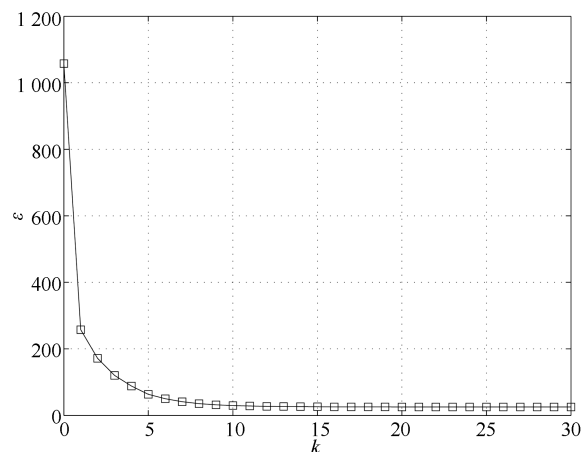


图 6 性能指标上界 ε 的轨迹

Fig. 6 Evolutions of performance objective upper bound

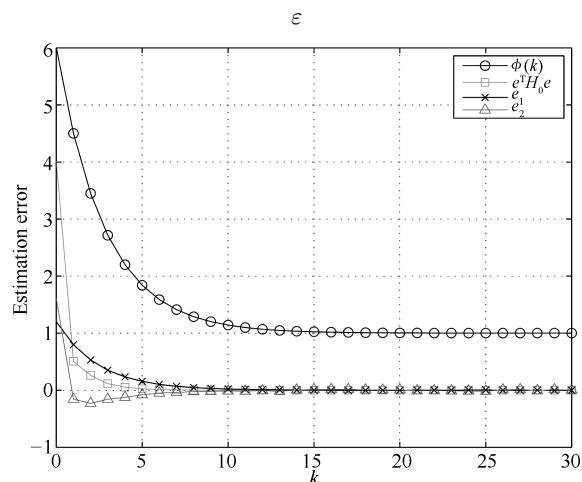


图 7 估计误差的界

Fig. 7 The estimation error bound

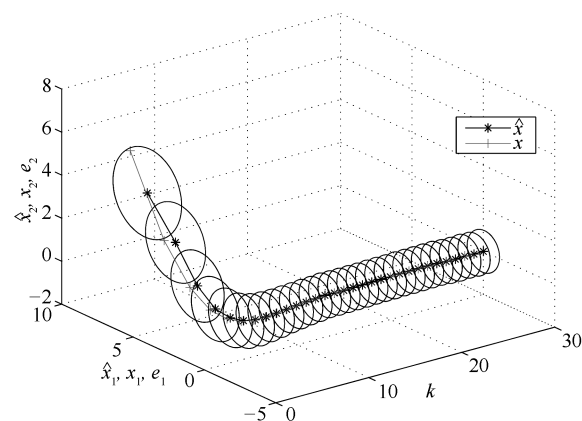


图 8 状态轨迹和估计误差椭圆集合

Fig. 8 State trajectories and ellipsoidal bounds of estimation error

5 结论

本文研究了具有丢包的非线性网络控制系统的输出反馈预测控制问题. 利用区间二型 T-S 模糊模型描述具有参数不确定性的非线性对象. 采用马尔

科夫链描述丢包过程. 通过引入二次有界技术, 离线设计了状态观测器, 并通过将无穷时域控制作用参数化为一个自由控制作用和线性反馈律, 得到了在

线预测控制方法. 此外, 本文还讨论了在线更新估计误差椭圆集合的方法. 最后, 通过仿真例子, 验证了此算法的有效性和合理性.

References

- 1 Xi Yu-Geng, Li De-Wei, Lin Shu. Model predictive control—status and challenges. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(3): 222–236
(席裕庚, 李德伟, 林姝. 模型预测控制——现状与挑战. 自动化学报, 2013, **39**(3): 222–236)
- 2 Cutler C R, Ramaker B L. Dynamic matrix control—A computer control algorithm. In: Proceedings of the Joint Automatic Control Conference. San Francisco: American Automatic Control Council, 1980.
- 3 Rouhani R, Mehra R K. Model algorithmic control (MAC): basic theoretical properties. *Automatica*, 1982, **18**(4): 401–414
- 4 Xi Yu-Geng, Li De-Wei. Fundamental philosophy and status of qualitative synthesis of model predictive control. *Acta Automatica Sinica*, 2008, **34**(10): 1225–1234
(席裕庚, 李德伟. 预测控制定性综合理论的基本思路和研究现状. 自动化学报, 2008, **34**(10): 1225–1234)
- 5 Kothare M V, Balakrishnan V, Morari M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica*, 1996, **32**(10): 1361–1379
- 6 Cuzzola F A, Geromel J C, Morari M. An improved approach for constrained robust model predictive control. *Automatica*, 2002, **38**(7): 1183–1189
- 7 Lu Y H, Arkun Y M. Quasi-min-max MPC algorithms for LPV systems. *Automatica*, 2000, **36**(4): 527–540
- 8 Schuurmans J, Rossiter J A. Robust predictive control using tight sets of predicted states. *IEE Proceedings Control Theory & Applications*, 2000, **147**(1): 13–18
- 9 Kouvaritakis B, Rossiter J A, Schuurmans J. Efficient robust predictive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(8): 1545–1549
- 10 Wan Z Y, Kothare M V. An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica*, 2003, **39**(5): 837–846
- 11 Angeli D, Casavola A, Franzè G, Mosca E. An ellipsoidal off-line MPC scheme for uncertain polytopic discrete-time systems. *Automatica*, 2008, **44**(12): 3113–3119
- 12 Wan Z Y, Kothare M V. Robust output feedback model predictive control using off-line linear matrix inequalities. *Journal of Process Control*, 2002, **12**(7): 763–774
- 13 Park J H, Kim T H, Sugie T. Output feedback model predictive control for LPV systems based on quasi-min-max algorithm. *Automatica*, 2011, **47**(9): 2052–2058
- 14 Mayne D Q, Raković S V, Findeisen R, Allgöwer F. Robust output feedback model predictive control of constrained linear systems. *Automatica*, 2006, **42**(7): 1217–1222
- 15 Li H P, Shi Y. Output feedback predictive control for constrained linear systems with intermittent measurements. *Systems & Control Letters*, 2013, **62**(4): 345–354
- 16 Farina M, Giullioni L, Magni L, Scattolini R. An approach to output-feedback MPC of stochastic linear discrete-time systems. *Automatica*, 2015, **55**: 140–149
- 17 Ding B C, Pan H G. Output feedback robust MPC for LPV system with polytopic model parametric uncertainty and bounded disturbance. *International Journal of Control*, 2016, **89**(8): 1554–1571
- 18 Hespanha J P, Naghshtabrizi P, Xu Y G. A survey of recent results in networked control systems. *Proceedings of the IEEE*, 2007, **95**(1): 138–162
- 19 Zhang L X, Gao H J, Kaynak O. Network-induced constraints in networked control systems — a survey. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2013, **9**(1): 403–416
- 20 You Ke-You, Xie Li-Hua. Survey of recent progress in networked control systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(2): 101–118
(游科友, 谢立华. 网络控制系统的最新研究综述. 自动化学报, 2013, **39**(2): 101–118)
- 21 Selivanov A, Fridman E. Observer-based input-to-state stabilization of networked control systems with large uncertain delays. *Automatica*, 2016, **74**: 63–70
- 22 Peng C, Han Q L. On designing a novel self-triggered sampling scheme for networked control systems with data losses and communication delays. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, **63**(2): 1239–1248
- 23 Zhang Bi-Shan, Ma Zhong-Jun, Yang Mei-Xiang. Robust H_∞ fuzzy output-feedback control with both general multiple probabilistic delays and multiple missing measurements and random missing control. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(9): 1656–1664
(张必山, 马忠军, 杨美香. 既含有一般多个随机延迟以及多个测量丢失和随机控制丢失的鲁棒 H_∞ 模糊输出反馈控制. 自动化学报, 2017, **43**(9): 1656–1664)
- 24 Li Xiu-Ying, Wang Jin-Yu, Sun Shu-Li. H_∞ filter design for networked systems with one-step random delays and multiple packet dropouts. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(1): 155–160
(李秀英, 王金玉, 孙书利. 具有一步随机时滞和多丢包的网路系统 H_∞ 滤波器设计. 自动化学报, 2014, **40**(1): 155–160)
- 25 Ma Wei-Wei, Jia Xin-Chun, Zhang Da-Wei. Observer-based networked H_∞ control for dual-rate sampling systems. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(10): 1788–1797
(马伟伟, 贾新春, 张大伟. 双率采样系统的基于观测器的网络化 H_∞ 控制. 自动化学报, 2015, **41**(10): 1788–1797)
- 26 Xiao Hui-Qin, He Yong, Wu Min, Xiao Shen-Ping. H_∞ output tracking control for sampled-data networked control systems in T-S fuzzy model. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(3): 661–668
(肖会芹, 何勇, 吴敏, 肖伸平. 基于 T-S 模糊模型的采样数据网络控制系统 H_∞ 输出跟踪控制. 自动化学报, 2015, **41**(3): 661–668)
- 27 Song Yang, Dong Hao, Fei Min-Rui. Mean square exponential stabilization of Markov networked control systems based on switching frequentness. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(5): 876–881
(宋杨, 董豪, 费敏锐. 基于切换频度的马尔科夫网络控制系统均方指数镇定. 自动化学报, 2012, **38**(5): 876–881)

- 28 Wang Bing-Lin, Kang Yu, Qin Jia-Hu, Li Yan-Mei. Optimization algorithms for predictive control approach to networked bilinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(7): 1234–1240
(王炳林, 康宇, 秦家虎, 李彦梅. 网路化双线性系统的预测控制优化算法研究. *自动化学报*, 2017, **43**(7): 1234–1240)
- 29 Zhang J H, Xia Y Q, Shi P. Design and stability analysis of networked predictive control systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, **21**(4): 1495–1501
- 30 Pang Z H, Liu G P, Zhou D H. Design and performance analysis of incremental networked predictive control systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, **46**(6): 1400–1410
- 31 Tang X M, Ding B C. Model predictive control of linear systems over networks with data quantizations and packet losses. *Automatica*, 2013, **49**(5): 1333–1339
- 32 Zou Y Y, Lam J, Niu Y G, Li D W. Constrained predictive control synthesis for quantized systems with Markovian data loss. *Automatica*, 2015, **55**: 217–225
- 33 Franzè G, Tedesco F, Famularo D. Model predictive control for constrained networked systems subject to data losses. *Automatica*, 2015, **54**: 272–278
- 34 Liu G P, Xia Y Q, Chen J, Rees D, Hu W S. Networked predictive control of systems with random network delays in both forward and feedback channels. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2007, **54**(3): 1282–1297
- 35 Liu G P. Predictive controller design of networked systems with communication delays and data loss. *IEEE Transactions on Circuits & Systems II: Express Briefs*, 2010, **57**(6): 481–485
- 36 Zhao Y, Gao H J, Chen T W. Fuzzy constrained predictive control of non-linear systems with packet dropouts. *IET Control Theory & Applications*, 2010, **4**(9): 1665–1677
- 37 Quevedo D E, Nešić D. Robust stability of packetized predictive control of nonlinear systems with disturbances and Markovian packet losses. *Automatica*, 2012, **48**(8): 1803–1811
- 38 Wang Fei-Yue, Mo Hong. Some fundamental issues on type-2 fuzzy Sets. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(7): 1114–1141
(王飞跃, 莫红. 关于二型模糊集合的一些基本问题. *自动化学报*, 2017, **43**(7): 1114–1141)
- 39 Lu Q, Shi P, Lam H K, Zhao Y X. Interval type-2 fuzzy model predictive control of nonlinear networked control systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, **23**(6): 2317–2328
- 40 Lam H K, Li H Y, Deters C, Secco E L, Wurdemann H A, Althoefer K. Control design for interval type-2 fuzzy systems under imperfect premise matching. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, **61**(2): 956–968
- 41 Xiao B, Lam H K, Li H Y. Stabilization of interval type-2 polynomial-fuzzy-model-based control systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2017, **25**(1): 205–217
- 42 Zhang H, Shi Y, Wang J M. Observer-based tracking controller design for networked predictive control systems with uncertain Markov delays. *International Journal of Control*, 2013, **86**(10): 1824–1836

- 43 Alessandri A, Baglietto M, Battistelli G. On estimation error bounds for receding-horizon filters using quadratic boundedness. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(8): 1350–1355

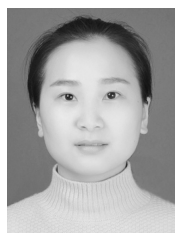


唐晓铭 重庆邮电大学自动化学院副教授. 美国德克萨斯大学阿灵顿分校博士后. 2013 年获得重庆大学自动化学院博士学位. 主要研究方向为预测控制, 网络控制. 本文通信作者.

E-mail: txmmyeye@126.com

(**TANG Xiao-Ming** Associate professor at the College of Automation,

Chongqing University of Posts and Telecommunications and postdoctor at the University of Texas at Arlington, USA. He received his Ph.D. degree from Chongqing University in 2013. His research interest covers model predictive control and networked control systems. Corresponding author of this paper.)



邓梨 重庆邮电大学自动化学院硕士研究生. 2016 年获得重庆邮电大学自动化学院学士学位. 主要研究方向为预测控制, 网络控制. E-mail: lddengli@163.com

(**DENG Li** Master student at the College of Automation, Chongqing University of Posts and Telecommunications. She received her bachelor degree

from Chongqing University of Posts and Telecommunications in 2016. Her research interest covers model predictive control and networked control systems.)



虞继敏 重庆邮电大学自动化学院教授. 2003 年获得郑州大学数学系博士学位. 主要研究方向为非线性控制理论, 智能算法. E-mail: yujm@cqupt.edu.cn

(**YU Ji-Min** Professor at the College of Automation, Chongqing University of Posts and Telecommunications. He received his Ph.D. degree from Zhengzhou

University in 2003. His research interest covers nonlinear control theory and intelligent algorithms.)



屈洪春 重庆邮电大学自动化学院教授. 2009 年获得重庆大学计算机系博士学位. 主要研究方向为仿真计算模型, 模式识别. E-mail: quhc@cqupt.edu.cn

(**QU Hong-Chun** Professor at the College of Automation, Chongqing University of Posts and Telecommunications. He received his Ph.D. degree from

Chongqing University in 2009. His research interest covers simulation calculation model and pattern recognition.)