

惯性串联系统的自抗扰控制

李向阳¹ 袁薇¹ 田森平¹

摘要 针对非线性不确定惯性串联系统的控制问题, 提出了惯性串联型扩张状态观测器 (Extended state observer, ESO), 使其可直接对惯性串联系统的扩张状态进行估计, 同时把被控对象的极点配置到期望位置, 在此基础上提出了适合惯性串联系统的自抗扰控制 (Active disturbance rejection control, ADRC) 方法, 该惯性串联型 ADRC 方法可以充分利用被控对象的已有知识. 论文还给出了惯性串联型 ADRC 和基于扰动观测器 (Disturbance observer, DOB) 的控制方法之间的联系, 指出它们具有相同的三自由度 (three-degree of freedom control, 3-DOF) 控制系统结构和模块功能, 都能实现对系统期望模型以外的总扰动进行估计和补偿. 仿真结果表明, 所提出的方法是有效的, 惯性串联型 ESO 能实现系统总扰动的估计, 惯性串联型 ADRC 能使系统输出能很好地跟踪系统参考输入.

关键词 自抗扰控制, 惯性串联系统, 扩张状态观测器, 扰动观测器, 三自由度控制

引用格式 李向阳, 袁薇, 田森平. 惯性串联系统的自抗扰控制. 自动化学报, 2018, 44(3): 562–568

DOI 10.16383/j.aas.2018.c160568

Active Disturbance Rejection Control of Cascade Inertia Systems

LI Xiang-Yang¹ AI Wei¹ TIAN Sen-Ping¹

Abstract For the control problem of nonlinear cascade inertia systems with uncertainties, an extended state observer (ESO) for cascade inertia systems is presented, which can directly estimate the extended state of the cascade inertia system and also arrange the poles of the controlled plant to the desired places. Based on this ESO, an active disturbance rejection control (ADRC) for cascade inertia systems is presented to take full advantage of the known knowledge of the controlled plant. This paper also gives the relationship of both ADRC for cascade inertia system and disturbance observer (DOB)-based control. The two control methods share the same control system architecture and modular functions of three-degree of freedom (3-DOF) and both can estimate and compensate the total disturbance excluding desired model. Simulation results verify the effectiveness of the proposed methods. ESO for cascade inertia systems can estimate the system's total disturbance and ADRC for cascade inertia systems can realize good performance of system output tracking the reference input.

Key words Active disturbance rejection control (ADRC), cascade inertia systems, extended state observer (ESO), disturbance observer (DOB), three-degree of freedom (3-DOF) control

Citation Li Xiang-Yang, Ai Wei, Tian Sen-Ping. Active disturbance rejection control of cascade inertia systems. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(3): 562–568

收稿日期 2016-08-03 录用日期 2017-03-02
Manuscript received August 3, 2016; accepted March 2, 2017
国家自然科学基金 (61773170, 61374104), 广东省自然科学基金 (2016A030313505), 广东省科技计划 (2013A011402003) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61773170, 61374104), Natural Science Foundation of Guangdong Province of China (2016A030313505), and Guangdong Science and Technology Plan (2013A011402003)

本文责任编辑 李海波
Recommended by Associate Editor JI Hai-Bo

1. 华南理工大学自动化科学与工程学院 自主系统与网络控制教育部重点实验室 广州 510641

1. Key Laboratory of Autonomous Systems and Networked Con-

实际应用中, 被控对象的精确数学模型很难获得, 致使现代控制理论的许多控制算法很难在实际中取得良好的控制效果, 实践中大量应用的还是不依赖于精确数学模型的 PID 控制方法. 我国著名学者韩京清研究员在吸取 PID 控制的基于误差来消除误差的优点并克服其对信号利用率低的缺点的基础上提出了著名的自抗扰控制 (Active disturbance rejection control, ADRC)^[1–2]. 经过多年的发展, ADRC 在理论研究和参数整定等方面取得了重要突破^[3–21]. ADRC 对被控对象的模型信息依赖很少, 只需要知道被控对象的相对阶和控制增益的粗略估计, 因此, 在实际中应用越来越多.

在具体操作时, ADRC 先把被控对象化为积分串联系统, 然后应用扩张状态观测器 (Extended state observer, ESO) 估计出内扰和外扰的总和, 并加入控制量中实现补偿控制, 把非线性时变系统变成了线性系统, 最后对补偿后的系统进行反馈控制, 把闭环系统的极点配置到期望的位置. 然而, 对任何实际的系统, 都采用这种先把被控对象化为积分串联系统的方法未必是最好的. 例如, 如果实际系统是惯性串联系统, 强行把它化为积分串联系统后系统的状态将失去实际系统状态原有的物理意义, 是否可以保持惯性串联以便与实际过程有很好的对应关系, 而有利于实现控制系统故障诊断等其他功能, 这要求 ESO 能直接估计惯性串联系统的总扰动; 另一方面, 人们在长期系统操作过程中积累了丰富的系统模型知识, 这些知识如何在 ADRC 中充分利用以便更好地提高控制性能, 原有的积分串联模型很难集成这些知识.

本文研究了惯性串联系统的 ESO 和 ADRC, 以及惯性串联系统 ADRC 与基于扰动观测器 (Disturbance observer, DOB) 的控制之间的联系. 本文的结构安排如下: 第 1 节是对所研究问题的描述; 第 2 节给出了惯性串联系统的 ADRC 方法, 及其与基于 DOB 控制的关系, 给出了相关定理及其证明; 第 3 节给出了仿真研究结果; 第 4 节是本文的结论.

1 问题描述

考虑 n 阶非线性系统

$$(s + \sigma)^n y = f(y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}, t) + b(y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}, t)u(t) \quad (1)$$

其中, s 为微分算子, f 和 b 为未知有界非线性时变函数, u 为系统的控制输入, t 为时间, n 为系统阶数. 系统 (1) 为惯性串联系统, 并非是经典 ADRC^[1–4] 所要求的积分串联型系统, 把式 (1) 转换为

$$y^{(n)} = f_1 + b(y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}, t)u(t) \quad (2)$$

其中

$$f_1 = - \sum_{i=1}^n C_n^i \sigma^i y^{(n-i)} + f(y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}, t) \quad (3)$$

则系统 (1) 转换为系统 (2) 的积分串联型系统, 针对式 (2), 按照经典的积分串联型 ADRC 方法, 定义系统状态变量

$$\begin{cases} x_1 = y \\ x_i = \dot{x}_{i-1} = y^{(i-2)}, \quad i = 2, \dots, n \end{cases} \quad (4)$$

则系统 (2) 写成如下状态空间方程

control, Ministry of Education, School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t), & i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n(t) = f_1(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t)u(t) \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{x}^T = [x_1 \ \dots \ x_n]$.

假设 1. f 和 b 对其自变量的一阶偏导数局部 Lipschitz 连续.

假设 2. b 的符号不变, 且有

$$|b| \geq b_{\min} > 0 \quad (6)$$

b_0 是与 b 具有相同符号的粗略估计. 由假设 1 和假设 2, 系统 (5) 可以写成扩张状态方程形式

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t), & i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n(t) = x_{n+1}(t) + b_0 u(t) \\ x_{n+1}(t) = f(\mathbf{x}, t) + (b - b_0)u(t) \end{cases} \quad (7)$$

其中, $x_{n+1}(t) = f(\mathbf{x}, t) + (b - b_0)u(t)$ 为系统的扩张状态 (Extended state, ES). 根据 ADRC 理论, 式 (7) 可以通过 ESO 对 $x_{n+1}(t)$ 进行估计和补偿, 实现自抗扰控制. 假如采用线性 ESO(8), 则有引理 1.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i(t) = \hat{x}_{i+1} - a_i(\hat{x}_1 - x_1), & i = 1, \dots, n-1 \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_n(t) = \hat{x}_{n+1} - a_n(\hat{x}_1 - x_1) + b_0 u(t) \\ \dot{\hat{x}}_{n+1}(t) = -a_{n+1}(\hat{x}_1 - x_1) \end{cases} \quad (8)$$

引理 1. 系统 (7) 的线性 ESO(8) 中的系数 $a_i = \bar{a}_i/\varepsilon^i$ ($i = 1, \dots, n+1$), 其中, $0 < \varepsilon \leq 1$, $\bar{a}_i$ 为 Hurwitz 多项式 $s^{n+1} + \bar{a}_1 s^n + \dots + \bar{a}_n s + \bar{a}_{n+1}$ 的系数, 假设 1 和假设 2 成立, 则有如下结论:

1) 给定任意正数 t_ε , 对于 $t \in [t_\varepsilon, \infty)$, 下式一致收敛.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} |x_i(t) - \hat{x}_i(t)| = 0 \quad (9)$$

2) 系统 (7) 和系统 (8) 的解 x_i 和 $\hat{x}_i$ 之差的上极限满足

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |x_i(t) - \hat{x}_i(t)| \leq o(\varepsilon^{(n+2-i)}) \quad (10)$$

引理 1 的证明和说明见文献 [11] 和文献 [12], 引理 1 中 $\hat{\mathbf{x}}$ 实现了对系统状态 $\mathbf{x}$ 的估计, $\hat{x}_{n+1}$ 实现了对系统总扰动 x_{n+1} 的估计. 据此可以构造如图 1 所示的 ADRC 系统结构.

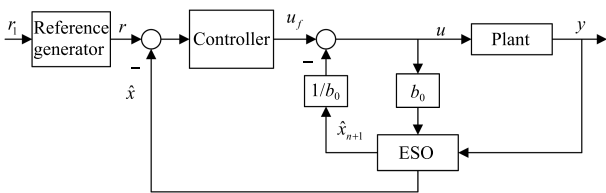


图 1 自抗扰控制的系统结构
Fig. 1 System structure of ADRC

图 1 中, ADRC 的关键在于通过 ESO 得到对系统总扰动估计的扩展状态 $\hat{x}_{n+1}$, 并加入到系统控制输入中补偿系统 (5) 得到一个近似线性积分串联标准型, 实现了系统 (5) 的动态补偿线性化, 在此基础上通过反馈控制 u_f 实现补偿后

的积分串联系统的极点配置, 从而保证闭环系统的性能要求, 最终系统的控制量为

$$u = u_f - \frac{\hat{x}_{n+1}}{b_0} \quad (11)$$

由于系统 (1) 在实际中大量存在, 例如过程控制中三容过程, 在 ADRC 的应用中, 是否可以直接采用与实际系统更接近的惯性串联模型, 而不一定是积分串联模型呢? 同样采用 ADRC 的动态补偿线性化思想, 但是线性化后得到的不是积分串联系统, 而是与实际系统更接近的惯性串联系统, 可以减少 ESO 的计算量, 更接近实际系统工作时的状态变量有明显的物理意义, 其估计值可以用于实际控制系统的故障诊断, 有利于提高整个控制系统的可靠性.

2 惯性串联系统的 ADRC

针对系统 (1), 重新定义系统的状态变量

$$\begin{cases} z_1 = y \\ z_i = (s + \sigma)z_{i-1}, & i = 2, \dots, n \end{cases} \quad (12)$$

其中, $-\sigma$ 为惯性环节的极点, 则式 (1) 可以化为如下的惯性串联系统

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = -\sigma z_i(t) + z_{i+1}(t), & i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{z}_n(t) = -\sigma z_n(t) + z_{n+1}(t) + b_0 u(t) \\ z_{n+1}(t) = f(z, t) + (b(z, t) - b_0)u(t) \end{cases} \quad (13)$$

其中, $\mathbf{z}^T = [z_1 \ \dots \ z_n]$, $z_{n+1}(t)$ 为系统的惯性串联型 ES. 对比式 (13) 和式 (5), 可以看出积分串联系统 (5) 是惯性串联系统 (13) 当 $\sigma = 0$ 的特殊情况, 仿照积分串联型 ESO(8) 可以构造式 (13) 的 ESO 为

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}_i(t) = -\sigma \hat{z}_i + \hat{z}_{i+1} - \alpha_i(\hat{z}_1 - z_1), & i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{\hat{z}}_n(t) = -\sigma \hat{z}_n + \hat{z}_{n+1} - \alpha_n(\hat{z}_1 - z_1) + b_0 u(t) \\ \dot{\hat{z}}_{n+1}(t) = -\sigma \hat{z}_{n+1} - \alpha_{n+1}(\hat{z}_1 - z_1) \end{cases} \quad (14)$$

相对于积分串联型 ESO, 式 (14) 是其推广, 是一种惯性串联型 ESO. 如果惯性串联型 ESO 同样具有经典积分串联型 ESO 对其扩张状态的估计的性质, 则系统 (1) 可以化为图 2 所示的惯性串联模型.

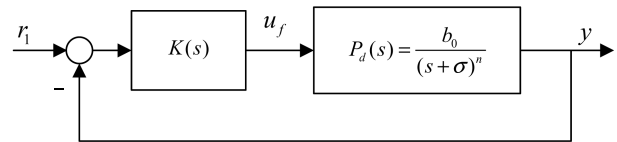


图 2 线性惯性串联系统
Fig. 2 Linear inertia series system

从式 (1) 可以看出, 实际上 σ 可以取满足 $\sigma \geq 0$ 的任意值, 与实际系统不同的部分可以移到方程的右端, 变成 f_1 一部分, 惯性串联型 ESO 在估计总扰动的同时, 实际上已经实现了部分极点配置功能, 因此, 图 2 中的 $P_d(s)$ 称为期望模型, 而不是标称模型 (或名义模型). 标称模型是尽可能近似被控系统的实际模型, 期望模型是尽可能达到控制系统性能指标而人为设计的理想模型. 实际应用时, 可以根据闭环系

统的性能指标来选择期望模型 $P_d(s)$ 中的 σ , 然后根据分离原理, 分别设计惯性串联型 ESO 和反馈控制器 $K(s)$.

2.1 惯性串联系统 ESO

对于惯性串联系统 ESO 有如下定理:

定理 1. 假设惯性串联型 ESO 系统 (14) 中的系数 $\alpha_i = \bar{\alpha}_i/\varepsilon^i$ ($i = 1, \dots, n+1$), 其中, $0 < \varepsilon \leq 1$, $\bar{\alpha}_i$ 为 Hurwitz 多项式 $s^{n+1} + \bar{\alpha}_1 s^n + \dots + \bar{\alpha}_n s + \bar{\alpha}_{n+1}$ 的系数, 系统满足假设 1 和假设 2, 则有如下结论:

1) 给定任意正数 t_ε , 对于 $t \in [t_\varepsilon, \infty)$ 下式一致收敛.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} |z_i(t) - \hat{z}_i(t)| = 0 \quad (15)$$

2) 系统 (13) 和系统 (14) 的解 z_i 和 $\hat{z}_i$ 之差的上极限满足

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |z_i(t) - \hat{z}_i(t)| \leq o(\varepsilon^{(n+2-i)}) \quad (16)$$

其中, $i = 1, \dots, n+1$, $z_{n+1}(t) = f + (b - b_0)u(t)$ 为系统 (13) 的扩张状态.

证明. 根据式 (4) 和式 (12) 的两种状态变量的定义, 状态变量之间的关系为

$$\begin{cases} z_1 = x_1 = y \\ z_2 = C_1^0 \sigma x_1 + x_2 \\ z_3 = C_2^0 \sigma^2 x_1 + C_2^1 \sigma x_2 + x_3 \\ \vdots \\ z_n = C_{n-1}^0 \sigma^{n-1} x_1 + \dots + C_{n-1}^{n-2} \sigma x_{n-1} + x_n \end{cases} \quad (17)$$

式 (17) 写成向量和矩阵形式为

$$\mathbf{z} = T\mathbf{x} \quad (18)$$

其中, T 为可逆变换矩阵

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ C_1^0 \sigma^1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C_{n-1}^0 \sigma^{n-1} & C_{n-1}^1 \sigma^{n-2} & \dots & C_{n-1}^{n-2} \sigma & 1 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (19)$$

同理有

$$\begin{cases} \hat{z}_1 = \hat{x}_1 \\ \hat{z}_2 = \hat{x}_1 C_1^0 \sigma + \hat{x}_2 \\ \hat{z}_3 = \hat{x}_1 C_2^0 \sigma^2 + \hat{x}_2 C_2^1 \sigma + \hat{x}_3 \\ \vdots \\ \hat{z}_n = \hat{x}_1 C_{n-1}^0 \sigma^{n-1} + \dots + \hat{x}_{n-1} C_{n-1}^{n-2} \sigma + \hat{x}_n \\ \hat{z}_{n+1} = \hat{x}_1 C_n^0 \sigma^n + \dots + \hat{x}_n C_n^{n-1} \sigma + \hat{x}_{n+1} \end{cases} \quad (20)$$

式 (20) 写成向量和矩阵形式为

$$\hat{\mathbf{z}} = \hat{T}\hat{\mathbf{x}} \quad (21)$$

其中, $\hat{T}$ 为可逆变换矩阵

$$\hat{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ C_1^0 \sigma^1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C_n^0 \sigma^n & C_n^1 \sigma^{n-1} & \dots & C_n^{n-1} \sigma & 1 \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)} \quad (22)$$

根据引理 1, 采用线性 ESO(8) 对式 (2) 的状态进行估计, 式 (9) 和式 (10) 成立, 则有

$$\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}} = T(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \quad (23)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} |\mathbf{z}(t) - \hat{\mathbf{z}}(t)| = T \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} |\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)| = 0 \quad (24)$$

$$x_{n+1} - \hat{x}_{n+1} = z_{n+1} - \hat{z}_{n+1} - \sum_{i=1}^n C_n^i \sigma (x_i - \hat{x}_i) \quad (25)$$

式 (25) 两边取绝对值有

$$|z_{n+1}(t) - \hat{z}_{n+1}(t)| \leq |x_{n+1} - \hat{x}_{n+1}| + \left| \sum_{i=1}^n C_n^i \sigma (x_i - \hat{x}_i) \right| \quad (26)$$

由式 (9) 和式 (24) 有

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} |z_{n+1}(t) - \hat{z}_{n+1}(t)| = 0 \quad (27)$$

即定理 1 中的式 (15) 成立. 同理, 由式 (17)、式 (20) 和式 (25) 以及高阶无穷小的概念有

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |z_i(t) - \hat{z}_i(t)| \leq o(\varepsilon^{(n+2-i)})$$

即定理 1 中的式 (16) 成立. $\square$

定理 1 给出了惯性串联系统的线性 ESO, 从 $\hat{x}_{n+1}$ 和 $\hat{z}_{n+1}$ 的关系可以看出, 采用 ESO 估计多了一项 $\sum_{i=1}^n C_n^i \sigma (x_i - \hat{x}_i)$, 这项正是在补偿控制中直接用于配置 n 重极点 σ 引起的.

2.2 惯性串联型自抗扰控制

采用惯性串联型 ESO 进行动态补偿线性化的同时, 还进行被控对象的期望极点配置, 把实际的非线性被控对象模型变为期望的线性被控对象模型. 由图 2 可得到闭环系统的传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{K(s)P_d(s)}{1 + K(s)P_d(s)} = \frac{Kb_0}{(s + \sigma)^n + Kb_0} \quad (28)$$

可以根据式 (28) 的闭环系统期望极点直接选择 σ 和 K . 对于跟踪问题, 还可以引入参考输入的前馈控制量, 改善跟踪性能.

图 3 是在经典 ADRC 理论上, 采用惯性串联型 ESO 和增加参考轨迹的高阶导数作为前馈控制量后的惯性串联型 ADRC, 其控制输入为

$$u = r_{n+1} + u_f - \frac{\hat{z}_{n+1}}{b_0} \quad (29)$$

若采用 PD 反馈控制, 则有

$$u_f = (k_p + k_d s)(r - y) \quad (30)$$

$$u = r_{n+1} + (k_p + k_d s)(r - y) - \frac{\hat{z}_{n+1}}{b_0} \quad (31)$$

其中, $k_p > 0$ 和 $k_d > 0$ 为反馈控制的比例增益和微分增益.

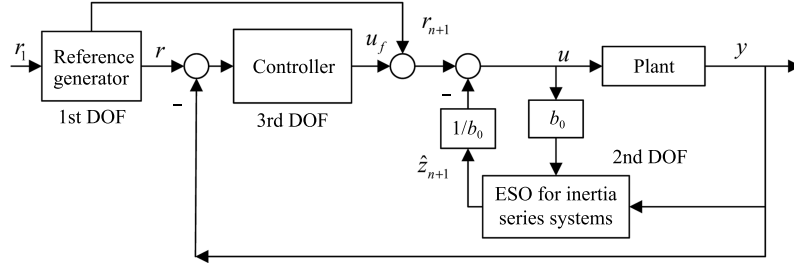


图 3 惯性串联型自抗扰控制结构

Fig. 3 ADRC topology for inertia series system

从图 1 和图 3 可以看出, 经典 ADRC 和惯性串联型 ADRC 是具有三自由度 (3-degree of freedom, 3-DOF) 的控制系统, 第一个自由度对输入信号的过渡过程进行规划, 可以采用 ADRC 技术之一的跟踪微分器 (Tracking differentiator, TD) 来实现, 解决快速跟踪性和系统超调之间的矛盾; 第二个自由度为 ESO, 实现动态非线性补偿以克服外部干扰和内部模型不确定性影响, 把非线性时变不确定系统划分积分串联或者惯性串联确定系统; 第三个自由度为反馈控制器, 可以采用非线性或者线性控制器, 虽然韩京清在其原著中采用了大量的非线性控制方法, 但由于线性控制器比较简单, 在实际应用中被大量选用. 与图 1 的 ADRC 不同的是, 图 3 的惯性串联型 ADRC 中系统状态 z_i 的估计状态 $\hat{z}_i$ 不再是受控对象输出 y 的直接求导, 需要经过式 (17) 的反变换才能得到系统输出的导数, 用于式 (31) 中控制量的计算.

与经典 ADRC 一样, 惯性串联型 ADRC 中也可以包含已有模型知识, 处理方法与经典 ADRC 类似, 图 4 为部分模型已知的惯性串联型 ADRC, $f_0(\hat{z})$ 为模型已知的部分, 分别作为惯性串联型 ESO 和系统控制输入的一部分.

对于部分模型已知的惯性串联型 ADRC, 其 ESO 为

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}_i(t) = -\sigma \hat{z}_i + \hat{z}_{i+1} - \alpha_i(\hat{z}_1 - z_1), & i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{\hat{z}}_n(t) = -\sigma \hat{z}_n + \hat{z}_{n+1} - \alpha_n(\hat{z}_1 - z_1) + f_0(\hat{z}) + b_0 u(t) \\ \dot{\hat{z}}_{n+1}(t) = -\sigma \hat{z}_{n+1} - \alpha_{n+1}(\hat{z}_1 - z_1) \end{cases} \quad (32)$$

相应地, 系统的控制输入为

$$u = r_{n+1} + u_f - \frac{f_0(\hat{z}) + \hat{z}_{n+1}}{b_0} \quad (33)$$

2.3 惯性串联型 ADRC 与基于 DOB 的控制

基于 DOB 的控制方法是另一种典型的抗扰动控制方法^[22-23], 图 5(a) 给出经典 DOB 原理图, 图 5(b) 是其等效电路图. 图 5 中, $P_n(s)$ 为标称模型, $Q(s)$ 为低通滤波器, $P(s)$ 为被控对象传递函数且有

$$P(s) = P_n(s)(1 + \Delta(s)) \quad (34)$$

其中, $\Delta(s)$ 为传递函数的建模误差. 基于 DOB 的控制的系统输入和输出为

$$u = u_f - \hat{d} \quad (35)$$

$$y = P(u + d) \quad (36)$$

其中, u_f 为反馈控制量, $\hat{d}$ 为系统模型不匹配 $\Delta(s)$ 和外部扰动 d 对系统输出总影响的从系统输入等效的总扰动估计. 系统输出和总扰动的传递函数为

$$y = \frac{P}{P_n(1-Q) + QP} P_n u_f + \frac{P(1-Q)}{P_n(1-Q) + QP} P_n d \quad (37)$$

$$\hat{d} = \frac{Q(P - P_n)}{P_n(1-Q) + QP} u_f + \frac{QP}{P_n(1-Q) + QP} d \quad (38)$$

其中, 式 (38) 的第 1 项为由被控对象模型和标称模型不匹配引起的内部扰动, 第 2 项为外部干扰输入 d 引起的外部扰动.

从图 3 和图 5 可以看出, 若在基于 DOB 的控制系统中也增加对系统参考输入过渡过程的规划, 可以看出, 虽然惯性串联型 ADRC 和基于 DOB 的控制对被控系统输入输出信息的利用方式不同, 但是 ADRC 和基于 DOB 的控制都为 3-DOF 控制系统结构, 它们都把被控系统的内部模型以外的系统输出部分等效到系统输入作为对系统总扰动的估计, 并用此总扰动估计实现对系统的补偿控制. 从抗扰控制的发展过程来看, ADRC 起初是在时域中提出和研究, 它把状态估计思想发展为扩张状态估计器, 估计出系统总扰动并在系统输入进行补偿, 实现抗扰. 由于 DOBC 和 ADRC 的结构类似, DOBC 也具有对总扰动进行估计和补偿功能^[24]. 对于惯性串联型 ADRC 和基于 DOB 控制的定量关系有如下定理.

定理 2. 取惯性串联型 ADRC 的期望系统模型 $P_d(s)$ 为 DOB 的标称模型 $P_n(s)$, 即

$$P_n(s) = P_d(s) = \frac{b_0}{(s + \sigma)^n} \quad (39)$$

同时基于 DOB 的控制系统中低通滤波器 $Q(s)$ 取为

$$Q(s) = \frac{1}{(\varepsilon s + \varepsilon \sigma + 1)^{n+1}} \quad (40)$$

则有如下等式成立

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y = P_n u_f \quad (41)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \hat{z}_{n+1} = b_0 \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \hat{d} \quad (42)$$

即基于 DOB 的控制与惯性串联型 ADRC 是统一的, 它们具有相同的补偿控制机制.

证明. 低通滤波器 $Q(s)$ 当 $\varepsilon \rightarrow 0$ 的极限为

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} Q(s) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{(\varepsilon s + \varepsilon \sigma + 1)^{n+1}} = 1 \quad (43)$$

则根据式 (37) 有

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y &= \lim_{Q \rightarrow 1} \frac{P}{P_n(1-Q) + QP} P_n u_f + \\ &\lim_{Q \rightarrow 1} \frac{P(1-Q)}{P_n(1-Q) + QP} P_n d = P_n u_f \end{aligned} \quad (44)$$

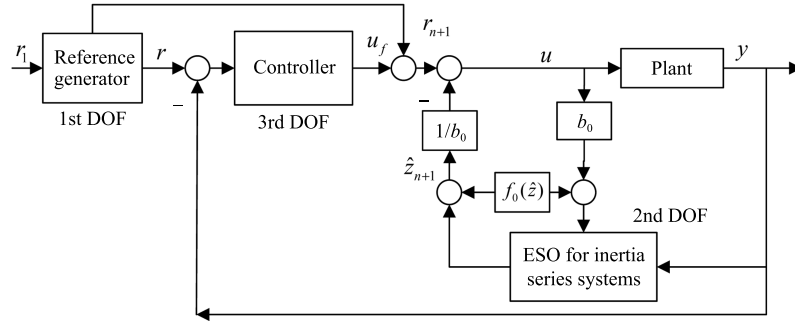
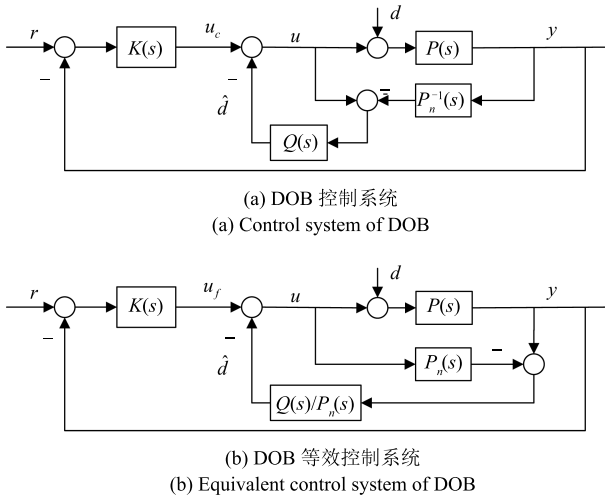


图 4 部分模型已知的惯性串联型自抗扰控制结构

Fig. 4 ADRC topology for inertia series systems with partially known model

图 5 基于 DOB 的控制系统框图
Fig. 5 Block diagram of DOB control system

同理, 根据式 (38) 有

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \hat{d} = \lim_{Q \rightarrow 1} \frac{Q(P - P_n)}{P_n(1 - Q) + QP} u_f + \lim_{Q \rightarrow 1} \frac{QP}{P_n(1 - Q) + QP} d = \frac{P - P_n}{P} u_f + d \quad (45)$$

由定理 1 的结论并结合式 (42) 有

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \hat{z}_{n+1} = b_0 \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \hat{d} = b_0 \left(\frac{P - P_n}{P} u_f + d \right) \quad (46)$$

□

定理 2 说明:

1) 惯性串联型 ESO 和 DOB 都实现了对系统期望模型 (或者系统内模) 以外总扰动的估计, 它们都把被控系统的输入和输出数据分别为两部分, 一部分是期望模型产生的, 另一部分是期望模型不能解释的, 由系统外部扰动和系统模型其余部分 (不包含期望模型) 一起产生的, 并在被控系统的输入侧等效为系统总扰动. 因此, 抗扰控制本质上是主成分分析 (Principal component analysis, PCA) 思想在动态系统和控制理论中的应用, 把被控系统的输入输出数据分别投影到期望模型空间和期望模型的补空间. ESO 和 DOB 都有大量的实际应用案例, 相比 DOB, ESO 除了系统总扰动的估计, 还可以得到系统输出的各阶导数, 而且 ADRC 对非线性系统

有严格的理论证明^[6-9]. 定理 2 给出的 ESO 和 DOB 的内在联系可以使得两种抗扰动控制方法相互引入对方的研究成果, 共同发展.

2) 经典 ADRC 的期望模型为积分串联模型, 其极点为 0; 基于 DOB 的控制的期望模型为标称模型^[25-26], 一般通过机理建模或系统辨识方法确定, 反应了实际被控对象的动态特性. 惯性串联型 ADRC 的期望模型是根据闭环控制系统的性能指标来确定, 可以是积分串联模型, 也可以是标称模型, 还可以是其他任何满足用户性能要求的稳定系统模型, 采用期望模型可以充分利用系统模型已有知识, 把已有知识在期望模型中显示表示, 降低了扩张状态观测器的带宽和计算量, 方便调节控制系统参数.

3 仿真研究

考虑如下的二阶非线性不确定系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -1.5x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 = -1.5x_2 + f(t) + b(t)u \end{cases} \quad (47)$$

系统 (47) 的输入为 \$u\$, \$x_1\$ 和 \$x_2\$ 为系统状态, 系统输出为 \$y_1\$. 为了仿真量测噪声对控制性能的影响, 在系统输出中增加高频量测噪声, \$y_1 = x_1 + 0.003 \sin(100t)\$, 假设系统 (47) 中的 \$f(t)\$ 和 \$b(t)\$ 满足定理 1 的条件, 但是结构和参数都未知. 仿真时取

$$f(t) = 0.5x_1^2 + 0.5 \cos(2t) \quad (48)$$

$$b(t) = 4 + 2 \sin t \quad (49)$$

控制的目标是使系统的输出 \$x_1\$ 跟踪参考轨迹 \$r_1\$. 假设系统需要跟踪的参考轨迹为

$$r_1(t) = 1 + 2 \sin(0.2t) \quad (50)$$

系统 (47) 为非线性惯性串联系统, 假设 \$b(t)\$ 的粗略估计为 \$b_0 = 4\$. 对于系统 (47) 的控制, 采用定理 1 的惯性串联型 ESO 补偿系统 (47) 为近似线性系统且把补偿后的线性系统的二重极点配置为 \$\sigma = 0.4\$, 取 ESO 的工作参数分别为: \$\varepsilon = 0.08\$, \$\bar{\alpha}_1 = 3\$, \$\bar{\alpha}_2 = 3\$, \$\bar{\alpha}_3 = 1\$. 系统 (47) 经过 ESO 补偿后的传递函数为

$$P_d(s) = \frac{b_0}{(s + \sigma)^n} = \frac{4}{(s + 0.4)^2} \quad (51)$$

进一步, 图 3 的 ADRC 可以等效为状态方程形式

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -0.4z_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 = -0.4z_2 + (r_3 + u_f) + (z_3 - \hat{z}_3) \end{cases} \quad (52)$$

其中, r_3 和 u_f 分别为参考输入 (50) 的二阶导数和反馈控制量. ESO 把非线性系统 (47) 实时补偿为具有期望极点的线性系统. 惯性串联系统 (52) 的扩张状态 z_3 为

$$z_3 = 2.25x_1 - 3x_2 + f(t) + (b - b_0)u \quad (53)$$

采用式 (31) 的 ADRC 控制量, 且采用反馈控制为 PD 控制, 取 $k_p = 20$ 和 $k_d = 5$.

图 6 给出了参考输入和系统输出变化曲线, 可以看出, 惯性串联型 ADRC 实现了系统输出很好地跟踪了参考输入. 图 7 是系统的控制输入, 控制输入除了在初始时刻有因峰值现象引起的跳跃之后是光滑的, 可以看出, 初始峰值现象在惯性串联系统中减弱了, 还可以进一步把初始时刻的控制设置为零, 延时一段时间 (以避开初始峰值) 后才输出系统控制的方法解决^[27-28].

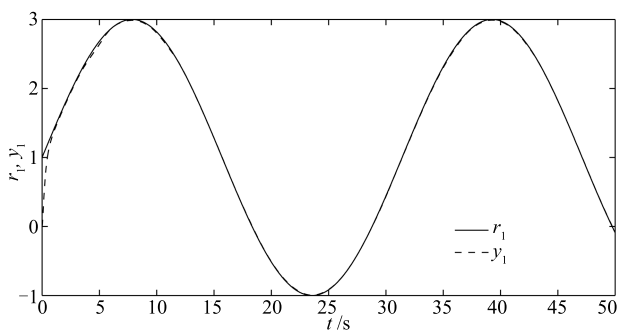


图 6 参考输入 r_1 和系统输出 y_1

Fig. 6 Reference input r_1 and system output y_1

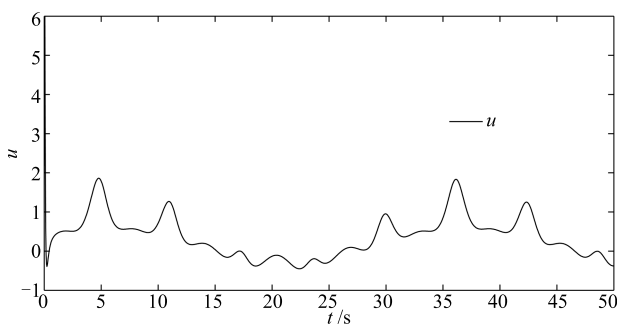


图 7 系统控制输入 u

Fig. 7 System input u

图 8 是惯性串联型 ESO 对系统扩张状态 z_3 的估计 $\hat{z}_3$ 的跟随情况, 从图 8 可知, 除了由初始状态引起的峰值现象外, $\hat{z}_3$ 实现了对 z_3 的良好跟踪.

经典的 ADRC 先把被控对象的极点配置到原点, 然后通过反馈控制把位于原点的极点配置到期望的位置. 由于实际系统本身的极点大多位于左半平面, 经典 ADRC 采用两次方向不一致的极点配置方法增加了计算量, 采用惯性串联型 ESO 在原有极点位置的基础上按照控制目标进行适当调整能够集成已有模型知识, 还可以通过已知模型输出与惯性串联型 ESO 估计的误差来判断控制系统是否有故障, 实现控制系统的故障诊断, 提高整个控制系统的可靠性, 这是下一步的研究工作.

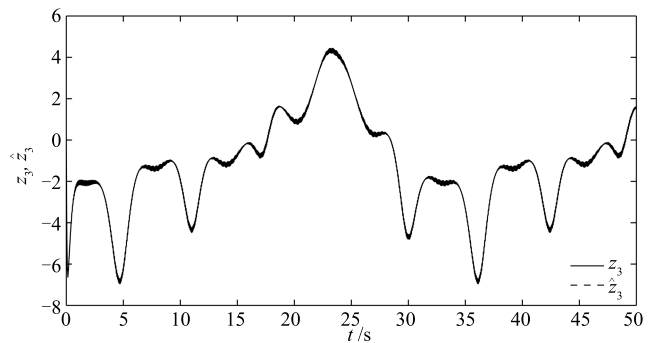


图 8 系统 (47) 的扩张状态 z_3 及其估计 $\hat{z}_3$

Fig. 8 ES z_3 and its estimation $\hat{z}_3$ of system (47)

4 结论

本文提出的惯性串联系统的 ADRC 控制, 是经典积分串联型 ADRC 的推广, 同样具有经典 ADRC 对系统总扰动的估计性能, 惯性串联型 ADRC 能更好地利用已有系统的知识, 减少 ESO 的计算量. 本文还对惯性串联型 ADRC 和基于 DOB 的控制之间的关系进行了研究, 指出它们具有相同的结构和模块功能的 3-DOF 控制系统, 并给出了它们之间的定量关系. 仿真研究表明所提出的惯性串联型 ADRC 方式是有效的. 如何利用惯性串联型 ESO 实现控制系统的故障诊断是下一步的研究工作.

References

- 1 Han Jing-Qing. Auto-disturbances-rejection controller and its applications. *Control and Decision*, 1998, **13**(1): 19–23 (韩京清. 自抗扰控制器及其应用. 控制与决策, 1998, **13**(1): 19–23)
- 2 Han J Q. From PID to active disturbance rejection control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, **56**(3): 900–906
- 3 Gao Z Q. Active disturbance rejection control: a paradigm shift in feedback control system design. In: *Proceedings of the 2006 American Control Conference*. Minneapolis, MN, USA: IEEE, 2006. 2399–2405
- 4 Huang Y, Xue W C. Active disturbance rejection control: methodology and theoretical analysis. *ISA Transactions*, 2014, **53**(4): 963–976
- 5 Gao Z Q. Active disturbance rejection control: from an enduring idea to an emerging technology. In: *Proceedings of the 10th International Workshop on Robot Motion and Control*. Poznan, Poland: IEEE, 2006. 269–282
- 6 Gao Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning. In: *Proceedings of the 2003 American Control Conference*. Denver, USA: IEEE, 2003. 4989–4996
- 7 Zhao Z L, Guo B Z. Extended state observer for uncertain lower triangular nonlinear systems. *Systems and Control Letters*, 2015, **85**: 100–108
- 8 Guo B Z, Zhao Z L. On convergence of the nonlinear active disturbance rejection control for MIMO systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2013, **51**(2): 1727–1757
- 9 Wu Lei, Bao Hong, Du Jing-Li, Wang Cong-Si. A learning algorithm for parameters of automatic disturbances rejection

- controller. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(3): 556–560
(武雷, 保宏, 杜敬利, 王从思. 一种自抗扰控制器参数的学习算法. 自动化学报, 2014, **40**(3): 556–560)
- 10 Zheng Q, Gao L Q, Gao Z Q. On validation of extended state observer through analysis and experimentation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2012, **134**(2): 024505
 - 11 Guo B Z, Zhao Z L. On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty. *Systems and Control Letters*, 2011, **60**(6): 420–430
 - 12 Yang X X, Huang Y. Capabilities of extended state observer for estimating uncertainties. In: Proceedings of the 2009 American Control Conference. St. Louis, MO, USA: IEEE, 2009. 3700–3705
 - 13 Zhou W K, Shao S, Gao Z Q. A stability study of the active disturbance rejection control problem by a singular perturbation approach. *Applied Mathematical Sciences*, 2009, **3**(10): 491–508
 - 14 Xue W C, Huang Y. On frequency-domain analysis of ADRC for uncertain system. In: Proceedings of the 2013 American Control Conference. Washington, DC, USA: IEEE, 2013. 6637–6642
 - 15 Chen Zeng-Qiang, Sun Ming-Wei, Yang Rui-Guang. On the stability of linear active disturbance rejection control. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(5): 574–580
(陈增强, 孙明伟, 杨瑞光. 线性自抗扰控制器的稳定性研究. 自动化学报, 2013, **39**(5): 574–580)
 - 16 Guo B Z, Zhao Z L. On convergence of nonlinear active disturbance rejection for SISO systems. In: Proceedings of the 24th Chinese Control and Decision Conference. Taiyuan, China: IEEE, 2012. 3507–3512
 - 17 Cheng Chun-Hua, Hu Yun-An, Wu Jin-Hua. Auto disturbance controller of non-affine nonlinear pure feedback systems. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(7): 1528–1536
(程春华, 胡云安, 吴进华. 非仿射纯反馈非线性系统的自抗扰控制. 自动化学报, 2014, **40**(7): 1528–1536)
 - 18 Guo B Z, Zhao Z L. On convergence of tracking differentiator. *International Journal of Control*, 2011, **84**(4): 693–701
 - 19 Xue W C, Huang Y, Yang X X. What kinds of system can be used as tracking-differentiator. In: Proceedings of the 29th Chinese Control Conference. Beijing, China: IEEE, 2010. 6113–6120
 - 20 Li Jie, Qi Xiao-Hui, Xia Yuan-Qing, Gao Zhi-Qiang. On linear/nonlinear active disturbance rejection switching control. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(2): 202–212
(李杰, 齐晓慧, 夏元清, 高志强. 线性/非线性自抗扰切换控制方法研究. 自动化学报, 2016, **42**(2): 202–212)
 - 21 Guo B Z, Zhao Z L. On convergence of non-linear extended state observer for multi-input multi-output systems with uncertainty. *IET Control Theory and Applications*, 2012, **6**(15): 2375–2386
 - 22 Schrijver E, van Dijk J. Disturbance observers for rigid mechanical systems: equivalence, stability, and design. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2002, **124**(4): 539–548
 - 23 Shim H, Joo Y J. State space analysis of disturbance observer and a robust stability condition. In: Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, LA, USA: IEEE, 2007. 2193–2198
 - 24 Xue W C, Huang Y. Comparison of the DOB based control, a special kind of PID control and ADRC. In: Proceedings of the 2011 American Control Conference. San Francisco, CA, USA: IEEE, 2011. 4373–4379
 - 25 Yu Zhe, Wang Lu, Su Jian-Bo. Disturbance observer based control for linear multi-variable systems with uncertainties. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(11): 2643–2649
(于哲, 王璐, 苏剑波. 基于干扰观测器的不确定线性多变量系统控制. 自动化学报, 2014, **40**(11): 2643–2649)
 - 26 Shim H, Jo N H. An almost necessary and sufficient condition for robust stability of closed-loop systems with disturbance observer. *Automatica*, 2009, **45**(1): 296–299
 - 27 Cunha J P V S, Costa R R, Lizarralde F, Hsu L. Peaking free variable structure control of uncertain linear systems based on a high-gain observer. *Automatica*, 2009, **45**(5): 1156–1164
 - 28 Xue W C, Huang Y. On performance analysis of ADRC for nonlinear uncertain systems with unknown dynamics and discontinuous disturbance. In: Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference. Xi'an, China: IEEE, 2013. 1102–1107
- 李向阳 华南理工大学自动化科学与工程学院副教授. 主要研究方向为自抗扰控制, 迭代学习控制和工业自动化. 本文通信作者.
E-mail: xyangli@scut.edu.cn
(LI Xiang-Yang Associate professor at the School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology. His research interest covers active disturbance rejection control, iterative learning control, and industrial automation. Corresponding author of this paper.)
- 袁 薇 华南理工大学自动化科学与工程学院副教授. 主要研究方向为数据驱动控制, 自抗扰控制和工业自动化. E-mail: aiwei@scut.edu.cn
(AI Wei Associate professor at the School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology. Her research interest covers active disturbance rejection control, data-driven control, and industrial automation.)
- 田森平 华南理工大学自动化科学与工程学院教授. 主要研究方向为迭代学习控制, 数据驱动控制和系统工程.
E-mail: ausptian@scut.edu.cn
(TIAN Sen-Ping Professor at the School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology. His research interest covers iterative learning control, data-driven control, and system engineering.)