·种基于序列零初相位调制的新型正弦信号频率测量方法

李军1 万文军1

要 高准确度的正弦信号频率测量技术有广泛的应用,如应用于系统信号的同步处理,系统的谐波和系统的阻抗测量.但 摘 在低频正弦信号频率测量方面,现有的频率测量方法普遍存在准确度不高和抗谐波噪声干扰性不强等问题.文中提出了一种 主要由序列零初相位调制等方法构成的新型正弦信号频率测量方法,分析了序列零初相位调制的原理.新方法避开了输入序 列任意初相位的影响,同时调制序列携带了数值较大的信号序列全相位差信息,可实现准确度较高的低频正弦信号频率测量, 此外新方法还具有较强的抗谐波噪声干扰特性,将新方法具体应用于电力系统正弦频率的测量,显示出明显的优越性.通过数 学计算、仿真实验及物理实验结果验证了新型正弦信号频率测量方法的正确性和可靠性.

关键词 零初相位调制,反褶序列,正交混频器,混频干扰频率,数字陷波

引用格式 李军, 万文军. 一种基于序列零初相位调制的新型正弦信号频率测量方法. 自动化学报, 2016, 42(10): 1585-1594 DOI 10.16383/j.aas.2016.c150891

A Novel Sinusoidal Frequency Measurement Method Based on Modulation of Sequence with Zero Initial Phase

LI Jun¹ WAN Wen-Jun¹

Abstract High accuracy sinusoidal frequency measurement technologies have been utilized in a wide range, such as the system signal synchronization, the interconnection of harmonics and the system impedance measurement. The existing sinusoidal frequency measurement technologies have the limitation of low accuracy and weak anti-interference of harmonic for low-frequency sinusoidal signals. In this paper, a novel sinusoidal frequency measurement method based on modulation of sequence zero initial phase is proposed. The principle of this method is analyzed. The influence of arbitrary initial phase can be avoided by this method. Besides, the modulation sequence carries a large number of phase difference information. Thus, it can be used for low-frequency sinusoidal signals with high accuracy and strong anti-interference of harmonic characteristic. Mathematical calculation, simulation test and the physical experiment results also verify the correctness and effectiveness of the proposed method. Compared to existing technology, this new method has obvious advantage for electric power systems.

Key words Modulation of zero initial phase, deconvolution sequence, quadrature mixer, mixing interference frequency, digital filter

Citation Li Jun, Wan Wen-Jun. A novel sinusoidal frequency measurement method based on modulation of sequence with zero initial phase. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(10): 1585-1594

系统频率[1-7] 特性的分析和系统频率的测量本 质上是一种正弦参数的分析和测量,实现正弦频率 包括正弦参数测量有多种方法^[8-18],高准确度的正 弦频率测量是一些应用技术的基础, 文献 [10] 指出 了一种电力系统阻抗测量方法需要有精确的正弦频 率测量结果作为参考值. 电力系统的电网运行额定 工频在 50 Hz^[19], 为频率较低的正弦频率. 但目前的 频率测量技术在较低正弦频率测量方面普遍存在准

确度不高和抗谐波噪声干扰性不强的问题.

零交法 (Zero-crossing algorithm) 是用于低频 正弦频率测量的基础方法^[10],由于实际信号中普遍 存在谐波干扰,包括随机噪声干扰等.因此该方法测 量出的频率值不是很精确^[10].

快速傅里叶 (Fast Fourier transformation, FFT) 变换算法^[11] 和离散傅里叶 (Discrete Fourier transform, DFT) 变换算法^[12] 是用于正弦参数计 算的基本数学方法. 其中信号非整数周期截断引起 的频谱泄漏问题是造成这些算法误差的主要原因, 频谱泄漏问题客观上不可避免.

此外还有一些改进算法, 如基于自适应陷波滤 波器的算法^[13-14]、基于带通滤波器的算法^[15]、基于 人工智能的算法^[16]、基于小波变换算法^[17]、基于幅 值调制算法^[18] 等.

收稿日期 2016-01-05 录用日期 2016-04-09

Manuscript received January 5, 2016; accepted April 9, 2016 国家自然科学基金 (61473183) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61473183)

本文責任编委 梅生伟 Recommended by Associate Editor MEI Sheng-Wei

^{1.} 广东电网有限责任公司电力科学研究院 广州 510080

^{1.} Electric Power Research Institute of Guangdong Power Grid Co., Ltd., Guangzhou 510080

文中首次提出了一种序列零初相位调制方法, 将其用于低频正弦信号频率的测量具有较高的准确 度,适合于(以1个采样间隔为距离)连续频率测量. 文中变量的表达具有唯一性,可相互引用.

1 新型正弦信号频率测量方法

新型正弦信号频率测量方法的基本原理是:首先,通过一个频率初测单元给出参考频率;然后,根据参考频率对信号序列进行零初相位调制,得到2 个零初相位的调制序列,再从2个零初相位调制序列中选择幅值较大者输出;接着计算调制序列的初相位,紧接着根据整数信号周期数将初相位转换为调制序列的全相位差;最后,根据调制序列的时间长度,将全相位差转换为信号正弦频率,如图1所示.



图 1 正弦频率计算原理示意图 Fig. 1 Schematic diagram of the principle of sinusoidal frequency calculation

2 信号序列零初相位调制

所谓的零初相位调制:也就是对任意初相位的 信号序列进行零初相位调制,得到零初相位(或初相 位在零附近)调制序列,称之为零初相位调制序列. 零初相位调制序列的显著特点在于避开了信号序列 任意初相位的影响.零初相位调制方法原理流程,如 图 2 所示.





图 2 所示,首先将信号序列反向输出,得到反褶 序列,再将信号序列与反褶序列相加减,分别得到余 弦零初相位调制序列和正弦零初相位调制序列.

实际的频率测量结果通常为信号在一段时间的 平均频率,如果信号正弦频率随时间变化,则序列零 初相位调制是一种特性优良的信号频率平均器,例 如对一段信号的初始频率和截止频率进行平均化处理,获得频率相对稳定的调制序列,有利于信号频率测量准确度的提高.

文中方法还是一种连续频率的测量方法,必要时,可以进行以1个采样间隔为距离连续频率测量. 获得信号的连续频率测量结果.

文中无特别说明,序列长度单位为无量纲,频率和频差单位为 rad/s,相位和相位差单位为 rad,采 样间隔单位为 s,增益单位无量纲.

2.1 信号序列长度选择

为了获得零初相位的调制特性,原则上要求信 号序列长度对应整数信号周期数.实际根据参考频 率计算信号序列长度为式 (1):

$$N = \operatorname{int}\left(C_{2\pi}\frac{2\pi}{\omega_{\mathrm{s}}T_{n}}\right) \tag{1}$$

式中, N 为信号序列长度, int 代表取整数, $C_{2\pi}$ 为 整数信号周期数, 无量纲, ω_{s} 为参考频率, T_{n} 为采 样间隔.

2.2 信号序列与反褶序列

对单基波频率的正弦信号, 信号序列为式 (2):

$$X(n) = A\cos(\omega_i T_n n + \varphi),$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \cdots, N - 1$$
(2)

式中, X(n) 为信号序列, A 为信号幅值, ω_i 为信号 频率, T_n 为信号采样间隔, φ 为信号序列初相位, n为序列离散数, N 为信号序列长度.

将信号序列头尾反转输出,得到反褶序列为式 (3):

$$X_{\text{Anti}}(n) = X(N-n) = A\cos(-\omega_i T_n n + \beta),$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \cdots, N-1$$
(3)

式中, X_{Anti}(n) 为反褶序列, β 为反褶序列初相位, 反褶序列的频率项取负值,反褶序列的初相位是信 号序列的截止相位.

2.3 余弦零初相位调制序列

将信号序列与反褶序列相加,得到余弦零初相 位调制序列为式 (4):

$$X_{\cos}(n) = X(n) + X_{\text{Anti}}(n) =$$

$$A\cos(\omega_i T_n n + \varphi) + A\cos(-\omega_i T_n n + \beta) =$$

$$A_{\cos}\cos\left(\omega_i T_n n + \frac{\varphi - \beta}{2}\right)$$

$$A_{\cos} = 2A\cos\left(\frac{\varphi + \beta}{2}\right),$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \cdots, N - 1$$

$$(4)$$

式中, $X_{cos}(n)$ 为余弦零初相位调制序列, A_{cos} 为调制序列幅值, $0.5(\varphi - \beta)$ 为调制序列的初相位.

2.4 正弦零初相位调制序列

将信号序列与反褶序列相减,得到正弦零初相 位调制序列为式 (5):

$$X_{\sin}(n) = X(n) - X_{Anti}(n) =$$

$$A\cos(\omega_i T_n n + \varphi) - A\cos(-\omega_i T_n n + \beta) =$$

$$A_{\sin}\sin\left(\omega_i T_n n + \frac{\varphi - \beta}{2}\right)$$

$$A_{\sin} = 2A\sin\left(\frac{\varphi + \beta}{2}\right),$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \cdots, N - 1$$
(5)

式中, X_{sin}(n) 为正弦零初相位调制序列, A_{sin} 为调制序列的幅值.

2.5 零初相位误差

由于参考频率存在误差,信号序列长度整数化 存在误差等,信号序列长度对应整数信号周期数存 在误差.如果所述误差为零,则所述初相位为零,反 之所述初相位在零附近.零初相位的误差与整数信 号周期数的误差之间呈正比关系.

2.6 零初相位调制序列的选择

在信号序列初相位任意变化时,序列 $X_{cos}(n)$ 和 $X_{sin}(n)$ 可能出现零幅值的情况,由于幅值 A_{cos} 和 A_{sin} 之间是一种互补的关系,因此可以从序列 $X_{cos}(n)$ 和序列 $X_{sin}(n)$ 中选择幅值较大者输出.如 果 2 个序列的幅值相同,则指定序列 $X_{cos}(n)$ 输出.

首先计算序列平均幅值为式(6):

$$A_{\text{cos-avg}} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |X_{\text{cos}}(n)|$$

$$A_{\text{sin-avg}} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |X_{\text{sin}}(n)|,$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \cdots, N-1$$
(6)

式中, $V_{\text{cos-avg}}$ 为序列 $X_{\text{cos}}(n)$ 的平均幅值, $V_{\text{sin-avg}}$ 为为序列 $X_{\text{sin}}(n)$ 的平均幅值. 从序列 $X_{\text{cos}}(n)$ 和 $X_{\text{sin}}(n)$ 中选择 1 个输出为式 (7):

$$X_{\text{out}}(n) = \begin{cases} X_{\text{cos}}(n), & A_{\text{cos-avg}} \ge A_{\text{sin-avg}}, \\ X_{\text{sin}}(n), & A_{\text{cos-avg}} < A_{\text{sin-avg}}, \\ n = 0, 1, 2, 3, \cdots, N - 1 \end{cases}$$
(7)

式中, $X_{out}(n)$ 为选择出的调制序列.

3 调制序列初相位计算

文中采用了一种基于调制序列和缩短序列相位 计算的调制序列初相位计算方法,如图 3 所示:





图 3 所示,首先,将调制序列进行缩短处理得到 缩短序列;然后,分别计算调制序列和缩短序列的相 位;最后,将调制序列的相位和缩短序列的相位转换 为调制序列的初相位.

相对调制序列, 缩短序列表达为式 (8):

$$X_{s}(n) = X_{out}(n)$$

$$N_{s} = N - M_{s}$$

$$N_{2\pi} = \operatorname{int} \frac{2\pi}{\omega_{s}T_{n}}$$

$$M_{s} = 0.25N_{2\pi}$$
(8)

式中, $X_s(n)$ 为缩短序列, N_s 为缩短序列长度, M_s 为相对调制序列长度的缩短值, $N_{2\pi}$ 为参考 频率单位周期序列长度, int 为取整数, 原则上 $M_s = 0.25N_{2\pi}$.

3.1 序列相位计算

本文采用了一种基于正交混频的序列相位计算 方法,如图 4.





图 4 所示,输入序列具体代表调制序列和缩短 序列,对输入序列进行正交混频,得到了互为正交的 实频序列和虚频序列.

3.1.1 混频序列

混频器的实质为乘法运算,以输入序列由基波和2次3次谐波构成为例:

$$X(n) = \cos(\omega_i T_n n + \varphi) + a_2 \cos(2\omega_i T_n n + \varphi_2) + a_3 \cos(3\omega_i T_n n + \varphi_3), \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N - 1$$
(9)

在参考频率等于信号频率,称为零混频状态,则 信号序列的混频序列为式 (10):

$$R(n) = X(n)\cos(\omega_{s}t) = \frac{1}{2}\cos(\varphi) + \frac{1}{2}\cos(2\omega_{i}T_{n}n + \varphi) + \frac{a_{2}}{2}\cos(\omega_{i}T_{n}n - \varphi_{2}) + \frac{a_{2}}{2}\cos(3\omega_{i}T_{n}n + \varphi_{2}) + \frac{a_{3}}{2}\cos(2\omega_{i}T_{n}n - \varphi_{3}) + \frac{a_{3}}{2}\cos(4\omega_{i}T_{n}n + \varphi_{3})$$

$$I(n) = X(n)\sin(\omega_{s}t) = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}\sin(\varphi) + \frac{1}{2}\sin(2\omega_{i}T_{n}n + \varphi) + \frac{a_{2}}{2}\sin(\omega_{i}T_{n}n - \varphi_{2}) + \frac{a_{2}}{2}\sin(3\omega_{i}T_{n}n + \varphi_{2}) + \frac{a_{3}}{2}\sin(2\omega_{i}T_{n}n - \varphi_{3}) + \frac{a_{3}}{2}\sin(4\omega_{i}T_{n}n + \varphi_{3}),$$
$$n = 0, 1, 2, \cdots, N - 1 \qquad (10)$$

式中, R(n) 为实频序列, I(n) 为虚频序列, ω_s 为参 考频率. 其中, $\cos(\varphi)/2$ 和 $-\sin(\varphi)/2$ 为有用成分, 其余的均为混频干扰频率成分.

在非零混频状态,参考频率不等于信号频率,2 个频率的频差为式 (11):

$$\Omega = \omega_i - \omega_s \tag{11}$$

式中, Ω 为频差.

如果输入序列为余弦零初相位调制序列,不考 虑混频干扰频率成分,则混频序列为式 (12):

$$R(n) = A_{\cos} \cos\left(\omega_i T_n n + \frac{\varphi - \beta}{2}\right) \cos(\omega_s T_n n) = \frac{A_{\cos}}{2} \cos\left(\Omega T_n n + \frac{\varphi - \beta}{2}\right)$$
$$I(n) = A_{\cos} \cos\left(\omega_i T_n n + \frac{\varphi - \beta}{2}\right) \sin(\omega_s T_n n) = -\frac{A_{\cos}}{2} \sin\left(\Omega T_n n + \frac{\varphi - \beta}{2}\right),$$
$$n = 1, 2, 3, \cdots, N - 1$$
(12)

式中, R(n) 为实频序列, I(n) 为虚频序列.

3.1.2 零混频状态分析

如果能够对信号序列进行整数周期截断,并且 为零混频状态,而且信号序列不存在分次谐波成分, 则混频干扰频率影响为零.由于信号处理技术的局 限性,信号序列的整数周期截断和零混频状态实际 上难以实现.

3.1.3 数字陷波

混频干扰频率是造成序列相位计算误差的主要 内在原因,因此设计一种针对混频干扰频率抑制的 数字陷波.为了使问题简单化,实际中采用一种滑 动矩形窗算术平均陷波算法,即对 N_d 个连续离散 值相加,然后取其算术平均值作为本次陷波值输出, N_d 也代表了数字陷波参数.算术平均陷波算法特点 之一是具有良好的低通滤波效果,特点之二是在频 域幅频特性上连续分布了等距离的陷波频率点,即 零幅值增益频率点,特点之三是具有线性的相位.选 择合适的数字陷波参数,使陷波频率点等于混频干 扰频率,可针对混频干扰频率产生完全的衰减作用.

对式 (29) 给出的信号,为了方便计算数字陷波 参数,给出在零混频状态下的部分混频频率计算结 果,表1所示:

表 1 混频频率计算表 Table 1 Calculation of mixing frequency

频 率	基 波	¹ / ₃ 分次	$\frac{1}{2}$ 分次	2 次	3次	
相减混频频率	$0\omega_i$	$\frac{2\omega_i}{3}$	$\frac{1\omega_i}{2}$	$1\omega_i$	$2\omega_i$	
相加混频频率	$2\omega_i$	$\frac{4\omega_i}{3}$	$\frac{3\omega_i}{2}$	$3\omega_i$	$4\omega_i$	

表1中,非零频率成分为混频干扰频率成分.

根据表 1 计算结果, 在零混频状态, 当数字陷波 参数 N_d 取值为 $1.5N_{2\pi}$, 则数字陷波分布的陷波频 率点刚好对准 $2\omega_i/3$ 和 $4\omega_i/3$ 混频干扰频率点, 因而 能够对 $2\omega_i/3$ 和 $4\omega_i/3$ 混频干扰频率进行完全衰减. 而 N_d 取值为 $2N_{2\pi}$, 数字陷波分布的陷波频率点刚 好对准 $\omega_i/2$ 、 $3\omega_i/2$ 、 $1\omega_i$ 、 $2\omega_i$ 、 $3\omega_i$ 、 $4\omega_i$ 等混频干扰 频率点, 因而能够对 $\omega_i/2$ 、 $3\omega_i/2$ 、 $1\omega_i$ 、 $2\omega_i$ 、 $3\omega_i$ 、 $4\omega_i$ 等混频干扰频率进行完全衰减.

因此,数字陷波由2种参数的数字陷波器所构成,由于实际存在误差,为了提高对混频干扰频率的抑制性能,设计每种参数的数字陷波器均由参数相同的三级数字陷波组成:

$$X_{d}(n) = \left(\frac{1}{N_{d2}}\right)^{3} \sum_{n=0}^{N_{d2}-1} \sum_{n=0}^{N_{d2}-1} \sum_{n=0}^{N_{d2}-1} \left(\frac{1}{N_{d1}}\right)^{3}$$
$$\sum_{n=0}^{N_{d1}-1} \sum_{n=0}^{N_{d1}-1} \sum_{n=0}^{N_{d1}-1} X(n)$$
$$X(n), \quad n = 0, 1, 2, 3, \cdots, N-1$$

$$X_d(n), \quad n = 0, 1, 2, 3, \cdots, N - 3N_{d1} - 3N_{d2} - 1$$
(13)

式中, X(n) 为数字陷波信号序列, 具体代表实频序 列 R(n), 虚频序列 I(n), N_{d1} 为数字陷波参数 1, N_{d2} 为数字陷波参数 2. $X_d(n)$ 为数字陷波输出序 列, 具体代表实频陷波序列 $R_d(n)$ 和虚频陷波序列 $I_d(n)$.

对表1 给出的混频干扰频率,2 级数字陷波器 需要使用参考频率单位周期序列长度的10.5 倍.则 数字陷波在频域幅频增益函数为式(14):

$$K(\omega) = \left[\frac{2\sin(\frac{\omega T_n N_{d1}}{2})}{\omega T_n N_{d1}}\right]^3 \left[\frac{2\sin(\frac{\omega T_n N_{d2}}{2})}{\omega T_n N_{d2}}\right]^3 \quad (14)$$

式中, $K(\omega)$ 为数字陷波频域幅频增益. 在采样频率 10 kHz, 参考频率 100 π rad/s, 计算得到 $N_{d1} = 300$, $N_{d2} = 400$. 则数字陷波频域幅频特性如图 5 所示.



Fig. 5 Schematic diagram of frequency characteristics of digital filter

图 5 中,已将 *K*(ω) 单位转换为 dB 单位,在数 字陷波参数没有误差时,给出的频域幅频特性对表 1 给出的混频干扰频率具有完全的衰减作用.

由于数字陷波参数存在误差,例如在基波频率 100 π rad/s,参考频率 100.25 π rad/s,计算得到 $N_{d1} = 299, N_{d2} = 399, 则数字陷波对表 1 混频干扰 频率的抑制特性如图 6 所示.$



Fig. 6 Diagram of mixing frequency component suppression characteristic

图 6 所示, 垂直线为表 1 给出的混频干扰频 率点, 图 6 中给出的最小抑制度为 -210 dB, 约为 3.16×10⁻¹¹.

根据式 (12), 实频陷波和虚频陷波序列为式 (15):

$$R_d(n) = \frac{A_{\cos}K(\Omega)}{2} \cos\left(\Omega T_n n + \frac{\varphi - \beta}{2} + \alpha(\Omega)\right)$$
$$I_d(n) = -\frac{A_{\cos}K(\Omega)}{2} \sin\left(\Omega T_n n + \frac{\varphi - \beta}{2} + \alpha(\Omega)\right)$$
$$\alpha(\Omega) = \frac{\Omega T_n(3N_{d1} + 3N_{d2})}{2},$$
$$n = 0, 1, 2, 3, \cdots, N - 3N_{d1} - 3N_{d2} - 1$$
(15)

式中, $R_d(n)$ 为实频陷波序列, $I_d(n)$ 为虚频陷波 序列, $K(\Omega)$ 为数字陷波在频差 Ω 的增益, 无量纲, $\alpha(\Omega)$ 为数字陷波在频差 Ω 的移相.

3.1.4 积分计算

根据式 (15), 实频陷波序列和虚频陷波序列的 积分计算为式 (16):

$$R = \frac{2}{M} \sum_{n=0}^{M-1} R_d(n) = \frac{2A_{\cos}K(\Omega)}{\Omega T_n M} \times \\ \sin\left[\frac{\Omega T_n M}{2}\right] \cos\left[\frac{\Omega T_n M}{2} + \frac{\varphi - \beta}{2} + \alpha(\Omega)\right] \\ I = \frac{2}{M} \sum_{n=0}^{M-1} I_d(n) = -\frac{2A_{\cos}K(\Omega)}{\Omega T_n M} \times \\ \sin\left[\frac{\Omega T_n M}{2}\right] \sin\left[\frac{\Omega T_n M}{2} + \frac{\varphi - \beta}{2} + \alpha(\Omega)\right] \\ n = 0, 1, 2, 3, \cdots, M \\ M = N - 3N_{d1} - 3N_{d2} - 1$$
(16)

式中, R 为实频积分值, I 为虚频积分值, M 为信号 序列长度 N 在数字陷波后的剩余长度或积分计算 长度.

3.1.5 调制序列相位计算

上述式 (12)、式 (15) 和式 (16) 是以输入序列 为余弦零初相位调制序列为前提给出的,则调制序 列相位计算为式 (17):

$$PH = -\arctan\left(\frac{I}{R}\right) = \frac{\Omega T_n M}{2} + \frac{\varphi - \beta}{2} + \alpha(\Omega)$$
$$M = N - 3N_{d1} - 3N_{d2} - 1$$
$$M = 0.5N_{2\pi}$$
(17)

式中, *PH* 为调制序列相位, 范围在 $0 \sim \pm 0.5\pi$ rad/s. *M* 为调制序列在数字陷波后的剩余长度 或积分长度, 原则上 $M = 0.5N_{2\pi}$.

如果输入序列为正弦零初相位调制序列,省略式 (12)、式 (15) 和式 (16) 计算过程,则调制序列相位计算为式 (18):

$$PH = \arctan\left(\frac{R}{I}\right) = \frac{\Omega T_n M}{2} + \frac{\varphi - \beta}{2} + \alpha(\Omega)$$
$$M = N - 3N_{d1} - 3N_{d2} - 1 \tag{18}$$

3.1.6 缩短序列相位计算

同理,如果输入序列为余弦零初相位调制序列的缩短序列,则缩短序列相位计算为式 (19):

$$PH_s = -\arctan\left(\frac{I}{R}\right) = \frac{\Omega T_n M_s}{2} + \frac{\varphi - \beta}{2} + \alpha(\Omega)$$
$$M_s = N_s - 3N_{d1} - 3N_{d2} - 1$$
$$M_s = 0.25N_{2\pi}$$
(19)

式中, PH_s 为缩短序列相位计算值, 范围在 0~ $\pm 0.5\pi$ rad. M_s 为缩短序列在数字陷波后的剩余 长度或积分长度, 原则上 $PH_s = 0.25N_{2\pi}$.

如果输入序列为正弦零初相位调制序列的缩短 序列,同理,得到缩短序列相位计算为式 (20):

$$PH_s = \arctan\left(\frac{R}{I}\right) = \frac{\Omega T_n M_s}{2} + \frac{\varphi - \beta}{2} + \alpha(\Omega)$$
$$M_s = N_s - 3N_{d1} - 3N_{d2} - 1 \tag{20}$$

3.2 调制序列初相位计算

将调制序列相位和缩短序列相位转换为调制序 列初相位:

$$\varphi_{\text{start}} = \frac{PH_s N - PHN_s}{N - N_s} = \frac{\varphi - \beta}{2}$$
(21)

式中, φ_{start} 为 rad 单位的调制序列初相位.

4 调制序列全相位差计算

所谓的调制序列全相位差,也就是信号正弦频 率与调制序列时间长度的乘积,表达为式 (22):

$$\Delta PH = \omega_i T_n N \tag{22}$$

式中, ΔPH 为调制序列全相位差, 单位 rad. ω_i 为信号正弦频率, T_nN 为调制序列时间长度, 单位 s.

调制序列初相位 φ_{start} , 在本质上代表了信号序 列长度对应整数信号周期数 $C_{2\pi}$ 的误差值. 如果误 差值为零, 则全相位差 ΔPH 为 2π 整倍数; 反之, 非 2π 整倍数, $2\varphi_{\text{start}}$ 正好反映了 2π 整倍数和非 2π 整倍数的误差值. 全相位差 ΔPH 与初相位 φ_{start} 的 关系, 如图 7 所示.





Fig. 7 A schematic diagram of the whole phase difference and the initial phase of the sequence

图 7 中, 垂直坐标代表相位差, 单位 rad. 水平 坐标代表信号周期数 C, 无量纲. $C_{2\pi}$ 为设定的整 数信号周期数, 其中锯齿状线代表调制序列初相位 φ_{start} 随信号周期数 C 变化特性, 线性斜线代表序 列全相位差 ΔPH 随信号周期数 C 变化特性.

根据图 7, 调制序列全相位差计算式, 见式 (23):

$$\Delta PH = 2\pi C_{2\pi} - 2\varphi_{\text{start}} \tag{23}$$

式中, ΔPH 为调制序列全相位差, $C_{2\pi}$ 为整数 信号周期数, $2\pi C_{2\pi}$ 为 2π 整倍数的全相位差. 当 $C_{2\pi} = 11$, $2\pi C_{2\pi} = 22\pi$ rad, 则 ΔPH 的范围在 22π rad 左右.

5 正弦频率计算

根据调制序列全相位差是信号正弦频率与调制 序列时间长度的乘积的关系得出:信号正弦频率是 调制序列全相位差与调制序列时间长度的比值,这 便是信号正弦频率计算的基本原理.

对上述式 (22) 进行变形, 得到信号正弦频率计 算式 (24):

$$\omega_i = \frac{\Delta PH}{T_n N} \tag{24}$$

式中, ω_i 为正弦频率.

6 其他一些分析

6.1 信号序列长度的其他选择

采样频率每提高4倍,所述数字陷波器的数字 陷波级数可减少1级,原因在于数字陷波参数的整 数化误差随采样频率的提高而减小.例如在采样频 率40kHz,并且进行1次频率计算循环,则可将信 号序列长度降低为周期序列长度的8倍.

6.2 频率计算循环

为提高信号正弦频率计算的准确度,原则上要 求参考频率相对误差在±0.25%以内.如果频率初 测不能满足这种原则要求时,可进行1次频率计算 循环,具体用信号正弦频率计算值重新给定参考频 率,重新进行1次信号正弦频率的计算.

7 抗噪声干扰特性定量分析

为了考查系统的抗噪声干扰特性,一般选用白 噪声加扰.通常用信噪比衡量信号的质量,表述为式 (25):

$$S: N = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [X_s(n)]^2}{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [X_n(n)]^2} = \frac{E_s}{E_n}, \qquad (25)$$
$$n = 0, 1, 2, 3, \cdots, N-1$$

式中, S: N 为功率信噪比, 无量纲. E_s 为信号序列 $X_s(n)$ 在序列长度 N 的方差平均值. E_n 为白噪声 序列 $X_n(n)$ 在序列长度 N 的方差平均值.

为方便分析,将 *E*_s 改称为信号能量强度,为信号在单位电阻负载上的功率,单位 W. *E*_n 则改称为 白噪声能量强度,为白噪声在单位电阻负载上的功率,单位 W.

7.1 噪声干扰原理分析

噪声干扰主要影响调制序列初相位 φ_{start} 的计 算结果,造成正弦频率计算的误差.噪声干扰原理, 如图 8 所示.





Fig. 8 The schematic diagram of noise interference

图 8 中, \dot{V}_s 为信号向量, \dot{V}_n 为干扰向量, \dot{V} 为 合成向量. φ_n 为相位干扰量, 单位 rad. φ_n 直接决 定了信号正弦频率的计算误差.

7.2 噪声干扰定量计算

在信号向量 \dot{V}_s 和干扰向量 \dot{V}_n 互为正交时,相位干扰量 φ_n 最大为式 (26):

$$\varphi_{n-\max} = \arctan\left(\frac{V_n}{V_s}\right)$$
 (26)

式中, $\varphi_{n-\max}$ 为最大相位干扰量, 单位 rad. V_n 为干扰向量幅值, V_s 为信号向量幅值.

省略推导过程,干扰向量幅值 *V_n* 与信号向量 *V_s* 幅值比值计算为式 (27):

$$\frac{V_n}{V_s} = \sqrt{\frac{BW_D}{S:NBW_S}} \approx \sqrt{\frac{\omega_i}{S:N20\pi f_T}}$$

$$BW_D \approx 0.1\omega_i$$

$$BW_S = 2\pi f_T$$
(27)

式中, BW_D 为数字陷波器频率带宽, rad/s. BW_S 为系统频率带宽, 单位 rad/s. f_T 为信号采样频率, 单位 Hz.

系统频率带宽 BW_S 主要与信号采样频率 f_T 有关,取 $BW_S = 2\pi f_T$.

数字陷波器频率带宽 BW_D 与数字陷波器结构 有关,文中数字陷波器的频率带宽 BW_D,见图 9.





图 9 所示, 数字陷波器的频率带宽 BW_D 略大于 $0.1\omega_i$, 取 $BW_D \approx 0.1\omega_i$.

则正弦信号频率相对误差计算为式 (28):

$$F_{\rm err-max} = \frac{\varphi_{n-\rm max}}{\Delta PH} \approx \frac{\arctan\left(\sqrt{\frac{\omega_i}{S:N20\pi f_T}}\right)}{\Delta PH} \quad (28)$$

式中, $F_{\text{err-max}}$ 为正弦频率计算相对误差最大值. 具体在信号采样频率 f_T 为 =10 kHz, 信号正弦 频率 $\omega_i = 100 \pi \text{ rad/s}$ (50 Hz), 信号功率信噪 比 $S : N = 10000, \Delta PH \approx 22 \pi \text{ rad}$, 计算得到 $F_{\text{err-max}} \approx 3.22 \times 10^{-6}$.

式 (28) 给出的定量计算结果, 与抗白噪声干扰 仿真实验结果基本相吻合.

8 仿真实验

将文中方法用于电力系统的 50 Hz 工频正弦频 率计算仿真实验, 仿真实验条件为: 实验信号基波频 率变化范围在 $45 \sim 55$ Hz, 信号的采样频率 10 kHz, 信号的离散数据量化位数 24 bit, 频率初测单元相对 误差 ± 0.25 %. 为了增加实验难度, 具体实验信号由 基波、1/2、1/3、2、3、4、5 次谐波成分等构成, 见 式 (29):

$$f(t) = \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) + 0.01\cos\left(\frac{\omega t}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + 0.01\cos\left(\frac{\omega t}{3} + \frac{\pi}{4}\right) + 0.05\cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{4}\right) + 0.1\cos\left(3\omega t + \frac{\pi}{4}\right) + 0.05\cos\left(4\omega t + \frac{\pi}{4}\right) + 0.05\cos\left(5\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$(29)$$

在基波频率 50 Hz, 取 11 周期信号, 在参考频 率 50.125 Hz, 得到信号基波频率计算结果, 如表 2 所示:

表 2 新型正弦频率测量方法实验结果表 Table 2 Calculation of mixing frequency

新型正弦频率测量方法	计算值	相对误差
信号基波频率 50 Hz	50.0000000061	1.22×10^{-10}

表 2 所示, 信号基波频率的相对误差在 10⁻¹⁰ 量级.

在实验信号基波频率 45~55 Hz 范围,取 11 周 期信号,参考频率相对误差取 0.25 %,按 0.002 Hz 间隔连续改变实验信号基波频率,得到信号基波频 率计算相对误差随基波频率变化的实验结果,如图 10 所示.





分析图 10 实验结果,信号基波频率计算相对误 差随实验信号基波频率变化过程表现出明显的随机 性,产生原因主要是离散数据量化背景噪声引起的, 也表明数字陷波能够对混频干扰频率进行深度抑制, 陷波后的残余幅值已低于背景噪声水平.给出的信 号基波频率计算相对误差均在 10⁻¹⁰ 量级.

另外,在信号基波频率50Hz 和取11周期信号, 参考频率取50.125Hz,得到基波频率相对误差随信 噪比变化的实验结果,如图11所示.



Fig. 11 The schematic diagram 2 of relative error of fundamental frequency calculation

图 11 给出了在白噪声干扰环境下的信号基波频率计算相对误差分布图,新型正弦频率测量方法 具有良好的抗白噪声干扰特性,其中在信噪比 40 dB 时,可实现 10⁻⁶ 量级准确度的频率测量.

9 物理实验

将文中方法用于电力系统的 50 Hz 工频频率 测量的物理实验, 通过采集实际高准确度信号发生 器或实际电力系统的信号进行相位和频率计算. 具 体物理实验条件为:实验频率测量系统的频率基准 采用准确度 ±1×10⁻⁸ 量级的恒温晶振, 采集设备 的数据量化位数为 24 bit, 采集设备的采样频率为 10 kHz.

在实验室环境,采集高准确度频率源信号的实验结果表明,新型正弦频率计算方法具有较高的准确度,在45~55 Hz频率范围内,取11周期信号时得到的正弦频率计算相对误差低于 |±3.3×10⁻⁷|,取50周期信号时的正弦频率计算相对误差低于 |±8.7×10⁻⁹|,如图12 所示.

另外,采集实际电力系统信号进行频率计算,同时与"零交法"和"幅值调制频率测量方法"^[18]进行对比,得到的结果,如图 13 所示.

图 13 所示,在 20s 时间内,信号频率呈缓慢变 化趋势,采用新型正弦频率计算方法得到结果的波 动幅度相对较小,而"零交法"频率测量结果的波 动幅度相对较大,其次是"幅值调制频率测量方法", 可见,新型正弦频率计算方法相对两种频率测量方 法能够更真实地反映实际频率变化趋势,提供更加 精准的频率测量数据.



图 12 实际信号频率测量物理实验结果示意图

Fig. 12 The diagram of relative error of the actual signal frequency measurement results





10 结论

文中提出了一种基于序列零初相位调制的新型 正弦频率测量方法,分析了序列零初相位调制的原 理,零初相位调制序列具有显著的优越性,它解决了 信号序列任意初相位的影响,适合于连续正弦频率 的测量.调制序列携带了数量较大的序列全相位差 信息,是实现较高准确度正弦频率测量的重要基础. 通过数学计算,仿真实验和物理实验结果证明了新 型正弦频率测量方法的正确性和可靠性,所提出的 方法具有良好的理论和实际意义,在科学研究、系统 正弦频率的测量、低频率范围精密测量仪器的研制 等多方面具有重要的用途和参考价值.

References

- Li Jun, Wan Wen-Jun, Liu Zhi-Gang, Chen Shi-He, Zhang Xi. A method of frequency domain analysis for control systems based on process response in time domain. *Proceedings* of the CSEE, 2012, **32**(29): 116–122
 - (李军, 万文军, 刘志刚, 陈世和, 张曦. 一种基于时域响应的控

制系统频率特性分析方法. 中国电机工程学报, 2012, **32**(29): 116-122)

2 Li Jun, Wan Wen-Jun, Liu Zhi-Gang. Method for analyzing frequency-domain characteristics of step function in rectangular time window. *Electric Power Automation Equipment*, 2013, **33**(11): 111-116 (李军, 万文军, 刘志刚. 一种阶跃函数在矩形时间窗口频域特性的

(学年, 万文年, 刘志阳. 一种间跃函数在起形时间窗口频或特性的 分析方法. 电力自动化设备, 2013, **33**(11): 111-116)

- 3 Huang Bo-Yan, Chang Lin, Ma Ya-Ping, Sun Jin-Wei, Wei Guo. A new narrowband ANC system against nonstationary frequency mismatch. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(11): 186-193 (黄博妍, 常琳, 马亚平, 孙金玮, 魏国. 一种应对非平稳频率失调的 窄带主动噪声控制系统. 自动化学报, 2015, 41(11): 186-193)
- 4 Huang Chong-Peng, Liu Quan-Sheng, Xu Bao-Guo. Frequency detection by LM compressive receiver using ambiguity function. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(3): 505-511 (黄羽+鹏, 刘全胜, 徐保国. 基于模糊函数的 LM 型压缩接收机频率 检测性能分析. 电子学报, 2015, 43(3): 505-511)
- 5 Bao Bo-Cheng, Zou Xiang, Hu Wen, Wu Hua-Gan. Voltagecurrent relationship of active memristor and frequency characteristic of active memristive circuit. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(3): 593-597 (包伯成, 邹相, 胡文, 武花干. 有源忆阻器伏安关系与有源忆阻电路 频率特性研究. 电子学报, 2013, 41(3): 593-597)
- 6 Mi Zeng-Zhen. Image quality evaluation method based on frequency and direction weighted to CSF in wavelet domain. Acta Electronica Sinica, 2014, **42**(7): 1273-1276 (米曾真. 小波域中 CSF 频率与方向加权的图像质量评价方法. 电 子学报, 2014, **42**(7): 1273-1276)
- 7 Qi Yan-Jie, Liu Zhang-Fa. FPGA implementation of high speed and high precision direct digital frequency synthesizer based on parallel-CORDIC. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(7): 1392-1397 (祁艳杰,刘章发. 基于 Parallel-CORDIC 的高精度高速度直 接数字频率合成器的 FPGA 实现. 电子学报, 2014, 42(7): 1392-1397)
- 8 Chu Zhao-Bi, Ding Ming, Du Shao-Wu, Feng Xiao-Ying. Stability analysis of normalized frequency adaptive comb filter. Acta Automatica Sinica, 2010, **36**(11): 1581–1593 (储昭碧, 丁明, 杜少武, 冯小英. 归一化频率自适应梳状滤波器的稳 定性分析. 自动化学报, 2010, **36**(11): 1581–1593)
- 9 Chu Zhao-Bi, Zhang Chong-Wei, Feng Xiao-Ying. Multiharmonics analysis based on fundamental frequency estimate. Acta Automatica Sinica, 2009, **35**(5): 532-539 (储昭碧, 张崇巍, 冯小英. 基于基波频率估计的多谐波分析. 自动化 学报, 2009, **35**(5): 532-539)
- Xiao Yao, Maun J C. Analysis on error in power system frequency measurement. Power System Technology, 2002, 26(1): 39-42 (肖遥, 孟·让·柯洛德. 电力系统频率测量误差成因分析. 电网技 术, 2002, 26(1): 39-42)
- 11 Li Yang, Tian Yan-Tao, Chen Wan-Zhong. Modeling and classifying of sEMG based on FFT blind identification. Acta Automatica Sinica, 2012, **38**(1): 128-134 (李阳, 田彦涛,陈万忠. 基于 FFT 盲辨识的肌电信号建模及模式 识别. 自动化学报, 2012, **38**(1): 128-134)

Xiao Kun, Wang Li-Na, Shahzad M K. Real-time frequency estimation of aircraft power source based on 3-line DFT. Transactions of China Electrotechnical Society, 2012, 27(10): 190-195
 (肖鲲, 王莉娜, Shahzad M K. 基于三线 DFT 的航空电源频率实时检测算法. 电工技术学报, 2012, 27(10): 190-195)

13 Chu Zhao-Bi, Zhang Chong-Wei, Feng Xiao-Ying. Adaptive notch filter-based frequency and amplitude estimation. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(1): 60-66 (储昭碧, 张崇巍, 冯小英. 基于自适应陷波滤波器的频率和幅值估

(「喵昭君,弥宗魏,冯小央·基丁目這座陌波滤波器的频举和瞄值」 计. 自动化学报, 2010, **36**(1): 60-66)

- 14 Li Ming, Tu Ya-Qing, Shen Ting-Ao, Yang Hui-Yue. A new frequency estimation method based on adaptive notch filter and its performance analysis. *Acta Electronica Sinica*, 2014, **42**(1): 49-57 (李明, 涂亚庆, 沈廷鳌, 杨辉跃. 自适应陷波滤波器频率估计新方法 及性能分析. 电子学报, 2014, **42**(1): 49-57)
- 15 Wang Xing-Guo, Huang Shao-Feng. Natural frequency adaptive extracting principle and method based on multiple analysis band-pass filter. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2009, **24**(12): 179–184 (王兴国, 黄少锋. 基于复解析带通滤波器的固有频率自适应提取原 理和方法. 电工技术学报, 2009, **24**(12): 179–184)
- 16 Liu Di-Chen, Xia Li-Min, Shang Zhi-Hui. An artificial neural network approach for measuring power system frequency. Power System Technology, 2000, 24(8): 40-43 (刘涤尘, 夏利民, 商志会. 基于人工神经网络的电网频率测量方法. 电网技术, 2000, 24(8): 40-43)
- 17 Zhu Feng-Feng, Ren Zhen, Huang Wen-Ying. A method to diagnose frequency shift of power systems based on modified amplitude of wavelet transform. *Power System Technology*, 2004, 28(11): 34–37

(朱锋峰, 任震, 黄雯莹. 基于小波变换修正幅值的电力系统频率偏移诊断方法. 电网技术, 2004, **28**(11): 34-37)

 Li Jun, Wang Yue-Chao. A novel power system sinusoidal frequency measurement method based on amplitude modulation. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(7): 144-150 (李军, 王越超. 一种基于幅值调制的新型电力系统正弦频率测量方

(字平, 工趣起, 一种差了幅值词前的利至电力系统正弦频举测重力 法. 电工技术学报, 2015, **30**(7): 144-150)

Lei Yin-Zhao. The origins of 50 Hz power frequency in mainland China. Transactions of China Electrotechnical Society, 2010, 25(3): 20-26
 (雷银照. 我国供用电频率 50 Hz 的起源. 电工技术学报, 2010, 25(3): 20-26)



李 军 广东电网有限责任公司电力科 学研究院工程师.主要研究方向为计算 机控制与通信.本文通信作者.

E-mail: lijun_87389@163.com

(**LI Jun** Ph. D., engineer at Electric Power Science Research Institute of Guangdong Power Grid Co., Ltd.. His research interest covers computer con-

trol and communication engineering. Corresponding author of this paper.)



万文军 广东电网有限责任公司电力科 学研究院高级工程师.主要研究方向为 火电厂热工控制.

E-mail: tansthin@163.com

(WANG Wen-Jun Ph. D., senior engineer at Electric Power Science Research Institute of Guangdong Power Grid Co., Ltd.. His research interest

covers engineering experiment and scientific research coalfired power plant thermodynamic control.)