不完全信息议价博弈的序贯均衡分析与计算实验

袁 勇 [1,2] 王飞跃 [1,3]

摘 要 本文从理论研究和计算实验两个层次分析和验证了一类带有时间偏好的单边双类型不完全信息议价博弈模型及其序贯均衡, 运用单阶段偏离法则分别推导和证明了该议价博弈的合并均衡与分离均衡, 并通过策略比较和构造静态出价博弈证明了合并均衡是议价博弈的唯一理性解. 在此基础上, 本文设计不完全信息议价博弈计算实验场景, 基于协同演化计算实验方法验证了议价博弈的序贯均衡解. 最后, 本文探讨了该序贯均衡对于议价双方相应管理策略的实践指导意义.

关键词 不完全信息议价, 序贯均衡, 单阶段偏离法则, 协同演化, 计算实验

引用格式 袁勇, 王飞跃. 不完全信息议价博弈的序贯均衡分析与计算实验. 自动化学报, 2016, **42**(5): 724−734

DOI 10.16383/j.aas.2016.c150554

Sequential Equilibrium Analysis and Computational Experiments of a Bargaining Game with Incomplete Information

YUAN Yong[1,2] WANG Fei-Yue[1,3]

Abstract This paper analyzes and experimentally validates the sequential equilibrium of a bargaining game with one-sided incomplete information about players′ time preferences. Using one-stage-deviation principle, we deduce the pooling equilibrium and separating equilibrium of this bargaining game, respectively, and we prove by strategy comparison and constructing a static offer game that the pooling equilibrium is the unique rational solution to the bargaining model. We also design the computational experiments for the bargaining game with incomplete information, and quantitively validate the sequential equilibrium solution via co-evolution-based computational experiments. Towards the end, we discuss the practical significance of our research findings.

Key words Bargaining with incomplete information, sequential equilibrium, one-stage-deviation principle, co-evolution, computational experiments

Citation Yuan Yong, Wang Fei-Yue. Sequential equilibrium analysis and computational experiments of a bargaining game with incomplete information. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(5): 724−734

议价理论 (Bargaining theory, 也称为讨价还价理论) 是经济学和博弈论领域的重要课题, 其研究成果广泛应用于跨国贸易协商、政治博弈、劳资谈判、企业并购以及交易双方的讨价还价等多个领域, 具有重要的研究价值和实践意义.

信息结构是议价理论研究中的重要因素. 一般说来, 完全信息议价的纳什均衡解是确定性和高效率的, 即议价双方必然在第一回合达成一致[1]; 而不完全信息议价中, 信息的缺失将会导致议价过程及其均衡解的不确定性和低效率, 从而出现策略性延迟 (Strategic delay) 甚至因议价僵局而无法达成一致协议的情形. 虽然某些不完全信息议价可以通过机制设计生成合适的激励相容机制促使议价双方声明其真实类型, 然而更为普遍的情形是议价者无法确定其对手的某些私人信息, 例如时间偏好、保留价格或者风险态度等. 因此, 不完全信息议价已经成为目前议价理论研究亟需解决的关键问题之一.

单边双类型不完全信息议价是一类常见的议价形式, 在现实生活中有着广泛的应用. 例如, 知名垄断企业 (生产成本为共同知识) 和试图进入市场的新企业 (可能为高成本或者低成本两种类型) 之间的市场进入博弈; 时鲜产品市场中交易双方的讨价还价博弈 (产品保质期一般为常识, 故卖方的时间贴现因子为共同知识, 而买方可根据是否急需分为高贴现因子和低贴现因子两种类型) 等. 迄今为止, 现有文献尚未透彻地研究和解释这类具有 “敌明我暗” 特

收稿日期 2015-09-10 录用日期 2015-12-11
Manuscript received September 10, 2015; accepted December 11, 2015
国家自然科学基金 (71472174, 71102117, 61533019, 71232006, 61233001) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (71472174, 71102117, 61533019, 71232006, 61233001)
本文责任编委 董海荣
Recommended by Associate Editor DONG Hai-Rong
1. 中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室 北京 100190 2. 青岛智能产业技术研究院 青岛 266109 3. 国防科技大学军事计算实验与平行系统技术中心 长沙 410073
1. The State Key Laboratory of Management and Control for Complex Systems, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190 2. Qingdao Academy of Intelligent Industries, Qingdao 266109 3. Research Center of Military Computational Experiments and Parallel System, National University of Defense Technology, Changsha 410073

性的议价博弈场景的效率、序贯均衡解和议价双方的均衡策略, 从而导致议价双方在博弈过程中面临着盲目性和不确定性. 为解决该问题, 本文针对单边双类型不完全信息议价建立了形式化的博弈模型, 运用单阶段偏离法则推导和证明了议价博弈的合并均衡与分离均衡, 证明了议价博弈将唯一地实现合并均衡, 并在此基础上探讨了序贯均衡解对于议价双方的出价策略以及市场管理策略的指导意义.

本文的组织结构为: 第 1 节综述了不完全信息议价领域的国内外研究现状; 第 2 节给出了单边双类型不完全信息议价场景及其在完全信息条件下的子博弈完美均衡解; 第 3 节建立了议价博弈模型, 以及议价双方的偏好、策略和信念模型; 第 4 节基于单阶段偏离法则推导和证明了议价博弈的分离均衡与合并均衡, 并通过构造静态出价博弈证明了议价博弈将唯一地实现合并均衡; 第 5 节基于协同演化计算实验方法验证了议价博弈的序贯均衡解; 第 6 节探讨了本文研究结论的实践意义; 第 7 节是总结和未来工作的展望.

1 文献综述

不完全信息议价研究始于 20 世纪 80 年代, 基本研究方法是基于非合作博弈论的策略性方法, 即显式地对议价过程建模并利用非合作博弈论分析议价博弈的均衡解. Rubinstein 提出的不完全信息轮流出价议价模型 (R 模型) 是该领域的奠基性工作[2]. 近年来, 议价理论研究方法经历了由早期的公理化方法到完全信息策略性方法, 再到不完全信息策略性方法的演变过程[3], 研究者们从多个角度扩展了 R 模型. 限于篇幅, 本文主要梳理其中的代表性研究成果.

议价博弈的基本要素, 如信息结构、议价者数量、议价剩余 (Bargaining surplus) 和截止时间等, 是研究者扩展 R 模型的出发点. Cramton 等研究了双边不完全信息轮流出价议价模型的序贯均衡[4]; Schweinzer 证明了当谈判剩余的公共价值为私有信息时, 议价双方将通过轮流递增出价渐近地达成完美贝叶斯均衡[5]; Li 分析了三个议价者的议价博弈. 研究表明随着贴现因子趋向于 1, 议价博弈的序贯均衡集合将单调地演化到整个议价结果集合[6].

议价博弈的影响因素也是近年来的研究热点. 王刊良等以三阶段议价博弈为例, 研究了情境因素对于议价博弈的重要影响[7]; Karni 等研究了带有外部选择 (Outside option) 私有信息的议价博弈的序贯均衡[8]; Akin 则探讨了议价者的行为偏见对议价博弈均衡的影响机理[9].

随着实验手段的逐步丰富, 近年来研究者开始通过计算实验方法来研究议价博弈, 主要方法包括基于搜索算法的议价博弈策略优化和基于启发式策略的议价博弈实验. 例如, Bo 等运用博弈分析和状态空间搜索技术提出一种单边双类型不完全信息议价博弈的纯策略序贯均衡搜索算法[10]; Sánchez-Anguix 等基于遗传算法在多议题二人议价博弈的策略空间中搜索均衡议价策略[11]; Fatima 等基于智能体建模方法, 通过设计一系列启发式议价策略, 开展了不完全信息议价博弈的计算实验研究[12].

在议价理论的应用研究方面, 杜义飞等研究了时间贴现因素对于供应链管理的议价博弈均衡的影响, 研究表明贴现率趋近 1 时, 各企业利润之和收敛于供应链的总体利润最大化均衡[13]; 向钢华等将国际政治领域的相互威慑视为议价过程, 并探讨了单边和双边不完全信息相互威慑议价博弈中的威慑可信性和冲突可能性[14].

本文研究的是一类带有时间偏好的单边双类型不完全信息议价博弈, 主要贡献在于通过理论分析和计算实验, 定性与定量相结合地分析了此类 “敌明我暗” 场景中, 博弈双方如何根据对方信念来调整自己的议价策略, 以及由此形成的唯一序贯均衡状态. 研究发现, 该序贯均衡中, 具有不完全信息的弱类型议价者的策略是确定性的, 即总是采取 “伪装” 为强类型议价者; 而完全信息议价者将根据其对议价对手的初始信念和临界信念点 (见命题 1) 来选择议价策略, 并在认为对手更可能是弱类型议价者时采用最优信号值 (见命题 1) 来甄别对手的真实类型. 本文的研究结论对于理解不完全信息环境下的双边市场交易、商业谈判、乃至国家博弈等都具有一定的指导意义.

2 单边双类型不完全信息议价场景

两个议价者 Ag_1 和 Ag_2 分一张饼. 双方的时间偏好体现为贴现因子. Ag_1 的贴现因子 δ_1 是共同知识; Ag_2 的贴现因子可能为 δ_w 或 δ_s, 分别对应 Ag_2 的两种类型 Ag_{2w} 和 Ag_{2s}. 假设 $\delta_w < \delta_1 < \delta_s$. Ag_2 知道自己的真实类型, Ag_1 无法分辨 Ag_2 的真实类型, 但对其概率分布有初始信念.

双方在离散时期 $T = 0, 1, 2, \cdots$ 上轮流出价. 在偶数期 $t = 0, 2, 4, \cdots$ 时, 由 Ag_1 提出分配方案 $(x_t, 1 - x_t)$, Ag_2 选择接受或拒绝; 如果 Ag_2 接受提议, 则议价结束. 如果 Ag_2 在时期 t 拒绝提议, 则在时期 $t+1$ 将由 Ag_2 提出新的分配方案 $(x_{t+1}, 1 - x_{t+1})$, Ag_1 选择接受或拒绝. x_t 和 x_{t+1} 分别表示 t 和 $t+1$ 时期 Ag_1 得到的份额. 依此类推, 直到双方达成一致协议. 若最终没有达成协议, 双方将一无所获. Ag_2 首先提出分配方案时的议价情形可类似定义.

这是一个无限期不完全信息动态博弈. 文献 [1]

已经证明完全信息情形下该博弈存在唯一的子博弈完美纳什均衡: 以议价双方为 Ag_1 和 Ag_{2w} 为例, 若 Γ_1^C (Γ_{2w}^C) 表示完全信息情形下 Ag_1 (Ag_{2w}) 先出价时的议价博弈, 则 Γ_1^C (Γ_{2w}^C) 的子博弈完美纳什均衡为: Ag_1 (Ag_{2w}) 首期出价 V_w ($\hat{V}_w$), Ag_{2w} (Ag_1) 接受, 议价结束, 其中

$$V_w = \frac{1-\delta_w}{1-\delta_1\delta_w}, \quad \hat{V}_w = \frac{\delta_1(1-\delta_w)}{1-\delta_1\delta_w}$$

议价双方为 Ag_1 和 Ag_{2s} 时, V_s 和 $\hat{V}_s$ 可以类似定义.

3 议价博弈模型

3.1 议价博弈模型

首先通过海萨尼转换法将上述不完全信息议价场景转化为完全但不完美信息的多阶段可观察行动动态博弈模型, 并用六元组 $\Gamma^I = \langle \mathcal{N}, Tr, H, A, u, \pi \rangle$ 表示, 其中:

1) $\mathcal{N} = \{Ag_1, Ag_{2w}, Ag_{2s}\}$ 是议价者的集合. 为方便分析, 可以将不完全信息议价局势等价地转化为三个议价者 Ag_1、Ag_{2w} 和 Ag_{2s} 进行的博弈. 每个议价者仅有一种类型 (分别对应贴现因子 δ_1、δ_w 和 δ_s), 其中 Ag_1 无法分辨对手是 Ag_{2w} 还是 Ag_{2s}.

2) 博弈树 Tr 表述议价协议, 即议价者的行动次序. 议价博弈的前两期如图 1 所示. Tr 是一系列有序结点的集合, 图中实心圆点为初始结点.

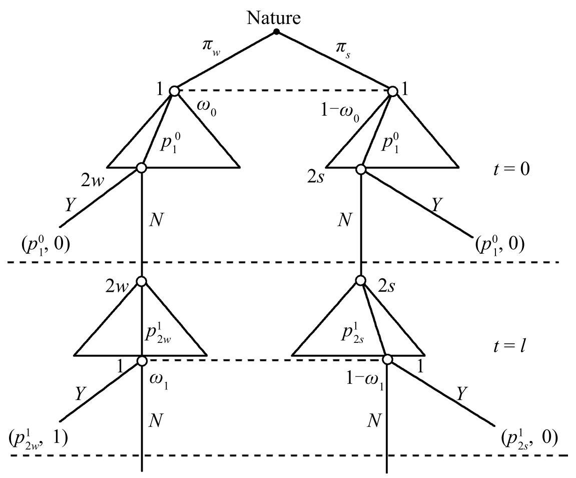


图 1 前两期议价的博弈树

Fig. 1 The game tree of the first two stages of the bargaining process

3) 任意议价者 $i \in \mathcal{N}$, h_i^t 表示第 t 期议价时 i 的信息集; H_i 表示 i 的所有信息集的集合; 所有信息集的集合记为 H. 显然有 $H_i = \bigcup_{t\in T} h_i^t$ 和 $H = \bigcup_{i\in\mathcal{N}} H_i$. 图 1 中的空心圆点为信息集.

4) $A(h_i^t) = P \cup R$ 是信息集 h_i^t 处的行动集合. $P = \{p_i^t \in [0,1] : i \in \mathcal{N}, t \in T\}$ 是可行出价集, p_i^t 表示议价者 i 在第 t 期的出价. $R = \{r_i^t \in [Y,N] : i \in \mathcal{N},\ t \in T\}$ 是可行反应集, r_i^t 表示第 t 期议价时 i 对对手出价的反应. Y 表示接受而 N 表示拒绝. 可行出价集 P 在图 1 中表示为三角形连续统 (Continuum).

5) 支付函数 $u_i^t : A \to (p,t)$ 是信息集 h_i^t 处议价者 i 选择行动 $A(h_i^t)$ 时的支付. 议价结局 (p,t) 可以解释为双方在第 t 期达成协议且 Ag_1 获得的份额为 p, 此时双方支付为 $u_1 = \delta_1^t p$, $u_{2w} = \delta_w^t(1-p)$ 和 $u_{2s} = \delta_s^t(1-p)$.

6) π 是自然选择的类型概率分布向量. 自然选择在所有议价者行动之前发生, 且 π 是共同知识. $\pi = (\pi_w, \pi_s)$ 分别表示两种类型 Ag_{2w} 和 Ag_{2s} 的概率分布.

记 Γ_1^I (Γ_2^I) 为 Ag_1 (Ag_2) 先出价时的不完全信息议价博弈. 如无特殊说明, 本文将主要研究 Γ_1^I.

3.2 议价博弈的偏好关系

偏好关系是任一议价者根据其所获支付来选择最终议价结局的倾向性, 议价者通常更倾向于达成其所获支付较大的议价结局. 形式上, 偏好关系 PR 是定义在议价结局集合 $(P,T) \cup D$ 上的完备、传递和反身的二元关系, 其中议价结局 D 表示双方永远达不成协议. $PR_i = \{\geq_i, \leq_i, \sim_i, >_i, <_i\}$, $(p_1, t_1) \geq_i (p_2, t_2)$ 当且仅当 $u_i(p_1, t_1) \geq u_i(p_2, t_2)$. PR_i 中的其他关系符可以类似定义.

偏好关系 PR_i 满足如下基本性质, 其中 $a, b \in [0,1]$, t, t_1, $t_2 \in T$ 且 $i \in \mathcal{N}$:

1) $a > b \Leftrightarrow (a,t) \geq_1 (b,t), (a,t) \leq_2 (b,t)$;

2) $a > 0,\ t_2 > t_1 \Leftrightarrow (a,t_1) \geq_i (a,t_2) >_i D$;

3) PR_i 在 $(P \times T) \times (P \times T)$ 上是连续的;

4) $(a,t) \geq_i (b,t+1) \Leftrightarrow (a,0) \geq_i (b,1)$.

议价者 Ag_1、Ag_{2w} 和 Ag_{2s} 的偏好分别记为 PR_1、PR_w 和 PR_s.

3.3 议价博弈的策略分析

议价博弈 Γ_1^I 中, 议价者 Ag_i 的策略 $\sigma_i = \{\sigma_i^t\}_{t=0}^{\infty}$ 在每个信息集 $h_i^t \in H_i$ 处为 $A(h_i^t)$ 中的行动赋予一个概率分布. 特别地, 如果 σ_i 在任意 $h_i^t \in H_i$ 处都唯一选定一种行动, 则称 σ_i 为议价者 i 的一种纯策略. 议价双方策略组合记为 $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2)$. 本文分析仅限于纯策略.

具体说来, 如果 t 为偶数, 则 $\sigma_1^t : h_1^t \to P$, σ_2^t: $h_2^t \to R$; 如果 t 为奇数, 则 $\sigma_1^t : h_1^t \to R$, $\sigma_2^t : h_2^t \to P$.

不完全信息议价博弈实质上是信号博弈, 其中具有私人信息的 Ag_2 是发送方, 而 Ag_1 是接收方.

议价过程中, 弱类型议价者 Ag_{2w} (δ_w 较小), 可以选择伪装或不伪装为强类型议价者 Ag_{2s}, 而 Ag_{2s} 总是希望发送信号 (出价) 使得 Ag_1 相信自己是 Ag_{2s}. 根据 Ag_{2w} 是否会选择伪装, 可以定义 "伪装" 与 "诚实" 两种出价策略. 下文将证明, 如果 Ag_{2w} 选择不伪装, 那么 "诚实" 策略是 Ag_{2w} 的唯一理性选择.

定义 1. 称 σ_{2w} 为 "伪装" 策略, 当且仅当对任意奇数期信息集 h_{2w}^t 都有 $p_{2w}^t = p_{2s}^t$.

定义 2. 称 σ_{2w} 为 "诚实" 策略, 当且仅当对任意奇数期信息集 h_{2w}^t 都有 $p_{2w}^t = \hat{V}_w$.

3.4 议价博弈的信念系统

议价博弈的信念系统定义为函数 $\omega : H_1 \to [0, 1]$. 信念函数 $\omega_t = \omega_t(h_1^t)$ 表示当 Ag_1 在信息集 h_1^t 处决策时认为 Ag_2 的真实类型为 Ag_{2w} 的主观概率. 议价者 Ag_2 的行动是影响 ω 的唯一因素, 即任意奇数期 t 中都有 $\omega_{t+1} = \omega_t$. 因为类型概率向量 π 是共同知识, 所以 $\omega_0 = \pi_w$.

信念系统 ω 是贝叶斯一致的, 意味着在议价博弈的任意偶数期中, Ag_1 将根据贝叶斯公式修正其先验信念. 根据贝叶斯一致性[15], 知:

1) 若 $\sigma_{2s}^{t-1} = \sigma_{2w}^{t-1} = N$ 且 $\sigma_{2s}^t = \sigma_{2w}^t = p_2^t$, 如果 Ag_1 确实观察到 p_2^t, 则 $\omega_t = \omega_{t-2}$;

2) 若 $\sigma_{2w}^{t-1} = N$, $\sigma_{2w}^t = p_2^t$, 而 $\sigma_{2s}^{t-1} = Y$ 或 $\sigma_{2s}^t \neq p_2^t$, 如果 Ag_1 确实观察到 p_2^t, 则 $\omega_t = 1$;

3) 若 $\sigma_{2s}^{t-1} = N$, $\sigma_{2s}^t = p_2^t$, 而 $\sigma_{2w}^{t-1} = Y$ 或 $\sigma_{2w}^t \neq p_2^t$, 如果 Ag_1 确实观察到 p_2^t, 则 $\omega_t = 0$.

Ag_1 一旦确定 Ag_2 的真实类型 ($\omega_t = 1$ 或 $\omega_t = 0$) 之后, ω 将不再改变. 后续博弈与完全信息情形相同, Ag_1 将会根据 ω 相应地出价 V_w 或 V_s.

贝叶斯一致性对零概率事件发生时 Ag_1 的后验信念没有施加任何限制. 这可能导致议价博弈存在多个不合理的序贯均衡. 为此需要对零概率事件发生时的后验信念施加某些合理限制. 也就是说, 当 $\omega_t \neq 1$ 时, 如果 Ag_1 "意外地" 观察到 p_2^t, 则[16]:

1) 如果 p_2^t 满足 $(p_2^t, 1) \geq_s (p_1^{t-1}, 0)$, 并且 $(p_2^t, 1) <_w (p_1^{t-1}, 0)$, 则 $\omega_t = 0$;

2) 如果 p_2^t 满足 $(p_2^t, 1) \geq_s (p_1^{t-1}, 0)$, 并且 $(p_2^t, 1) \geq_w (p_1^{t-1}, 0)$, 则 $\omega_t = \omega_{t-2}$.

若信念系统 ω 满足贝叶斯一致性和上述限制, 则称 ω 是完全一致的.

4 议价博弈中的序贯均衡

议价博弈中的策略信念对 (σ, ω) 是序贯均衡当且仅当 (σ, ω) 满足序贯理性和完全一致性. 根据无限期动态博弈的单阶段偏离法则, (σ, ω) 是序贯理性的, 当且仅当在每个信息集 h_i^t 上, 议价者 Ag_i 无法通过偏离均衡策略 σ 并在其他信息集上又遵循 σ 而获益[17]. 因此, 本文求解议价博弈的序贯理性解的基本思路就是在假设 Ag_i 在其他信息集遵循 σ 的前提下证明 σ 是信息集 h_i^t 的理性策略.

下文将分别针对 Ag_{2w} 的两种策略分析议价博弈的序贯均衡.

4.1 议价博弈中的合并均衡

如果 Ag_{2w} 采取 "伪装" 策略, 则议价博弈将存在合并均衡. 根据贝叶斯一致性, 因为任意奇数期信息集 h_i^t 中都有 $p_{2w}^t = p_{2s}^t$, 所以 $\omega_t = \omega_{t-2}$. 此时所有 Ag_1 先出价的子博弈 Γ_1^I 都是策略等价的, 而且所有 Ag_2 先出价的子博弈 Γ_2^I 也是策略等价的. 因此, 我们对策略组合 σ 给出如下假设:

假设 1. 对任意偶数 $t \in T$ 来说, $p_1^t = x^*$ 且 $p_{2w}^{t+1} = p_{2s}^{t+1} = y^*$; $r_2^t = Y$ 当且仅当 $p_1^t \leq x^*$; $r_1^{t+1} = Y$ 当且仅当 $p_2^{t+1} \geq y^*$.

在博弈树 Tr 中截取任意两期议价过程 t 和 $t+1$. 不失一般性, 假设 t 为偶数.

4.1.1 第 t 期议价的序贯均衡分析

考察信息集 h_{2w}^t.

如果 $r_{2w}^t = Y$, 则 $u_{2w}^t(Y) = (x^*, t)$; 如果 $r_{2w}^t = N$, 则 $u_{2w}^t(N) = (y^*, t+1)$. 因此 $r_{2w}^t = Y$ 当且仅当 $u_{2w}^t(Y) \geq u_{2w}^t(N)$, 即 $x^* \leq 1 - \delta_w + \delta_w y^*$.

同理可知, 当且仅当 $x^* \leq 1 - \delta_s + \delta_s y^*$ 时, 信息集 h_{2s}^t 中必有 $r_{2s}^t = Y$.

逆推至信息集 h_1^t.

根据 r_{2s}^t 与 r_{2w}^t 可将 x^* 分为三个区间.

1) $x^* \in [0, 1 - \delta_s + \delta_s y^*]$

此时 $r_{2w}^t = r_{2s}^t = Y$ 且 $u_1^t(x^*) = (x^*, t)$. 易证当 $x^* = 1 - \delta_s + \delta_s y^*$ 时, Ag_1 得到最大支付为 $u_{\max}^1 = (1 - \delta_s + \delta_s y^*, t)$.

2) $x^* \in (1 - \delta_s + \delta_s y^*, 1 - \delta_w + \delta_w y^*]$

此时 $r_{2w}^t = Y$, $r_{2s}^t = N$, $p_{2s}^{t+1} = y^*$ 且 $r_1^{t+1} = Y$. $u_1^t(x^*) = \omega_t(x^*, t) + (1 - \omega_t)(y^*, t+1)$. 当 $x^* = 1 - \delta_w + \delta_w y^*$ 时, Ag_1 的最大期望支付为 $u_{\max}^2 = \omega_t(1 - \delta_w + \delta_w y^*, t) + (1 - \omega_t)(y^*, t+1)$.

3) $x^* \in (1 - \delta_w + \delta_w y^*, 1]$

此时 $r_{2w}^t = r_{2s}^t = N$, $p_{2w}^{t+1} = p_{2s}^{t+1} = y^*$ 且 $r_1^{t+1} = Y$. $u_1^t(x^*) = (y^*, t+1)$. 无论 x^* 在该区间内取何值, 最大支付均为 $u_{\max}^3 = (y^*, t+1)$.

信息集 h_1^t 处的均衡出价 x^* 取决于各区间最大支付的相对大小. 易证 $u_{\max}^1 >_1 u_{\max}^3$. 比较最大支付 $u_{\max}^1$ 和 $u_{\max}^2$ 可知:

1) 当 $\omega_t < \omega_{pol}$ 时, $u_{\max}^1 >_1 u_{\max}^2$, 此时 $p_1^t = x^*$ 且 $r_{2w}^t = r_{2s}^t = Y$, 其中

$$x^* = 1 - \delta_s + \delta_s y^* \tag{1}$$

2) 当 $\omega_t \geq \omega_{pol}$ 时, $u_{\max}^2 \geq_1 u_{\max}^1$, 此时 $p_1^t = x^*$

且 $r_{2w}^t = Y$, $r_{2s}^t = N$, 其中

$$x^* = 1 - \delta_w + \delta_w y^* \tag{2}$$

3)

$$\omega_{pol} = \frac{(1-\delta_s) + (\delta_s - \delta_1)y^*}{(1-\delta_w) + (\delta_w - \delta_1)y^*} \tag{3}$$

需要说明的是, 若 $\omega_t = \omega_{pol}$, 则 $u_{\max}^1 \sim_1 u_{\max}^2$. 此时假设得到的支付相同时, Ag_1 总倾向于出高价, 即 $p_1^t = 1 - \delta_w + \delta_w y^*$.

4.1.2 第 $t+1$ 期议价的序贯均衡分析

根据第 t 期议价的分析结果, 第 $t+1$ 期议价分析可以分为 $\omega_t < \omega_{pol}$ 和 $\omega_t \geq \omega_{pol}$ 两种情况. 首先讨论当 $\omega_t < \omega_{pol}$ 时的议价情形.

考察信息集 h_1^{t+1}.

如果 $r_1^{t+1} = Y$, 则 $u_1^{t+1}(Y) = (y^*, t+1)$; 如果 $r_1^{t+1} = N$, 则 $p_1^{t+2} = x^* = 1 - \delta_s + \delta_s y^*$ 且 $r_{2w}^{t+2} = r_{2s}^{t+2} = Y$, 所以 $u_1^{t+1}(N) = (x^*, t+2)$. 因此, $r_1^{t+1} = Y$ 当且仅当 $u_1^{t+1}(Y) \geq u_1^{t+1}(N)$, 即 $y^* \geq \delta_1 x^*$.

逆推至信息集 h_{2w}^{t+1}, Ag_{2w} 的出价 y^* 可以分为两个区间 $[0, \delta_1 x^*)$ 和 $[\delta_1 x^*, 1]$.

1) $y^* \in [0, \delta_1 x^*)$

此时 $r_1^{t+1} = N$ 且 $p_1^{t+2} = x^*$, $r_{2w}^{t+2} = Y$. $u_{2w}^{t+1}(y^*) = (x^*, t+2)$. Ag_{2w} 得到的最大支付为 $(x^*,\ t+2)$.

2) $y^* \in [\delta_1 x^*, 1]$

此时 $r_1^{t+1} = Y$, $u_{2w}^{t+1}(y^*) = (y^*, t+1)$. 当 $y^* = \delta_1 x^*$ 时, Ag_{2w} 的最大支付为 $(\delta_1 x^*, t+1)$.

易证 $(x^*, t+2) <_w (\delta_1 x^*, t+1)$. 所以信息集 h_{2w}^{t+1} 处必有 $y^* = \delta_1 x^*$.

相同的分析方法可知, 信息集 h_{2s}^{t+1} 处也必有:

$$y^* = \delta_1 x^* \tag{4}$$

联立式 (1)、式 (3) 和式 (4) 知 $x^* = V_s$ 且 $y^* = \hat{V}_s$. 当 $\omega_t < \omega_{pol}$ 时议价博弈的序贯理性解为:

1) 任意偶数期 t 开始的子博弈 Γ_1^I 中, $p_1^t = V_s$ 且 $r_{2w}^t = r_{2s}^t = Y$. 议价结局为 $\langle (V_s, t)(V_s, t)\rangle$;

2) 任意奇数期 t 开始的子博弈 Γ_2^I 中, $p_{2w}^t = p_{2s}^t = \hat{V}_s$ 且 $r_1^t = Y$. 议价结局为 $\langle (\hat{V}_s, t)(\hat{V}_s, t)\rangle$;

3) 临界信念为

$$\omega_{pol} = \frac{(1-\delta_s)(1+\delta_1)}{1 + \delta_1 - \delta_w - \delta_1 \delta_s} \tag{5}$$

其中, 议价结局 $\langle (a, t_1)(b, t_2)\rangle$ 可以解释为一个结局对, 前者表示 Ag_2 为 Ag_{2w} 时的议价结局, 而后者则表示 Ag_2 为 Ag_{2s} 时的议价结局.

下面讨论 $\omega_t \geq \omega_{pol}$ 时的议价情形.

考察信息集 h_1^{t+1}.

如果 $r_1^{t+1} = Y$, 则 $u_1^{t+1}(Y) = (y^*, t+1)$. 如果 $r_1^{t+1} = N$, 由 $\omega_t \geq \omega_{pol}$ 和 $\omega_{t+2} = \omega_t$ 可知 $\omega_{t+2} \geq \omega_{pol}$, 故 $p_1^{t+2} = x^* = 1 - \delta_w + \delta_w y^*$ 且有 $r_{2w}^{t+2} = Y$, $r_{2s}^{t+2} = N$, $p_{2s}^{t+3} = y^*$ 和 $r_1^{t+3} = Y$. $u_1^{t+1}(N) = \omega_{t+2}(x^*, t+2) + (1-\omega_{t+2})(y^*, t+3)$. 因此 $r_1^{t+1} = Y$ 当且仅当 $u_1^{t+1}(Y) \geq u_1^{t+1}(N)$, 即 $y^* \geq y^{\omega_{t+2}}$, 其中

$$y^{\omega_{t+2}} = \frac{\delta_1 \omega_{t+2} x^*}{(1-\delta_1^2) + \delta_1^2 \omega_{t+2}} \tag{6}$$

逆推至信息集 h_{2w}^{t+1}. Ag_{2w} 的出价 y^* 可以分为两个区间 $[0, y^{\omega_{t+2}})$ 和 $[y^{\omega_{t+2}}, 1]$.

1) $y^* \in [0, y^{\omega_{t+2}})$

此时 $r_1^{t+1} = N$ 且 $p_1^{t+2} = x^*$, $r_{2w}^{t+2} = Y$. $u_{2w}^{t+1}(y^*) = (x^*, t+2)$ 且 Ag_{2w} 得到的最大支付为 $(x^*, t+2)$.

2) $y^* \in [y^{\omega_{t+2}}, 1]$

此时 $r_1^{t+1} = Y$ 且 $u_{2w}^{t+1}(y^*) = (y^*, t+1)$. 当 $y^* = y^{\omega_{t+2}}$ 时, Ag_{2w} 得到最大期望支付 $(y^{\omega_{t+2}}, t+1)$.

易证 $(x^*, t+2) <_w (y^{\omega_{t+2}}, t+1)$ 总是成立. 所以在信息集 h_{2w}^{t+1} 处有 $y^* = y^{\omega_{t+2}}$.

相同的分析方法可知, 信息集 h_{2s}^{t+1} 处有

$$y^* = y^{\omega_{t+2}} \tag{7}$$

联立式 (2)、式 (6)、式 (7) 和 $\omega_{t+2} = \omega_t$ 知 $x^* = x^{\omega_t}$ 且 $y^* = y^{\omega_t}$. 当 $\omega_t \geq \omega_{pol}$ 时议价博弈的序贯理性解为:

1) 任意偶数期 t 开始的子博弈 Γ_1^I 中, 有 $p_1^t = x^{\omega_t}$, $r_{2w}^t = Y$, $r_{2s}^t = N$, $p_{2s}^{t+1} = y^{\omega_t}$ 和 $r_1^{t+1} = Y$. 议价结局为 $\langle (x^{\omega_t}, t)(y^{\omega_t}, t+1)\rangle$.

2) 任意奇数期 t 开始的子博弈 Γ_2^I 中, 有 $p_{2w}^t = p_{2s}^t = y^{\omega_t}$ 且 $r_1^t = Y$. 议价结局为 $\langle (y^{\omega_t}, t)(y^{\omega_t}, t)\rangle$.

3)

$$x^{\omega_t} = \frac{(1-\delta_w)[1-(1-\omega_t)\delta_1^2]}{1 - \delta_1 \delta_w \omega_t - (1-\omega_t)\delta_1^2}$$

$$y^{\omega_t} = \frac{\omega_t \delta_1 (1-\delta_w)}{1 - \delta_1 \delta_w \omega_t - (1-\omega_t)\delta_1^2}$$

4.1.3 合并均衡小结

结合上述第 t 和 $t+1$ 两期议价过程的合并均衡分析并令 $t = 0$ (议价博弈从第 0 期开始) 可得如下命题.

命题 1. 议价博弈中存在如下合并均衡:

1) 初始信念 $\omega_0 < \omega_{pol}$ 时, Γ_1^I 和 Γ_2^I 分别存在合并均衡结局 $\langle (V_s, 0)(V_s, 0)\rangle$ 和 $\langle (\hat{V}_s, 0)(\hat{V}_s, 0)\rangle$. 记为 E_{pol}^1 型合并均衡.

2) 初始信念 $\omega_0 \geq \omega_{pol}$ 时, Γ_1^I 和 Γ_2^I 分别存在合并均衡结局 $\langle (x^{\omega_0}, 0)(y^{\omega_0}, 1)\rangle$ 和 $(y^{\omega_0}, 0)(y^{\omega_0}, 0)$. 记为 E_{pol}^2 型合并均衡.

命题 1 意味着议价博弈的合并均衡中存在临界信念点 ω_{pol}. 初始信念 $\omega_0 \geq \omega_{pol}$ 时, Ag_1 将认为 Ag_2 很可能是 Ag_{2w} 并使用最优信号 (出价) x^{ω_0} 来甄别 Ag_2 的真实类型, 此时实现 E_{pol}^2 型均衡并可能出现策略性延迟 (Ag_2 为 Ag_{2s} 时, 协议在次回合达成); 初始信念 $\omega_0 < \omega_{pol}$ 时, Ag_1 认为 Ag_2 很可能是 Ag_{2s}. 此时 Ag_1 将放弃甄别 Ag_2 的真实类型, 出价 V_s 或接受出价 $\hat{V}_s$ 以避免策略性延迟带来的贴现损失, 从而实现 E_{pol}^1 型均衡.

4.2 议价博弈中的分离均衡

如果 Ag_{2w} 不采取 "伪装" 策略, 则议价博弈将存在分离均衡.

假设 2. 对任意偶数 $t \in T$ 来说, $p_1^t = x^*$, $p_{2w}^{t+1} = y_w^*$, $p_{2s}^{t+1} = y_s^*$ 且 $y_w^* \neq y_s^*$.

首先从 $t+1$ 期议价过程开始分析.

4.2.1 第 $t+1$ 期议价的序贯均衡分析

考察信息集 h_1^{t+1}.

因为 $y_w^* \neq y_s^*$, 所以根据贝叶斯一致性知 $\omega_{t+1} = 1$ 或 $\omega_{t+1} = 0$.

当 $\omega_{t+1} = 1$ 时, 如果 $r_1^{t+1} = Y$, 则 $u_1^{t+1}(Y) = (y_w^*, t+1)$; 如果 $r_1^{t+1} = N$, 则 $p_1^{t+2} = V_w$, $r_{2w}^{t+2} = Y$ 且 $u_1^{t+1}(N) = (V_w, t+2)$. 因此 $r_1^{t+1} = Y$ 当且仅当 $u_1^{t+1}(Y) \geq u_1^{t+1}(N)$, 即 $y_w^* \geq \hat{V}_w$.

同理, 当 $\omega_{t+1} = 0$ 时, $r_1^{t+1} = Y$ 当且仅当 $y_s^* \geq \hat{V}_s$.

逆推至信息集 h_{2w}^{t+1}. Ag_{2w} 的出价 y_w^* 可以分为两个区间 $[0, \hat{V}_w)$ 和 $[\hat{V}_w, 1]$.

1) $y_w^* \in [0, \hat{V}_w)$

此时 $r_1^{t+1} = N$, $p_1^{t+2} = V_w$ 且 $r_{2w}^{t+2} = Y$, $u_{2w}^{t+1}(y_w^*) = (V_w, t+2)$;

2) $y_w^* \in [\hat{V}_w, 1]$

此时 $r_1^{t+1} = Y$ 且 $u_{2w}^{t+1}(y_w^*) = (y_w^*, t+1)$. 显然, 当 $y_w^* = \hat{V}_w$ 时 Ag_{2w} 将得到最大支付 $(\hat{V}_w, t+1)$.

易证 $(\hat{V}_w, t+1) >_w (V_w, t+2)$, 所以信息集 h_{2w}^{t+1} 处有 $y_w^* = \hat{V}_w$.

同理可证在信息集 h_{2s}^{t+1} 处有 $y_s^* = \hat{V}_s$.

由此可知命题 2 成立.

命题 2. 议价博弈的分离均衡中, Ag_{2w} 与 Ag_{2s} 唯一的理性出价分别为 $\hat{V}_w$ 和 $\hat{V}_s$.

命题 2 表明, 如果 Ag_{2w} 不选择 "伪装" 策略, 则它必然选择 "诚实" 策略.

4.2.2 第 t 期议价的序贯均衡分析

考察信息集 h_{2w}^t.

如果 $r_{2w}^t = Y$, 则 $u_{2w}^t(Y) = (x^*, t)$; 如果 $r_{2w}^t = N$, 则 $u_{2w}^t(N) = (\hat{V}_w, t+1)$. 所以 $r_{2w}^t = Y$ 当且仅当 $u_{2w}^t(Y) \geq_w u_{2w}^t(N)$, 即 $x^* \leq V_w$.

同理, 当且仅当 $x^* \leq V_s$ 时, 在信息集 h_{2s}^t 处有 $r_{2s}^t = Y$.

逆推至信息集 h_1^t. x^* 将被划分为 $[0, V_s]$, $(V_s, V_w]$ 和 $((V_w, 1]$ 三个区间.

1) $x^* \in [0, V_s]$

此时 $r_{2w}^t = r_{2s}^t = Y$ 且 $u_1^t(x^*) = (x^*, t)$. 当 $x^* = V_s$ 时, Ag_1 的最大支付 $u_{\max}^1 = (V_s, t)$.

2) $x^* \in (V_s, V_w]$

此时 $r_{2w}^t = Y$, $r_{2s}^t = N$, $p_{2s}^{t+1} = \hat{V}_s$ 且 $r_1^{t+1} = Y$. $u_1^t(x^*) = \omega_t(x^*, t) + (1-\omega_t)(\hat{V}_s, t+1)$. 显然, 当 $x^* = V_w$ 时, Ag_1 获得最大期望支付 $u_{\max}^2 = \omega_t(V_w, t) + (1-\omega_t)(\hat{V}_s, t+1)$.

3) $x^* \in (V_w, 1]$

此时 $r_{2w}^t = r_{2s}^t = N$, $p_{2w}^{t+1} = \hat{V}_w$, $p_{2s}^{t+1} = \hat{V}_s$ 且 $r_1^{t+1} = Y$. Ag_1 得到的最大期望支付为 $u_{\max}^3 = \omega_t(\hat{V}_w, t+1) + (1-\omega_t)(\hat{V}_s, t+1)$.

易证 $u_{\max}^2 >_1 u_{\max}^3$. 比较 $u_{\max}^1$ 和 $u_{\max}^2$ 知:

1) 当 $\omega_t < \omega_{sep}$ 时, $u_{\max}^1 >_1 u_{\max}^2$, 此时有 $x^* = V_s$ 且 $r_{2w}^t = r_{2s}^t = Y$, 议价结局为 $\langle (V_s, t)(V_s, t) \rangle$;

2) 当 $\omega_t \geq \omega_{sep}$ 时, $u_{\max}^1 \leq_1 u_{\max}^2$, 此时有 $x^* = V_w$, $r_{2w}^t = Y$, $r_{2s}^t = N$, $p_{2s}^{t+1} = \hat{V}_s$ 和 $r_1^{t+1} = Y$. 议价结局为 $\langle (V_w, t)(\hat{V}_s, t+1) \rangle$;

3) $\omega_{sep} = V_s(1-\delta_1^2)/(V_w - \delta_1^2 V_s)$.

4.2.3 分离均衡小结

结合上述第 t 和 $t+1$ 两期议价过程的分离均衡分析, 并令 $t = 0$ (议价博弈从第 0 期开始), 可得如下命题:

命题 3. 议价博弈中存在如下分离均衡:

1) 初始信念 $\omega_0 < \omega_{sep}$ 时, Γ_1^I 和 Γ_2^I 分别存在分离均衡结局 $\langle (V_s, 0)(V_s, 0) \rangle$ 和 $\langle (\hat{V}_w, 0)(\hat{V}_s, 0) \rangle$, 记为 E_{sep}^1 型分离均衡;

2) 初始信念 $\omega_0 \geq \omega_{sep}$ 时, Γ_1^I 和 Γ_2^I 分别存在分离均衡结局 $\langle (V_w, 0)(\hat{V}_s, 1) \rangle$ 和 $\langle (\hat{V}_w, 0)(\hat{V}_s, 0) \rangle$, 记为 E_{sep}^2 型分离均衡.

命题 4. $0 < \omega_{sep} < \omega_{pol} < 1$.

证明. 等价转换化简不等式即可证明.

1) $\omega_{sep} > 0 \Leftrightarrow \delta_1 < 1$;

2) $\omega_{sep} < \omega_{pol} \Leftrightarrow \delta_w < \delta_s$;

3) $\omega_{pol} < 1 \Leftrightarrow \delta_w < \delta_s$. □

命题 5. 议价博弈中, 初始信念 $\omega_0 < \omega_{sep}$ 时存在 E_{sep}^1 和 E_{pol}^1 型均衡; $\omega_{sep} \leq \omega_0 < \omega_{pol}$ 时存在 E_{sep}^2 和 E_{pol}^1 型均衡; $\omega_0 \geq \omega_{pol}$ 时存在 E_{sep}^2 和 E_{pol}^2 型均衡.

证明. 由命题 1、命题 3 和命题 4, 易证命题成立. □

4.3 议价博弈的序贯均衡

由命题 5 可知, 给定 Ag_1 的任意初始信念 $\omega_0 \in [0, 1]$, 议价博弈中都将存在一种合并均衡和一种分

离均衡. 具体哪一种均衡会得以实现, 取决于议价者 Ag_{2w} 的出价策略. "诚实" 出价策略将导致分离均衡, 而 "伪装" 出价策略将导致合并均衡. 本节将通过分析议价者的出价策略与构造静态出价博弈来确定任意信念点上实现的均衡类型.

引理 1. 当 $\omega_t \geq \omega_{pol}$ 时, 任意奇数期信息集 h_1^t 中若 $r_1^t = Y$, 则有 $p_2^t \in [y^{\omega_t}, \hat{V}_w]$.

证明. 考察 $p_2^t \in [\hat{V}_s, y^{\omega_t}]$ 情形.

首先, $\omega_t \in [\omega_{pol}, 1)$ 时必有 $p_{2w}^t = p_{2s}^t$, 否则根据贝叶斯一致性有 $\omega_t = 1$ 或 $\omega_t = 0$. 若 $r_1^t = Y$, 则 $u_1^t(Y) = (p_2^t, t)$. 若 $r_1^t = N$, 由 E_{pol}^2 型合并均衡分析过程知 $p_1^{t+1} = x^{\omega_t}$ 且有 $u_1^t(N) = \omega_t(x^{\omega_t}, t+1) + (1-\omega_t)(y^{\omega_t}, t+2)$, 易证 $\omega_t(x^{\omega_t}, t+1) + (1-\omega_t)(y^{\omega_t}, t+2) = (y^{\omega_t}, t)$. 即 $u_1^t(N) = (y^{\omega_t}, t)$.

其次, 当 $\omega_t = 1$ 时有 $y^{\omega_t} = \hat{V}_w$. 故 $p_2^t \in [\hat{V}_s, \hat{V}_w)$. $u_1^t(Y) = (p_2^t, t)$ 且 $u_1^t(N) = (V_w, t+1)$.

显然两种情况下都有 $u_1^t(Y) <_1 u_1^t(N)$, 故当 $p_2^t \in [\hat{V}_s, y^{\omega_t})$ 时必有 $r_1^t = N$.

同理考察 $p_2^t \in [y^{\omega_t}, \hat{V}_w]$ 情形.

当 $\omega_t \in [\omega_{pol}, 1)$ 时, 若 $r_1^t = Y$, 则 $u_1^t(Y) = (p_2^t, t)$. 若 $r_1^t = N$, 由 E_{pol}^2 均衡知 $u_1^t(N) = \omega_t(x^{\omega_t}, t+1) + (1-\omega_t)(y^{\omega_t}, t+2)$, 即 $u_1^t(N) = (y^{\omega_t}, t)$. 此时 $u_1^t(Y) \geq_1 u_1^t(N)$;

当 $\omega_t = 1$ 时, 有 $y^{\omega_t} = \hat{V}_w$ 和 $p_2^t = \hat{V}_w$. $u_1^t(Y) = (\hat{V}_w, t)$ 且 $u_1^t(N) = (V_w, t+1)$. 此时 $u_1^t(Y) \sim_1 u_1^t(N)$.

综上所述, 知引理 1 成立. □

定理 1. 初始信念 $\omega_0 \in [0, \omega_{pol})$ 时将实现 E_{pol}^1 型合并均衡.

证明. 证明过程可以分为 $\omega_0 \in [0, \omega_{sep})$ 和 $\omega_0 \in [\omega_{sep}, \omega_{pol})$ 两部分.

首先, 当 $\omega_0 \in [0, \omega_{sep})$ 时议价博弈存在 E_{sep}^1 和 E_{pol}^1 两种序贯均衡. 其中议价者 Ag_{2s} 仅有一种出价策略 $p_{2s}^0 = \hat{V}_s$; Ag_{2w} 则有两种出价策略, 即 "诚实" 策略 $p_{2w}^0 = \hat{V}_w$ 和 "伪装" 策略 $p_{2w}^0 = p_{2s}^0$. 前者导致 E_{sep}^1 型分离均衡且 $u_{2w}(E_{sep}^1) = (\hat{V}_w, 0)$; 后者导致 E_{pol}^1 型合并均衡且 $u_{2w}(E_{pol}^1) = (\hat{V}_s, 0)$. 显然对议价者 Ag_{2w} 来说有 $u_{2w}(E_{sep}^1) <_w u_{2w}(E_{pol}^1)$. 故此时 Ag_{2w} 必然选择 "伪装" 策略, 从而实现 E_{pol}^1 型合并均衡.

其次, $\omega \in [\omega_{sep}, \omega_{pol})$ 时存在 E_{sep}^2 和 E_{pol}^1 两种序贯均衡. 同理可知此时将实现 E_{pol}^1 型合并均衡. □

定理 1 的直观意义非常明显: 当 Ag_1 认为 Ag_2 很可能是 Ag_{2s} 从而接受出价 $\hat{V}_s$ 时, 对于 Ag_{2w} 来说, 伪装为 Ag_{2s} 并出价 $\hat{V}_s$ 总是有利可图.

定理 2. 初始信念 $\omega_0 \in [\omega_{pol}, 1]$ 时将实现 E_{pol}^2 型合并均衡.

证明. 当 $\omega_0 \in [\omega_{pol}, 1]$ 时议价博弈存在 E_{sep}^2 和 E_{pol}^2 型序贯均衡. 其中议价者 Ag_{2s} 有两种出价策略 $p_{2s}^0 = \hat{V}_s$ 和 $p_{2s}^0 = y^{\omega_0}$; Ag_{2w} 仍然可以选择 "诚实" 策略 $p_{2w}^0 = \hat{V}_w$ 和 "伪装" 策略 $p_{2w}^0 = p_{2s}^0$. 我们可以构造一个 Ag_{2w} 和 Ag_{2s} 进行的静态出价博弈, 该博弈存在于 Ag_1 的决策过程中. 换句话说, 虽然实际议价过程中 Ag_2 必为两种类型之一, 但在 Ag_1 的决策过程中两种类型的议价者却是共存的, 此时 Ag_1 将认为其观察到的 Ag_2 的出价遵循静态出价博弈的纳什均衡. 构造静态出价博弈如表 1 所示, 各博弈方的支付根据命题 1、命题 3 和引理 1 得到.

表 1 静态出价博弈的支付矩阵

Table 1 The payoff matrix of the static offer game

	2_s	
2_w	$p_{2s}^0 = \hat{V}_s$	$p_{2s}^0 = y^{\omega_0}$
$p_{2w}^0 = \hat{V}_w$	$(\hat{V}_w, 0)(y^{\omega_0}, 2)$	$(\hat{V}_w, 0)(y^{\omega_0}, 0)$
$p_{2w}^0 = P_{2s}^0$	$(x^{\omega_0}, 1)(y^{\omega_0}, 2)$	$(y^{\omega_0}, 0)(y^{\omega_0}, 0)$

考察策略组合 $(p_{2w}^0 = \hat{V}_w, p_{2s}^0 = \hat{V}_s)$. 若 Ag_1 观察到 $p_2^0 = \hat{V}_w$, 则 Ag_1 显然将立即接受, 因为 $\hat{V}_w$ 是 Ag_1 能够得到的最高出价. 此时议价结局为 $(\hat{V}_w, 0)$; 若 Ag_1 观察到 $p_2^0 = \hat{V}_s$, 由于 $\omega_t \geq \omega_{pol}$, 根据引理 1 结论可知 $r_1^0 = N$, $p_1^1 = x^{\omega_0}$, $r_{2s}^1 = N$, $p_{2s}^2 = y^{\omega_0}$ 和 $r_1^2 = Y$. 此时议价结局为 $(y^{\omega_0}, 2)$. 其他策略组合支付的正确性可以类似检验.

易证无论 $(\hat{V}_w, 0) \geq_w (x^{\omega_0}, 1)$ 还是 $(\hat{V}_w, 0) <_w (x^{\omega_0}, 1)$, 该静态出价博弈仅有唯一的纳什均衡结局 $\langle (y^{\omega_0}, 0), (y^{\omega_0}, 0) \rangle$. 该结局恰好对应 E_{pol}^2 型合并均衡. 由此可知定理 2 成立. □

定理 1 和定理 2 的结论说明在议价博弈中, 给定任何初始信念 $\omega_0 \in [0, 1]$, 弱类型议价者 Ag_{2w} 总是有动机选择 "伪装" 策略, 从而导致议价博弈唯一地实现命题 1 所给出的合并均衡.

5 基于协同演化的计算实验分析

本节将设计单边双类型不完全信息议价实验场景, 并基于协同演化方法实现议价博弈的计算实验, 以定量地验证议价博弈的序贯均衡.

5.1 实验方法

计算实验是计算仿真随着计算技术和分析方法的进一步发展而必须迈上的一个更高的台阶, 是弥补很难甚至无法对复杂系统进行实验之不足的一种有效手段, 也是分析复杂行为和评估各种决策效果的一种可行方式[18]. 计算实验方法非常适合用于复杂社会与经济系统的政策仿真与目标评估, 并已经

成功应用于城市交通[18]、应急安全[19]、人口预测[20]等领域.

本文研究工作将是计算实验方法在经济学和博弈论领域的应用案例. 针对单边双类型不完全信息议价场景, 本文将采用基于协同演化的计算实验方法. 针对给定议价博弈机制、该方法的优势在于能够自适应地通过迭代演化优化获得议价的均衡解, 从而实现议价场景及其均衡的量化分析与评估. 具体说来, 协同演化是借鉴生态学种群协同理论发展起来的多种群演化优化方法, 能够模拟多个子系统局部相互作用的复杂系统的自适应演化过程, 因而特别适用于博弈场景计算实验及其均衡策略优化[21−23].

基于协同演化的计算实验需要对不完全信息议价博弈场景进行编码, 编码机制为: 首先, 根据议价协议抽取议价者 Ag_1 和 Ag_2 的策略空间并编码为彼此独立的策略种群 Pop_1 和 Pop_2. 由于议价者 Ag_1 认为 Ag_2 分别以 ω_t 和 $1-\omega_t$ 的概率为弱类型 Ag_{2w} 和强类型 Ag_{2s}, 因此 Pop_2 将被编码为两个独立的子种群 Pop_{2w} 和 Pop_{2s}, 分别对应两种类型的议价者且占整个种群规模的比例分别为 ω_t 和 $1-\omega_t$, 如图 2 所示. 议价协议编码为策略种群的交互协议. 其次, 种群 Pop_i 中的每个策略染色体代表一种可行策略 σ_i; 其中每一期议价编码为染色体的一个基因位. 议价者在每一期的动作 (出价 p_i^t 或反应 r_i^t) 编码为基因位上的基因; 为实现量化计算实验, 引入出价接受阈值集合 $\tau=\{\tau_i^t\in[0,1]:i\in\mathcal{N},t\in T\}$ 来代替定性的反应动作集 R, 其中 $p_1^t+\tau_2^t\leq 1\Rightarrow r_2^t=Y$ 和 $p_2^t+\tau_1^t\leq 1\Rightarrow r_1^t=Y$. 最后, 议价者采用特定议价策略获得的支付编码为该策略的适应度.

如图 2 所示, 协同演化过程始于特定的初始策略种群, 通过种群间的策略交互和耦合适应度的关联逐代演化, 并通过选择、交叉和变异等遗传操作逐步改进策略染色体的适应度、实现策略空间上的搜索寻优, 最终自适应地生成两个议价者的均衡出价策略.

5.2　实验场景

本文所研究的议价博弈的主要参数为议价者的贴现因子 δ_1、δ_w 和 δ_s, 以及议价者 Ag_1 的初始信念 ω_0. 由于本文理论分析所获得的合并均衡针对所有符合第 2 节所述议价场景的参数都具有普适性, 因而不失一般性, 这里就任意选择的一组议价博弈参数进行协同演化计算实验. 议价参数的设置如表 2 所示. 需要说明的是, 由于策略染色体只能包含有限个基因位, 无法实现无限期议价博弈的协同演化策略编码, 所以这里近似地采用较大的议价期数 $T=100$.

表 2　计算实验场景的参数设置

Table 2　The parameters of the computational experiments

贴现因子	初始信念	议价期数
$\delta_1=0.6$, $\delta_w=0.2$, $\delta_s=0.8$	$\omega=0.6$	$T=100$

由议价博弈的序贯均衡分析可知, 该实验场景的临界信念点为 $\omega_{pol}=0.3478$ (可由式 (5) 计算). 显然, 因为初始信念 $\omega_0\geq\omega_{pol}$, 所以议价博弈的序贯均衡策略组合必然为命题 1 给出的 E_{pol}^2 型合并均衡, 即:

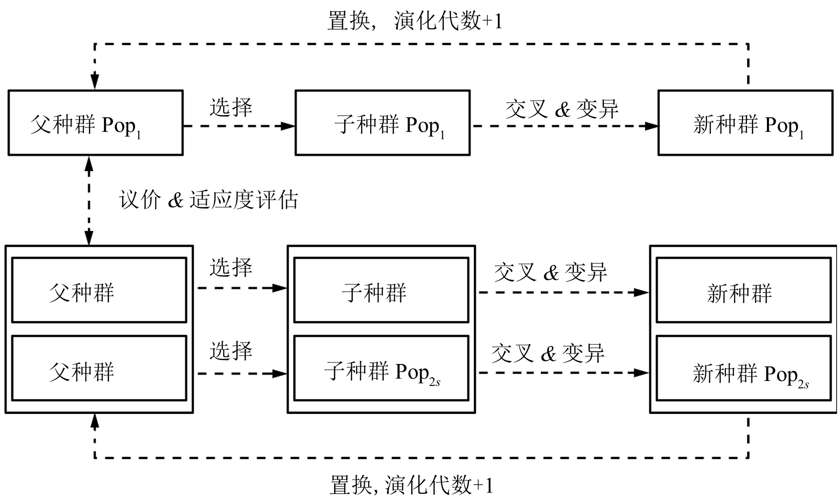


图 2　策略种群的协同演化过程

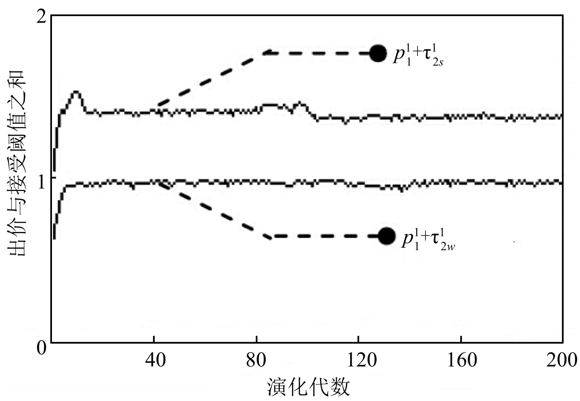
Fig. 2　The co-evolution process of strategy populations

1) 议价博弈 Γ_1^I 中, 议价者 Ag_1 首回合出价 $p_1^1 = 0.8735$, 如果对手为弱类型议价者 Ag_{2w}, 则 Ag_{2w} 接受出价 p_1^1; 如果对手为强类型议价者 Ag_{2s}, 则 Ag_{2s} 拒绝出价 p_1^1 并出价 $p_{2s}^2 = 0.3673$, 议价者 Ag_1 接受出价 p_{2s}^2;

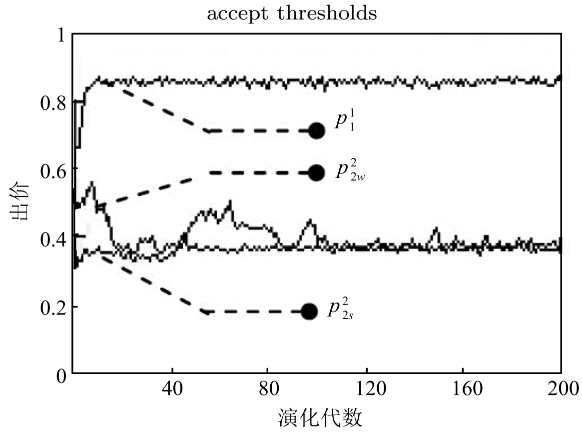
2) 议价博弈 Γ_2^I 中, 议价者 Ag_2 出价 $p_{2w}^2 = p_{2s}^2 = 0.3673$, 议价者 Ag_1 接受出价 p_{2w}^2 或 p_{2s}^2.

5.3 实验结果

为量化验证议价博弈的序贯均衡, 我们模拟了议价者 Ag_1 和 Ag_2 的策略种群的 2 000 代协同演化过程, 实验结果如图 3 所示, 其中的曲线分别表示议价者策略种群中的出价或者出价与接收阈值之和的平均值.



(a) 出价与接收阈值之和的收敛曲线
(a) The convergence of the sum of offers and accept thresholds



(b) 出价的收敛曲线
(b) The convergence of offers

图 3 协同演化仿真实验结果
Fig. 3 The results of the co-evolution-based computational experiments

首先, 由图 3 (a) 可知, 首回合议价者 Ag_1 的出价 p_1^1 与弱类型议价者 Ag_{2w} 的接受阈值 τ_{2w}^1 之和在协同演化过程中逐渐收敛到 1. 这说明议价者 Ag_{2w} 必然会接受议价者 Ag_1 的出价 p_1^1 (因为 $p_1^1 + \tau_{2w}^1 \le 1$); 与此相反, $p_1^1 + \tau_{2s}^1$ 则明显大于 1. 这说明议价者 Ag_{2s} 必然拒绝议价者 Ag_1 的出价 p_1^1, 这与 E_{pol}^2 型合并均衡的结论一致.

其次, 由图 3 (b) 可知, 议价者 Ag_1 的首回合出价逐渐收敛于 $p_1^1 = 0.8735$; 另一方面, 议价者 Ag_{2s} 和 Ag_{2w} 在第二回合的出价 p_{2w}^2 和 p_{2s}^2 的收敛曲线在协同演化过程中逐渐地重合并收敛于 $p_{2w}^2 = p_{2s}^2 = 0.3673$, 并且是出价 p_{2w}^2 逐渐逼近出价 p_{2s}^2, 这验证了定理 2 中弱类型议价者 Ag_{2w} 将采取伪装策略并出价 $p_{2w}^2 = p_{2s}^2$ 的结论.

6 研究结论的实践意义探析

本节将探讨上述研究结论在实践中的指导意义.

首先, 从议价效率来讲, 此类单边双类型不完全信息议价博弈的序贯均衡能够达到较高的效率, 议价双方最迟在第二回合达成一致协议. 同时, 本文研究发现议价博弈的序贯均衡隐含着反直觉的结论: 通常认为 “弱类型议价者 Ag_{2w} 是否会伪装为强类型议价者 Ag_{2s}” 是此类议价博弈中不确定性的根源. 然而本文研究表明: Ag_{2w} 的议价策略是确定性的, 即总是选择伪装策略. 议价博弈不确定性的真正根源在于议价者 Ag_1 的信念, 即 Ag_1 是否以较大的概率认为议价对手是强类型议价者. 由于 Ag_1 的初始信念独立于议价博弈过程, 所以议价之前的信息交流和类型甄别过程 (而不是议价博弈本身) 将对单边双类型不完全信息议价结果起到决定性的影响.

其次, 从议价策略角度来讲, 弱类型议价者 Ag_{2w} 具有明显的议价优势, 能够通过伪装策略迷惑 Ag_1 并获得比完全信息情况下更多的收益; 反之, 强类型议价者 Ag_{2s} 则具有一定的劣势, 并会在 Ag_1 错认自己为弱类型时损失收益. 因此, 在单边双类型不完全信息议价博弈中, 弱类型和强类型议价者都应在议价前的信息交流中尽可能地使得 Ag_1 以较大的概率认为自己是强类型. 对于议价者 Ag_1 来说, 由于议价过程中对手总是采用强类型议价者的出价策略, 所以其决策的关键并不在于议价过程中的策略交互, 而是在于是否能够在议价之前准确地甄别议价对手的类型. 同时, 如果 Ag_1 以较大的概率认为对手是弱类型议价者 ($\omega_0 \ge \omega_{pol}$), 本文也分析确定了 Ag_1 用以甄别对手类型的最优信号 x^{ω_0}.

最后, 从市场角度来讲, 因为单边双类型不完全信息议价博弈将有利于弱类型议价者, 所以存在这种议价博弈的市场中将会出现弱类型议价者逐渐驱逐强类型议价者的 “逆向选择” 效应. 强类型议价者将会逐渐退出市场, 而市场中最终将充斥着弱类型议价者、以及由其伪装策略所带来的欺诈性议价行为; 进而, 由于市场交易大多在第二回合达成协议, 市场效率将会下降、议价者 (特别是 Ag_1) 将会损失

收益. 因此, 为维护市场的健康发展和持续盈利性, 市场管理者应通过鼓励议价者在议价之前进行充分地信息交流或者辅助甄别议价者的类型等手段, 尽量消除由于信息不完全所导致的不确定性和低效率, 并避免单边双类型不完全信息议价博弈带来的逆向选择效应.

7　结论与展望

本文研究了一类带有时间偏好的单边双类型不完全信息轮流出价议价模型, 运用单阶段偏离法则分析了议价博弈的合并均衡与分离均衡, 并证明了议价博弈将唯一地实现合并均衡. 在理论分析的基础上, 本文运用协同演化方法设计计算实验, 通过议价博弈过程的协同演化实验验证了议价博弈的序贯均衡. 本文议价博弈分析中值得进一步深入探讨的问题包括议价博弈模型的混合策略序贯均衡以及当自然选择的类型概率分布向量 π 不是共同知识时的议价均衡等.

References

1 Rubinstein A. Perfect equilibrium in a bargaining model. *Econometrica*, 1982, **50**(1): 97−109

2 Rubinstein A. A bargaining model with incomplete information about time preferences. *Econometrica*, 1985, **53**(5): 1151−1172

3 Li Jun-Lin, Li Tian-You. Bargaining theory and the recent development. *Economic Theory and Business Management*, 2005, (3): 63−67
(李军林, 李天有. 讨价还价理论及其最近的发展. 经济理论与经济管理, 2005, (3): 63−67)

4 Cramton P C. Strategic delay in bargaining with two-sided uncertainty. *The Review of Economic Studies*, 1992, **59**(1): 205−225

5 Schweinzer P. Sequential bargaining with common values. *Journal of Mathematical Economics*, 2010, **46**(1): 109−121

6 Li D Z. Multiplicity of equilibrium payoffs in three-player baron-ferejohn model. *Economics Bulletin*, 2014, **34**(2): 1122−1132

7 Wang Kan-Liang, Wang Song. Dynamic game of asymmetry information bargaining with tri-stages bargaining as example. *Systems Engineering-Theory and Practice*, 2010, **30**(9): 1636−1642
(王刊良, 王嵩. 非对称信息下讨价还价的动态博弈: 以三阶段讨价还价为例. 系统工程理论与实践, 2010, **30**(9): 1636−1642)

8 Karni E, Shmuel Z. A model of bargaining with incomplete information [Online], available: http://www.econ.hku.hk/workshop/2007/Kz101007.pdf, September 1, 2015

9 Akin Z. Imperfect information processing in sequential bargaining games with present biased preferences. *Journal of Economic Psychology*, 2009, **30**(4): 642−650

10 Bo A, Gatti N, Lesser V. Bilateral bargaining with one-sided two-type uncertainty. In: Proceedings of the 2009 IEEE/WIC/ACM International Joint Conferences on Web Intelligence and Intelligent Agent Technology. Milan, Italy: IET, 2009. 403−410

11 Sánchez-Anguix V, Valero S, Julián V, Botti V, García-Fornes A. Genetic-aided multi-issue bilateral bargaining for complex utility functions. In: Proceedings of the 9th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems. Toronto, Canada, 2010. 1601−1602

12 Fatima S S, Wooldridge M, Jennings N R. Bargaining with incomplete information. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 2005, **44**(3): 207−232

13 Du Yi-Fei, Li Shi-Ming, Lin Guang-Ping. Bargaining process and equilibrium of profit-maximizing for supply chain. *Chinese Journal of Management Science*, 2006, **14**(1): 37−42
(杜义飞, 李仕明, 林光平. 讨价还价过程与供应链的利润最大化均衡. 中国管理科学, 2006, **14**(1): 37−42)

14 Xiang Gang-Hua, Wang Yong-Xian. A bargaining model of mutual deterrence with incomplete information. *Operations Research and Management Science*, 2008, **17**(6): 16−19
(向钢华, 王永县. 一种不完全信息相互威慑讨价还价模型. 运筹与管理, 2008, **17**(6): 16−19)

15 Osborne M J, Rubinstein A. *Bargaining and Markets*. San Diego, California: Academic Press Inc., 1990.

16 Rubinstein A. Choice of conjectures in a bargaining game with incomplete information. *Game-theoretic Models of Bargaining*. Cambridge: Cambridge University Press, 1985. 99−114

17 Kreps D M, Wilson R. Sequential equilibria. *Econometrica*, 1982, **50**(4): 863−894

18 Wang Fei-Yue. Computational experiments for behavior analysis and decision evaluation of complex systems. *Journal of System Simulation*, 2004, **16**(5): 893−897
(王飞跃. 计算实验方法与复杂系统行为分析和决策评估. 系统仿真学报, 2004, **16**(5): 893−897)

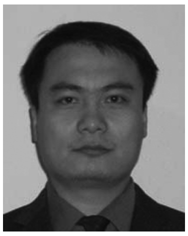
19 Wang Fei-Yue, Qiu Xiao-Gang, Zeng Da-Jun, Cao Zhi-Dong, Fan Zong-Chen. A computational experimental platform for emergency response based on parallel systems. *Complex Systems and Complexity Science*, 2010, **7**(4): 1−10
(王飞跃, 邱晓刚, 曾大军, 曹志冬, 樊宗臣. 基于平行系统的非常规突发事件计算实验平台研究. 复杂系统与复杂性科学, 2010, **7**(4): 1−10)

20 Wang Fei-Yue, Jiang Zheng-Hua, Dai Ru-Wei. Population studies and artificial societies: a discussion of artificial population systems and their applications. *Complex Systems and Complexity Science*, 2005, **2**(1): 1−9
(王飞跃, 蒋正华, 戴汝为. 人口问题与人工社会方法: 人工人口系统的设想与应用. 复杂系统与复杂性科学, 2005, **2**(1): 1−9)

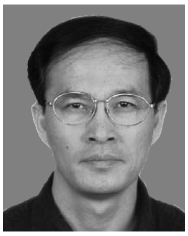
21 Jiao Li-Cheng, Liu Jing, Zhong Wei-Cai. *Coevoutionary Computation and Multi-agent Systems*. Beijing: Science Press, 2006.
(焦李成, 刘静, 钟伟才. 协同进化计算与多智能体系统. 北京: 科学出版社, 2006.)

22 Wang Fei-Yue. Artificial societies, computational experiments, and parallel systems: a discussion on computational theory of complex social-economic systems. *Complex Systems and Complexity Science*, 2004, **1**(4): 25−35
(王飞跃. 人工社会、计算实验、平行系统 — 关于复杂社会经济系统计算研究的讨论. 复杂系统与复杂性科学, 2004, **1**(4): 25−35)

23 Wang Fei-Yue, Wang Xiao, Yuan Yong, Wang Tao, Lin Yi-Lun. Social computing and computational societies: the foundation and consequence of smart societies. *Chinese Science Bulletin*, 2015, **60**(5−6): 460−469
(王飞跃, 王晓, 袁勇, 王涛, 林懿伦. 社会计算与计算社会: 智慧社会的基础与必然. 科学通报, 2015, **60**(5−6): 460−469)



袁 勇 中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室副研究员. 2008 年于山东科技大学获得计算机软件与理论专业博士学位. 主要研究方向为商务智能与计算广告学. 本文通信作者. E-mail: yong.yuan@ia.ac.cn
(**YUAN Yong** Associate professor at the State Key Laboratory of Management and Control for Complex Systems, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. He received his Ph. D. degree in computer software and theory from Shandong University of Science and Technology in 2008. His research interest covers business intelligence and computational advertising. Corresponding author of this paper.)



王飞跃 中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室研究员, 国防科技大学军事计算实验与平行系统技术中心教授. 主要研究方向为智能系统和复杂系统的建模, 分析与控制.
E-mail: feiyue.wang@ia.ac.cn
(**WANG Fei-Yue** Professor at the State Key Laboratory of Management and Control for Complex Systems, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. He is also a professor at the Research Center of Military Computational Experiments and Parallel System, National University of Defense Technology. His research interest covers modeling, analysis, and control of intelligent systems and complex systems.)