

受有线无线异构网络诱导延时和数据丢包约束的 分布式网络化 H_2/H_∞ 滤波研究

杜大军^{1,2} 漆波¹ 费敏锐¹

摘要 针对分布式有线无线异构网络化滤波系统中部署在不同地理空间的多传感器通过无线网络与每个局部融合中心通信, 然后测量数据被传到网关并进行协议转换后通过有线网络传输到对应的分布式滤波器, 会导致数据传输出现分布式有线无线网络诱导延时和数据丢包, 使得 H_2/H_∞ 滤波更加困难的问题, 本文首先采用有向图描述分布式传感器节点的通信拓扑, 然后运用 Markov 链和伯努利分布分别刻画分布式有线无线网络诱导延时和数据丢包特性, 进而建立了融合分布式滤波器参数、有线无线异构网络通信约束的普适滤波误差动态系统综合模型. 理论上证明了在分布式有线无线异构网络通信约束下所设计的滤波器使得滤波误差动态系统随机稳定且满足给定的 H_2/H_∞ 性能指标, 并建立了系统随机稳定性、分布式滤波器参数及最长有线无线网络诱导延时和数据丢包之间的关系. 最后, 仿真实例验证了本文所提方法是可行且有效.

关键词 有线无线异构网络, 网络诱导延时, 数据丢包, 分布式 H_2/H_∞ 滤波, 随机稳定

引用格式 杜大军, 漆波, 费敏锐. 受有线无线异构网络诱导延时和数据丢包约束的分布式网络化 H_2/H_∞ 滤波研究. 自动化学报, 2016, 42(2): 213–225

DOI 10.16383/j.aas.2016.c150465

Distributed H_2/H_∞ Filtering for Hybrid Wired-wireless Networked Systems with Network-induced Delays and Packet Losses Constraints

DU Da-Jun^{1,2} QI Bo¹ FEI Min-Rui¹

Abstract In distributed hybrid wired-wireless networked filtering systems, distributed sensors communicate with local fusion centers through the wireless network. The measured signals from sensors are then transmitted to gateways where they are converted to the corresponding wired network format, which are further transmitted to the filters through the wired network. This might suffer from distributed network-induced delays and packet losses of hybrid wired-wireless networks, making H_2/H_∞ filtering more difficult. To solve these problems, directed graph is firstly used to describe the communication topology of distributed sensor nodes, and different Markov chains and Bernoulli processes are employed to describe the characters of distributed network-induced delays and packet losses of hybrid wired-wireless networks, respectively. A general filtering error dynamic system model containing distributed filtering parameters and communication constraints of hybrid wired-wireless networks is then proposed. The designed filters enable the filtering error dynamic system to be stochastically stable and to achieve a prescribed H_2/H_∞ performance, and the relationships among the stochastic stability criteria, distributed filter parameters, maximum network-induced delays and packet losses of hybrid wired-wireless networks are further established. Finally, simulation results confirm the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words Hybrid wired-wireless networks, network-induced delays, packet losses, distributed H_2/H_∞ filtering, stochastic stability

Citation Du Da-Jun, Qi Bo, Fei Min-Rui. Distributed H_2/H_∞ filtering for hybrid wired-wireless networked systems with network-induced delays and packet losses constraints. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(2): 213–225

收稿日期 2015-07-20 录用日期 2015-10-23

Manuscript received July 20, 2015; accepted October 23, 2015
国家自然科学基金 (61473182, 61533010), 国家重大科学仪器设备
开发专项课题 (2012YQ15008703), 上海市科委项目 (14JC1402200,
15JC1401900, 15220710400) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China
(61473182, 61533010), National Key Scientific Instrument and
Equipment Development Project (2012YQ15008703), and Sci-
ence and Technology Commission of Shanghai Municipality
(14JC1402200, 15JC1401900, 15220710400)

本文责任编辑 高会军

Recommended by Associate Editor GAO Hui-Jun

1. 上海大学机电工程与自动化学院上海市电站自动化技术重点实验

随着计算机、通信、自动控制和仪器仪表等技
术的发展和相互渗透, 传感器、控制器以及执行器通
过网络形成闭环构成网络化控制系统 (Networked
control systems, NCSs)^[1–7].

室 上海 200072 2. 系统控制与信息处理教育部重点实验室 上海
200240

1. Shanghai Key Laboratory of Power Station Automation
Technology, School of Mechatronics Engineering and Automa-
tion, Shanghai University, Shanghai 200072 2. Key Labora-
tory of System Control and Information Processing, Ministry of
Education, Shanghai 200240

由于低成本、高灵活性及易安装等诸多优点, NCSs 已逐步应用于冶金、电站等领域^[8-10]. 然而, 由于网络带宽有限且大量的智能传感设备共享这个带宽, 造成数据包在传输过程中出现网络诱导延时和数据丢包等网络通信约束^[11], 同时 NCSs 中存在噪声干扰, 这必将降低系统性能甚至造成系统不稳定^[12-14]. 因此, 考虑受网络通信约束的滤波研究已经成为 NCSs 的基本问题之一^[15].

目前, 关于网络化滤波研究可分为集中式滤波和分布式滤波^[16]. 集中式网络化滤波主要在单种网络环境下开展研究. 如文献 [17-19] 研究了受网络诱导延时约束的滤波误差系统稳定性. 文献 [20-22] 研究了考虑数据丢包的滤波误差系统稳定性. 文献 [23] 研究了受介质访问受限约束的一类 Kalman 融合估计问题. 然而, 随着网络规模不断扩大和网络结构更加复杂, 集中式滤波方法已经无法满足要求. 为此, 国内外学者提出分布式网络化滤波方法.

在分布式网络化滤波系统的研究中, 已有成果主要集中在单种网络环境下开展分布式网络化滤波研究. 然而, 针对不同类型噪声, 分布式滤波方法可分为两种: 1) 针对 Guass 噪声的分布式网络化 Kalman 滤波, 主要根据最小均方误差准则进行最优滤波器设计^[24-26], 如文献 [27] 研究了受数据丢包约束的分布式网络化 Kalman 滤波器设计问题. 2) 针对非 Guass 噪声的分布式网络化 H_2/H_∞ 滤波, 主要基于 Wilson 提出的 H_2/H_∞ 性能准则设计滤波器^[28-30], 如文献 [31-32] 考虑网络诱导延时研究了分布式 H_∞ 滤波器设计方法; 文献 [33-34] 考虑数据丢包研究了分布式 H_∞ 滤波器设计方法. 然而, 以上工作主要在单种网络环境下仅仅考虑网络诱导延时或数据丢包进行分布式滤波研究, 但同时考虑受网络诱导延时和数据丢包约束的分布式滤波研究逐步吸引学者的关注^[35].

工业现场目前主要应用基于有线网络的控制系统, 但由于现场环境的复杂性, 单一的有线网络很难或者不能完全满足实际工业要求, 有线和无线相融合的异构网络化系统为此提供了解决途径, 已经在物联网、智能电网和智能工厂中应用, 并引起广大科研工作者和工程技术人员关注. 如文献 [36-39] 研究了有线无线异构网络集成、实时性能等问题. 然而, 与传统的单种网络化系统相比, 有线无线异构网络化系统具有以下新特征^[40]: 1) 无线和有线网络具有不同的网络协议 (其带宽及传输模式等不同) 使得每种网络的通信约束不同; 2) 无线传感器分布在不同的地理空间使得同一时刻在每个无线通道中传输的信号所受的网络通信约束不尽相同; 3) 有线无线异构网络环境动态变化使得在不同时刻传输的信号所受的网络通信约束也不尽相同. 现有的单种网络

化分布式滤波方法已不再适用于有线无线异构网络化系统, 因此必须研究受有线无线异构网络通信约束的分布式 H_2/H_∞ 滤波.

本文在前期研究的受有线无线异构网络诱导延时约束的集中式 H_2/H_∞ 滤波基础上^[41], 从分布式滤波角度深入研究受有线无线异构网络诱导延时和数据丢包约束的分布式网络化 H_2/H_∞ 滤波问题, 主要理论贡献包括: 1) 采用 Markov 链和伯努利分布分别描述分布式有线无线网络诱导延时和数据丢包特性, 建立了融合分布式滤波器参数、有线无线异构网络通信约束的普适滤波误差动态系统综合模型; 2) 证明了在分布式有线无线异构网络通信约束下所设计的滤波器使得滤波误差动态系统随机稳定且满足给定的 H_2/H_∞ 性能指标, 并建立了滤波误差系统随机稳定性、分布式滤波器参数及最长有线无线异构网络诱导延时和数据丢包之间的关系.

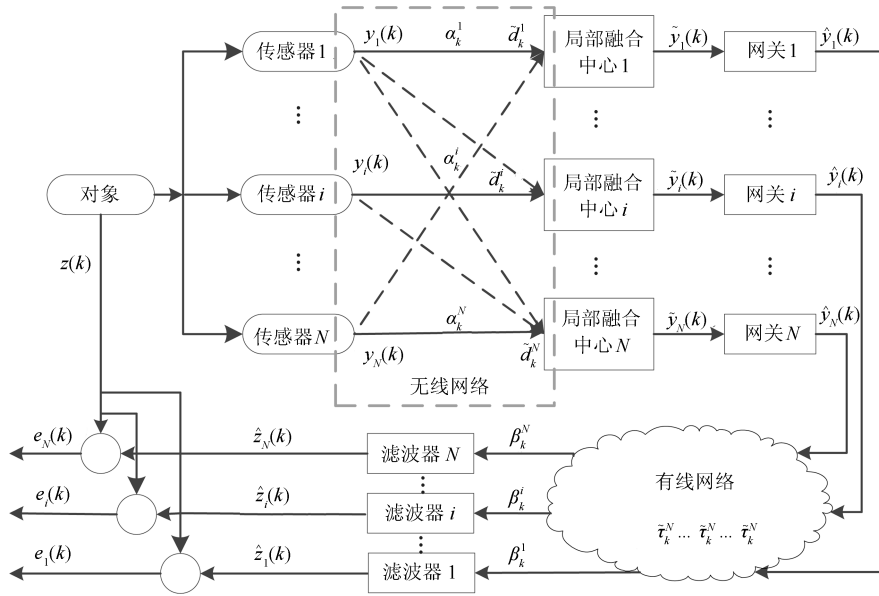
1 问题描述

1.1 分布式有线无线异构网络特性分析

分布在不同地理空间的传感器和滤波器通过有线无线异构网络进行通信, 构成了分布式 H_2/H_∞ 滤波系统, 如图 1 所示. N 个无线传感器构成无线网络, 在每个采样时刻如在第 k 个采样时刻, 传感器的测量信号为: $\{y_1(k), \dots, y_i(k), \dots, y_N(k)\}$, 然后传感器通过无线网络将测量信号传输到局部融合中心并进行加权融合, 即: $\{\tilde{y}_1(k), \dots, \tilde{y}_i(k), \dots, \tilde{y}_N(k)\}$, 进一步被传输到对应的网关, 通过协议转换将无线网络数据格式的的信号转换成相应的有线网络数据格式的的信号, 即: $\{\hat{y}_1(k), \dots, \hat{y}_i(k), \dots, \hat{y}_N(k)\}$, $i = 1, 2, \dots, N$, 最后分别通过有线网络传输到对应的滤波器, 由于有线网络是一条物理通道, 故它们可以看作是通过 N 个虚拟通道传输到对应的 N 个滤波器. 传感器采用时间驱动且采样周期均为 T .

为了描述无线网络通信拓扑特征, 本文采用有向图 $G = (v, E, W)$ 来刻画传感器到局部融合中心的分布式无线通信拓扑特征, 其中 $v = \{1, 2, \dots, N\}$ 为节点集, 可表示传感器节点或局部融合中心节点; $E \subseteq v \times v$ 为边集, $(i, j) \in E$ 表示传感器 i 和局部融合中心 j 进行通信, $i, j \in v$; $W = [w_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 为邻接加权矩阵, 并且与边相连的邻接元素 w_{ij} 是一个正数, 即: $w_{ij} > 0 \Leftrightarrow (i, j) \in E$; 否则, $w_{ij} = 0$. 局部融合中心 j 的邻居集定义为 $N_j = \{i \in v : (i, j) \in E\}$.

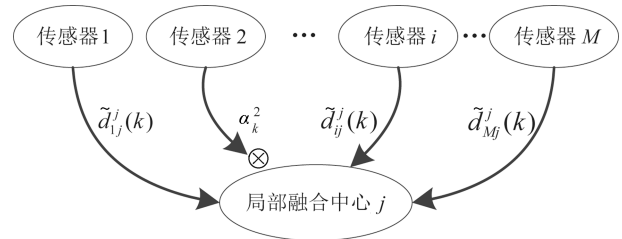
在图 1 中, 信号在无线和有线网络中传输均会出现网络诱导延时和数据丢包. 在无线网络中, 由于传感器和局部融合中心分别被部署在不同的地理空间, 每个局部融合中心与它相邻的 M ($M \leq N$) 个

图1 分布式有线无线异构网络化 H_2/H_∞ 滤波示意图Fig.1 Distributed H_2/H_∞ filtering for hybrid wired-wireless networked systems

传感器通过无线网络通信, 这将产生 M 个无线传输通道且每个通道均出现网络诱导延时和数据丢包, 故导致整个无线网络中的网络诱导延时和数据丢包呈现分布式特性. 例如第 j 个局部融合中心与它邻域的 M 个传感器通过无线网络通信, 如图 2 所示 (“ $\otimes$ ” 表示网络数据丢包), 在第 k 个采样时刻每个通道会出现网络诱导延时 $\tilde{d}_{ij}^j(k)$ 或数据丢包 α_k^i , $i \in N_j$. 对于网络诱导延时, 由于无线传感器分布在不同的地理空间, 使得在第 k 个采样时刻每个无线通道中传输的信号所受的网络诱导延时不尽相同, 即 $\tilde{d}_{1j}^j(k) \neq \tilde{d}_{2j}^j(k) = \dots = \tilde{d}_{ij}^j(k) \neq \dots \neq \tilde{d}_{Mj}^j(k)$. 本文采用最大网络诱导延时策略^[32], 则第 j 个局部融合中心与它的邻域 M 个传感器之间, 每个无线传输通道中的网络诱导延时均设为它们之中的最大值 (简称为第 j 个局部融合中心的网络诱导延时), 即 $\tilde{d}_k^j = \max \{ \tilde{d}_{ij}^j(k), i \in N_j \}$, 因此在第 k 个采样时刻, 对于所有 N 个局部融合中心的网络诱导延时分别为 $\tilde{d}_k = [\tilde{d}_k^1, \dots, \tilde{d}_k^j, \dots, \tilde{d}_k^N]$, 且每个局部融合中心的网络诱导延时在同一时刻不尽相同, 即: $\tilde{d}_k^i = \tilde{d}_k^j$ 或 $\tilde{d}_k^i \neq \tilde{d}_k^j$, $i, j \in v$. 对于数据丢包, 在第 k 个采样时刻, 当第 i 个无线传感器发送的信号丢失时, 在本文中则认为与它通信的所有局部融合中心均未收到信号, 故它与所有局部融合中心之间无线通道中传输的信号所受数据丢包特性相同, 即均为 α_k^i 且等于 0, 表示数据丢包; 否则, 为 1 表示数据包成功传输.

注 1. 对于每个局部融合中心, 以上分析采用最大网络诱导延时策略, 如第 j 个局部融合中心设

置一个缓冲区保存其邻域中每个传感器的测量数据, 当邻域中所有传感器的测量信号到达, 立即运用 $\tilde{d}_k^j = \max \{ \tilde{d}_{ij}^j(k), i \in N_j \}$ 计算最大网络诱导延时. 然而, 在最大网络诱导延期内, 有的传感器多个测量信号到达, 则采用最新数据包^[31-32]. 为了进一步解释, 以第 j 个局部融合中心为例如图 3 所示, 若相邻的 M 个传感器到第 j 个局部融合中心的最大网络诱导延时为 3, 则根据最新数据包策略, 采用传感器 1 的测量信号为 $(k+1)$ 时刻的值, 也即在这个最大网络诱导延期内 k 和 $(k+1)$ 时刻的测量值中选最新的数据包, 即 $(k+1)$ 时刻值.

图2 传感器到局部融合中心 j 的通信拓扑示意图Fig.2 Communication topology from sensors to local fusion center j

在有线网络中, 在第 k 个采样时刻, 网关与相应的滤波器通过有线网络通信也会出现网络诱导延时 $\tilde{\tau}_k^i$, $i \in v$ 和数据丢包 β_k^j , $j \in v$. 由于有线网络是一条物理通道, 在同一时刻, N 个虚拟通道的网络诱导延时相同, 即: 在同一时刻, N 个有线通道所受的网络诱导延时相同^[41], 即: $\tilde{\tau}_k = \tilde{\tau}_k^1 = \dots = \tilde{\tau}_k^i = \dots = \tilde{\tau}_k^N$. 同理, 信号

在有线网络中传输所受数据丢包特性也相同, 即: $\beta_k = \beta_k^1 = \dots = \beta_k^i = \dots = \beta_k^N$, 且 β_k^i ($i \in v$) 等于 0, 表示数据丢包; 否则, 为 1 表示数据包成功传输。

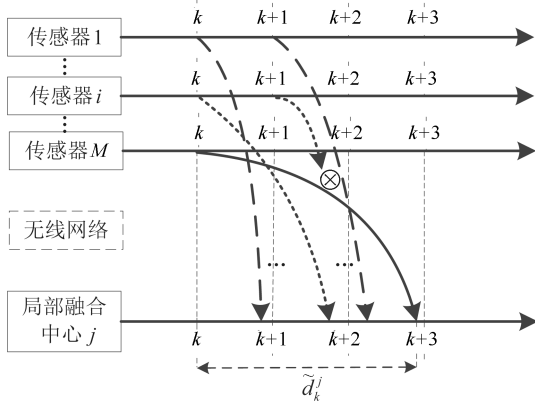


图 3 传感器到局部融合中心 j 的时序示意图

Fig. 3 Timing diagram from sensors to local fusion center j

注 2. 由于无线和有线网络具有不同的网络协议, 故信号在无线和有线网络中传输时所受的网络诱导延时和数据丢包特性不尽相同. 此外, 由于有线无线异构网络环境动态变化, 因此每种网络在不同时刻所受的网络诱导延时和数据丢包特性也是时变的。

针对无线和有线网络中的网络诱导延时, 可以采用有线无线网络分析工具 (如无线网络 Airo Peek 和以太网 Ethernet 等) 捕获数据包, 然后根据数据包的类型标识、序号和时间戳等标记分析数据包是否正常或延时, 再运用统计分析方法建立马尔科夫模型, 如文献 [42–44] 通过分析数据包的延时概率特性详尽描述了建立马尔科夫模型的过程和有效性. 因此, 本文借鉴已有采用马尔科夫链描述网络诱导延时特性的方法, 来进一步刻画无线和有线数据包在每个通道中传输出现的网络诱导延时特性。

在运用马尔科夫链来刻画无线和有线网络中的网络诱导延时特性之前, 首先采用文献 [45] 中将网络诱导延时转化为采样周期最小整数倍的策略, 即: 将无线和有线网络中的网络诱导延时 $\tilde{d}_k^i$ 和 $\tilde{\tau}_k^i$ 转换为 $d_k^i = \lceil \tilde{d}_k^i \rceil$ 和 $\tau_k^i = \lceil \tilde{\tau}_k^i \rceil$, 且 $d_k^i \in N_s = \{0, 1, \dots, d\}$ 和 $\tau_k^i \in M_s = \{0, 1, \dots, \tau\}$, 其中 d 和 τ 分别为无线和有线网络的最大网络诱导延时, $i \in v$. 然后采用两个不同的马尔科夫链, 分别描述两个相邻采样时刻无线和有线网络诱导延时的转移特性. 以第 i 个通道为例, 在第 k 个采样时刻, 第 i 个局部融合中心的无线网络诱导延时为 d_k^i , 然后数据传输到第 i 个网关通过有线网络传输到第 i 个滤

波器所受的有线网络诱导延时为 τ_k^i , 则到第 $(k+1)$ 个采样时刻, 它们的转移概率为

$$\begin{cases} \pi_{r_i s_i}^i = \Pr(d_{k+1}^i = s_i | d_k^i = r_i) \\ \lambda_{l_i l_i}^i = \Pr(\tau_{k+1}^i = l_i | \tau_k^i = l_i) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $i \in v$, 对于所有 $l_i, l_i \in M_s$ 和 $r_i, s_i \in N_s$, 有 $\lambda_{l_i l_i}^i, \pi_{r_i s_i}^i \geq 0$, $\sum_{l=0}^{\tau} \lambda_{l_i l_i}^i = 1$, $\sum_{s=0}^d \pi_{r_i s_i}^i = 1$. 因此, 无线和有线网络中的网络诱导延时特性的概率转移矩阵分别为 $\Pi \in [\pi_{rs}]$ 和 $\Lambda \in [\lambda_{ll}]$.

注 3. 在无线网络中, 采用马尔科夫链 Π 来刻画无线通道的网络诱导延时, 但由于在同一时刻每个无线通道的网络诱导延时不尽相同, 故其对应的马尔科夫链状态转移概率在同一时刻也不尽相同. 然而, 在有线网络中, 由于在同一时刻每个虚拟有线通道的网络诱导延时相同, 故其对应的马尔科夫链状态转移概率在同一时刻也相同。

针对无线和有线网络中的数据丢包问题, 采用两个不同的伯努利分布分别刻画无线和有线网络中数据丢包 α_k^i 和 β_k^i 的随机特性, 满足 $\text{Prob}\{\alpha_k^i = 1\} = \alpha, \text{Prob}\{\alpha_k^i = 0\} = 1 - \alpha, 0 < \alpha \leq 1$; $\text{Prob}\{\beta_k^i = 1\} = \beta, \text{Prob}\{\beta_k^i = 0\} = 1 - \beta, 0 < \beta \leq 1, i \in v$.

以上独立分析了无线和有线网络中的网络诱导延时和数据丢包, 为了建立系统综合模型, 需进一步深入分析从传感器到滤波器之间有线无线网络诱导延时, 从图 1 中可以发现有无线和有线网络诱导延时由无线和有线网络诱导延时共同构成, 如图 4 所示. 如第 i 个滤波器在第 k 个采样周期收到信号, 且该信号在有线网络中的网络诱导延时为 τ_k , 则可知网关在 $(k - \tau_k)$ 时刻发送该信号, 进一步可知其在无线网络中传输所受的网络诱导延时可表示为 $d_{k-\tau_k}^i$. 因此, 对于所有 N 个传感器的信号通过有线无线异构网络传送到对应滤波器, 其有线无线异构网络诱导延时分别包括有线网络诱导延时 $\tau_k = [\tau_k^1, \dots, \tau_k^i, \dots, \tau_k^N]$ 和无线网络诱导延时 $d_{k-\tau_k} = [d_{k-\tau_k}^1, \dots, d_{k-\tau_k}^i, \dots, d_{k-\tau_k}^N]$, $i \in v$.

注 4. 如果从 d_{k-1}^i 跳变到 d_k^i 的转移概率为 Π , 则从 $d_{k-\tau_{k+1}}^i$ 跳变到 d_k^i 的转移概率矩阵为 $\Pi^{\tau_{k+1}}$, 且它仍是 Markov 链的一个转移概率矩阵^[44]. 特殊情况下, 若 $\tau_{k+1} = 0$, 那么转移概率矩阵 $\Pi^{\tau_{k+1}} = \Pi^0 = I$.

注 5. 在无线网络中, 对于每个传输通道在同一时刻网络诱导延时不尽相同, 设定每个通道的最长网络诱导延时均为 d , 则从 k 时刻到 $(k+1)$ 时刻有 $(d+1)^N$ 种跳变状态. 然而, 在有线网络中, 对于每个传输通道在同一时刻网络诱导延时相同, 设定最长网络诱导延时为 τ , 则从 k 时刻到 $(k+1)$ 时刻有 $(\tau+1)$ 种跳变状态. 因此, 考虑有线无线异构网络诱

导延时, 则有 f 种跳变状态, 即: $\mathfrak{S} = \{1, 2, \dots, f\}$, 其中, $f = (d+1)^N(\tau+1)$.

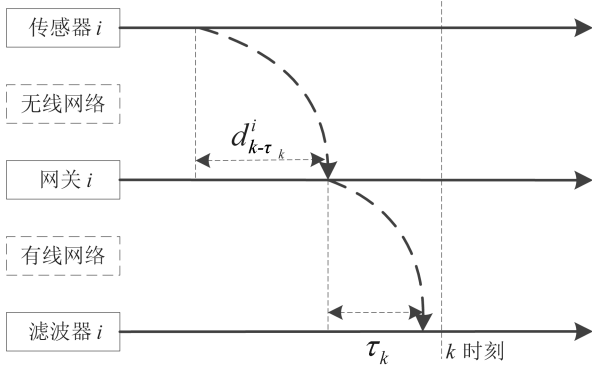


图 4 k 时刻信号在有线无线异构网络的传输时序图

Fig. 4 Timing diagram of signal through hybrid wired-wireless networks at the k th instant

1.2 系统描述

考虑如下带有噪声干扰的离散系统^[32-33]:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B\omega(k) \\ z(k) = Lx(k) \end{cases} \quad (2)$$

且通过带有 N 个分布式传感器节点的无线网络的测量输出为

$$y_i(k) = C_i x(k), \quad i \in v = \{1, 2, \dots, N\} \quad (3)$$

式中, $x(k) \in \mathbf{R}^m$ 为系统的状态; $\omega(k) \in \mathbf{R}^q$ 为系统中能量有界的干扰信号, 即: $\omega(k)$ 属于 $\ell_2[0, \infty)$; $z(k) \in \mathbf{R}^g$ 为系统的被调输出; $y_i(k) \in \mathbf{R}^n$ 为第 i 个传感器的测量输出; A, B, L 和 $C_i, i \in v$ 为已知适当维数的常数矩阵.

为了描述第 i 个局部融合中心的输出, 首先需要知道它接收到邻域中每个传感器通过无线网络传输的测量信号. 在图 1 中, 如第 i 个局部融合中心通过无线网络接收到的第 i 个传感器测量信号:

$$\bar{y}_i(k) = \alpha_k^i y_i(k - d_k^i) = \alpha_k^i C_i x(k - d_k^i) \quad (4)$$

因此, 第 i 个局部融合中心接收所有 M ($M \leq N$) 个邻域传感器信号后的融合输出为

$$\tilde{y}_i(k) = \sum_{j \in N_i} w_{ij} \bar{y}_j(k - d_k^j) \quad (5)$$

第 i 个局部融合中心融合后的输出信号传输到网关, 然后通过有线网络传送到第 i 个滤波器, 其收到的信号为

$$\begin{aligned} \hat{y}_i(k) &= \beta_k^i \tilde{y}_i(k - \tau_k^i - d_{k-\tau_k^i}^i) = \\ &= \beta_k^i \sum_{j \in N_i} w_{ij} \bar{y}_j(k - \tau_k^j - d_{k-\tau_k^j}^j) \end{aligned} \quad (6)$$

采用文献 [46] 考虑输出外部干扰的方法, 第 i 个滤波器接受的对应信息 $\hat{y}_i(k)$ 为

$$\begin{aligned} \hat{y}_i(k) &= \beta_k \sum_{j \in N_i} w_{ij} \bar{y}_j(k - \tau_k^j - d_{k-\tau_k^j}^j) = \\ &= \beta_k \sum_{j \in N_i} w_{ij} \alpha_k^j C_j x(k - \tau_k^j - d_{k-\tau_k^j}^j) + D_i \omega(k) = \\ &= (I_{all} - I_{ch}) \beta_k \sum_{j \in N_i} w_{ij} \alpha_k^j C_j x(k) + \\ &+ I_{ch} \beta_k \sum_{j \in N_i} w_{ij} \alpha_k^j \bar{C}_j \bar{X}(k) + D_i \omega(k) \end{aligned} \quad (7)$$

式中, I_{ch} 为 I (即存在网络诱导延时) 或 $\mathbf{0}$ (即不存在网络诱导延时), I_{all} 是元素全为 1 的矩阵, $\bar{C}_j = \begin{bmatrix} 0 & \dots & C_j & \dots & 0 \end{bmatrix}$, $\bar{X}(k) = \begin{bmatrix} x^T(k-1) & x^T(k-2) & \dots & x^T(k-d-\tau) \end{bmatrix}^T$, 其中状态 $x(k - \tau_k - d_{k-\tau_k})$ 对应的元素为矩阵 C_j , 其他均为 $\mathbf{0}$ 矩阵.

根据以上定义的 $\bar{X}(k)$, 可得:

$$\bar{X}(k+1) = A_1 x(k) + A_2 \bar{X}(k) \quad (8)$$

式中

$$A_1 = \begin{bmatrix} I_{m \times m} \\ 0_{m \times m} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0_{m \times m} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ I_{m \times m} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I_{m \times m} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_{m \times m} & 0 \end{bmatrix}$$

对于第 i 个滤波器, 设计如下模式依赖全阶滤波器:

$$\begin{cases} \hat{x}_i(k+1) = A_i(\tau_k, d_{k-\tau_k}) \hat{x}_i(k) + \\ \quad B_i(\tau_k, d_{k-\tau_k}) \hat{y}_i(k) \\ \hat{z}_i(k) = C_i(\tau_k, d_{k-\tau_k}) \hat{x}_i(k) \end{cases} \quad (9)$$

式中, $\hat{x}_i(k) \in \mathbf{R}^m$ 为第 i 个滤波器状态, $\hat{z}_i(k) \in \mathbf{R}^g$ 为第 i 个滤波器对 $z(k)$ 的估计值, $\hat{y}_i(k) \in \mathbf{R}^n$ 为第 i 个滤波器的输入, $A_i(\tau_k, d_{k-\tau_k})$ 、 $B_i(\tau_k, d_{k-\tau_k})$ 和 $C_i(\tau_k, d_{k-\tau_k})$ 为待设计的滤波器参数.

为了描述方便, 下文将 τ_k 、 τ_{k+1} 、 $d_{k-\tau_k}$ 和 $d_{k+1-\tau_{k+1}}$ 记为: $\tau_k = l$ 、 $\tau_{k+1} = l$ 、 $d_{k-\tau_k} = r$ 和 $d_{k+1-\tau_{k+1}} = s$, 其

中, $r = \begin{bmatrix} r_1 & \cdots & r_i & \cdots & r_N \end{bmatrix}$, $s = \begin{bmatrix} s_1 & \cdots & s_i & \cdots & s_N \end{bmatrix}$. 因此, 式 (9) 可进一步改写为

$$\begin{cases} \hat{x}_i(k+1) = A_i(\iota, r)\hat{x}_i(k) + B_i(\iota, r)\hat{y}_i(k) \\ \hat{z}_i(k) = C_i(\iota, r)\hat{x}_i(k) \end{cases} \quad (10)$$

将式 (7) 代入式 (10), 则滤波器可进一步写为

$$\begin{cases} \hat{x}_i(k+1) = A_i(\iota, r)\hat{x}_i(k) + B_i(\iota, r) \times \\ \left[(I_{all} - I_{ch})\beta_k \sum_{j \in N_i} w_{ij}\alpha_k^j C_j x(k) + \right. \\ \left. I_{ch}\beta_k \sum_{j \in N_i} w_{ij}\alpha_k^j \bar{C}_j \bar{X}(k) + D_i \omega(k) \right] \\ \hat{z}_i(k) = C_i(\iota, r)\hat{x}_i(k) \end{cases} \quad (11)$$

对上式进行化简为

$$\begin{cases} \hat{x}_i(k+1) = A_i(\iota, r)\hat{x}_i(k) + \\ \beta_k \alpha_k \tilde{w}_i B_i(\iota, r) (I_{all} - I_{ch}) \bar{C} x(k) + \\ \beta_k \alpha_k \tilde{w}_i B_i(\iota, r) I_{ch} \bar{C} \bar{X}(k) + B_i(\iota, r) D_i \omega(k) \\ \hat{z}_i(k) = C_i(\iota, r)\hat{x}_i(k) \end{cases} \quad (12)$$

式中, $\alpha_k = \text{vec}_{N_i}^j \{\alpha_k^j\}$, $\tilde{w}_i = \text{diag}_{N_i}^j \{w_{ij}\}$, $\bar{C} = \text{col}_{N_i}^j \{C_j\}$, $\bar{C} = \text{col}_{N_i}^j \{\bar{C}_j\}$, $j \in N_i$.

定义 $\xi_i(k) = \begin{bmatrix} x^T(k) & \hat{x}_i^T(k) & \bar{X}^T(k) \end{bmatrix}^T$, 误差 $e_i(k) = z(k) - \hat{z}_i(k)$. 由式 (2)、(8) 和式 (12) 可得到第 i 个滤波误差动态系统:

$$\begin{cases} \xi_i(k+1) = \left(\tilde{A}_i(\iota, r) + (\beta \tilde{\alpha} - \beta_k \alpha_k) \tilde{A}_i(\iota, r) \right) \times \\ \xi_i(k) + \tilde{B}_i(\iota, r) \omega(k) \\ e_i(k) = \tilde{C}_i(\iota, r) \xi_i(k) \end{cases} \quad (13)$$

式中

$$\begin{aligned} \tilde{A}_i(\iota, r) &= \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ \beta \tilde{\alpha}_i \tilde{w}_i \zeta_i(\iota, r) & A_i(\iota, r) & \beta \tilde{\alpha}_i \tilde{w}_i \zeta_i(\iota, r) \\ A_1 & 0 & A_2 \end{bmatrix} \\ \tilde{A}_i(\iota, r) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\tilde{w}_i \zeta_i(\iota, r) & 0 & -\tilde{w}_i \zeta_i(\iota, r) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{B}_i(\iota, r) &= \begin{bmatrix} B \\ B_i(\iota, r) D_i \\ 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{C}_i(\iota, r) &= \begin{bmatrix} L & -C_i(\iota, r) & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta_i(\iota, r) &= B_i(\iota, r) (I_{all} - I_{ch}) \bar{C} \\ \zeta_i(\iota, r) &= B_i(\iota, r) (I_{all} - I_{ch}) \bar{C}, \tilde{\alpha} = \text{vec}_{N_i} \{\alpha\} \end{aligned}$$

为了获得 N 个滤波误差动态系统的综合模型, 定义 $\xi(k) = \text{col}_N^i \{\xi_i(k)\}$, $e(k) = \text{col}_N^i \{e_i(k)\}$, 则 N 个滤波器的滤波误差动态系统综合模型为

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \left(\tilde{A}(\iota, r) + (\beta \tilde{\alpha} - \beta_k \alpha_k) \tilde{A}(\iota, r) \right) \xi(k) + \tilde{B}(\iota, r) \omega(k) \\ e(k) = \tilde{C}(\iota, r) \xi(k) \end{cases} \quad (14)$$

式中, $\tilde{A}(\iota, r) = \text{diag}_N^i \{\tilde{A}_i(\iota, r)\}$, $\tilde{A}(\iota, r) = \text{diag}_N^i \{\tilde{A}_i(\iota, r)\}$, $\tilde{B}(\iota, r) = \text{diag}_N^i \{\tilde{B}_i(\iota, r)\}$, $\tilde{C}(\iota, r) = \text{diag}_N^i \{\tilde{C}_i(\iota, r)\}$.

注 6. 在模型 (14) 中不但融合了分布式有线无线异构网络诱导延时和数据丢包参数, 而且包括分布式滤波器参数, 与考虑单一网络通信约束的分布式滤波误差系统模型^[28-29, 32-33] 相比更具普适性, 也即单网络环境下的分布式滤波误差系统模型可看作是其特例.

本文研究的受有线无线异构网络诱导延时和数据丢包约束的分布式 H_2/H_∞ 滤波问题是:

1) 在外部扰动 $\omega(k) = 0$ 的情况下, 滤波误差动态系统是随机稳定, 如果对任意初始状态 (φ_0, s_0) , 存在:

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^l E(x^T(k)x(k)) < \infty \quad (15)$$

2) 在零初始条件下, 滤波误差动态系统满足 H_2/H_∞ 性能 $\gamma(\gamma > 0)$, 即:

$$E(\|e\|_\infty^2) < \gamma^2 E(\|\omega(k)\|_2^2), \quad \forall \omega(k) \neq 0 \quad (16)$$

式中, $\|e\|_\infty^2 = \sup_k \{e^T(k)e(k)\}$, $\|\omega(k)\|_2^2 = \sum_{k=0}^\infty \omega^T(k)\omega(k)$.

2 主要结果

定理 1. 在已知最长无线和有线网络诱导延时 d 和 τ 以及有线无线网络数据丢包率 δ , 对于给定的 $\gamma > 0$, 如果存在正定对称矩阵 $P(\iota, r)$ 和 $P(l, s)$, 使得如下矩阵不等式组成立:

$$\begin{bmatrix} \chi_{11} + \delta \chi_{11}^* - P(\iota, r) & \chi_{12} \\ * & \chi_{22} - I \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} -P(\iota, r) & \tilde{C}^T(\iota, r) \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

式中

$$\begin{aligned}\chi_{11} &= \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_N=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_N s_N}^{1+l-l} \cdots \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_i=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_i s_i}^{1+l-l} \cdots \\ &\quad \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_1=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_1 s_1}^{1+l-l} \left(\tilde{A}^T(l, r) P(l, s) \tilde{A}(l, r) \right) \\ \chi_{11}^* &= \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_N=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_N s_N}^{1+l-l} \cdots \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_i=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_i s_i}^{1+l-l} \cdots \\ &\quad \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_1=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_1 s_1}^{1+l-l} \left(\tilde{A}^T(l, r) P(l, s) \tilde{A}(l, r) \right) \\ \chi_{12} &= \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_N=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_N s_N}^{1+l-l} \cdots \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_i=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_i s_i}^{1+l-l} \cdots \\ &\quad \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_1=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_1 s_1}^{1+l-l} \left(\tilde{A}^T(l, r) P(l, s) \tilde{B}(l, r) \right) \\ \chi_{22} &= \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_N=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_N s_N}^{1+l-l} \cdots \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_i=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_i s_i}^{1+l-l} \cdots \\ &\quad \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_1=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_1 s_1}^{1+l-l} \left(\tilde{B}^T(l, r) P(l, s) \tilde{B}(l, r) \right)\end{aligned}$$

$$P(l, r) = \text{diag}_N^i \{P^i(l, r)\}, i \in v$$

$$\delta = \beta(1 - \beta)\tilde{\alpha}(I_1 - \tilde{\alpha}), I_1 = \text{vec}_{N_i} \{1\}$$

则滤波误差动态系统 (14) 随机稳定且满足 H_2/H_∞ 性能 γ .

证明. 选取 Lyapunov 函数为

$$V(\xi(k), k) = \xi^T(k) P(l, r) \xi(k)$$

式中, $P(l, r) = \text{diag}_N^i \{P^i(l, r)\}, i \in v$.

1) 令 $\omega(k) = 0$, 分析滤波误差动态系统的稳定性.

$$\begin{aligned}\Delta V(k) &= E(V(\xi(k+1), k+1)) - V(\xi(k), k) = \\ &\quad \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_N=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_N s_N}^{1+l-l} \cdots \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_i=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_i s_i}^{1+l-l} \cdots \\ &\quad \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_1=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_1 s_1}^{1+l-l} \left[\xi^T(k) \tilde{A}^T(l, r) P(l, s) \tilde{A}(l, r) \xi(k) + \right. \\ &\quad \left. \xi^T(k) \beta(1 - \beta) \tilde{\alpha} (I_1 - \tilde{\alpha}) \tilde{A}^T(l, r) P(l, s) \tilde{A}(l, r) \xi(k) \right] - \\ &\quad \xi^T(k) P(l, r) \xi(k) = \\ &\quad \xi^T(k) \Theta(l, r) \xi(k)\end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}\Theta(l, r) &= \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_N=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_N s_N}^{1+l-l} \cdots \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_i=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_i s_i}^{1+l-l} \cdots \\ &\quad \sum_{l=0}^{\tau} \sum_{s_1=0}^d \lambda_{il} \pi_{r_1 s_1}^{1+l-l} \left(\tilde{A}^T(l, r) P(l, s) \tilde{A}(l, r) + \right. \\ &\quad \left. \beta(1 - \beta) \tilde{\alpha} (I_1 - \tilde{\alpha}) \tilde{A}^T(l, r) P(l, s) \tilde{A}(l, r) \right) - P(l, r)\end{aligned}$$

令 $\Theta(l, r) < 0$, 可得:

$$\begin{aligned}EV(\xi(k+1), k+1) - V(\xi(k), k) &= \\ \xi(k)^T \Theta(l, r) \xi(k) &\leq \\ -\bar{\beta} \xi(k)^T \xi(k) &\leq \\ -\bar{\beta} x(k)^T x(k)\end{aligned}$$

式中, $\bar{\beta} = \inf \{\lambda_{\min}(-\Theta(l, r))\}$.

将上面不等式两边从 0 到 ℓ ($\ell \rightarrow \infty$) 进行叠加, 则

$$\begin{aligned}\lim_{\ell \rightarrow \infty} E(V(\xi(\ell+1), \ell+1)) - V(\varphi_0, s_0) &\leq \\ -\bar{\beta} \lim_{\ell \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{\ell} E(x(k)^T x(k)) &\Rightarrow \\ \bar{\beta} \lim_{\ell \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{\ell} E(x(k)^T x(k)) &\leq \\ \frac{1}{\bar{\beta}} V(\varphi_0, s_0) - \frac{1}{\bar{\beta}} \lim_{\ell \rightarrow \infty} E(V(\xi(\ell+1), \ell+1)) &\leq \\ \frac{1}{\bar{\beta}} V(\varphi_0, s_0) &< \infty\end{aligned}$$

故滤波误差动态系统 (14) 随机稳定.

2) 令 $\omega(k) \neq 0$, 初始条件为零, 分析滤波误差动态系统的 H_2/H_∞ 性能.

$$\begin{aligned}\Delta V(k) &= E(V(\xi(k+1), k+1)) - V(\xi(k), k) = \\ E(\xi^T(k+1) P(l, s) \xi(k+1)) - \xi^T(k) P(l, r) \xi(k) &= \\ \begin{bmatrix} \xi(k) \\ \omega(k) \end{bmatrix}^T \psi_1 \begin{bmatrix} \xi(k) \\ \omega(k) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

式中

$$\psi_1 = \begin{bmatrix} \chi_{11} + \delta \chi_{11}^* - P(l, r) & \chi_{12} \\ * & \chi_{22} \end{bmatrix}$$

定义 $J = E(V(\xi(k), k)) - E(\sum_{h=0}^{k-1} \omega^T(h) \omega(h))$, 当初始条件为 0 时, $E(V(0), 0) = 0$, 则:

$$\begin{aligned}J &= E(V(\xi(k), k)) - E(V(0), 0) - \\ E\left(\sum_{h=0}^{k-1} \omega^T(h) \omega(h)\right) &= \sum_{h=0}^{k-1} (\Delta V(\xi(h), h) - \\ \omega^T(h) \omega(h)) &= \sum_{h=0}^{k-1} \begin{bmatrix} \xi(h) \\ \omega(h) \end{bmatrix}^T \psi_2 \begin{bmatrix} \xi(h) \\ \omega(h) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

式中

$$\psi_2 = \begin{bmatrix} \chi_{11} + \delta \chi_{11}^* - P(l, r) & \chi_{12} \\ * & \chi_{22} - I \end{bmatrix}$$

假设 $\psi_2 < 0$, 则 $J < 0$, 即:

$$E(\xi^T(k) P(l, r) \xi(k)) < E\left(\sum_{h=0}^{k-1} \omega^T(h) \omega(h)\right)$$

由 Schur 补可知, 式 (18) 等价于 $\tilde{C}^T(\iota, r)\tilde{C}(\iota, r) < \gamma^2 P(\iota, r)$, 则

$$\begin{aligned} & E(\xi^T(k)\tilde{C}^T(\iota, r)\tilde{C}(\iota, r)\xi(k)) < \\ & \gamma^2 E(\xi^T(k)P(\iota, r)\xi(k)) < \\ & \gamma^2 E\left(\sum_{h=0}^{k-1} \omega^T(h)\omega(h)\right) \Rightarrow \\ & E(e^T(k)e(k)) < \gamma^2 E\left(\sum_{h=0}^{k-1} \omega^T(h)\omega(h)\right) \Rightarrow \\ & \sup_k E(e^T(k)e(k)) < \gamma^2 E\left(\sum_{h=0}^{k-1} \omega^T(h)\omega(h)\right) \end{aligned}$$

故滤波误差动态系统 (14) 随机稳定, 且满足 H_2/H_∞ 性能 γ . $\square$

注 7. 定理 1 给出了滤波误差动态系统随机稳定且满足 H_2/H_∞ 性能指标的充分条件, 并建立了系统随机稳定性、分布式滤波器参数和最长有线无线异构网络诱导延时和有线无线网络数据丢包之间的关系.

3 滤波器设计

引理 1^[47]. 对于矩阵 U , 对称矩阵 U_1, U_2 , 且 $U_1 > 0$, 若不等式 $U^T U_1 U - U_2 < 0$, 则存在矩阵 Y , 使得矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} -U_2 & U^T Y \\ Y^T U & U_1 - Y - Y^T \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

成立.

定理 2. 在已知最长无线和有线网络诱导延时 d 和 τ 以及有线无线异构网络数据丢包率 δ , 对于给定的 $\gamma > 0$, 如果存在正定对称矩阵 $P(\iota, r)$, 矩阵 $\bar{y}_{1m'}, \bar{y}_{2i'}, \bar{y}_{3m'}, m' = 1, 2, 3, i' = 1, 2, \tilde{C}(\iota, r), O_i(\iota, r), H_i(\iota, r), i \in v$, 使如下矩阵不等式组成立:

$$\begin{bmatrix} -P(\iota, r) & 0 & \Xi_1 \Gamma & \partial \Xi_2 \Gamma \\ * & -I & \Xi_3 \Gamma & 0 \\ * & * & \Xi_4 & 0 \\ * & * & * & \Xi_4 \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} -P(\iota, r) & \tilde{C}^T(\iota, r) \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

式中, $\partial = \sqrt{\delta}$, $P(\iota, r) = \text{diag}_N^i \{P^i(\iota, r)\}$, 且

$$P^i(\iota, r) = \begin{bmatrix} P_{11}^i & P_{12}^i & P_{13}^i \\ P_{21}^i & P_{22}^i & P_{23}^i \\ P_{31}^i & P_{32}^i & P_{33}^i \end{bmatrix} \quad (P_{m'n'}^i \text{ 是块矩阵,}$$

$n' = 1, 2, 3, i \in v$)

$Y = \text{diag}\{\bar{Y}, \bar{Y}, \dots, \bar{Y}\}$

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{11} & \bar{y}_{12} & \bar{y}_{13} \\ \bar{y}_{22} & \bar{y}_{22} & 0 \\ \bar{y}_{31} & \bar{y}_{32} & \bar{y}_{33} \end{bmatrix}, \quad \Xi_1 = \text{diag}_N^i \{\Xi_1^i\}$$

且

$$\Xi_1^i = \begin{bmatrix} \phi_{11}^i & \phi_{12}^i & \phi_{13}^i \\ \phi_{22}^i & \phi_{22}^i & 0 \\ \phi_{31}^i & \phi_{32}^i & \phi_{33}^i \end{bmatrix}$$

其中, $\phi_{1i'}^i = A^T \bar{y}_{1i'} + \beta \alpha \sum_{j \in N_i} w_{ij} C_j^T (I_{all} - I_{ch})^T \times H_i^T(\iota, r) + A_1^T \bar{y}_{3i'}$, $\phi_{13}^i = A^T \bar{y}_{13} + A_1^T \bar{y}_{33}$, $\phi_{22}^i = O_i^T(\iota, r)$, $\phi_{3i'}^i = \beta \alpha \sum_{j \in N_i} w_{ij} \bar{C}_j^T I_{ch}^T H_i^T(\iota, r) + A_2^T \bar{y}_{3i'}$, $\phi_{33}^i = A_2^T \bar{y}_{33}$.

$$\Xi_2 = \text{diag}_N^i \{\Xi_2^i\}, \quad \text{且 } \Xi_2^i = \begin{bmatrix} \vartheta_{11}^i & \vartheta_{11}^i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \vartheta_{31}^i & \vartheta_{31}^i & 0 \end{bmatrix}$$

其中, $\vartheta_{11}^i = -\sum_{j \in N_i} C_j^T (I_{all} - I_{ch})^T H_i^T(\iota, r)$, $\vartheta_{31}^i = -\sum_{j \in N_i} \bar{C}_j^T I_{ch}^T H_i^T(\iota, r)$. $\Xi_3 = \text{diag}_N^i \{\Xi_3^i\}$, 且 $\Xi_3^i = \begin{bmatrix} \theta_{11}^i & \theta_{12}^i & \theta_{13}^i \end{bmatrix}$, 其中, $\theta_{1i'}^i = B^T \bar{y}_{1i'} + D_i^T H_i^T(\iota, r)$, $\theta_{13}^i = B^T \bar{y}_{13}, i' = 1, 2$. $\Xi_4 = \text{diag}\{\Xi_4^i\}$, 且 $\Xi_4^i = \Delta^i - Y - Y^T$, $\Gamma = [\bar{I}, \bar{I}, \dots, \bar{I}]$, $\bar{I} = \text{diag}\{I, I, I\}$, $\Delta^i = \text{diag}\{\wp_1^i(0, 0, \dots, 0), \wp_2^i(0, 0, \dots, 1), \dots, \wp_f^i(\tau, d, d, \dots, d)\}$, 且 Δ^i 维数为 $(\tau + 1) \times (d + 1)^N$, 其中, $\wp_1^i(0, 0, \dots, 0) = (\lambda_{i0} \pi_{r_{N0}}^{1+\iota-0} \times \dots \times \lambda_{i0} \pi_{r_{i0}}^{1+\iota-0} \times \dots \times \lambda_{i0} \pi_{r_{10}}^{1+\iota-0}) P^i(0, 0, \dots, 0)$, $\wp_2^i(0, 0, \dots, 1) = (\lambda_{i0} \pi_{r_{N1}}^{1+\iota-0} \times \dots \times \lambda_{i0} \pi_{r_{i1}}^{1+\iota-0} \times \dots \times \lambda_{i0} \pi_{r_{11}}^{1+\iota-0}) P^i(0, 0, \dots, 1)$, $\wp_f^i(\tau, d, d, \dots, d) = (\lambda_{i\tau} \pi_{r_{Nd}}^{1+\iota-\tau} \times \dots \times \lambda_{i\tau} \pi_{r_{id}}^{1+\iota-\tau} \times \dots \times \lambda_{i\tau} \pi_{r_{1d}}^{1+\iota-\tau}) P^i(\tau, d, d, \dots, d)$.

则滤波误差动态系统 (14) 随机稳定且满足 H_2/H_∞ 性能 γ , 并且分布式滤波器如第 $i(i \in v)$ 个滤波器的参数为

$$A_i(\iota, r) = (\bar{y}_{22}^T)^{-1} O_i(\iota, r)$$

$$B_i(\iota, r) = (\bar{y}_{22}^T)^{-1} H_i(\iota, r)$$

证明. 定理 1 中不等式 (17) 进一步写为

$$\begin{bmatrix} \chi_{11} + \delta \chi_{11}^* - P(\iota, r) & \chi_{12} \\ * & \chi_{22} - I \end{bmatrix} < 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} -P(\iota, r) & 0 \\ * & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \chi_{11} + \delta \chi_{11}^* & \chi_{12} \\ * & \chi_{22} \end{bmatrix} < 0$$

$$0 \Rightarrow \begin{bmatrix} -P(\iota, r) & 0 \\ * & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{A}^T(\iota, r) \\ \tilde{B}^T(\iota, r) \end{bmatrix} T \Delta T^T \begin{bmatrix} \tilde{A}^T(\iota, r) \\ \tilde{B}^T(\iota, r) \end{bmatrix}^T + \delta \begin{bmatrix} \tilde{A}^T(\iota, r) \\ 0 \end{bmatrix} T \Delta T^T \begin{bmatrix} \tilde{A}^T(\iota, r) \\ 0 \end{bmatrix}^T < 0$$

式中, $T = \begin{bmatrix} I & I & \dots & I \end{bmatrix}$.

运用引理 1, 上式化简为^[35]

$$\begin{bmatrix} -P(\iota, r) & 0 & \tilde{A}^T(\iota, r)TY & \partial \tilde{A}^T(\iota, r)TY \\ * & -I & \tilde{B}^T(\iota, r)TY & 0 \\ * & * & \Delta - Y - Y^T & 0 \\ * & * & * & \Delta - Y - Y^T \end{bmatrix} < 0$$

将 $\tilde{A}^T(\iota, r)$ 、 $\tilde{A}^T(\iota, r)$ 和 $\tilde{B}^T(\iota, r)$ 代入上式可得
不等式 (20). $\square$

注 8. 通过 LMI 工具箱求解定理 2 的可行解可得 $C_i(\iota, r)$, $O_i(\iota, r)$, $H_i(\iota, r)$, 进一步通过求解 $A_i(\iota, r) = (\bar{y}_{22}^T)^{-1}O_i(\iota, r)$, $B_i(\iota, r) = (\bar{y}_{22}^T)^{-1}H_i(\iota, r)$ 可得滤波器参数 $A_i(\iota, r)$, $B_i(\iota, r)$, 故可得到每个滤波器的参数 $A_i(\iota, r)$ 、 $B_i(\iota, r)$ 和 $C_i(\iota, r)$, $i \in v$.

注 9. 在定理 2 中, 通过求解线性矩阵不等式组 (20) 和 (21) 的可行解, 能够得到模型依赖全阶 H_2/H_∞ 滤波器参数. 然而, 在定理 2 中, H_2/H_∞ 性能指标 γ 是给定的, 所以所设计的 H_2/H_∞ 滤波器是次优滤波器. 如果 H_2/H_∞ 性能指标 γ 未知, 如下不等式组成立:

$$\begin{cases} \min \rho \\ \text{s.t. (20), (21)} \end{cases} \quad (22)$$

式中, $\rho = \gamma^2$, 则所设计的 H_2/H_∞ 滤波器是最优滤波器, 相应的最优滤波器参数的求解公式与定理 2 相同.

4 仿真例子

为了验证所提方法的有效性和可行性, 本文考虑一个由两个无线传感器节点和两个局部融合中心组成的分布式 H_2/H_∞ 滤波系统, 如图 1 所示, 其中, 无线网络中传感器到局部融合中心的通信拓扑如图 5 所示, 系统 (2)、(3) 和 (10) 的参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.9 \\ -0.4 & -0.8 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.8 \\ 0.6 & 0.7 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.6 \end{bmatrix}^T,$$

$$L = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 \end{bmatrix}^T, D_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}^T, \text{ 其中, 顶点集 } v = \{1, 2\}, \text{ 边集 } E = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}, \text{ 邻接加权矩阵 } W = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

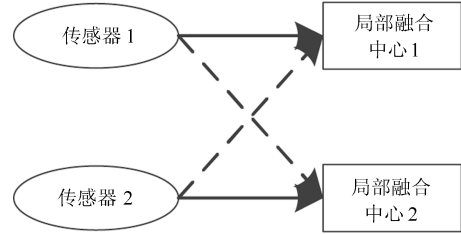


图 5 传感器与局部融合中心通信拓扑示意图 ($N = 2$)

Fig. 5 The communication topology from sensors to local fusion centers ($N = 2$)

设有线无线异构网络中无线和有线网络数据丢包率分别为 $\alpha = 0.2$, $\beta = 0.3$, 最长网络诱导延时分别为 $d = \tau = 1$, 相应的马尔科夫概率转移矩阵分别为

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}, \Lambda = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$$

在无线网络中, 由于每个传输通道在同一时刻受到的网络诱导延时不尽相同, 而在有线网络中相同, 若无线和有线网络的最长网络诱导延时均为 1, 根据注 5, 则有 8 种跳变状态, 即:

$$\mathfrak{S} = \left\{ h_i | h_i = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{22} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}, i = 1, 2, \dots, 8 \right\}, \text{ 其中, } g_{j1} (j = 1, 2) \text{ 表示两个传感器节点在无线网络通道传输时所受的网络诱导延时, } g_{22} \text{ 表示信号在有线网络通道传输时所受的网络诱导延时.}$$

对于给定的 H_2/H_∞ 性能 $\gamma = 1$, 根据定理 2, 可得到 8 个不同模态下对应的 H_2/H_∞ 滤波器, 具体如下 (由于篇幅所限, 在此仅列举 1 种模态下滤波器参数):

第 1 个滤波器的参数:

$$A_{1h_1} = \begin{bmatrix} -0.0438 & 0.0258 \\ 0.0166 & -0.0116 \end{bmatrix}$$

$$B_{1h_1} = \begin{bmatrix} 0.4922 & -0.4926 \\ -0.4190 & 0.4192 \end{bmatrix}$$

$$C_{1h_1} = \begin{bmatrix} -0.0252 & 0.0037 \end{bmatrix}$$

第 2 个滤波器的参数:

$$A_{2h_1} = \begin{bmatrix} -0.0437 & 0.0254 \\ 0.0165 & -0.0115 \end{bmatrix}$$
$$B_{2h_1} = \begin{bmatrix} -0.6570 & 0.6565 \\ 0.5593 & 0.5590 \end{bmatrix}$$
$$C_{2h_1} = \begin{bmatrix} -0.0251 & 0.0036 \end{bmatrix}$$

当 γ 未知时, 根据注 9, 通过求解 (22) 可得到最优扰动衰减性能指标, 并在不同的有线无线异构网络数据丢包的条件下进行对比如表 1 所示. 从表 1 中可以看出, 虽然 H_2/H_∞ 最优扰动衰减性能指标随着有线无线异构网络数据丢包率的波动变化, 但仍具有较强的抗扰动性能.

表 1 最优扰动衰减性能指标对比
Table 1 Comparison of the minimum noise
attenuation level

有线无线异构网络 数据丢包率 (α, β)	最优扰动衰减 性能指标 (γ^*)
$\alpha = 0.2, \beta = 0.3$	4.5911E-005
$\alpha = 0.6, \beta = 0.3$	4.3237E-005
$\alpha = 0.2, \beta = 0.7$	4.6150E-005
$\alpha = 0.6, \beta = 0.7$	4.3381E-005

进一步分析有线无线异构网络通信约束对系统稳定性的影响, 假设初始条件 $x(0) = \begin{bmatrix} 4 & -0.2 \end{bmatrix}^T$, 无线和有线网络数据丢包率分别为 $\alpha = 0.2, \beta = 0.3$. 由无线和有线网络的最长网络诱导延时均为 1, 则其对应 8 种模态且分别用 h_1 到 h_8 表示, 图 6 展示了一种情况下的网络状态, 其中每个时刻对应不同的模态, 且每种模态的比例分别为: $h_1: 17\%, h_2: 10\%, h_3: 8\%, h_4: 16\%, h_5: 15\%, h_6: 11\%, h_7: 9\%, h_8: 14\%$. 图 7 给出了被调输出和两个滤波器的估计输出, 图 8 给出了在图 6 网络状态下两个不同滤波器的滤波误差, 从图 8 中可以看出误差均趋于零, 验证了本文所提方法是可行且有效的.

为了进一步分析在不同网络状态下两个不同滤波器的性能, 假设在零初始条件下, 干扰输入为

$$\omega(k) = \begin{cases} 0.02, & 21 \leq k \leq 70 \\ 0, & 1 \leq k \leq 20, 71 \leq k \leq 100 \end{cases}$$

表 2 给出了在三种不同网络状态下两个不同滤

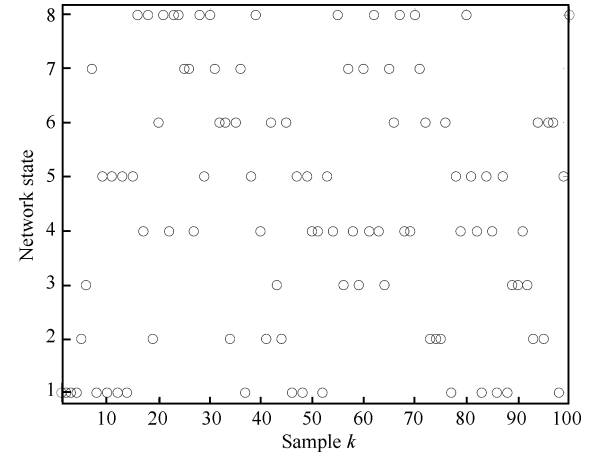


图 6 网络状态图 (值 1 到 8 分别代表模态 1 到模态 8)
Fig. 6 Networked state (Numerical values 1 to 8 represent Mode 1 to 8.)

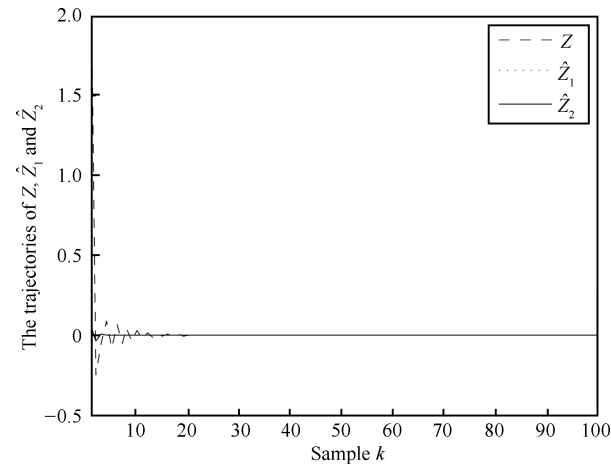


图 7 被调输出和两个不同滤波器的估计输出
Fig. 7 The controlled output and estimated outputs of two different filters

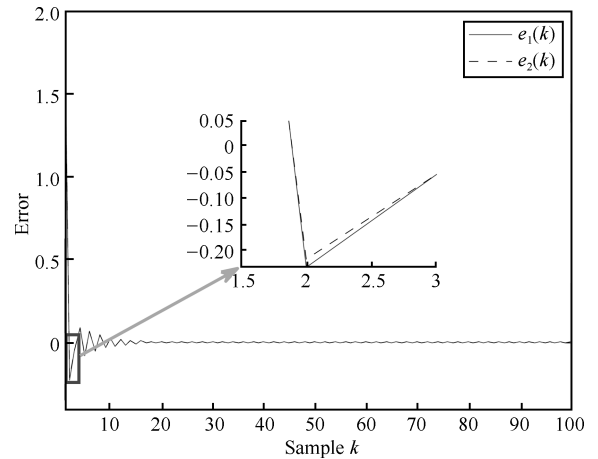


图 8 两个不同滤波误差动态系统的误差
Fig. 8 The dynamic outputs errors of two different filters

表 2 不同模式下两个滤波器的 H_2/H_∞ 性能指标Table 2 The H_2/H_∞ noise attenuation level under different models in two filters

h_1 (%)	h_2 (%)	h_3 (%)	h_4 (%)	h_5 (%)	h_6 (%)	h_7 (%)	h_8 (%)	滤波器 1 的 H_2/H_∞ 性能指标 (γ)	滤波器 2 的 H_2/H_∞ 性能指标 (γ)
18	8	10	10	18	7	11	18	5.9365E-07	5.9372E-07
17	10	8	16	15	11	9	14	5.7665E-07	5.7662E-07
17	10	8	12	13	14	11	15	5.2931E-07	5.2702E-07

波器的性能指标, 从中可以看出不同滤波器在不同的网络状态下的 H_2/H_∞ 的性能指标 γ 均小于给定值 1, 这进一步证明了本文所提方法的可行性和有效性.

5 结论

本文研究了受有线无线异构网络诱导延时和数据丢包约束的分布式 H_2/H_∞ 滤波, 解决了一类分布式有线无线异构网络的 H_2/H_∞ 滤波问题. 首先, 运用 Markov 链和伯努利分布分别描述分布式有线无线异构网络诱导延时和数据丢包特性; 然后, 建立了融合分布式滤波器参数、有线无线异构网络通信约束的滤波误差动态系统综合模型, 理论证明了滤波误差动态系统随机稳定且满足 H_2/H_∞ 性能指标. 与目前单网络环境下的分布式 H_2/H_∞ [32-33] 滤波方法相比, 本文提出的分布式有线无线异构网络 H_2/H_∞ 滤波方法更具有普适性. 然而, 本文主要基于数例仿真进行了方法验证可为实际应用提供一定技术支撑, 但进一步将其应用于实际工业过程是今后的一项重要工作. 此外, 由于分布式无线传感器的能量和网络带宽有限, 如何研究具有高效通信效率的分布式 H_2/H_∞ 滤波也是今后一个非常值得研究的方向.

References

- 1 You Ke-You, Xie Li-Hua. Survey of recent progress in networked control systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(2): 101-118
(游科友, 谢立华. 网络控制系统的最新研究综述. 自动化学报, 2013, **39**(2): 101-118)
- 2 Guo Ge, Wang Bao-Feng. Robust Kalman filtering for uncertain discrete-time systems with multiple packet dropouts. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(5): 767-772
(郭戈, 王宝凤. 多丢包不确定离散系统的鲁棒 Kalman 滤波. 自动化学报, 2010, **36**(5): 767-772)
- 3 Deaecto G S, Souza M, Geromel J C. Discrete-time switched linear systems state feedback design with application to networked control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, **60**(3): 877-881
- 4 Mahmoud M S, Memon A M. Aperiodic triggering mechanisms for networked control systems. *Information Sciences*, 2015, **296**: 282-306
- 5 Du Da-Jun, Fei Min-Rui, Song Yang, Li Xue. Brief survey and prospect of networked control systems. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2011, **32**(3): 713-720
(杜大军, 费敏锐, 宋杨, 李雪. 网络控制系统的简要回顾及展望. 仪器仪表学报, 2011, **32**(3): 713-720)
- 6 Du S L, Sun X M, Wang W. Guaranteed cost control for uncertain networked control systems with predictive scheme. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2014, **11**(3): 740-748
- 7 Ge X H, Yang F W, Han Q L. Distributed networked control systems: a brief overview. *Information Sciences*, 2015, DOI: 10.1016/j.ins.2015.07.047
- 8 Liu A D, Zhang W A, Yu L, Liu S, Chen M Z Q. New results on stabilization of networked control systems with packet disordering. *Automatica*, 2015, **52**: 255-259
- 9 Chen F, Feng G, Liu L, Ren W. Distributed average tracking of networked Euler-Lagrange systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, **60**(2): 547-552
- 10 Garcia-Ligero M J, Hermoso-Carazo A, Linares-Perez J. Distributed fusion estimation in networked systems with uncertain observations and Markovian random delays. *Signal Processing*, 2015, **106**: 114-122
- 11 Zhao X D, Zheng X L, Ma C, Li R. Distributed consensus of multiple Euler-Lagrange systems networked by sampled-data information with transmission delays and data packet dropouts. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, DOI: 10.1109/TASE.2015.2448934
- 12 Yu H Y, Zhuang Y, Wang W. Distributed H_∞ filtering in sensor networks with randomly occurred missing measurements and communication link failures. *Information Sciences*, 2013, **222**: 424-438
- 13 Li L, Xia Y Q. Unscented Kalman filter over unreliable communication networks with Markovian packet dropouts. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, **58**(12): 3224-3230

- 14 Gu Cong, Liang Yan, Zhang Gong-Yuan, Yang Feng, Pan Quan. H_∞ filter for multi-rate systems with missing measurements. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(6): 881–885 (谷从, 梁彦, 张共愿, 杨峰, 潘泉. 量测缺失下多速率传感器系统的 H_∞ 滤波器设计. 自动化学报, 2010, **36**(6): 881–885)
- 15 Zhang D, Yu L, Song H B, Wang Q G. Distributed H_∞ filtering for sensor networks with switching topology. *International Journal of Systems Science*, 2013, **44**(11): 2104–2118
- 16 Wang H D, Wu H N. Distributed consensus observer-based H_∞ control for linear systems with sensor and actuator networks. *International Journal of Control*, 2015, **88**(4): 857–871
- 17 Wang H J, Shi P, Zhang J H. Event-triggered fuzzy filtering for a class of nonlinear networked control systems. *Signal Processing*, 2015, **113**: 159–168
- 18 Zhao Y, Gao H J, Lam J. New results on H_∞ filtering for fuzzy systems with interval time-varying delays. *Information Sciences*, 2011, **181**(11): 2356–2369
- 19 Zhang Z, Zhang Z X, Yang S C. Robust reduced-order L_2 - L_∞ filtering for network-based discrete-time linear systems. *Signal Processing*, 2015, **109**: 110–118
- 20 Long Y, Yang G H. Fault detection filter design for stochastic networked control systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, **25**(3): 443–460
- 21 Gao H J, Zhao Y, Lam J, Chen K. H_∞ fuzzy filtering of nonlinear systems with intermittent measurements. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2009, **17**(2): 291–300
- 22 Rezaei H, Esfanjani R M, Sedaaghi M H. Improved robust finite-horizon Kalman filtering for uncertain networked time-varying systems. *Information Sciences*, 2015, **293**: 263–274
- 23 Xue Dong-Guo, Chen Bo, Zhang Wen-An, Yu Li. Kalman fusion estimation for networked multi-sensor fusion systems with communication constraints. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(1): 203–208 (薛东国, 陈博, 张文安, 俞立. 通信受限下网络化多传感器系统的 Kalman 融合估计. 自动化学报, 2015, **41**(1): 203–208)
- 24 Song E B, Xu J, Zhu Y M. Optimal distributed Kalman filtering fusion with singular covariances of filtering errors and measurement noises. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, **59**(5): 1271–1282
- 25 Li W L, Jia Y M, Du J P, Zhang J. Distributed consensus filtering for jump Markov linear systems. *IET Control Theory and Applications*, 2013, **7**(12): 1659–1664
- 26 Li D, Kar S, Moura J M F, Poor H V, Cui S G. Distributed Kalman filtering over massive data sets: analysis through large deviations of random Riccati equations. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2015, **61**(3): 1351–1372
- 27 Chen B, Zhang W A, Yu L. Distributed finite-horizon fusion Kalman filtering for bandwidth and energy constrained wireless sensor networks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(4): 797–812
- 28 Ding D R, Wang Z D, Dong H L, Shu H S. Distributed H_∞ state estimation with stochastic parameters and nonlinearities through sensor networks: the finite-horizon case. *Automatica*, 2012, **48**(8): 1575–1585
- 29 Shen B, Wang Z D, Hung Y S. Distributed H_∞ -consensus filtering in sensor networks with multiple missing measurements: the finite-horizon case. *Automatica*, 2010, **46**(10): 1682–1688
- 30 Ugrinovskii V. Distributed robust filtering with H_∞ consensus of estimates. *Automatica*, 2011, **47**(1): 1–13
- 31 Ge X H, Han Q L, Jiang X F. Distributed H_∞ filtering over sensor networks with heterogeneous Markovian coupling intercommunication delays. *IET Control Theory and Applications*, 2015, **9**(1): 82–90
- 32 Ge X H, Han Q L. Distributed event-triggered H_∞ filtering over sensor networks with communication delays. *Information Sciences*, 2015, **291**: 128–142
- 33 Dong H L, Wang Z D, Gao H J. Distributed filtering for a class of time-varying systems over sensor networks with quantization errors and successive packet dropouts. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, **60**(6): 3164–3173
- 34 Song Y, Wei G L, Yang G S. Distributed H_∞ filtering for a class of sensor networks with uncertain rates of packet losses. *Signal Processing*, 2014, **104**: 143–151
- 35 Zhang D, Wang Q G, Yu L, Shao Q K. H_∞ filtering for networked systems with multiple time-varying transmissions and random packet dropouts. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2013, **9**(3): 1705–1716
- 36 Cena G, Valenzano A, Vitturi S. Hybrid wired/wireless networks for real-time communications. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 2008, **2**(1): 8–20
- 37 Koulamas C, Koubias S, Papadopoulos G. Using cut-through forwarding to retain the real-time properties of profibus over hybrid wired/wireless architectures. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2004, **51**(6): 1208–1217

- 38 Mirabella O, Brischetto M. A hybrid wired/wireless networking infrastructure for greenhouse management. *IEEE Transactions on Instrumentation and measurement*, 2011, **60**(2): 398–407
- 39 Salehin K M, Rojas-Cessa R. Active scheme to measure throughput of wireless access link in hybrid wired-wireless network. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2012, **1**(6): 645–648
- 40 Du D J, Qi B, Fei M R, Peng C. Multiple event-triggered H_2/H_∞ filtering for hybrid wired-wireless networked systems with random network-induced delays. *Information Sciences*, 2015, **325**: 393–408
- 41 Du Da-Jun, Song Zhi-Hua, Fei Min-Rui, Wang Hai-Kuan. H_2/H_∞ filtering for networked systems with a kind of multi-channel hybrid network communication constraints. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(11): 2664–2672
(杜大军, 宋志华, 费敏锐, 王海宽. 受一类多通道异构网络通信约束的网络系统 H_2/H_∞ 滤波研究. 自动化学报, 2014, **40**(11): 2664–2672)
- 42 Bemporad A, Heemels M, Vejdemo-Johansson M. Networked control systems. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2010.
- 43 Park P, Di Marco P, Fischione C, Johansson K H. Modeling and optimization of the IEEE 802. 15. 4 protocol for reliable and timely communications. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 2013, **24**(3): 550–564
- 44 Shi Y, Yu B. Output feedback stabilization of networked control systems with random delays modeled by Markov chains. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(7): 1668–1674
- 45 Peng C, Fei M R, Tian E G, Guan Y P. On hold or drop out-of-order packets in networked control systems. *Information Sciences*, 2014, **268**: 436–446
- 46 Hu S L, Yue D, Liu J L. H_∞ filtering for networked systems with partly known distribution transmission delays. *Information Sciences*, 2012, **194**: 270–282
- 47 Meng X Y, Chen T W. Event triggered robust filter design for discrete-time systems. *IET Control Theory and Applications*, 2014, **8**(2): 104–113



杜大军 上海大学机电工程与自动化学院副研究员. 主要研究方向为网络化控制系统的滤波与先进控制.

E-mail: ddj@shu.edu.cn

(**DU Da-Jun** Associate professor at the School of Mechatronics Engineering and Automation, Shanghai University. His research interest covers filtering and advanced control for networked control systems.)



漆波 上海大学机电工程与自动化学院硕士研究生. 主要研究方向为网络化系统滤波. 本文通信作者.

E-mail: qibo1990@hotmail.com

(**QI Bo** Master student at the School of Mechatronics Engineering and Automation, Shanghai University. His research interest covers filtering for networked systems. Corresponding author of this paper.)



费敏锐 上海大学机电工程与自动化学院教授. 主要研究方向为网络化控制系统及实现.

E-mail: mrfei@staff.shu.edu.cn

(**FEI Min-Rui** Professor at the School of Mechatronics Engineering and Automation, Shanghai University. His research interest covers networked control system and its implementation.)