一类 MIMO 系统连续状态空间模型的参数辨识频域方法

鲁兴举 [1] 郑志强 [1]

摘 要 在连续时间状态空间模型的参数辨识中, 针对系统状态微分项获取困难这一问题, 对输入、状态及输出序列应用离散傅里叶变换, 得到复数域线性回归方程, 并给出了不同形式的最小二乘解估计式. 以飞行器多输入多输出 (Multiple-input multiple-output, MIMO) 状态空间模型为例, 设计正交多正弦信号对系统进行多通道同时激励, 在一次激励的情况下就可以辨识出所有模型参数, 从而提高辨识实验效率. 仿真实验证明了方法的有效性和结果的准确性.

关键词 连续时间域, 状态空间模型, 傅里叶变换, 复数域线性回归, 正交多正弦

引用格式 鲁兴举, 郑志强. 一类 MIMO 系统连续状态空间模型的参数辨识频域方法. 自动化学报, 2016, **42**(1): 145−153

DOI 10.16383/j.aas.2016.c150150

Identification of Continuous State-space Model Parameters for a Class of MIMO Systems: A Frequency Domain Approach

LU Xing-Ju[1] ZHENG Zhi-Qiang[1]

Abstract In parameter identification of continuous-time state-space model, one of the difficulties is obtaining the derivative values of system states. To resolve this problem, we propose a discrete Fourier transform of the system inputs, states, and outputs sequences. As a result, a complex domain linear regression equation is derived. Then, different forms of the solution for the least-squares regression equation are presented. For the case study of a multiple-input multiple-output (MIMO) state-space model of an aircraft, orthogonal multi-sine signals are designed to excite all system input channels, thus, all model parameters can be identified simultaneously so as to enhance the efficiency of identification. Simulations show the effectiveness of the proposed method and accuracy of the results.

Key words Continuous time domain, state-space model, Fourier transform, complex domain linear regression, orthogonal multi-sine

Citation Lu Xing-Ju, Zheng Zhi-Qiang. Identification of continuous state-space model parameters for a class of MIMO systems: a frequency domain approach. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(1): 145−153

传统辨识方法可以分为时域法[1] 和频域法[2] 两大类, 系统的数学模型可分为连续时间模型和离散时间模型两大类. 从频域方法辨识研究文献来看, 主要集中在离散形式的状态空间方程[3], 而连续时间模型的研究大多采用传递函数辨识法[2], 状态空间模型的辨识研究得相对较少. 对离散时间状态空间模型, 常采用子空间模型辨识方法 (Subspace model identification, SMI)[4], 该方法属于一种非参数方法, 多用于过程系统建模[5]、系统模态分析[6]、机翼颤振检测[7] 等. SMI 的典型算法有 3 种: Verhaegen 等提出的 MOESP (Multivariable output error state space)[8−10], Van Overschee 等提出的 N4SID (Numerical algorithm for subspace state space system identification)[11] 以及 Larimore 提出的 CVA (Canonical variate analysis)[12].

描述多输入多输出 (Multiple-input multiple-output, MIMO) 线性系统的模型有多种, 相比其他模型, 状态空间模型是对系统动态的物理模型描述, 其参数具有实际的物理意义, 便于工程人员理解与分析. 对控制系统设计人员而言, 辨识的参数通常为系统稳定性导数和控制偏导数, 正好对应着状态方程中的状态转移阵和输入控制阵. 以飞行器为例, 其稳定和控制导数实际上是飞机几何参数 (如翼展、弦长等)、气动参数 (如升力线斜率和控制面效率)、惯量参数 (如质量、惯性矩等) 的函数[13]. 因此, 状态空间模型对飞行器建模而言更具实用性.

由机理法建模得到的系统模型通常为连续时间模型, 如微分方程、状态空间方程或传递函数. 在实践中, 利用输入输出数据辨识系统的连续时间模型是建模的重要需求之一, 包括控制设计及故障诊断等. 并且, 这些模型可以方便地转换成离散模型. 在频率变换域中辨识连续时间状态空间模型, 是近年来发展的一种重要的系统辨识方法. Klein[14] 提出了频域极大似然方法用于飞行器参数辨识. Morelli[15] 对频域方法进一步发展, 通过递推方式进行频域变换, 使得频域方法可以用于在线辨识. Tischler[16] 采用线性调频 Z 变换获取系统的频域响应, 并推出了 CIFER 频域辨识软件.

本文以飞行器为例, 研究一类 MIMO 系统的连续时间状态空间模型参数辨识问题. 首先, 建立飞行器的状态空间结构模型; 针对系统状态可观测、状态微分项无法直接获取的问题, 基于离散傅里叶变换, 在频率变换域中研究了估计模型参数的最小二乘算法; 针对多变量系统, 推导出矩阵参数形式的频域多元线性回归模型, 实现了子系统分解和整体最小二乘估计算法, 设计了正交多正弦 (Orthogonal multi-sine) 激励信号, 并进行了仿真实验与分析.

1 多变量系统的连续状态空间模型

线性状态空间模型的连续形式可表示为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = A\boldsymbol{x}(t) + B\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{w}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = C\boldsymbol{x}(t) + D\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{v}(t) \end{cases} \tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量, $\boldsymbol{u}(t) \in \mathbf{R}^r$ 为输入向量, $\boldsymbol{y}(t) \in \mathbf{R}^m$ 为输出向量, 过程噪声 $\boldsymbol{w}(t) \in \mathbf{R}^n$ 和观测噪声 $\boldsymbol{v}(t) \in \mathbf{R}^m$ 均为平稳的零均值白噪声, A, B, C, D 为相应维数的未知参数矩阵. 下面分两种情形讨论.

1.1 系统状态不可观测

在很多实际系统中, 其状态量无法直接观测. 对式 (1) 应用拉普拉斯变换, 可得系统的输出与系统参数阵的关系为

$$\begin{aligned} Y(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s) + \\ C(sI - A)^{-1}W(s) + V(s) \end{aligned} \tag{2}$$

可见, 输出与系统参数矩阵是非线性关系, 对状态空间模型的辨识是非常困难的. 这属于已知输入、输出, 估计系

收稿日期 2015-03-31 录用日期 2015-09-06
Manuscript received March 31, 2015; accepted September 6, 2015
国家自然科学基金 (61203095, 61403407) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61203095, 61403407)
本文责任编委 方海涛
Recommended by Associate Editor FANG Hai-Tao
1. 国防科技大学机电工程与自动化学院 长沙 410073
1. College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073

统阶次及参数矩阵的辨识问题. 近年来, 将子空间方法用于连续系统状态空间模型的辨识问题得到研究人员的持续关注[17−20], 其主要困难在于输入和输出量的高阶微分计算方法.

1.2 系统状态可观测

当系统状态可观测时, 对状态空间模型参数的辨识就是线性回归问题, 只要获得统计意义上足够多的输入及状态数据, 就可以用最小二乘 (Least-squares, LS)、极大似然 (Maximum likelihood, ML) 等传统辨识算法获得系统的模型及参数. 但是, 对于连续状态空间方程的左端项而言, 即状态量的微分通常无法直接观测, 若采用数值微分等方法会引入额外的噪声及延迟, 导致辨识精度显著降低.

对飞行器等一类运动体, 可以采用机理方法推导出满足控制系统设计的数学模型结构, 且由于位置/速度、角度/角速度等传感器技术较为成熟, 再加上卡尔曼滤波器等信号处理技术, 获得较为准确的状态数据并不困难, 甚至某些模型参数也可精确地获取, 此时的系统辨识就成为已知模型结构以及部分参数情况下的参数估计问题, 这是典型的灰箱 (Grey-box) 建模方法.

2 基于离散傅里叶变换的频域最小二乘方法

采用傅里叶变换回归 (Fourier transform regression) 辨识方法可以很好地解决状态空间方程左端项无法获取的难题, 且对信号噪声有很强的处理能力. 下面对其原理进行简要介绍.

2.1 离散傅里叶变换

设采样时间为 T, 信号的离散采样序列为 $\boldsymbol{x}\ (kT)$ $(k=0,\,1,\,2,\,\cdots,\,N-1)$, 离散傅里叶变换 (Discrete Fourier transform, DFT) 定义[2] 为

$$X(i)=\sum_{k=0}^{N-1}\boldsymbol{x}(kT)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\frac{ik}{N}},\quad i=0,\,1,\,\cdots,\,N-1 \tag{3}$$

实际中, 进行 DFT 分析的有效频率带宽受到 Nyquist 频率限制, 即不能超过 $1/(2T)$ Hz. 记 DFT 计算的频谱点数为 $M\le N/2$, 各点的频率为

$$\boldsymbol{\omega}(i)=2\pi\frac{i}{NT},\quad i=0,\,1,\,\cdots,\,M-1 \tag{4}$$

需要注意的是, 不同于信号处理领域中的频谱分析, 在控制系统的频域分析中, 可以人为选定一段感兴趣的频带. 换言之, 式 (4) 中的 $\boldsymbol{\omega}$ 不一定从零频率开始 (用以去除直流分量), 同样也不一定高至 Nyquist 频率 (用以去除高频噪声). 取 DFT 计算的频点数为 M, 式 (3) 改写为

$$X(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})=\sum_{k=0}^{N-1}\boldsymbol{x}(kT)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\boldsymbol{\omega}kT} \tag{5}$$

对应地, 信号的微分状态量 $\dot{\boldsymbol{x}}(kT)$ 的频域变换为

$$\dot{X}(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})=\sum_{k=0}^{N-1}\dot{\boldsymbol{x}}(kT)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\boldsymbol{\omega}kT} \tag{6}$$

不难得出, 在频域中信号的微分与原信号存在关系

$$\dot{X}(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})=\mathrm{j}\boldsymbol{\omega}X(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega}) \tag{7}$$

对式 (1) 所示的时域状态空间方程进行 DFT 得:

$$\begin{cases}\mathrm{j}\boldsymbol{\omega}X(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})=AX(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})+BU(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})+W(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})\\ Y(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})=CX(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})+DU(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})+V(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})\end{cases} \tag{8}$$

式中, $X(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})\in\mathbf{C}^{n\times M}$, $Y(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})\in\mathbf{C}^{m\times M}$, $U(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})\in\mathbf{C}^{r\times M}$, $W(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})\in\mathbf{C}^{n\times M}$, $V(\mathrm{j}\boldsymbol{\omega})\in\mathbf{C}^{m\times M}$ 分别为时域序列 $\boldsymbol{x}(kT)$, $\boldsymbol{y}\,(kT)$, $\boldsymbol{u}(kT)$, $\boldsymbol{w}(kT)$, $\boldsymbol{v}(kT)$ $(k=0,1,\cdots,N-1)$ 应用如式 (5) 的 DFT 计算得到的复矩阵.

2.2 单变量系统频域最小二乘参数估计

首先考虑单变量系统的最小二乘辨识模型 $z(t)=\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\theta}+v(t)$. 其中, $z(t)\in\mathbf{R}$ 为系统输出, $\boldsymbol{\varphi}(t)=[\varphi_1(t),\varphi_2(t),\cdots,\varphi_K(t)]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^K$ 是由系统输入输出数据构成的信息向量, $v(t)\in\mathbf{R}$ 为随机干扰噪声, $\boldsymbol{\theta}=[\theta_1,\,\theta_2,\,\cdots,\,\theta_K]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^K$ 是待辨识参数向量[21]. 将式 (1) 中的每一行方程视为一个单变量子系统, 经 DFT 得到的频域最小二乘模型为

$$\tilde{\boldsymbol{z}}=\tilde{\boldsymbol{\Phi}}\boldsymbol{\theta}+\tilde{\boldsymbol{\nu}} \tag{9}$$

其中, $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}\in\mathbf{C}^{M\times(n+r)}$ 是由状态 $\boldsymbol{x}$ 和输入 $\boldsymbol{u}$ 组成的扩张状态经 DFT 计算得到的复变量矩阵; $\boldsymbol{\theta}\in\mathbf{R}^{(n+r)}$ 为待辨识参数向量; $\tilde{\boldsymbol{z}}\in\mathbf{C}^{M\times1}$ 为时域观测变量的傅里叶变换, 当观测量为状态的微分时, $\tilde{\boldsymbol{z}}$ 可以采用式 (7) 间接求取; $\tilde{\boldsymbol{\nu}}\in\mathbf{C}^{M\times1}$ 为频域噪声残差序列. 值得注意的是, 为与时域向量区分开来, 频域向量符号顶部均加上了波浪线标志.

关于 DFT 计算的频点数 M 的选取, 当 $M<(n+r)$ 时, 由式 (9) 无法求得待辨识参数; $M=(n+r)$ 时, 式 (9) 可以直接解析求解, 但由于 $\tilde{\boldsymbol{\nu}}$ 的存在, 这样求得的参数精度很差; 当 $M\gg(n+r)$ 时, 就能应用回归分析方法求得统计意义上的最优参数估计结果, 典型的有最大似然方法、最小二乘方法等[22].

下面介绍频域最小二乘估计算法.

与时域对应, 在不考虑频率变换中的频谱泄露情况下, 频域最小二乘代价函数定义为

$$J(\boldsymbol{\theta})=\frac{1}{2}(\tilde{\boldsymbol{z}}-\tilde{\boldsymbol{\Phi}}\boldsymbol{\theta})^{\mathrm{H}}(\tilde{\boldsymbol{z}}-\tilde{\boldsymbol{\Phi}}\boldsymbol{\theta}) \tag{10}$$

式中, $(\cdot)^{\mathrm{H}}$ 表示复共轭转置 (Hermitian transpose) 运算.

考察式 (9) 不难发现, 除未知参数 $\boldsymbol{\theta}$ 为实数外, 其余均为复数向量或矩阵. 应用最小二乘估计理论, 可以得到三种最小二乘估计算式.

1) **LS-Re 估计算式**

将式 (9) 写成等价形式如下:

$$\begin{bmatrix}\mathrm{Re}(\tilde{\boldsymbol{z}})\\ \mathrm{Im}(\tilde{\boldsymbol{z}})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathrm{Re}(\tilde{\boldsymbol{\Phi}})\\ \mathrm{Im}(\tilde{\boldsymbol{\Phi}})\end{bmatrix}\boldsymbol{\theta}+\begin{bmatrix}\mathrm{Re}(\tilde{\boldsymbol{\nu}})\\ \mathrm{Im}(\tilde{\boldsymbol{\nu}})\end{bmatrix} \tag{11}$$

式中, $\mathrm{Re}(\cdot)$、$\mathrm{Im}(\cdot)$ 分别表示提取变量的实部、虚部. 仅考虑复向量/矩阵的实部所形成的方程, 根据最小二乘估计理论, 参数估计为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}=\left[\mathrm{Re}\,(\tilde{\boldsymbol{\Phi}})^{\mathrm{T}}\,\mathrm{Re}(\tilde{\boldsymbol{\Phi}})\right]^{-1}\mathrm{Re}\,(\tilde{\boldsymbol{\Phi}})^{\mathrm{T}}\,\mathrm{Re}(\tilde{\boldsymbol{z}}) \tag{12}$$

2) **LS-Im 估计算式**

同理, 若仅考虑复向量/矩阵的虚部, 参数最小二乘估计为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}=\left[\mathrm{Im}\,(\tilde{\boldsymbol{\Phi}})^{\mathrm{T}}\,\mathrm{Im}(\tilde{\boldsymbol{\Phi}})\right]^{-1}\mathrm{Im}\,(\tilde{\boldsymbol{\Phi}})^{\mathrm{T}}\,\mathrm{Im}(\tilde{\boldsymbol{z}}) \tag{13}$$

3) **LS-EAM 估计算式**

Morelli[15] 给出的复数域最小二乘参数估计为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left[\mathrm{Re}(\tilde{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{\Phi}})\right]^{-1}\mathrm{Re}(\tilde{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{z}}) \tag{14}$$

参数估计的协方差矩阵为

$$\mathrm{cov}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) := \mathrm{E}[(\hat{\boldsymbol{\theta}}-\boldsymbol{\theta})(\hat{\boldsymbol{\theta}}-\boldsymbol{\theta})^{\mathrm{T}}] = \sigma^2\left[\mathrm{Re}(\tilde{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{\Phi}})\right]^{-1} \tag{15}$$

式中, 误差协方差 σ^2 即噪声方差未知, 但可以通过拟合残差 s 进行估计:

$$\sigma^2 \doteq s^2 = \frac{1}{M-n_{\mathrm{p}}}(\tilde{\boldsymbol{z}}-\tilde{\boldsymbol{\Phi}}\hat{\boldsymbol{\theta}})^{\mathrm{H}}(\tilde{\boldsymbol{z}}-\tilde{\boldsymbol{\Phi}}\hat{\boldsymbol{\theta}}) \tag{16}$$

式中, $n_{\mathrm{p}} = n + r$ 为 $\boldsymbol{\theta}$ 向量的参数个数.

3 连续状态空间模型的参数辨识频域方法

3.1 多元复数域线性回归模型

由式 (8) 可看出, 状态空间模型变换至频率域后, 将得到一组复数域方程组, 方程总数为 $M(n+m)$. 该方程组可视为对式 (8) 中的状态、输入及输出进行了 M 次观测得到的, 且这 M 次观测是在频域中进行的. 以其中的状态方程为例, 将 DFT 计算的状态 X 和输入 U、未知参数矩阵 A 和 B 分别进行组合, 得到:

$$\begin{aligned}
\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{E}} &= [X^{\mathrm{T}} \quad U^{\mathrm{T}}]\\
\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{E}} &= \begin{bmatrix} A^{\mathrm{T}} \\ B^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\\
\tilde{\boldsymbol{z}}_{\mathrm{E}} &= \mathrm{j}\boldsymbol{\omega}X^{\mathrm{T}}\\
\tilde{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{E}} &= W^{\mathrm{T}}
\end{aligned} \tag{17}$$

其中, $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{E}} \in \mathbf{C}^{M\times(n+r)}$, $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{E}} \in \mathbf{R}^{(n+r)\times n}$, $\tilde{\boldsymbol{z}}_{\mathrm{E}} \in \mathbf{C}^{M\times n}$, $\tilde{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{E}} \in \mathbf{C}^{M\times n}$, 下标 E 代表扩展 (Extended), 于是, 将式 (8) 中的状态方程改写成式 (9) 的形式可得:

$$\tilde{\boldsymbol{z}}_{\mathrm{E}} = \tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{E}}\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{E}} + \tilde{\boldsymbol{\nu}}_{\mathrm{E}} \tag{18}$$

这是关于未知参数的矩阵参数形式的多元线性回归方程, 待辨识参数个数为 $n^2 + nr$. 类似地, 对式 (8) 中输出方程的已知量和未知参数进行分别组合, 也能得到形如式 (18) 的回归方程, 其待辨识参数个数为 $mn + mr$. 式 (18) 所示的多元线性回归模型可采用子系统分解的单变量最小二乘方法或整体最小二乘方法估计未知参数矩阵.

3.2 子系统分解最小二乘参数估计

面对称飞行器的状态空间模型通常分为纵向和横侧向两个通道:

$$\begin{gathered}
\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta}_{\mathrm{s}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_V & X_\alpha & X_q & -g\cos\gamma_\circ \\ Z_V & Z_\alpha & 1+Z_q & \dfrac{-g\sin\gamma_\circ}{V_\circ} \\ M_V & M_\alpha & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \theta_{\mathrm{s}} \end{bmatrix} + \\
\begin{bmatrix} X_{\delta_{\mathrm{e}}} & Z_{\delta_{\mathrm{e}}} & M_{\delta_{\mathrm{e}}} & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\delta_{\mathrm{e}} \\
\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_\beta & Y_p & Y_r - 1 & \dfrac{g}{V_\circ} \\ L_\beta & L_p & L_r & 0 \\ N_\beta & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \\
\begin{bmatrix} 0 & L_{\delta_{\mathrm{a}}} & N_{\delta_{\mathrm{a}}} & 0 \\ Y_{\delta_{\mathrm{r}}} & L_{\delta_{\mathrm{r}}} & N_{\delta_{\mathrm{r}}} & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} \delta_{\mathrm{a}} \\ \delta_{\mathrm{r}} \end{bmatrix}
\end{gathered} \tag{19}$$

其中, 系统的状态为 $V, \alpha, q, \theta_{\mathrm{s}}, \beta, p, r, \phi$, 输入为 $\delta_{\mathrm{e}}, \delta_{\mathrm{a}}, \delta_{\mathrm{r}}$, 变量及参数定义可参见文献 [23].

式 (19) 所描述的飞行器动力学模型共有 44 个参数, 若将 1 和 0 视为已知参数, 则未知参数有 29 个.

为实现矩阵参数形式多元线性回归模型的参数估计, 首先介绍基于子系统分解的最小二乘方法. 以纵向通道为例, 将所有状态及输入数据通过 DFT 变换, 并加以组合得:

$$\tilde{\boldsymbol{\Phi}} = \left[\begin{array}{cccc|c} \tilde{\boldsymbol{V}}(1) & \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(1) & \tilde{\boldsymbol{q}}(1) & \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{s}}(1) & \tilde{\boldsymbol{\delta}}_{\mathrm{e}}(1) \\ \tilde{\boldsymbol{V}}(2) & \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(2) & \tilde{\boldsymbol{q}}(2) & \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{s}}(2) & \tilde{\boldsymbol{\delta}}_{\mathrm{e}}(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{\boldsymbol{V}}(M) & \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(M) & \tilde{\boldsymbol{q}}(M) & \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{s}}(M) & \tilde{\boldsymbol{\delta}}_{\mathrm{e}}(M) \end{array}\right]$$

其中, $\tilde{\boldsymbol{V}}(\cdot)$, $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}(\cdot)$, $\tilde{\boldsymbol{q}}(\cdot)$, $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{s}}(\cdot)$, $\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{\mathrm{e}}(\cdot)$ 分别为对应状态时域数据向量经 DFT 所得到的频域复向量, 括号中数字表示 DFT 定义式 (3) 中的频点标号 $(1, 2, \cdots, M)$.

由于单变量最小二乘辨识模型中的待辨识参数一般为向量, 因此, 按纵向通道的状态方程逐行列出未知参数 $\boldsymbol{\theta}$ 如下

$$\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_1 \\ \boldsymbol{\theta}_2 \\ \boldsymbol{\theta}_3 \\ \boldsymbol{\theta}_4 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc|c} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & B_{11} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & B_{21} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & B_{31} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & B_{41} \end{array}\right]$$

其中, A_{ij}, B_{ik} 表示未知参数阵 A, B 的各元素, $\boldsymbol{\theta}_i$ 表示第 i 行子状态方程中的所有待估计参数.

限于篇幅, 仅列出纵向通道的第 3 个子动态 q, 对应第 3 个参数向量 $\boldsymbol{\theta}_3$ 的频域最小二乘模型为

$$\tilde{\boldsymbol{z}}_3 = \begin{bmatrix} \mathrm{j}\boldsymbol{\omega}(1)\tilde{\boldsymbol{q}}(1) \\ \mathrm{j}\boldsymbol{\omega}(2)\tilde{\boldsymbol{q}}(2) \\ \vdots \\ \mathrm{j}\boldsymbol{\omega}(M)\tilde{\boldsymbol{q}}(M) \end{bmatrix} = \tilde{\boldsymbol{\Phi}}\begin{bmatrix} A_{31} \\ A_{32} \\ A_{33} \\ A_{34} \\ B_{31} \end{bmatrix} \tag{20}$$

对其他子系统及对应的参数向量, 所采用的 $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}$ 为同一矩阵. 这样, 基于待辨识参数逐行分解, 得到了 $n = 4$ 个子系统的单变量最小二乘辨识模型, 采用如式 (12) ~ (14) 所示的任意

一种最小二乘算法, 每个子系统模型可估计出 $n+r=5$ 个参数, 最终得到全部的参数辨识结果.

子系统方法的优点在于: 信息阵的维数不高、计算量小; 对于已知的参数可以不用估计, 即信息阵的维数可以进一步降低, 从而提高辨识效率.

3.3 整体最小二乘参数估计

由式 (20) 所示的子系统分解最小二乘辨识方法, 是单变量系统辨识方法在多变量系统上的扩展. 实际上, 还可以采用整体最小二乘估计算法求解, 下面介绍两种常用的算法.

第一种算法的具体思路是: 参照单变量最小二乘的基本模型, 将式 (19) 的各子系统辨识模型进行合并, 使未知参数矩阵 $\boldsymbol{\theta}$ 串行化转变成参数向量. 也可以说, 将式 (18) 所示的多元回归模型进行向量化变换 $\mathrm{Vec}(\cdot)$[24], 即

$$\mathrm{Vec}(\tilde{\boldsymbol{z}}_{\mathrm{E}}) = (I_n \otimes \tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{E}})\mathrm{Vec}(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{E}}) + \mathrm{Vec}(\tilde{\boldsymbol{\nu}}_{\mathrm{E}}) \tag{21}$$

其中

$$\mathrm{Vec}(\tilde{\boldsymbol{z}}_{\mathrm{E}}) := \tilde{\boldsymbol{z}}_{\mathrm{total}} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{z}}_1 \\ \tilde{\boldsymbol{z}}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\boldsymbol{z}}_n \end{bmatrix}, \mathrm{Vec}(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{E}}) := \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{total}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_1 \\ \boldsymbol{\theta}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}_n \end{bmatrix}$$

$$I_n \otimes \tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{E}} = I_n \otimes \tilde{\boldsymbol{\Phi}} := \tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{total}} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\Phi}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\boldsymbol{\Phi}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{\boldsymbol{\Phi}} \end{bmatrix}$$

I_n 为 n 阶单位阵, $\otimes$ 为张量积符号, $\tilde{\boldsymbol{z}}_{\mathrm{total}} \in \mathbf{C}^{Mn\times 1}$, $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{total}} \in \mathbf{R}^{n(n+r)\times 1}$, $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{total}} \in \mathbf{C}^{Mn\times n(n+r)}$. 值得注意的是, $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{E}}$ 与 $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}$ 为同一矩阵.

从最小二乘计算式 (12) ~ (14) 可以看出, 最小二乘估计计算量主要在于信息阵的求逆. 由于 $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}$ 的列向量可能存在近似的线性关系, 且在系统激励不充分、多输入信号存在相关性或者 DFT 计算频点过少时, 信息阵 $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{\Phi}}$ 会出现病态, 从而导致最小二乘估计的计算精度不高且稳定性差. 为了处理矩阵病态问题, 本文采用奇异值分解 (Singular value decomposition, SVD) 方法. 对式 (21) 所示的整体最小二乘模型, 其信息阵为

$$\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{total}}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{total}} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{\Phi}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{\Phi}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{\Phi}} \end{bmatrix} \tag{22}$$

该矩阵是由 n 个单变量最小二乘模型的信息阵 $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{\Phi}}$ 组成的对角方块阵, 因此有:

$$(\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{total}}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{total}})^{-1} = \begin{bmatrix} (\tilde{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{\Phi}})^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\tilde{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{\Phi}})^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\tilde{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{\Phi}})^{-1} \end{bmatrix} \tag{23}$$

可见, 采用这种整体估计算法, 会导致辨识模型的阶次大幅增加, 但由于矩阵 $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{total}}$ 的特殊形式, 使得有关信息阵的计算复杂度没有大幅增加, 并且可以一次得到全部参数的估计. 因此, 在对算法实时性没有专门要求的场合, 这种算法较为常用, 易于被工程人员理解和接受[25].

第二种算法就是将单变量最小二乘向多变量情形直接扩展, 即式 (14) 也能直接用于多元线性回归模型的参数估计. 这样所有参数的最小二乘估计可以一次性求得.

3.4 正交多正弦激励信号设计

激励信号是施加在系统平衡状态输入量上的扰动, 其设计目的是使被辨识对象激发出与待辨识参数相关的运动模态, 提供辨识所需的足够的信息量. 多变量系统的输入往往不止一个, 通常将各个输入分开激励, 这样做效率很低, 且状态转移矩阵并非简单的对角阵, 在参数结构未知的情况下无法解耦. 这样, 当同时施加多个激励信号时, 将无法得到准确的辨识结果.

多正弦信号是指由多个谐波正弦信号叠加而成的信号, 由于其频谱分布是离散的, 因此可以避免 DFT 中的频谱泄露. 对多输入系统, 多正弦信号可以较好地实现单次激励获取整个系统的频率响应, 每个通道的多正弦输入信号在离散的频谱上相互错开, 频谱特性为

$$\begin{cases} U_p(n_{\mathrm{u}}(k-1)+p) \neq 0, \quad k=1,2,\cdots,F, \\ \qquad p=1,2,\cdots,n_{\mathrm{u}} \\ U_p(n_{\mathrm{u}}(k-1)+r) = 0, \quad r=1,2,\cdots,n_{\mathrm{u}}, \\ \qquad r\neq p \end{cases} \tag{24}$$

其中, F 为单个多正弦信号谐波数, n_{u} 为系统输入个数, p, r 为谐波间隔控制参数.

满足式 (24) 的多正弦信号组合称为正交多正弦信号, 由于各输入信号在频域中正交, 因而可以方便地进行多通道同时激励而不会互相干扰, 这将大大缩短辨识激励实验时间. 文献 [26] 证明, 组成多正弦信号的不同频率的谐波信号在时域中也是互不相关的.

多正弦信号的设计在于频谱、相位的选择与优化, 频谱需要根据被辨识对象的带宽进行设计, 相位优化的目的在于降低多正弦信号的峰值因数. 但相位优化问题至今无解析解, 一般采用随机分布法、Schroeder 公式法或搜索优化方法[27]. 本文采用的 Schroeder 公式法最适合产生等幅度谱的信号, 且生成多正弦信号非常简便. 以 $n_{\mathrm{u}}=3$, $F=10$ 为例, 生成的 3 个互不相关的多正弦信号频谱及对应的时域信号分别如图 1 和图 2 所示.

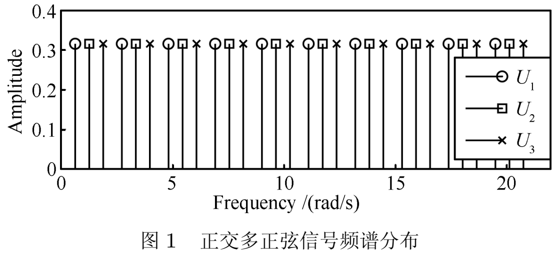

图 1 正交多正弦信号频谱分布

Fig. 1 Spectral distribution of orthogonal multi-sine signals

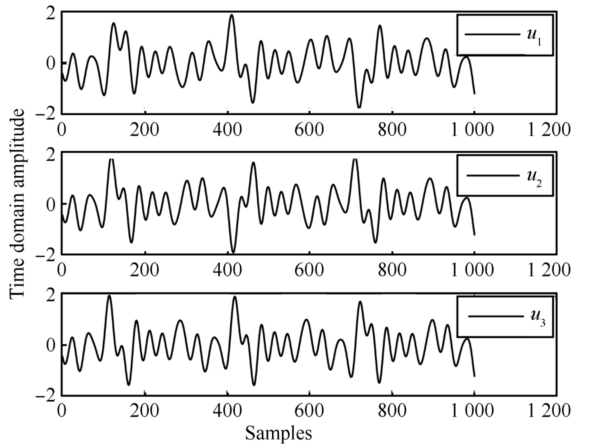

图 2 正交多正弦信号的时间历程 (采样点数 = 1 000)

Fig. 2 Plots of orthogonal multi-sine signals (Samples = 1 000)

在实际中, 激励信号是经由执行机构施加到被辨识系统上的, 当执行机构与系统间存在线性或非线性相关性时, 式 (24) 的信号就不满足正交激励的条件. 此外, 闭环反馈也会带来输入输出相关性, 正交多正弦信号在这两种条件下不再适用.

4 实验分析

4.1 单输入多输出系统频域最小二乘辨识

考虑 F-16 飞机纵向通道模型参数为[28]

$$A_{\rm lon} = \begin{bmatrix} 0.0171 & -3.6619 & -1.0969 & -32.1740 \\ -0.0003 & -0.7534 & 0.9279 & 0 \\ 0 & -4.3115 & -1.2657 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{\rm lon} = \begin{bmatrix} 9.9927 & -0.1595 & -13.9671 & 0 \end{bmatrix}^{\rm T} \tag{25}$$

输入及状态定义见式 (19).

在二重阶跃 (Doublet) 信号激励下, 系统的输入及状态响应曲线如图 3 所示.

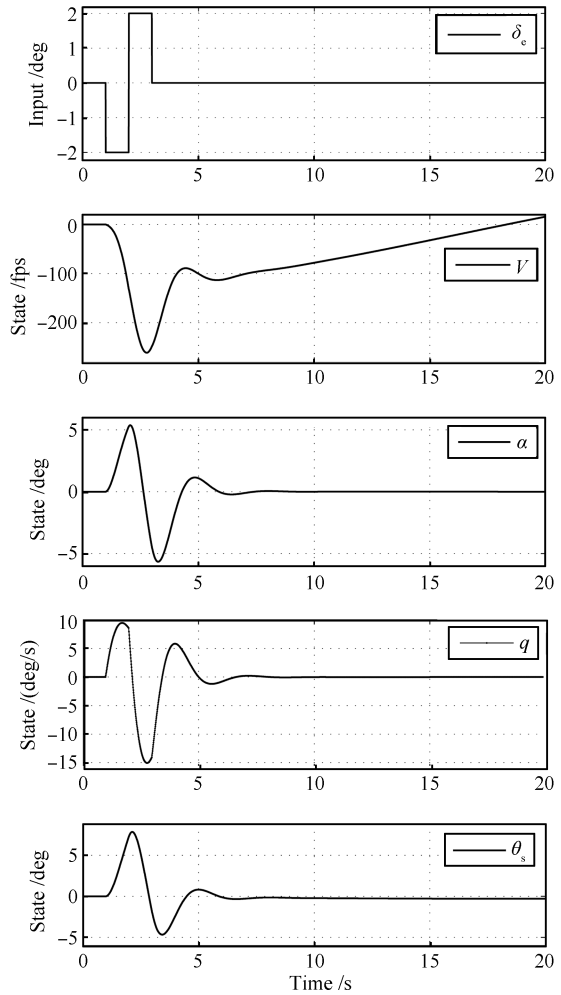

图 3 F-16 飞机纵向通道输入及响应时间历程

Fig. 3 Plots of input and response of F-16 aircraft longitudinal channel

系统的输入及各状态经 DFT 变换至复数域后, 如图 4 所示. 其中, DFT 的频带根据飞行器的特性选为 [0.1, 2.2] Hz, 频率分辨率 0.01 Hz, 即频点数为 211 个.

对 DFT 得到的数据分别采用式 (12) ~ (14) 所示的三种频域最小二乘算法, 得到的参数估计结果如表 1 所示.

考虑到实际中的真实参数是未知的, 因此利用式 (15) 的误差协方差阵估计值获得参数绝对误差的估计值:

$$\hat{\boldsymbol{\delta}}_{\rm abs} = \sqrt{{\rm diag}\{{\rm cov}(\hat{\boldsymbol{\theta}})\}} \tag{26}$$

其中, diag{·} 表示提取矩阵的对角元素. 与其他估计方法不同的是, 最小二乘方法的优点在于可以给出参数的误差, 因而更具实用价值. 图 5 给出了式 (25) 模型的 20 个参数估计误差及其置信区间, 其中原点表示参数辨识的结果与真值间的误差, 而竖线则表示该误差的 99% 置信区间. 为指示清晰, 三种最小二乘方法的结果在每个参数附近位置略微错开.

表 1 不同频域最小二乘算法的结果比较

Table 1 Comparison of results with different frequency domain least-square algorithms

LS algorithm	$\hat{A}_{\rm lon}$				$\hat{B}_{\rm lon}$
LS_Re	−0.0161	−3.8292	−1.0548	−32.0137	10.1047
	−0.0003	−0.7514	0.9272	−0.0020	−0.1613
	−0.0004	−4.1575	−1.3190	−0.1572	−14.1069
	0.0009	−0.0693	1.0046	0.0579	0.0139
LS_Im	−0.0175	−3.7048	−1.0633	−32.1205	10.0944
	−0.0002	−0.7543	0.9274	0.0005	−0.1609
	0.0026	−4.3783	−1.3070	0.0307	−14.0746
	0.0019	−0.1118	1.0048	0.0929	0.0298
LS_EAM	−0.0165	−3.7773	−1.0591	−32.0588	10.1050
	−0.0002	−0.7523	0.9273	−0.0012	−0.1613
	0.0002	−4.2252	−1.3142	−0.0985	−14.1047
	0.0010	−0.0655	1.0036	0.0544	0.0161

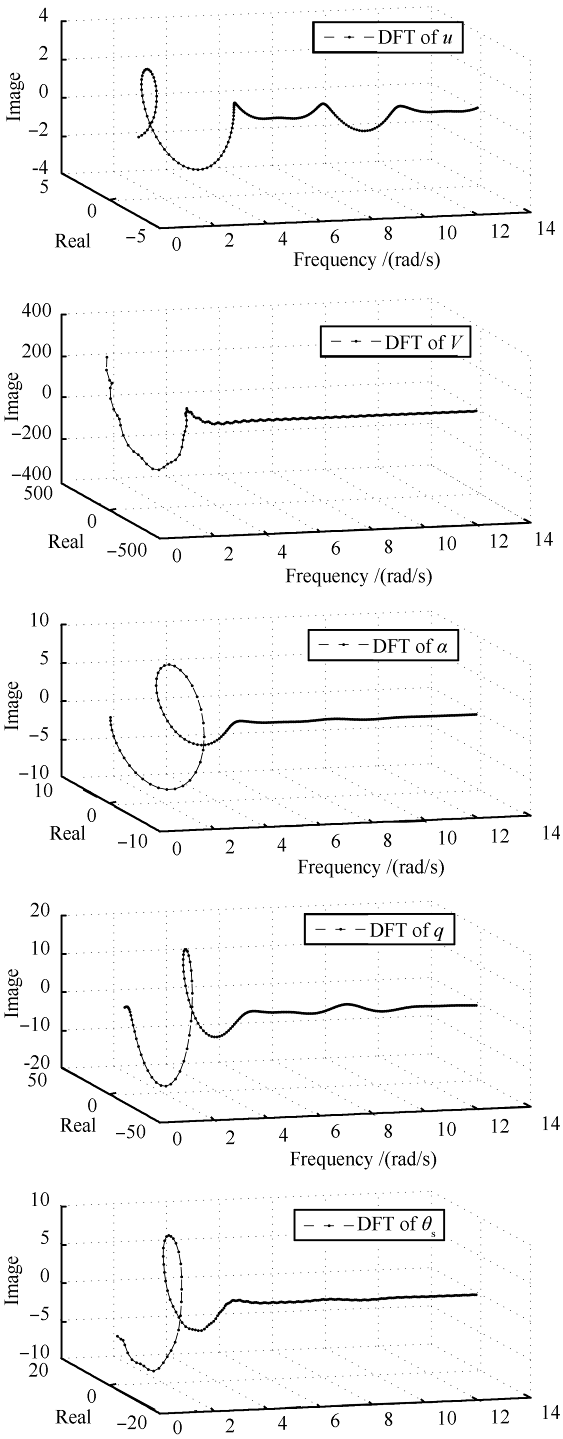

图 4 系统输入及状态变量的 DFT 曲线

Fig. 4 DFT plots of system input and states

图 6 给出了不同算法的计算时间对比, 采用了式 (12) ~ (14) 的三种频域最小二乘算式, 并分别以分解和整体最小二乘的方式进行计算, 基于同样条件和模型, 每种算法仿真 190 次, 计算机采用的处理器为 Intel i5 CPU 1.7 GHz.

结合表 1、图 5 和图 6 可看出, 三种频域最小二乘算法给出的结果精度及计算效率基本相当, 由于整体 LS-EAM 算法采用了直接计算而非函数调用, 因此耗时略少, 但总的来说与子系统分解辨识方法的计算效率相当. 当参数为实数时, 可采用任一算法; 当参数为复数时, 如系统模型包含延迟环节, 则只能采用 LS-EAM 算法.

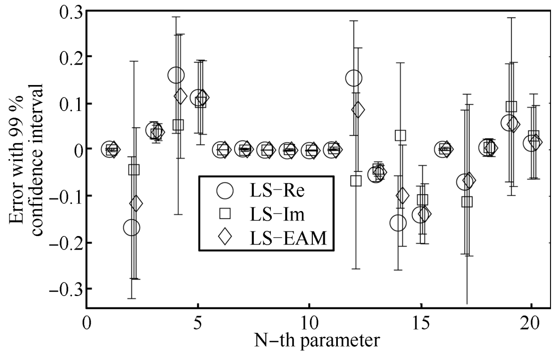

图 5 单输入系统参数辨识结果的误差及其置信区间

Fig. 5 Error and confidence interval of identification results for a single-input system

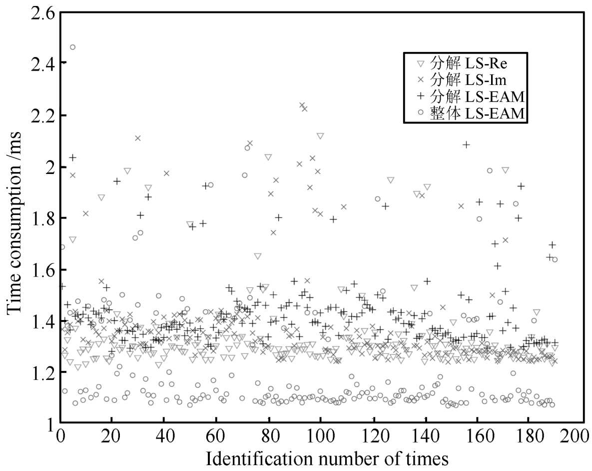

图 6 频域最小二乘算法计算时间

Fig. 6 Time consumption of frequency domain least-squares algorithm

4.2 多输入多输出系统最小二乘辨识

以无人机侧向通道模型为例, 参数矩阵为[29]

$$A_{\rm lat} = \begin{bmatrix} -0.0187 & 0.0399 & -1.1989 & 0.2366 \\ -99.2236 & -13.1772 & 3.2226 & 0 \\ 23.0595 & -0.4875 & -1.9818 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{\rm lat} = \begin{bmatrix} 0.0490 & -184.2693 & -5.0177 & 0 \\ -0.4602 & 32.1348 & -28.0895 & 0 \end{bmatrix}^{\rm T} \tag{27}$$

为实现多输入机动解相关激励, 设计两路频率涵盖 [0.1, 2.2] Hz 的正交多正弦信号, 为避免频点重叠, 这里分别选为 87、43, 激励时长的选取则保证所有谐波不少于 1 个整周期, 此处设为 10 s. 作为对比, 选择 3-2-1-1 信号对系统的两个输入通道进行分时激励, 采取分时激励的原因在于实现输入对状态响应的解耦; 否则, 无法辨识出多输入控制矩阵 $B_{\rm lat}$ 的全部参数. 两种激励方式的信号及响应分别如图 7 和图 8 所示.

对两种激励条件所得的数据进行频域辨识, DFT 的分析频点数仍取均匀分布的 211 个频点, 频域最小二乘采用 LS-EAM 子系统分解辨识算法, 得到的参数与真值间的误差对比如图 9 所示. 由于部分参数真值为 0, 不便于比较相对误差, 因此图 9 中的误差均为绝对误差, 竖线表示该误差的 99% 置信区间; x 轴坐标为参数的序号, 按参数扩张矩阵 $[A_{\rm lat}\ \ B_{\rm lat}]$ 行优先索引, 这样, 每个子图分别对应系统模型中的每一个子系统的参数辨识结果.

对比图 7～9 可以看到, 正交多正弦信号同时激励与多输入信号分时激励所得到的辨识结果精度相当, 但前者在辨识时间上具有明显优势, 特别是当输入量较多时, 这种优势就更为明显.

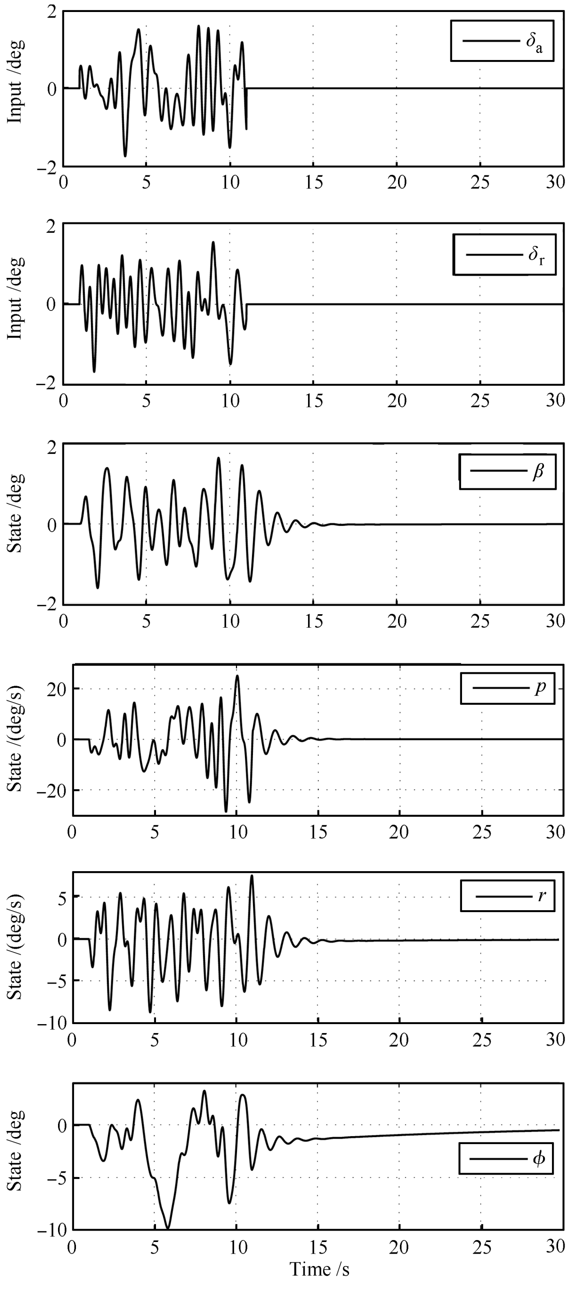

图 7　Multi-sine 多输入激励及系统响应

Fig. 7　Multiple multi-sine inputs and system response

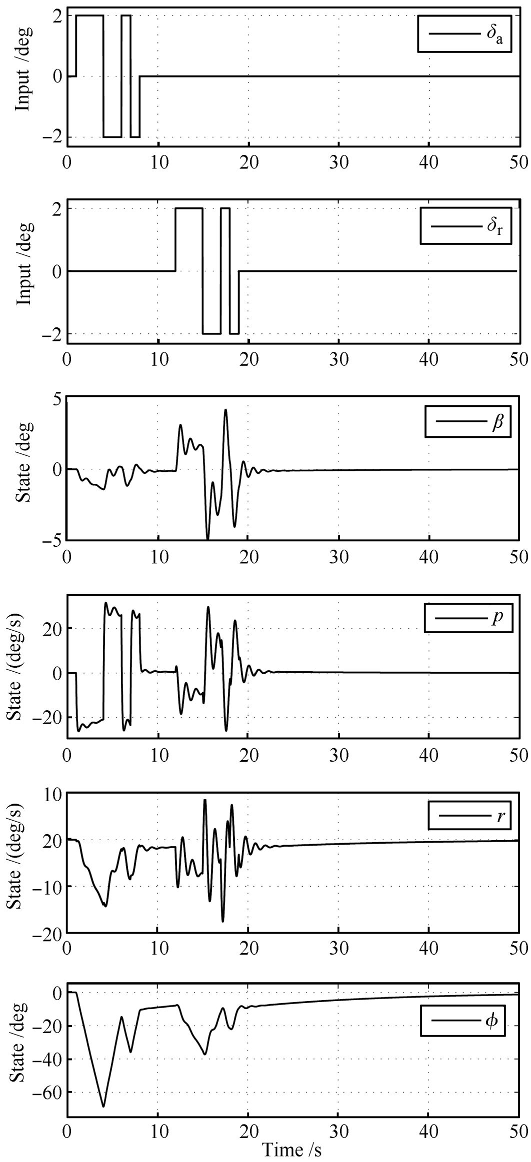

图 8　3-2-1-1 多输入激励及系统响应

Fig. 8　Multiple 3-2-1-1 inputs and system response

5　结论

1) 将时域信号的微分问题转化为频域中的简单乘法计算, 避免了微分求解的困难.

2) 在频率变换域, 连续时间系统状态空间模型的参数估计可以采用与时域类似的方法, 包括最小二乘、子空间辨识等方法, 本文则着重研究了频域最小二乘的三种求解算法.

3) 单变量最小二乘方法可以方便地推广到多变量系统, 子系统分解方法与整体最小二乘方法均能得到准确的参数估计结果.

4) 对 MIMO 这类典型的多变量系统, 采用多输入解相关激励技术, 以正交多正弦信号同时对系统所有通道进行激励, 大大提高了辨识效率.

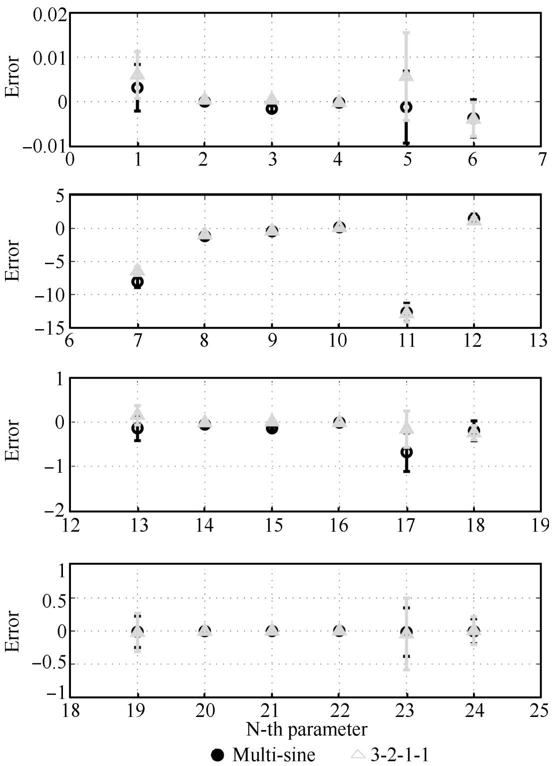

图 9 MIMO 系统参数辨识结果的误差及置信区间

Fig. 9 Error and confidence interval of identification results for a MIMO system

References

1 Jategaonkar R V. *Flight Vehicle System Identification (A Time Domain Methodology)*. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.

2 Pintelon R, Schoukens J. *System Identification: A Frequency Domain Approach* (2nd Edition). New York: Wiley-IEEE Press, 2012.

3 Marelli D, Fu M Y. Exact identification of continuous-time systems from sampled data. In: Proceedings of 2007 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Honolulu, HI: IEEE, 2007. III-757−III-760

4 Li You-Feng, Su Hong-Ye, Chu Jian. Overview on subspace model identification methods. *Journal of Chemical Industry and Engineering (China)*, 2006, **57**(3): 473−479
(李幼凤, 苏宏业, 褚健. 子空间模型辨识方法综述. 化工学报, 2006, **57**(3): 473−479)

5 Van Overschee P, De Moor B L. *Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation, Applications*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.

6 McKelvey T, Akcay H, Ljung L. Subspace-based multivariable system identification from frequency response data. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, **41**(7): 960−979

7 Houtzager I, van Wingerden J, Verhaegen M. Recursive predictor-based subspace identification with application to the real-time closed-loop tracking of flutter. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, **20**(4): 934−949

8 Verhaegen M, Dewilde P. Subspace model identification Part 1. The output-error state-space model identification class of algorithms. *International Journal of Control*, 1992, **56**(5): 1187−1210

9 Verhaegen M, Dewilde P. Subspace model identification Part 2. Analysis of the elementary output-error state-space model identification algorithm. *International Journal of Control*, 1992, **56**(5): 1211−1241

10 Verhaegen M. Identification of the deterministic part of MIMO state space models given in innovations form from input-output data. *Automatica*, 1994, **30**(1): 61−74

11 Van Overschee P, De Moor B. N4SID: subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems. *Automatica*, 1994, **30**(1): 75−93

12 Larimore W E. Canonical variate analysis in identification, filtering, and adaptive control. In: Proceedings of the 29th IEEE Conference on Decision and Control. Honolulu, HI: IEEE, 1990. 596−604

13 Tischler M B, Remple R K [Author], Zhang Yi-Zhe, Zuo Jun-Yi [Translator]. *Aircraft and Rotorcraft System Identification — Engineering Methods with Flight Test Examples*. Beijing: Aviation Industry Press, 2012.
(Tischler M B, Remple R K [著], 张怡哲, 左军毅 [译]. 飞机和旋翼机系统辨识: 工程方法和飞行试验案例. 北京: 航空工业出版社, 2012.)

14 Klein V. Maximum Likelihood Method for Estimating Airplane Stability and Control Parameters from Flight Data in the Frequency Domain. NASA Technical Paper 1637, 1980.

15 Morelli E A. Real-time parameter estimation in the frequency domain. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, **23**(5): 812−818

16 Tischler M B. System identification methods for aircraft flight control development and validation. *Advances in Aircraft Flight Control*. London: Taylor & Francis, 1995. 35−69

17 Haverkamp B R J, Chou C T, Verhaegen M, Johansson R. Identification of continuous-time MIMO state space models from sampled data, in the presence of process and measurement noise. In: Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control. Kobe: IEEE, 1996. 1539−1544

18 Sinha N K. Identification of continuous-time systems from samples of input-output data: an introduction. *Sadhana*, 2000, **25**(2): 75−83

19 Rao G P, Unbehauen H. Identification of continuous-time systems. *IEE Proceedings — Control Theory and Applications*, 2006, **153**(2): 185−220

20 Olofsson B, Sornmo O, Robertsson A, Johansson R. Continuous-time gray-box identification of mechanical systems using subspace-based identification methods. In: Proceedings of the 2014 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). Besacon: IEEE, 2014. 327−333

21 Ding Feng. *System Identification: New Theory and Methods*. Beijing: Science Press, 2013.
(丁锋. 系统辨识新论. 北京: 科学出版社, 2013.)

22 Mei Chang-Lin, Wang Ning. *Modern Regression Analysis*. Beijing: Science Press, 2012.
(梅长林, 王宁. 近代回归分析方法. 北京: 科学出版社, 2012.)

23 McGrail A K. OnBoard Parameter Identification for a Small UAV [Ph. D. dissertation]. West Virginia University, USA, 2012.

24 Wu Mi-Xia, Liu Chun-Ling. *Multivariate Statistical Analysis*. Beijing: Science Press, 2014.
(吴密霞, 刘春玲. 多元统计分析. 北京: 科学出版社, 2014.)

25 Wang Gui-Song, Shi Jian-Hong, Yin Su-Ju, Wu Mi-Xia. *Introduction to Linear Model*. Beijing: Science Press, 2004.
(王桂松, 史建红, 尹素菊, 吴密霞. 线性模型引论. 北京: 科学出版社, 2004.)

26 Morelli E A. Flight-test experiment design for characterizing stability and control of hypersonic vehicles. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, **32**(3): 949−959

27 Morelli E A. Flight test maneuvers for efficient aerodynamic modeling. *Journal of Aircraft*, 2012, **49**(6): 1857−1867

28 Russell R S. Non-linear F-16 simulation using Simulink and Matlab. Technique Paper, University of Minnesota, 2003.

29 Phillips K, Gururajan S, Campa G, Seanor B, Gu Y, Merceruio Z, Napolitano M R. Nonlinear aircraft model identification and validation for a fault-tolerant flight control system. In: Proceedings of the 2010 AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference. Toronto, Canada: AIAA, 2010.

鲁兴举 国防科技大学机电工程与自动化学院博士研究生. 主要研究方向为飞行器制导与控制. E-mail: luxingju@163.com
(**LU Xing-Ju** Ph. D. candidate at the College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology. His research interest covers aircraft guidance and control.)

郑志强 国防科技大学机电工程与自动化学院教授. 主要研究方向为飞行器制导与控制, 机器人控制. 本文通信作者.
E-mail: zqzheng@nudt.edu.cn
(**ZHENG Zhi-Qiang** Professor at the College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology. His research interest covers aircraft guidance and control, and robot control. Corresponding author of this paper.)