

基于 T-S 模糊模型的采样数据 网络控制系统 H_∞ 输出跟踪控制

肖会芹^{1,3} 何勇² 吴敏² 肖伸平³

摘要 研究具有采样数据的基于 T-S (Takagi-Sugeno) 模糊模型网络控制系统 H_∞ 输出跟踪控制问题. 提出将采集器端数据采样周期、数据传输时滞和数据丢包转换为零阶保持器端数据更新周期, 在此基础上, 利用输入时滞法和 PDC (Parallel distributed compensation) 技术, 建立网络环境下被控对象和参考模型合并的基于 T-S 模糊模型的增广系统模型. 通过 Lyapunov 方法, 并充分利用采样特性, 给出系统实现 H_∞ 输出跟踪的充分条件, 以及可靠模糊控制器的设计. 仿真结果表明所设计模糊控制器能够实现该类系统良好的跟踪.

关键词 采样数据网络控制系统, T-S 模糊模型, H_∞ 输出跟踪控制, 线性矩阵不等式

引用格式 肖会芹, 何勇, 吴敏, 肖伸平. 基于 T-S 模糊模型的采样数据网络控制系统 H_∞ 输出跟踪控制. 自动化学报, 2015, 41(3): 661–668
DOI 10.16383/j.aas.2015.c140444

H_∞ Output Tracking Control for Sampled-data Networked Control Systems in T-S Fuzzy Model

XIAO Hui-Qin^{1,3} HE Yong² WU Min² XIAO Shen-Ping³

Abstract This paper studies the problem of H_∞ output tracking control for sampled-data networked control systems in T-S (Takagi-Sugeno) fuzzy model. By using input-delay and parallel distributed compensation (PDC) techniques, an augment tracking model based on T-S fuzzy model is firstly established, in which the sampling period of the sampler, signal transmission delay and data packet dropouts are transformed to the refreshing interval of a zero-order holder. Furthermore, Lyapunov method is employed to derive several sufficient criteria ensuring the prescribed H_∞ tracking performance. Meanwhile, a fuzzy controller design is also presented. Finally, a numerical example is given to illustrate that the designed fuzzy controller can realize good tracking.

Key words Sampled-data networked control systems, Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model, H_∞ output tracking control, linear matrix inequality (LMI)

Citation Xiao Hui-Qin, He Yong, Wu Min, Xiao Shen-Ping. H_∞ output tracking control for sampled-data networked control systems in T-S fuzzy model. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(3): 661–668

收稿日期 2014-06-24 录用日期 2014-09-19
Manuscript received June 24, 2014; accepted September 19, 2014
国家自然科学基金 (61125301, 61210011, 61203136), 湖南省自然科学基金 (12JJ4062) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61125301, 61210011, 61203136), Hunan Provincial Natural Science Foundation of China (12JJ4062)
本文责任编辑 高会军
Recommended by Associate Editor GAO Hui-Jun
1. 中南大学信息科学与工程学院 长沙 410083 2. 中国地质大学 (武汉) 自动化学院 武汉 430074 3. 湖南工业大学电气信息与工程学院 株洲 412008
1. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083 2. School of Automation, China University of Geosciences, Wuhan 430074 3. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412008

跟踪控制就是在给定跟踪性能要求下, 使被控对象输出或状态尽可能紧地跟踪预定的参考轨迹. 跟踪控制普遍存在于工业, 生物和经济等领域的动态过程中, 并广泛应用于机器人^[1], 导弹跟踪控制^[2] 以及飞行姿态的跟踪控制^[3]. 近几十年来, 跟踪控制, 尤其是非线性跟踪控制得到了大量研究^[4–7]. 由于 Takagi-Sugeno (T-S) 模糊系统能以任意精度逼近任何光滑的非线性函数而成为非线性被控对象的主要描述方式^[8], 所以 T-S 模糊模型系统在控制领域得到广泛关注^[9]. 但基于 T-S 模糊模型的跟踪控制研究还存在较大的提升空间.

一方面, 随着计算机技术的飞速发展, 越来越多的 T-S 模糊模型控制系统利用计算机来实现具有复杂控制算法的控制器, 这种利用离散控制器来控制连续对象的系统为采样控制系统. 关于采样控制系统的研究大体可以分为三类: 1) 给定连续时间被控对象模型 → 被控对象模型离散化 → 利用离散时间系统模型设计离散时间控制器 → 控制器实现; 2) 给定连续时间被控对象模型 → 利用连续时间系统模型设计连续时间控制器 → 连续时间控制器离散化 → 控制器实现; 3) 给定连续时间被控对象模型 → 对离散化时间控制器利用输入时滞处理 → 对混合模型设计离散时间控制器 → 控制器实现.

第一种方法首先需要根据采样周期得到被控对象离散化模型, 然后在离散时间域内进行离散时间控制器的设计与实现. 这种方法的优点是设计的控制器可以直接实现, 无需再考虑采样周期对其控制性能的影响. 但是对于非线性系统而言, 一个精确的被控对象的离散化模型是很难获得的. 所以, 尽管现在基于 T-S 模型的非线性系统中有不少基于离散化被控对象模型的控制^[10–11], 但是都较少考虑连续被控对象离散化的过程.

第二种方法在初始控制器设计过程中, 暂时不考虑采样对系统性能的影响, 在连续时间域内设计连续的控制, 然后在实现的时候进行控制器离散化. 这里的离散化实际上是一种逼近. 总的来讲, 这需要一个快速的采样, 因为仅仅对于很小的采样时间, 离散化控制器才可能达到连续时间控制器好的逼近效果^[12]. 这种方法充分利用了研究相对较为成熟的连续时间非线性系统控制器的设计方法. 但对于连续时间控制器进行离散化的过程普遍较少涉及, T-S 跟踪控制系统同样存在这个问题^[13–14]. 以上两种方法, 对于采样控制系统控制器的设计实现, 不管是先考虑采样周期 (对被控对象进行离散化), 还是后考虑采样周期 (对连续控制器进行离散化), 就基于 T-S 模糊模型的输出跟踪控制而言, 目前都极少涉及完整的研究过程.

相比前两种方法, 第三种方法同时保留了采样控制系统中被控对象的连续时间信号和离散控制器的离散时间信号, 通过对控制端信号的特殊处理, 将采样周期转化到输入时滞中, 利用相对成熟的时滞系统理论, 进行采样控制系统的相关分析. 这种方法避免了采样控制系统中对被控对象或控制器离散化的复杂过程, 实质上此时通过输入时滞法处理, 采样周期对采样控制系统性能的影响已经转化到输入时滞对控制系统性能的影响, 该方法近年在非线性控制系统领域中被广为关注^[15–16], 然而, 该方法中采用输入时滞法处理以后, 时滞的导数信息以及 Lyapunov 函数在采样点的跳变特性却极易被忽略.

另一方面, 网络控制系统 (Networked control systems, NCSs) 资源共享、布线少、易于安装维护、低开销等优点使其受到越来越广泛的关注^[17]. 同样, 一些非线性跟踪控制

也考虑了网络因素,但是对于具有采样数据的网络控制系统研究还不够成熟,采样特性很少被考虑到网络跟踪控制系统中.众所周知,传统采样控制系统(即无网络参与控制的采样控制系统)可以分为定常采样周期和变采样周期,无论哪一种采样方式,如果忽略采集器→控制器→零阶保持器(Zero-order holder, ZOH)间数据传输时滞和控制器运算时间后,采集器数据采集周期和 ZOH 端控制数据更新周期都是一致的,也即,采集器端一旦采集数据,其反馈控制作用能够立刻体现到被控对象的动态运行过程中.然而,对于具有采样数据的网络控制系统,即使采集器端数据的采样周期定常,经过网络环境下数据传输时滞,数据丢包等不确定的网络因素后,控制数据到达 ZOH 端的时刻一般也不再具有确定性,即 ZOH 端数据更新的时间间隔不再具有定常特性.所以,对于具有采样数据的 NCSs,无论采集器端是定常采样周期还是变采样周期,数据经过不确定的网络因素后, ZOH 端数据更新的时间间隔都将具有时变特性.这就决定了具有采样数据的 NCSs 与传统采样控制系统既有联系,又有区别,而现有研究对此关注较少.

目前,基于 T-S 模糊模型非线性 NCSs 的相关研究如稳定性、跟踪控制(实质上是借助于 Lyapunov 稳定性理论进行分析)等问题研究的主要理论基础是 Lyapunov 函数方法.对于具有采样数据的 T-S 模糊模型 NCSs 来说,大多现有研究首先采用输入时滞法处理,然后基于连续控制系统理论利用 Lyapunov 函数方法进行讨论.然而,连续控制系统中,由于各变量的连续性, Lyapunov 函数导数在整个时间域内可以采用统一的处理方法进行分析.而采样控制系统中采用输入时滞法所引入的时滞具有在控制数据更新时刻 t_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) 非连续及不可导,非更新时刻 (t_k, t_{k+1}) 导数为 1 的特性^[18],并且,由于采集器端信号的采样及 ZOH 端控制数据的更新,使得 Lyapunov 函数在数据更新时刻是有可能发生跳变的^[19],所以在数据更新时刻 t_k Lyapunov 函数导数的分析与数据更新开区间 (t_k, t_{k+1}) Lyapunov 函数导数的分析应该分别进行讨论,现有 T-S 模糊模型网络采样控制系统研究大多忽略了这些特性,这些问题在具有采样数据的 T-S 模糊模型网络跟踪控制系统中同样存在^[20-22].

针对上述问题,本文研究了具有数据传输时滞和数据丢包网络环境下一类基于 T-S 模糊模型系统的 H_∞ 输出跟踪控制问题.首次提出将采集器端数据采样周期,数据传输时滞和数据丢包统一转化为零阶保持器的数据更新周期,在此基础上,利用输入时滞法和并行分布补偿控制(Parallel distributed control, PDC)原理,建立以被控对象状态变量和参考模型状态变量为扩展的系统状态变量,输出跟踪误差为系统输出变量的 T-S 模糊模型输出跟踪增广系统模型.然后,在模糊控制器已知和未知情况下,充分利用采样控制系统特性,采用 Lyapunov 方法,得到基于 T-S 模糊模型采样数据网络控制系统具有 H_∞ 输出跟踪性能的充分条件,并进一步获得模糊控制器增益矩阵的求解方法.最后,通过仿真实例说明采用本文设计的模糊控制器能够良好地实现闭环系统的 H_∞ 输出跟踪控制.

1 系统描述

考虑一类具有采样数据的 NCSs 输出跟踪控制问题,其控制框图如图 1 所示.该系统主要包括基于 T-S 模糊模型描述的被控对象、参考模型、模糊控制器、采集器和 ZOH.其中,参考模型为线性稳定参考模型;采集器为时钟驱动;控制器和 ZOH 为事件驱动;被控对象和模糊控制器处于网络中

不同地点,但采用相同的模糊规则库.

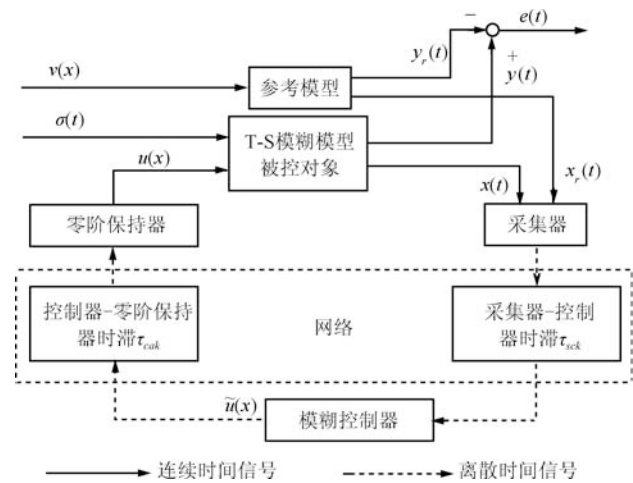


图 1 采样数据网络控制系统输出跟踪控制框图
Fig. 1 Output tracking control diagram of NCSs with sampled datas

基于 T-S 模糊模型描述的被控对象为规则 i :

$$\begin{aligned} \text{If } z_1(t) \text{ is } V_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_p(t) \text{ is } V_{ip}, \text{ Then} \\ \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + B_{\omega i} \sigma(t) \\ y(t) = C_i x(t) + D_i u(t) \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, r$, r 为模糊规则条数; $z_j(t)$ ($j = 1, 2, \dots, p$) 为模糊前提变量; $z(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_p(t)]^T$ 为 $x(t)$ 的函数; V_{ij} ($i = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, p$) 是模糊集合; $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 为状态变量; $y(t) \in \mathbf{R}^l$ 为输出变量; $u(t) \in \mathbf{R}^m$ 为控制输入向量; $\sigma(t) \in \mathbf{R}^q$ 为有界外部干扰; $A_i, B_i, B_{\omega i}, C_i$ 和 D_i 为适当维数常数矩阵. 模糊系统的输出变量为各个子系统输出的加权平均, 即

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t) + B_{\omega i} \sigma(t)] \\ y &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [C_i x(t) + D_i u(t)] \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))}, \quad w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p V_{ij}(z_j(t))$$

这里, $V_{ij}(z_j(t))$ 为 $z_j(t)$ 属于模糊集合 V_{ij} 的隶属度, $w_i(z(t)) \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, r$), $h_i(z(t)) \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, r$), 且 $\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1$.

定义如下参考模型:

$$\begin{aligned} \dot{x}_r(t) &= A_r x_r(t) + B_r v(t) \\ y_r(t) &= C_r x_r(t) \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $x_r(t) \in \mathbf{R}^n$ 为参考模型状态变量; $y_r(t) \in \mathbf{R}^l$ 为参考模型输出变量; $v(t) \in \mathbf{R}^q$ 为有界参考输入向量; A_r 为参考模型渐近稳定系数矩阵; B_r 和 C_r 分别为输入和输出矩阵.

首先给出不具采样数据和网络因素的连续时间模糊控制器描述, 由 PDC 技术模糊控制器描述如下:

规则 i :

$$\begin{cases} \text{If } z_1(t) \text{ is } V_{i1} \text{ and } \cdots \text{ and } z_p(t) \text{ is } V_{ip} \\ \text{Then } \tilde{u}(t) = K_{1i}x(t) + K_{2i}x_r(t) \end{cases}$$

其中, $i = 1, 2, \dots, r$, $z_j(t)$ ($j = 1, 2, \dots, p$) 和 V_{ij} ($i = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, p$) 定义见 (1), $\tilde{u}(t)$ 为模糊控制器的输出, K_{1i} 和 K_{2i} 分别为被控对象状态变量和参考模型状态变量反馈增益矩阵. 全局模糊控制器为

$$\tilde{u}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(K_{1i}x(t) + K_{2i}x_r(t)) \quad (4)$$

不考虑网络因素和采样, 被控对象输入控制信号 $u(t)$ 即是控制器输出信号 $\tilde{u}(t)$.

接下来考虑网络环境下具有采样数据的跟踪控制系统描述. ZOH 的数据更新时刻记为 t_k ($k = 0, 1, 2, \dots$), 同时, 假设 t_k 时刻更新信号已经经历了传输时滞 τ_k ($\tau_k = \tau_{sck} + \tau_{cak}$, τ_{sck} 表示采集器到控制器的时滞, τ_{cak} 表示控制器到 ZOH 的时滞). 另外, 从 ZOH 数据更新时刻 t_k 到更新时刻 t_{k+1} 连续丢包个数表示为 γ_k ; 记采集器采样周期为正常数 T_s . 采集器和 ZOH 端数据更新时间序列如图 2 所示. 由图 2 不难看出, ZOH 数据更新时刻序列 t_k 恰好为时间序列 $\{i_k T_s + \tau_k\}$ ($\{i_0, i_1, i_2, \dots\} \subseteq \{0, 1, 2, \dots\}$), 这里, $i_k T_s$ 为采集器端有效数据 (这里所谓的有效数据就是指其反馈控制作用能够作用于被控对象的采样数据) 的采样时刻. 这些有效数据一旦被采集, 经过 τ_{sck} 时滞后传输到模糊控制器进行模糊计算形成模糊控制器输出数据, 然后经过时滞 τ_{cak} 后其控制作用到达 ZOH. 所以有效数据在模糊控制器端的输出以及被控对象的输入控制信号可以分别描述为式 (5) 和 (6).

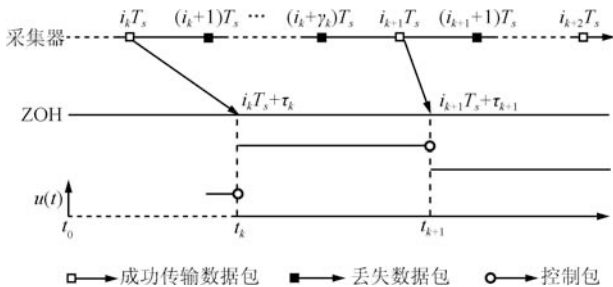


图 2 采集器和 ZOH 端数据更新时间序列

Fig. 2 Data refreshing time-zerial of the sampler and ZOH

$$\tilde{u}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(i_k T_s)) \{ (K_{1i}x(i_k T) + K_{2i}x_r(i_k T)) \}, \quad (5)$$

$$t \in [t_k - \tau_{cak}, t_{k+1} - \tau_{cak+1}), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(i_k T_s)) \{ (K_{1i}x(i_k T_s) + K_{2i}x_r(i_k T)) \}, \quad (6)$$

$$t \in [t_k, t_{k+1}), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

显然 $\bigcup_{k=1}^{\infty} [t_k, t_{k+1}) = [0, \infty)$, 将 ZOH 端数据更新周期记为

T_k , 则有:

$$T_k = t_{k+1} - t_k = i_{k+1}T_s + \tau_{k+1} - (i_k T_s + \tau_k) = (i_{k+1} - i_k)T_s + \tau_{k+1} - \tau_k \quad (7)$$

由上可知, 在具有采样数据的网络跟踪控制系统中, 即使采集器端数据采样周期是定常的, 经过网络传输过程中的不确定性因素 (这里主要讨论连续数据丢包和数据传输时滞) 后, ZOH 端数据更新周期也将具有不确定性. 单从 ZOH 端来看, 定常采样的网络控制系统 ZOH 端数据更新周期的不确定性, 类似于传统变采样周期控制系统中 ZOH 端数据更新周期的不确定性. 然而, 传统变采样周期控制系统中 ZOH 数据更新周期是由采集器端变采样周期决定, 而网络控制系统中 ZOH 数据更新周期取决于采集器端定常采样周期, 连续数据丢包个数和数据传输时滞的综合因素. 虽然导致 ZOH 数据更新周期的因素不同, 但是其更新周期的不确定特性却是相同的. 所以在分析具有网络因素的特殊采样控制系统时, 传统的变采样周期控制的一些思想可以借鉴.

定义输入时滞 $\eta_k(t) = t - i_k T_s$ ($t \in [t_k, t_{k+1}), k = 0, 1, 2, \dots$), 易知, $\eta_k(t)$ 为在时刻 $t \neq t_k$ 导数为 1; 时刻 $t = t_k$ 导数不存在的分段线性函数. 则由式 (6) 得:

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t - \eta_k(t))) \times \{ (K_{1i}x(t - \eta_k(t)) + K_{2i}x_r(t - \eta_k(t))) \}, \quad (8)$$

$$t \in [t_k, t_{k+1}), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

假设能够保证 NCSs H_∞ 稳定输出跟踪的数据传输时滞上界值为 τ , 丢包个数上界值为 $\bar{\gamma}$, 即

$$0 \leq \tau_k \leq \tau \quad (9)$$

$$\gamma_k \leq \bar{\gamma} \quad (10)$$

则由式 (7), (9) 和 (10), 得:

$$0 \leq \tau_k \leq \eta_k(t) \leq T_k \leq \eta \quad (11)$$

$$\eta = (\bar{\gamma} + 1)T_s + \tau \quad (12)$$

由上可知, η 为满足系统 H_∞ 输出跟踪的输入时滞最大值, 即保证系统 H_∞ 输出跟踪 ZOH 端数据更新的最大周期. 并且容易看出, η 是一个包含采集器定常采样周期 T_s , 连续丢包个数上界 $\bar{\gamma}$ 和数据传输时滞上界值 τ 的综合指标, 具有重要的意义.

接下来, 建立被控对象和参考模型合并的增广系统模型. 联立式 (2), (3) 和式 (8), 得到基于 T-S 模糊模型的采样数据 NCSs 闭环 H_∞ 输出跟踪控制系统模型如下:

$$\begin{cases} \dot{\varsigma}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t)h_j(t - \eta_k(t)) \times \\ \quad \{ \bar{A}_i \varsigma(t) + \bar{B}_i K_j \varsigma(t - \eta_k(t)) + \bar{B}_{\omega i} f(t) \} \\ e(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t)h_j(t - \eta_k(t)) \times \\ \quad \{ \bar{C}_i \varsigma(t) + D_i K_j \varsigma(t - \eta_k(t)) \}, \\ t \in [t_k, t_{k+1}); \quad k = 0, 1, 2, \dots \\ e(t) = \varphi(t), \quad t \in [-\eta, 0] \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\varsigma(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_r(t) \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_i(t) = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & A_r \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_i(t) = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B}_{\omega i} = \begin{bmatrix} B_{\omega i} & 0 \\ 0 & B_r \end{bmatrix}, f(t) = \begin{bmatrix} \sigma(t) \\ v(t) \end{bmatrix}, K_j = (K_{1j} \quad K_{2j})$$

$$\bar{C}_i = (C_i \quad -C_r), e(t) = y(t) - y_r(t);$$

$\varphi(t)$ 为输出跟踪误差的零初始状态函数, 且 $\varphi(t) = y(0) - y_r(0), t \in [-\eta, 0]$. 并且,

$$0 \leq \eta_k(t) \leq T_k \leq \eta, \dot{\eta}_k(t) = 1, t_k < t < t_{k+1} \quad (14)$$

针对系统 (13), 给出如下定义.

定义 1. 对于系统 (13), 有如下 H_∞ 输出跟踪性能指标

$$\int_0^{t_f} (y(s) - y_r(s))^T Q_g (y(s) - y_r(s)) ds \leq V(0) + \rho^2 \int_0^{t_f} f^T(s) f(s) ds \quad (15)$$

其中, t_f 为控制终止时间, Q_g 为正定矩阵, ρ 为 H_∞ 衰减度, 即从 $f(s)$ 到输出跟踪误差 $y(s) - y_r(s)$ 的 L_2 增益不大于给定值 ρ^2 .

本文目的是为 T-S 模糊模型描述的非线性被控系统 (1) 设计一个模糊控制器 (4), 使被控对象的输出在网络环境下能够跟踪参考模型 (3) 的输出, 且满足指定的 H_∞ 输出跟踪性能指标. 即, 模糊控制器的设计是使具有采样数据的 NCSs (13) 具有指定的 H_∞ 跟踪性能指标 (15).

2 主要结果及证明

本节将给出具有采样数据 NCSs 的 H_∞ 输出跟踪控制相关结论, 分模糊控制器增益矩阵已知和未知两种情况讨论. 当模糊控制器增益矩阵已知时, 有定理 1 成立.

定理 1. 给定标量 $\eta > 0$, 跟踪性能指标 $\rho > 0$, 模糊控制器增益矩阵 $K_j = (K_{1j} \quad K_{2j}) (j = 1, 2, \dots, r)$ 和加权矩阵 $Q_g > 0$, 如果存在 $P = P^T, Q = Q^T$, 任意合适维数矩阵 P_1, P_2 , 以及 $L = [L_1^T \quad L_2^T \quad L_3^T \quad 0]^T, N = [N_1^T \quad N_2^T \quad 0 \quad 0]^T, M = [M_1^T \quad M_2^T]^T$, 使得不等式 (16)~(19) 有可行解:

$$P > 0 \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \psi & -\eta M \\ * & Q \end{bmatrix} \geq 0 \quad (17)$$

$$\phi_1^{ij} + \eta \phi_2 \leq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, r \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_1^{ij} & -\sqrt{\eta} N \\ * & -Q \end{bmatrix} \leq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, r \quad (19)$$

其中

$$\psi = \text{diag}\{P, 0\} + \eta(\bar{P} + ME + E^T M^T)$$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} P_1 + P_1^T & -P_1 - P_2 \\ * & P_2 + P_2^T \end{bmatrix}, E = [I \quad -I]$$

$$\phi_1^{ij} = \bar{P} - \text{diag}\{\bar{P}, 0, 0\} + L\Pi + \Pi^T L^T + N \cdot \bar{E} + \bar{E}^T N^T + H_{ij}^T Q_g H_{ij}$$

$$\Pi = [A_i \quad B_i K_j \quad -I \quad \bar{B}_{\omega i}], \bar{E} = [I \quad -I \quad 0 \quad 0]$$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & P & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & -\rho^2 I \end{bmatrix}, H_{ij} = [\bar{C}_i \quad D_i K_j \quad 0 \quad 0]$$

$$\phi_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & P_1 + P_1^T & 0 \\ * & 0 & -P_1^T - P_2^T & 0 \\ * & * & Q & 0 \\ * & * & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

则具有采样数据的网络跟踪控制系统 (13) 满足 H_∞ 输出跟踪控制性能 (15).

证明. 构造 Lyapunov 函数如下:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) \quad (20)$$

其中

$$V_1(t) = \zeta^T(t) P \zeta(t) + (T_k - \eta_k(t)) \times \left[\varepsilon_1^T(t) \bar{P} \varepsilon_1(t) + \int_{t-\eta_k(t)}^t \dot{\zeta}^T(s) Q \dot{\zeta}(s) ds \right]$$

$$V_2(t) = 2(T_k - \eta_k(t)) \varepsilon_1^T(t) M \times \left[\zeta(t) - \zeta(t - \eta_k(t)) - \int_{t-\eta_k(t)}^t \dot{\zeta}(s) ds \right]$$

$$\varepsilon_1(t) = \begin{bmatrix} \zeta(t) \\ \zeta(t - \eta_k(t)) \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} P_1 + P_1^T & -P_1 - P_2 \\ * & P_2 + P_2^T \end{bmatrix}$$

这里, 没有要求 Lyapunov 函数每一项为正定, 所以首先需要给出函数正定的条件. 令 $\tilde{\psi} = \text{diag}\{P, 0\} + T_k(\bar{P} + ME + E^T M^T)$, $E = [I - I]$, 由式 (16) 和 (17) 可知 $P > 0$ 和 $\psi \geq 0$, 则有:

$$\tilde{\psi} = \frac{\eta - T_k}{\eta} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{T_k}{\eta} \psi > 0 \quad (21)$$

$V(t)$ 重新整理为

$$V(t) = \zeta^T(t) P \zeta(t) + (T_k - \eta_k(t)) \times \varepsilon_1^T(t) [\bar{P} + ME + E^T M^T] \varepsilon_1(t) + (T_k - \eta_k(t)) \times \int_{t-\eta_k(t)}^t \begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \dot{\zeta}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & -M \\ * & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \dot{\zeta}(s) \end{bmatrix} ds = \frac{\eta_k(t)}{T_k} \zeta^T(t) P \zeta(t) + \frac{T_k - \eta_k(t)}{T_k} \varepsilon_1^T(t) \tilde{\psi} \varepsilon_1(t) + \frac{T_k - \eta_k(t)}{T_k} \int_{t-\eta_k(t)}^t \begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \dot{\zeta}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & -T_k M \\ * & T_k Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \dot{\zeta}(s) \end{bmatrix} ds$$

由 $T_k/\eta_k(t) \geq 1$ 和 $\tilde{\psi} \geq 0$, 可得:

$$V(t) \geq \frac{\eta_k(t)}{T_k} \zeta^T(t) P \zeta(t) + \frac{T_k - \eta_k(t)}{T_k^2} \times \int_{t-\eta_k(t)}^t \begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \dot{\zeta}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{\psi} & -T_k^2 M \\ * & T_k^2 Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \dot{\zeta}(s) \end{bmatrix} ds$$

由式 (16) 和 (17), 经过类似式 (21) 的处理, 可得 $\begin{bmatrix} \tilde{\psi} & -T_k M \\ * & Q \end{bmatrix} \geq 0$, 进一步由舒尔补, 得

$\begin{bmatrix} \tilde{\psi} & -T_k^2 M \\ * & T_k^2 Q \end{bmatrix} \geq 0$, 所以存在 $\ell_1 > 0$, 当线性矩阵不等

式 (Linear matrix inequality, LMI) (16) 和 (17) 成立时, $V(t) \geq \ell_1 \|e(t)\|^2$.

接下来, 分析 Lyapunov 函数导数. 对于采样控制系统, 由于 Lyapunov 函数具有在 $t \in (t_k, t_{k+1})$ 连续, $t = t_k$ 跳变的特性, 所以该步骤需要对 Lyapunov 函数导数在连续区间 (t_k, t_{k+1}) 和离散时刻 t_k 分别进行分析.

当 $t \rightarrow t_k^-$ 时, 有 $\varsigma(t)|_{t=t_k^-} = \varsigma(t - \eta_k(t))|_{t=t_k^-}$; 同样当 $t = t_k$ 时, 有 $\varsigma(t)|_{t=t_k} = \varsigma(t - \eta_k(t))|_{t=t_k}$, 所以无论 $t \rightarrow t_k^-$, 还是 $t = t_k$, 都有 $(T_k - \eta_k(t))\varepsilon_1^T(t)\bar{P}\varepsilon_1(t) = 0$. 另外, 当 $t \rightarrow t_k^-$ 时, 由式 (14) 和 $Q \geq 0$, 易知 $(T_k - \eta_k(t))\int_{t-\eta_k(t)}^t \varsigma^T(s)Q\varsigma(s)ds$ 不小于 0; 当 $t = t_k$ 时, 因为 $t_k = t_k - \eta_k(t)$, 所以此时 $(T_k - \eta_k(t))\int_{t-\eta_k(t)}^t \varsigma^T(s)Q\varsigma(s)ds$ 等于 0. 而 $V_2(t)$ 在整个时间轴上都等于 0. 所以, 在采样时刻, Lyapunov 函数导数非增, 即下式成立:

$$\lim_{t \rightarrow t_k^-} V(t) \geq V(t_k) \quad (22)$$

当 $t_k < t < t_{k+1}$, 计算 Lyapunov 函数沿系统 (13) 的导数, 并由 $\frac{d}{dt}(t - \eta_k(t)) = 0$, 得:

$$\dot{V}(t) = \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t)h_j(t-\eta_k(t)) \times \\ & \left\{ \begin{aligned} & 2\varsigma^T(t)P\varsigma(t) - \varepsilon_1^T(t)\bar{P}\varepsilon_1(t) + \\ & (T_k - \eta_k(t))\varsigma^T(t)Q\varsigma(t) + \\ & 2(T_k - \eta_k(t))\varepsilon_1^T(t)\bar{P}[\varsigma^T(t) \quad 0]^T - \\ & \int_{t-\eta_k(t)}^t \varsigma^T(s)Q\varsigma(s)ds \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

$$\dot{V}_2(t) = 0$$

最后, 引入 H_∞ 跟踪性能指标, 分析系统 (13) 满足 H_∞ 跟踪的条件. 令 $\varepsilon(t) = [\varsigma^T(t) \quad \varsigma^T(t - \eta_k(t)) \quad \varsigma^T(t) \quad f^T(t)]^T$, 对于任意合适维数的矩阵 $L = [L_1^T \quad L_2^T \quad L_3^T \quad 0]^T$ 和 $N = [N_1^T \quad N_2^T \quad 0 \quad 0]^T$, 有:

$$0 = 2\varepsilon^T(t)N[\varsigma(t) - \varsigma(t - \eta_k(t)) - \int_{t-\eta_k(t)}^t \varsigma(s)ds] \quad (24)$$

$$\begin{aligned} 0 = & 2\varepsilon^T(t)L \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t)h_j(t - \eta_k(t)) \times \\ & \{\bar{A}_i\varsigma(t) + \bar{B}_iK_j\varsigma(t - \eta_k(t)) + \bar{B}_{\omega i}f(t) - \varsigma(t)\} \end{aligned} \quad (25)$$

由 $V(t)$ 导数, 并利用式 (24) 和 (25), 有:

$$\begin{aligned} & (y(t) - y_r(t))^T Q_g(y(t) - y_r(t)) - \rho^2 f^T(t)f(t) + \dot{V}(t) = \\ & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t)h_j(t - \eta_k(t)) \times \\ & \left\{ \varepsilon^T(t)\phi_1^{ij}\varepsilon(t) + (T_k - \eta_k(t))\varepsilon^T(t)\phi_2\varepsilon(t) - \right. \\ & \left. \int_{t-\eta_k(t)}^t \begin{bmatrix} \varepsilon(t) \\ \dot{\varsigma}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & N \\ * & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon(t) \\ \dot{\varsigma}(s) \end{bmatrix} ds \right\} = \\ & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t)h_j(t - \eta_k(t)) \times \\ & \left\{ \frac{T_k - \eta_k(t)}{T_k} \varepsilon^T(t)(\phi_1^{ij} + T_k\phi_2)\varepsilon(t) + \right. \\ & \frac{\eta_k(t)}{T_k} \varepsilon^T(t)\phi_1^{ij}\varepsilon(t) - \frac{1}{T_k} \times \\ & \left. \int_{t-\eta_k(t)}^t \begin{bmatrix} \varepsilon(t) \\ \dot{\varsigma}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & T_k N \\ * & T_k Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon(t) \\ \dot{\varsigma}(s) \end{bmatrix} ds \right\} = \\ & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t)h_j(t - \eta_k(t)) \times \\ & \left\{ \frac{T_k - \eta_k(t)}{T_k} \varepsilon^T(t)(\phi_1^{ij} + T_k\phi_2)\varepsilon(t) + \frac{1}{T_k} \times \right. \\ & \left. \int_{t-\eta_k(t)}^t \begin{bmatrix} \varepsilon(t) \\ \dot{\varsigma}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \phi_1^{ij} & -T_k N \\ * & -T_k Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon(t) \\ \dot{\varsigma}(s) \end{bmatrix} ds \right\} \end{aligned}$$

类似式 (21) 的处理, 如果式 (18) 和 (19) 有解, 则下式在 $t \in (t_k, t_{k+1})$ 成立:

$$(y(t) - y_r(t))^T Q_g(y(t) - y_r(t)) - \rho^2 f^T(t)f(t) + \dot{V}(t) \leq 0$$

结合 $t = t_k$ 和 $t \in (t_k, t_{k+1})$ 区间泛函导数的分析以及 $\bigcup_{k=1}^\infty [t_k, t_{k+1}) = [0, \infty)$, 得:

$$\begin{aligned} V(t) \leq & V(t_k) - \int_{t_k}^t (y(s) - y_r(s))^T Q_g(y(s) - y_r(s))ds + \\ & \rho^2 \int_{t_k}^t f^T(s)f(s)ds \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(t_{k-1}) - & \int_{t_{k-1}}^t (y(s) - y_r(s))^T Q_g(y(s) - y_r(s))ds + \\ & \rho^2 \int_{t_{k-1}}^t f(s)f(s)ds \leq \dots \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(0) - & \int_0^t (y(s) - y_r(s))^T Q_g(y(s) - y_r(s))ds + \\ & \rho^2 \int_0^t f^T(s)f(s)ds \end{aligned}$$

对任意 $t_f > 0$, 一定存在正整数 $k \geq 0$, 使得 $t_k \leq t_f < t_{k+1}$, 所以有:

$$\begin{aligned} V(t_f) + & \int_0^{t_f} (y(s) - y_r(s))^T Q_g(y(s) - y_r(s))ds \leq \\ V(0) + & \rho^2 \int_0^{t_f} f^T(s)f(s)ds \end{aligned} \quad (26)$$

t_f 为无穷终止时间, 因此 $V(t_f) = 0$, 则上式变为式 (15).

□

注 1. 文献 [20–22] 研究了 T-S 模糊模型网络采样控制系统的状态跟踪控制问题, 其中, 文献 [20–21] 直接将 Lyapunov 函数导数的分析从数据更新区间 (t_k, t_{k+1}) 扩展到整个时间域, 未考虑 Lyapunov 函数在数据更新时刻 t_k 可能产生的跳变特性; 文献 [22] 将输入时滞导数在整个时间区间处理为 1, 没有充分考虑输入时滞处理过程中的输入时滞数据更新时刻的非连续性及不可导性, 所以本文对于输入时滞的特性分析及 Lyapunov 函数导数在整个时间域的分析更具合理性.

注 2. 现有 T-S 模糊模型系统利用 Lyapunov 方法进行相关问题分析时, 大多采用隶属度无关 Lyapunov 函数^[23], 本文所建立的 Lyapunov 函数亦是隶属度无关的. 最近文献 [24] 采用非二次型隶属度相关 Lyapunov 函数, 在稳定分析中有很好的效果, 今后工作中将对这种方法在本文研究问题中的应用进行一些讨论.

接下来, 讨论模糊控制器设计问题. 定理 1 中, 假设 $K_j = (K_{1j} \ K_{2j})$ ($j = 1, 2, \dots, r$) 未知, 定理 2 给出了具有采样数据的网络跟踪控制系统 H_∞ 输出跟踪控制的充分条件以及模糊控制器的求解方法.

定理 2. 给定标量 $\eta > 0$, $\rho > 0$, $a > 0$, $b > 0$ 和加权矩阵 $Q_g > 0$, 如果存在 $\hat{P} = \hat{P}^T > 0$, $\hat{Q} = \hat{Q}^T$, $\hat{P} = \begin{bmatrix} \hat{P}_1 + \hat{P}_1^T & -\hat{P}_1 - \hat{P}_2 \\ * & \hat{P}_2 + \hat{P}_2^T \end{bmatrix}$, 以及任意合适维数的矩阵 $G, \hat{N} = [\hat{N}_1^T \ \hat{N}_2^T \ 0 \ 0]^T$, $\hat{M} = [\hat{M}_1^T \ \hat{M}_2^T]^T$ 和 V_j , 使得矩阵不等式 (27)~(29) 有可行解:

$$\begin{bmatrix} \hat{\psi} & -\eta \hat{M} \\ * & \hat{Q} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\phi}_{11}^{ij} & \hat{\phi}_{12}^{ij} & \hat{\phi}_{13}^{ij} & \bar{B}_{\omega i} & G\bar{C}_i^T \\ * & \hat{\phi}_{22}^{ij} & \hat{\phi}_{23}^{ij} & a\bar{B}_{\omega i} & V_j^T D_i^T \\ * & * & \hat{\phi}_{33} & b\bar{B}_{\omega i} & 0 \\ * & * & * & -\rho^2 I & 0 \\ * & * & * & * & -Q_g^{-1} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\phi}_{11}^{ij} & \hat{\phi}_{12}^{ij} & \hat{\phi}_{13}^{ij} & \bar{B}_{\omega i} & -\sqrt{\eta} \hat{N}_1 & G\bar{C}_i^T \\ * & \hat{\phi}_{22}^{ij} & \hat{\phi}_{23}^{ij} & a\bar{B}_{\omega i} & -\sqrt{\eta} \hat{N}_2 & V_j^T D_i^T \\ * & * & \hat{\phi}_{33} & b\bar{B}_{\omega i} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\rho^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\hat{Q} & 0 \\ * & * & * & * & * & -Q_g^{-1} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (29)$$

其中

$$\hat{\psi} = \text{diag}\{\hat{P}, 0\} + \eta(\hat{P} + \hat{M}E + E^T \hat{M}^T), \quad E = [I \quad -I]$$

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{11}^{ij} &= -\hat{P}_1 - \hat{P}_1^T + \bar{A}_i G^T + G \bar{A}_i^T + \hat{N}_1 + \hat{N}_1^T \\ \hat{\phi}_{12}^{ij} &= \hat{P}_1 + \hat{P}_2 + \bar{B}_i V_j + a G \bar{A}_i^T - \hat{N}_1 + \hat{N}_2^T \\ \hat{\phi}_{13}^{ij} &= \hat{P} - G^T + b G \bar{A}_i^T + \eta(\hat{P}_1 + \hat{P}_1^T) \\ \hat{\phi}_{22}^{ij} &= -\hat{P}_2 - \hat{P}_2^T + a \bar{B}_i V_j + a V_j^T \bar{B}_i^T - \hat{N}_2 - \hat{N}_2^T \\ \hat{\phi}_{23}^{ij} &= -a G^T + b V_j^T \bar{B}_i^T - \eta(\hat{P}_1^T + \hat{P}_2^T) \\ \hat{\phi}_{33} &= -b G^T - b G + h_M \hat{Q} \\ \hat{\phi}_{13}^{ij} &= \hat{P} - G^T + b G \bar{A}_i^T \\ \hat{\phi}_{23}^{ij} &= -a G^T + b V_j^T \bar{B}_i^T \end{aligned}$$

$$\hat{\phi}_{33} = -bG - bG^T$$

则具有采样数据的 T-S 模糊模型 NCSs(13) 满足 H_∞ 输出跟踪控制性能 (15), 且 $(K_{1j} \ K_{2j}) = V_j(G^T)^{-1}$.

证明. 由舒尔补, 式 (18) 经整理和式 (30) 等价:

$$\phi_1^{ij} + \eta \phi_2 = \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_{11}^{ij} & \tilde{\phi}_{12}^{ij} & \tilde{\phi}_{13}^{ij} & L_1 \bar{B}_{\omega i} & \bar{C}_i^T \\ * & \tilde{\phi}_{22}^{ij} & \tilde{\phi}_{23}^{ij} & L_2 \bar{B}_{\omega i} & K_j^T D_i^T \\ * & * & \phi_{33} & L_3 \bar{B}_{\omega i} & 0 \\ * & * & * & -\rho^2 I & 0 \\ * & * & * & * & -Q_g^{-1} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (30)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_{11}^{ij} &= -P_1 - P_1^T + L_1 \bar{A}_i + \bar{A}_i^T L_1^T + N_1 + N_1^T \\ \tilde{\phi}_{12}^{ij} &= P_1 + P_2 + L_1 \bar{B}_i K_j + \bar{A}_i^T L_2^T - N_1 + N_2^T \\ \tilde{\phi}_{22}^{ij} &= -P_2 - P_2^T + L_2 \bar{B}_i K_j + K_j^T \bar{B}_i^T L_2^T - N_2 - N_2^T \\ \phi_{13}^{ij} &= P - L_1 + \bar{A}_i^T L_3^T + \eta(P_1 + P_1^T) \\ \phi_{23}^{ij} &= -L_2 + K_j^T \bar{B}_i^T L_3^T - \eta(P_1^T + P_2^T) \\ \phi_{33} &= -L_3 - L_3^T + \eta Q \end{aligned}$$

同理, 由舒尔补, 式 (19) 经整理和式 (31) 等价:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\phi}_{11}^{ij} & \tilde{\phi}_{12}^{ij} & \tilde{\phi}_{13}^{ij} & L_1 \bar{B}_{\omega i} & -\sqrt{\eta} N_1 & \bar{C}_i^T \\ * & \tilde{\phi}_{22}^{ij} & \tilde{\phi}_{23}^{ij} & L_2 \bar{B}_{\omega i} & -\sqrt{\eta} N_2 & K_j^T D_i^T \\ * & * & \tilde{\phi}_{33} & L_3 \bar{B}_{\omega i} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\rho^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -Q & 0 \\ * & * & * & * & * & -Q_g^{-1} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (31)$$

其中, $\tilde{\phi}_{13}^{ij} = P - L_1 + \bar{A}_i^T L_3^T$, $\tilde{\phi}_{23}^{ij} = -L_2 + K_j^T \bar{B}_i^T L_3^T$, $\tilde{\phi}_{33} = -L_3 - L_3^T$, $\tilde{\phi}_{11}^{ij}$, $\tilde{\phi}_{12}^{ij}$, $\tilde{\phi}_{22}^{ij}$ 见式 (30). 令 $L_1 = G^{-1}$, $L_2 = aG^{-1}$, $L_3 = bG^{-1}$ (a, b 为非零标量), $J_1 = \text{diag}\{G \ G \ G\}$, $J_2 = \text{diag}\{G \ G \ G \ I \ I\}$, $J_3 = \text{diag}\{G \ G \ G \ I \ G \ I\}$, 式 (17) 左乘 J_1 , 右乘 J_1^T ; 式 (30) 左乘 J_2 , 右乘 J_2^T ; 式 (31) 左乘 J_3 , 右乘 J_3^T . 并令 $\hat{P} = GPG^T$, $\hat{P}_1 = GP_1G^T$, $\hat{P}_2 = GP_2G^T$, $\hat{M}_1 = GM_1G^T$, $\hat{M}_2 = GM_2G^T$, $\hat{N}_1 = GN_1G^T$, $\hat{N}_2 = GN_2G^T$, $V_j = (K_{1j} \ K_{2j})G^T$ ($j = 1, 2, \dots, r$). 则式 (17), (30) 和式 (31) 分别转化为式 (27), (28) 和式 (29). 因此, 如果式 (27)~(29) 有可行解, 那么, 系统 (13) 具有 H_∞ 输出跟踪控制性能. 同时, 由式 (28) 和 (29) 成立, 可知 $G + G^T$ 为正定, 从而 G 为非奇异, 因而, $(K_{1j} \ K_{2j}) = V_j(G^T)^{-1}$. □

3 实例分析

考虑添加输出方程的非线性系统^[25] 在具有数据丢包和数据传输时滞网络环境下的 H_∞ 输出跟踪控制问题:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_1^3(t) - 0.1x_2(t) + 12\cos(t) + u(t) \\ y(t) = 0.9x_1(t) + x_2(t) \end{cases} \quad (32)$$

为得到系统 (32) 的 T-S 模糊模型, 假定 $x_1(t) \in [-5, 5]$, 系统 (32) 可以描述为

规则 1. if $x_1(t)$ is V_1 , then

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + Bu(t) + B\sigma(t)$$

$$y(t) = C_1 x(t) + D_1 u(t)$$

规则 2. If $x_1(t)$ is V_2 , then

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B u(t) + B \sigma(t)$$

$$y(t) = C_2 x(t) + D_2 u(t)$$

其中

$$x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T, \sigma(t) = 12 \cos(t)$$

$$h_1(x_1(t)) = 1 - \frac{x_1^2(t)}{25}, h_2(x_1(t)) = \frac{x_1^2(t)}{25}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & -0.1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_1 = (0.9 \ 1), C_2 = (0.9 \ 1)$$

$$D_1 = 0, D_2 = 0$$

稳定的线性参考模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} x_r(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v(t) \\ y_r(t) = (0 \ 1) x_r(t) \end{cases} \quad (33)$$

式中, $x_r(t) = [x_{1r}(t) \ x_{2r}(t)]^T, v(t) = 4 \sin(t)$.

首先, 给定模糊控制器增益矩阵时, 由定理 1 分析具有采样数据 NCSs 满足给定 H_∞ 输出跟踪控制性能的 ZOH 端控制数据更新周期最大值. 给定 $Q_g = I, \rho = 2$, 模糊控制器增益矩阵 $K_1 = (-22 \ -23 \ -20 \ -15), K_2 = (-25 \ -26 \ -12 \ -23)$, 由定理 1, 当 $\eta \leq 0.0730$ 时, LMIs (16)~(19) 有可行解, 即当 ZOH 端控制数据更新间隔不大于 0.0730 时, 给定的模糊控制器能够使得被控系统 (32) 的输出在网络环境下跟踪参考模型 (33) 的输出变量, 且满足 $\rho = 2$ 的 H_∞ 输出跟踪性能指标.

接下来, 验证模糊控制器设计的有效性. 给定 $Q_g = I, \rho = 2$, 假设该系统采样周期为 10 ms, 丢包个数是 1, 数据传输时滞为 40 ms, 则 η 为 60 ms. 此时由定理 2, 当参数 $a = 20, b = 1$ 时, 求得模糊控制器增益矩阵为 $K_1 = (-9.6261 \ -13.1581 \ 0.3480 \ 6.1645), K_2 = (-9.6261 \ -13.1581 \ 0.3480 \ 6.1645)$. 假设被控对象初始状态为 $x = (2 \ -1)^T$, 参考模型初始状态为 $x_r = (-0.5 \ 1)^T$, 利用求解的模糊控制器进行控制, 被控对象 (32) 在网络环境下的输出跟踪曲线如图 3 所示. 由仿真图可以看出, 被控对象输出能较好地跟踪参考模型输出信号. 经计算, $\|f(t)\|_2 = \|\sigma(t)\|_2 + \|v(t)\|_2 = 49.2718, \|e(t)\|_2 = \|y(t) - y_r(t)\|_2 = 1.3011$, 可得:

$$\frac{\|e(t)\|_2}{\|f(t)\|_2} = 0.02641 < \rho = 2$$

以上计算结果说明本文 H_∞ 输出跟踪控制器设计的有效性.

为进一步验证本文模糊控制器对不同信号的跟踪能力, 假设参考模型 (33) 的参考输入信号为 $v(t) = 4 \tan(t)$, 并假设被控对象和参考模型的初始状态分别为 $x = (1 \ -1)^T$ 和 $x_r = (0 \ 1)^T$, 利用上述求解的模糊控制器, 其输出跟踪曲线如图 4 所示, 由仿真图可以看出, 被控对象输出同样能较好地跟踪参考模型输出信号.

4 结论

本文研究了基于 T-S 模糊模型的采样数据网络控制系统 H_∞ 输出跟踪控制问题, 充分考虑 NCSs 采样的特殊性, 首次提出将采样周期、数据传输时滞和连续丢包统一转化为 ZOH 端数据更新周期, 建立了以被控对象状态和参考模型状

态为闭环系统状态变量, 输出跟踪误差为闭环系统输出变量的增广系统模型. 在此基础上, 构建适合的 Lyapunov 函数, 借助 Lyapunov 定理得到模糊控制器增益矩阵已知和未知两种情况下系统 H_∞ 输出跟踪的充分条件, 并进一步采用参数调整法进行模糊控制器设计, 仿真实例表明本文控制器能够实现良好的跟踪效果.

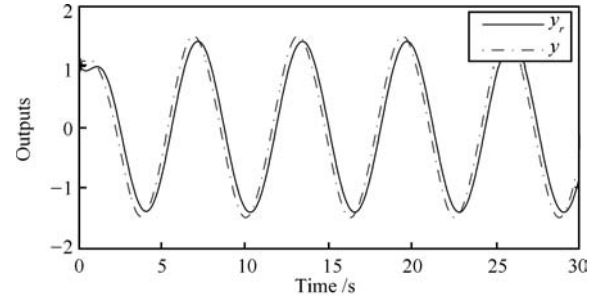


图 3 参考模型中 $v(t) = 4 \sin(t)$ 时的输出跟踪曲线

Fig. 3 Trajectories of outputs when $v(t) = 4 \sin(t)$

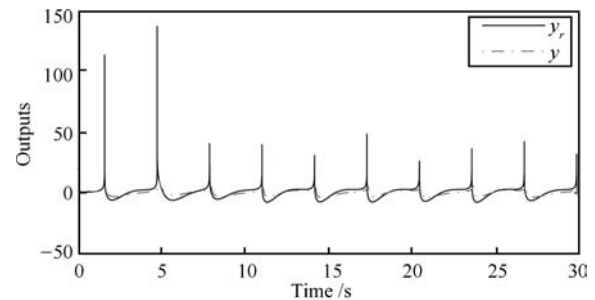


图 4 参考模型中 $v(t) = 4 \tan(t)$ 时的输出跟踪曲线

Fig. 4 Trajectories of outputs when $v(t) = 4 \tan(t)$

References

- 1 Dawson D M, Qu Z, Carroll J J. Tracking control of rigid-link electrically-driven robot manipulators. *International Journal of Control*, 1992, **56**(5): 991–1006
- 2 Kim S H, Kim Y S, Song C. A robust adaptive nonlinear control approach to missile autopilot design. *Control Engineering Practice*, 2004, **12**(2): 149–154
- 3 Liao F, Wang J L, Yang G H. Reliable robust flight tracking control: an LMI approach. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, **10**(1): 76–89
- 4 Zhou Q, Shi P, Xu S Y, Li H Y. Adaptive output feedback control for nonlinear time-delay systems by fuzzy approximation approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2013, **21**(2): 301–313
- 5 Yao Yu, Zhang Bang-Cheng, Cai Yun, Zhou Zhi-Jie, Jiang Da-Wei, Gao Zhi. Improved strong track filter and its application to servo control system of 3PTT-2R institutions. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(7): 1481–1492 (姚禹, 张邦成, 蔡赞, 周志杰, 姜大伟, 高智. 改进的强跟踪滤波算法及其在 3PTT-2R 伺服系统中的应用. *自动化学报*, 2014, **40**(7): 1481–1492)
- 6 Chen B, Liu X P, Ge S S, Lin C. Adaptive fuzzy control of a class of nonlinear systems by fuzzy approximation approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2012, **20**(6): 1012–1021
- 7 Li Xiang-Yang. Iterative learning control based on finite time tracking differentiator. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(7):

- 1366–1375
(李向阳. 基于有限时间跟踪微分器的迭代学习控制. 自动化学报, 2014, **40**(7): 1366–1375)
- 8 Tanaka K, Wang H O. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. New York: Wiley, 2001. 278–286
 - 9 Lam H K, Li H Y, Christian D, Secco E L, Wurdemann H A, Kaspar A. Control design for internal type-2 fuzzy systems under imperfect premise matching. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, **61**(2): 956–968
 - 10 Wu Z G, Shi P, Su H Y, Chu J. Reliable control for discrete-time fuzzy systems with infinite-distributed delay. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2012, **20**(1): 22–31
 - 11 Su X J, Shi P, Wu L G, Song Y D. A novel control design on discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy systems with time-varying delays. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2013, **21**(4): 655–671
 - 12 Zhang Jian, Xu Hong-Bing, Zhang Hong-Bin. Observer-based sampled-data control for a class of continuous nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(12): 1780–1787
(张健, 徐红兵, 张洪斌. 基于观测器的一类连续非线性系统的采样控制. 自动化学报, 2010, **36**(12): 1780–1787)
 - 13 Hua C C, Wang Q G, Guan X P. Robust adaptive controller design for nonlinear time-delay systems via T-S fuzzy approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2009, **17**(4): 901–910
 - 14 Lin C, Wang Q G, Lee T H. H_∞ output tracking control for nonlinear systems via T-S fuzzy model approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics — Part B: Cybernetics*, 2006, **36**(2): 450–457
 - 15 Gao H J, Chen T W. Stabilization of nonlinear systems under variable sampling: a fuzzy control approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2007, **15**(5): 972–983
 - 16 Wu Z G, Shi P, Su H, Chu J. Network-based robust passive control for fuzzy systems with randomly occurring uncertainties. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2013, **21**(5): 966–971
 - 17 You Ke-You, Xie Li-Hua. Survey of recent progress in networked control systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(2): 101–118
(游科友, 谢立华. 网络控制系统的最新研究综述. 自动化学报, 2013, **39**(2): 101–118)
 - 18 Fridman E. A refined input delay approach to sampled-data control. *Automatica*, 2010, **46**(2): 421–427
 - 19 Zhang C K, Jiang L, He Y, Wu H, Wu M. Stability analysis for control systems with aperiodically sampled data using an augmented Lyapunov functional method. *IET Control Theory and Applications*, 2013, **7**(9): 1219–1226
 - 20 Xiao Hui-Qin, He Yong, Wu Min, Xiao Shen-Ping. Improved H_∞ tracking control for nonlinear networked control systems based on T-S fuzzy model. *Control Theory & Applications*, 2012, **29**(1): 71–78
(肖会芹, 何勇, 吴敏, 肖伸平. 基于 T-S 模糊模型非线性网络控制系统改进 H_∞ 跟踪控制. 控制理论与应用, 2012, **29**(1): 71–78)
 - 21 Jia X C, Zhang D W, Hao X H, Zheng N N. Fuzzy H_∞ tracking control for nonlinear networked control systems in T-S fuzzy model. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics — Part B: Cybernetics*, 2009, **39**(4): 1073–1079
 - 22 Chen Z S, He Y, Wu M. Robust fuzzy tracking control for nonlinear networked control systems with integral quadratic constraints. *International Journal of Automation and Computing*, 2010, **7**(4): 492–499
 - 23 Tanaka K, Yoshida H, Ohtake H, Wang H O. A sum-of-squares approach to modeling and control of nonlinear dynamical systems with polynomial fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2009, **17**(4): 911–922
 - 24 Zhao X D, Zhang L X, Shi P, Karimi H R. Novel stability criteria for T-S fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2014, **22**(2): 313–323
 - 25 Tanaka K, Ikeda T, Wang H O. A unified approach to controlling chaos via an LMI-based fuzzy control system design. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 1998, **45**(10): 1021–1040
- 肖会芹 中南大学信息科学与工程学院博士研究生. 2000 年于湖南工业大学获自动化专业学士学位, 2006 年于中南大学获控制理论与控制工程学科硕士学位. 主要研究方向为时滞系统鲁棒控制和网络控制.
E-mail: xiaohq-610@126.com
- (XIAO Hui-Qin Ph.D. candidate at the School of Information Science and Engineering, Central South University. She received her bachelor degree in automation from Hunan University of Technology in 2000, and her master degree in control science and engineering from Central South University in 2006. Her research interest covers robust control of time-delay systems and networked control.)
- 何勇 中国地质大学(武汉)自动化学院教授. 分别于 1991, 1994 年于中南大学应用数学专业获理学学士学位, 理学硕士学位. 2004 年在中南大学控制理论与控制工程专业获工学博士学位. 主要研究方向为时滞系统鲁棒控制和网络控制. 本文通信作者.
E-mail: heyong08@cug.edu.cn
- (HE Yong Professor at the School of Automation, China University of Geosciences. He received his bachelor and master degrees in applied mathematics and his Ph.D. degree in control theory and control engineering from Central South University (CSU) in 1991, 1994, and 2004, respectively. His research interest covers robust control of time-delay systems and networked control. Corresponding author of this paper.)
- 吴敏 中国地质大学(武汉)自动化学院教授. 分别于 1983, 1986 年于中南大学获自动化专业学士学位和硕士学位. 1999 年于日本东京工业大学获工学博士学位. 主要研究方向为鲁棒控制, 过程控制和智能控制. E-mail: wumin@cug.edu.cn
- (WU Min Professor at the School of Automation, China University of Geosciences. He received his bachelor and master degrees from Central South University (CSU), and his Ph.D. degree from the Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan in 1983, 1986 and 1999, respectively, all in engineering. His research interest covers robust control, process control, and intelligent control.)
- 肖伸平 湖南工业大学电气与信息工程学院教授. 1988 年在东北大学获工学学士学位, 2008 年在中南大学获工学博士学位. 主要研究方向为时滞系统鲁棒控制, 智能控制和过程控制.
E-mail: xsph_519@163.com
- (XIAO Shen-Ping Professor at the School of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology. He received his bachelor degree in engineering from Northeastern University in 1988, and his Ph.D. degree in control science and engineering from Central South University in 2008, respectively. His research interest covers robust control of time-delay systems, intelligent control, and process control.)