

动态系统实际故障可诊断性的量化评价研究

李文博^{1,2} 王大轶^{1,2} 刘成瑞^{1,2}

摘 要 提出了一种新颖的动态系统实际故障可诊断性量化评价方法. 该方法无需设计任何诊断算法, 仅通过解析模型即可给出动态系统故障检测和隔离的难易程度, 从而为实现在系统设计阶段提高故障诊断能力的工程目标提供理论指导和参考依据. 首先, 通过标准化模型和等价空间变换, 将状态空间描述的随机动态系统实际故障可诊断性评价问题转化为概率统计中多元分布相似度判别的数学问题; 然后, 根据严格的数学证明, 指出距离相似度判别准则在进行可诊断性量化评价中存在的不足. 进而, 为弥补该不足, 利用故障矢量的分布概率以及不同故障矢量之间的余弦相似度, 设计基于方向相似度的可诊断性量化评价新方法; 最后, 通过数学仿真验证该方法的有效性和优越性.

关键词 动态系统, 实际故障可诊断性, 量化评价, 距离相似度, K-L 散度, 方向相似度

引用格式 李文博, 王大轶, 刘成瑞. 动态系统实际故障可诊断性的量化评价研究. 自动化学报, 2015, 41(3): 497–507

DOI 10.16383/j.aas.2015.c140428

Quantitative Evaluation of Actual Fault Diagnosability for Dynamic Systems

LI Wen-Bo^{1,2} WANG Da-Yi^{1,2} LIU Cheng-Rui^{1,2}

Abstract This paper proposes a novel approach to quantitative evaluation of actual fault diagnosability for dynamic systems. This approach, which can quantify the difficult level to detect and isolate a fault without designing a diagnosis algorithm, provides a guidance and reference for the technical purpose of improving fault diagnosis ability in the system design phase. First, fault diagnosability evaluation for the dynamic system described by a state space model is converted to a statistical probability problem for distinguishing the similarity of different multivariate distributions through the model standardization and the parity space method. KLD (Kullback-Leibler divergence) is introduced to present the principle of evaluating fault diagnosability based on the criterion of distance similarity, and the shortages of this method are pointed out through rigorous proofs. To make up these shortages, a new method for quantitative diagnosability evaluation is designed, which is derived from the probability distribution of fault vectors and the cosine similarity between two different fault vectors in the view of directional similarity. Finally, the validity and superiority of the proposed approach are verified by numerical simulations.

Key words Dynamic systems, actual fault diagnosability, quantitative evaluation, distance similarity, Kullback-Leibler divergence, directional similarity

Citation Li Wen-Bo, Wang Da-Yi, Liu Cheng-Rui. Quantitative evaluation of actual fault diagnosability for dynamic systems. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(3): 497–507

随着系统规模和复杂性的日益增加, 一旦发生事故将造成巨大的经济损失和人员伤亡, 这使得人们对增加系统可靠性和安全性、降低故障风险提出了更迫切的需求^[1]. 为实现该目标, 基于解析冗余关系的故障诊断算法引起了国内外学者的广泛重视, 并在理论研究和工程实践方面取得了大量有价值的成果^[2–6]. 然而, 该方法是在实际系统设计完成之后

才开始进行, 并没有真正融入设计过程. 因此, 为实现将提高故障诊断能力的工作重点前移到系统设计阶段、并快速给出故障诊断策略的工程目标, 有必要将故障可诊断性当作一种性能指标纳入到设计体系中.

根据故障可诊断性 (Fault diagnosability) 的定义^[7] 可知: 可诊断性包括可检测性和可隔离性; 可诊断性是动态系统能否快速、准确进行故障检测和隔离的关键; 只有保证系统的可诊断性得到满足, 设计诊断算法才具有实际意义. 然而, 现有关于可诊断性的研究尚处于萌芽阶段; 同时, 由于缺乏必要的评价手段与工具, 并未对可诊断性评价问题开展系统的理论与方法研究. 鉴于此, 本文针对基于解析模型的动态系统故障可诊断性评价问题开展了研究工作.

文献 [8–10] 通过故障诊断算法的存在性来评价动态系统的可诊断性. 考虑到可诊断性是系统的内在固有属性, 与外部诊断算法的具体形式无关; 因

收稿日期 2014-06-16 录用日期 2014-10-12
Manuscript received June 16, 2014; accepted October 12, 2014
国家自然科学基金 (61203093, 61004073), 国家重点实验室基金 (9140C590304130C59016) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61203093, 61004073), and National Key Laboratory Foundation (9140C590304130C59016)
本文责任编辑 钟麦英
Recommended by Associate Editor ZHONG Mai-Ying
1. 北京控制工程研究所 北京 100190 2. 空间智能控制技术重点实验室 北京 100190
1. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190 2. Science and Technology on Space Intelligent Control Laboratory, Beijing 100190

而,该方法无法准确反映系统诊断能力的真实特性.在不依赖任何诊断算法的前提下,本文根据评价过程是否考虑干扰影响,将其分为固有和实际可诊断性评价两种.固有故障可诊断性评价是指:在评价过程中不考虑干扰因素的影响,仅通过系统的解析模型、输入和输出信息,对可检测性和可隔离性进行分析.目前,对于可诊断性评价的研究成果多集中于此^[11-15];但是,上述评价结果均为定性的,即仅能知道故障能否被检测和隔离,而无法明确故障检测和隔离的难易程度(量化评价).

实际故障可诊断性评价,就是在固有可诊断性评价的基础上,考虑过程和观测噪声等干扰因素的影响.事实上,干扰会严重影响评价结果的正确性,这主要体现在:干扰引起的输出偏差被误当作故障处理;故障引起的偏差被当作干扰而未加考虑,特别是动态系统早期发生的微小故障常常被淹没在噪声中.由于问题的复杂性,对于该领域的研究成果较少.文献[16]引入“K-L散度”(Kullback-Leibler divergence)量化随机线性系统的实际故障可诊断性;并通过在工作点附近进行线性化处理,将其应用于非线性系统.然而,K-L散度在具体应用中存在以下不足:1)对于某些非零故障模式不具有可检测性;2)当系统输出个数为1时,无法进行可隔离性评价.文献[17-18]通过忽略过程控制中的状态变化将其描述成静态系统,并利用故障方向矢量(Fault image vector)量化评价传感器故障的实际可检测性和可隔离性;但该方法难以推广并应用于动态系统和执行器故障的可诊断性评价.

鉴于上述实际故障可诊断性量化评价研究的工程意义和现有方法存在的不足,本文提出了一种基于方向相似度的动态系统实际可诊断性量化评价新方法.首先,将该问题描述成数理统计中多元分布的相似度判别问题;然后,以K-L散度为例,阐述基于距离相似度可诊断性量化评价方法的基本原理,并通过严格的数学证明,揭示该方法在应用中存在不足的数学本质;进而,为弥补这些不足,分别利用故障矢量的分布概率以及不同故障矢量之间的余弦相似度,推导、设计新的实际可检测性和可隔离性量化评价指标,并给出具体评价流程;最后,分别以文献[16]中算例1和卫星姿态确定系统为仿真算例,验证该方法的正确性和优越性.

1 问题的数学描述

考虑如下动态系统的离散状态空间模型:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + B_f f(k) + B_w w(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) + D_f f(k) + D_v v(k) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x \in \mathbf{R}^n$ 为状态; $y \in \mathbf{R}^m$ 为输出; $u \in \mathbf{R}^q$ 为输

入; $f \in \mathbf{R}^p$ 为故障,包括执行器故障 f_a 和传感器故障 f_s , 且 $f(k) = [f_a^T(k) f_s^T(k)]^T$; $w \in \mathbf{R}^l$ 和 $v \in \mathbf{R}^t$ 为系统的干扰因素,可描述成线性互不相关的高斯白噪声; A 、 B 、 B_f 、 B_w 、 C 、 D 、 D_f 和 D_v 分别为相应维数的系统矩阵.

按时间序列(窗口长度为: $s = n + 1$) 对式(1)进行迭代,并构造如下等式^[16]:

$$Lz_s = Hx_s + Ff_s + Ee_s \quad (2)$$

其中, $z_s \in \mathbf{R}^{(m+q)s}$ 、 $e_s \in \mathbf{R}^{(l+t)s}$ 、 $f_s \in \mathbf{R}^{ps}$ 和 $x_s \in \mathbf{R}^{n(s+1)}$ 分别为观测、干扰、故障和状态的时间堆栈向量; $L \in \mathbf{R}^{(n+m)s \times (m+q)s}$ 、 $H \in \mathbf{R}^{(n+m)s \times n(s+1)}$ 、 $F \in \mathbf{R}^{(n+m)s \times ps}$ 和 $E \in \mathbf{R}^{(n+m)s \times (l+t)s}$ 为相应维数的系数矩阵.

$$\begin{aligned} f_s &= \begin{bmatrix} f(k-n) \\ \vdots \\ f(k) \end{bmatrix}, \quad x_s = \begin{bmatrix} x(k-n) \\ \vdots \\ x(k+1) \end{bmatrix} \\ L &= \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & \cdots & 0 & -B & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & -B & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & -B \\ \hline I & \cdots & 0 & -D & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \vdots & 0 & -D & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & I & 0 & \cdots & 0 & -D \end{array} \right] \\ H &= \left[\begin{array}{ccccc} A & -I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A & -I & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & A & -I \\ \hline C & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & C & 0 \end{array} \right] \\ z_s &= \begin{bmatrix} y(k-n) \\ \vdots \\ y(k) \\ u(k-n) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix}, \quad e_s = \begin{bmatrix} w(k-n) \\ \vdots \\ w(k) \\ v(k-n) \\ \vdots \\ v(k) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$F = \begin{bmatrix} B_f & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & B_f & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & B_f \\ D_f & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D_f & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & D_f \end{bmatrix}$$

$$E = \left[\begin{array}{ccc|ccc} B_w & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & B_w & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline 0 & \cdots & 0 & D_v & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \vdots & 0 & D_v & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & D_v \end{array} \right]$$

根据等价空间变换原理, 在式 (2) 的等号两边同时左乘矩阵 N_H , 得到^[19]:

$$N_H L z_s = N_H F f_s + N_H E e_s \quad (3)$$

其中, N_H 为 H 零空间的左正交基, 即 $N_H H = 0$; $N_H F f_s$ 为故障矢量, 由方向矩阵 $N_H F$ 和基于时间序列的故障模式向量 f_s 组成; $N_H L z_s$ 为观测所得系统的动态行为。

考虑到等价空间变换不会影响系统的解, 因此可用式 (3) 描述式 (1) 所示系统的动态行为, 即式 (3) 是系统式 (1) 动态行为在时间窗口长度 s 内的静态表现。从该式中可以看出: 动态行为 $N_H L z_s$ 是由故障矢量 $N_H F f_s$ 和干扰矢量 $N_H E e_s$ 线性组合形成的多元分布。

因此, 通过相应判别准则 (例如, 距离相似度和方向相似度) 衡量式 (3) 所示无故障/故障发生时以及发生不同故障时多元分布的相似度/差异度, 可以实现量化评价式 (1) 所示动态系统可检测性和可隔离性的目的。

2 基于距离相似度的可诊断性评价方法

距离相似度是衡量不同多元分布之间相似度的一种常用判别准则。顾名思义, 距离相似度是根据两个分布之间的概率距离量化其差异度/相似度; 常用的量化指标包括: K-L 散度和巴氏系数 (Bhattacharyya coefficient) 等。

以 K-L 散度为例, 本节首先简要阐述采用距离相似度进行实际可诊断性量化评价的基本原理; 然

后, 通过严格的数学证明指出该评价方法在具体应用中存在的不足。

2.1 基本原理

K-L 散度的数学表达式为^[20]:

$$KL(p_i, p_j) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_i(z) \ln \frac{p_i(z)}{p_j(z)} dz \quad (4)$$

其中, p_i 和 p_j 分别为分布 z_i 和 z_j 的概率密度函数。

为便于计算, 假设 z_i 和 z_j 分别服从正态分布 $z_i \sim N(\mu_i, \sigma_i)$ 和 $z_j \sim N(\mu_j, \sigma_j)$, 并将其概率密度函数代入到式 (4) 中, 得到:

$$KL(p_i, p_j) = \frac{1}{2}(\mu_i - \mu_j)^T \sigma^{-1}(\mu_i - \mu_j) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\det \sigma}{\sqrt{(\det \sigma_i)(\det \sigma_j)}} \right) \quad (5)$$

其中, $\sigma = (\sigma_i + \sigma_j)/2$; $\det$ 表示矩阵的行列式。

特别是, 当 σ_i 和 σ_j 均为单位矩阵时, 式 (5) 退化为:

$$KL(p_i, p_j) = \frac{1}{2} \|\mu_i - \mu_j\|^2 \quad (6)$$

由于两概率分布的最小 K-L 散度等价于这两者之间的最大似然估计^[21]。因此, 可以利用最小 K-L 散度评价故障 f_i 的可检测性 $FD(f_i)$ 以及故障 f_i 与 f_j 之间的可隔离性 $FI(f_i, f_j)$, 具体计算公式为^[16]:

$$FD(f_i) = \min[KL(p_i, 0)]$$

$$FI(f_i, f_j) = \min[KL(p_i, p_j)] \quad (7)$$

其中, “0” 表示无故障时多元分布的概率密度函数。

将式 (6) 分别代入式 (7) 中的上下两式, 并经过推导得到 f_i 可检测性以及 f_i 与 f_j 之间可隔离性的量化评价指标为:

$$FD(f_i) = \frac{1}{2} \|N_H F_i f_{si}\|^2$$

$$FI(f_i, f_j) = \frac{1}{2} \|N_{[H \ F_j]} F_i f_{si}\|^2 \quad (8)$$

其中, $FD(f_i)$ 的取值范围为 $[0, +\infty)$; 当 $FD(f_i) = 0$ 时, 表示 f_i 不可被检测; $FD(f_i)$ 越大表示 f_i 越容易被检测出来, 即 f_i 的可检测性越高。 $FI(f_i, f_j)$ 的取值范围为 $[0, +\infty)$; 当 $FI(f_i, f_j) = 0$ 时, 表示 f_i 与 f_j 不可被隔离; $FI(f_i, f_j)$ 越大表示 f_i 与 f_j 之间的可隔离性越强。 F_i 表示故障 f_i 在矩阵 F 中的对应位置; f_{si} 表示在时间序列 s 内 f_i 的具体故障模式; $N_{[H \ F_j]}$ 表示矩阵 $[H \ F_j]$ 零空间的左正交基。

从式 (8) 中可以看出: 该可检测性和可隔离性评价指标仅与故障模式矢量 f_{si} 、系数矩阵 F 和 H 有关, 而与诊断算法的具体形式无关。

在此需要说明的是, 根据式 (8) 中下式的具体形式得到: 在一般情况下, 基于距离相似度的可隔离性评价结果是不对称的, 即 $\text{FI}(f_i, f_j) \neq \text{FI}(f_j, f_i)$.

2.2 存在的不足

第 2.1 节阐述了距离相似度进行可诊断性量化评价的基本原理. 但是, 该方法在具体应用时尚存在以下两点不足: 1) 对于某些非零故障模式 ($f_{si} \neq 0$) 不具有可检测性; 2) 当系统输出个数为 1 时, 无法评价可隔离性. 本小节分别通过定理 1 和定理 2 对上述不足存在的数学本质进行严格证明.

从式 (8) 中上式可以看出, 距离相似度对故障 f_i 进行可检测性评价的前提是 $N_H F_i f_{si} \neq 0$. 然而, 对于某些非零故障模式 ($f_{si} \neq 0$) 可能导致其不具有可检测性, 即使得 $N_H F_i f_{si} = 0$. 在此, 通过定理 1 给出距离相似度进行可检测性评价的前提条件.

定理 1. 在式 (1) 所示动态系统中, 距离相似度准则对非零故障模式 f_{si} 具有可检测性的充要条件是: 在矩阵 $N_H F_i$ 的行最简阶梯形中, 每个非零行的非零元素个数等于 1.

证明. 设 $N_H F_i$ 的维数为 $m \times n$, 秩为 r . 对于非零故障模式 f_{si} , $N_H F_i f_{si} = 0$ 的充要条件是^[22]: $r < n$. 因此, $N_H F_i$ 的行最简阶梯形可以写为

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & \cdots & 0 & b_{1,r+1} & \cdots & b_{1,n} \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots & b_{2,r+1} & \cdots & b_{2,n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & b_{r,r+1} & \cdots & b_{r,n} \\ \hline 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{array} \right]_{m \times n} \quad (9)$$

必要性. 基于式 (9), $N_H F_i f_{si} = 0$ 可展开为

$$\begin{cases} f_{s1} + b_{1,r+1}f_{s(r+1)} + \cdots + b_{1,n}f_{sn} = 0 \\ \vdots \\ f_{sr} + b_{r,r+1}f_{s(r+1)} + \cdots + b_{r,n}f_{sn} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

若 $b_{i,r+1} = \cdots = b_{i,n} = 0$ ($1 \leq i \leq r$) $\Rightarrow f_{si} = 0$, 则与故障模式 f_{si} 是非零的前提假设相矛盾. 因此, 为保证 $N_H F_i f_{si} = 0$ 且 $f_{si} \neq 0$, 在矩阵 $N_H F_i$ 的第 i 个非零行中至少存在一个元素 $b_{i,j} \neq 0$. 换言之, 对于非零故障模式 f_{si} , 当 $N_H F_i f_{si} = 0$ 时, 在 $N_H F_i$ 的行最简阶梯形中, 每个非零行的非零元素个数至少为 2.

因此, 当 $N_H F_i f_{si} \neq 0$ 时, 在 $N_H F_i$ 的行最简阶梯形中, 每个非零行的非零元素个数等于 1.

充分性. 设 M 为充分大的正数, 且令

$$f_{r+1} = M^{n-r}, \cdots, f_n = M$$

得到

$$f_{si} = -b_{i,r+1}M^{n-r} - \cdots - b_{i,n}M, \quad i = 1, \cdots, r \quad (11)$$

由于 f_{si} 非零, 则至少有一个系数 $b_{i,j}$ 是非零的. 不失一般性, 设 $b_{i,r+k} \neq 0$ ($1 \leq k \leq n-r$), 则:

$$f_{si} = -b_{i,r+k}M^{n-r-k+1} \times \left(1 + \frac{b_{i,r+k+1}M^{n-r-k} + \cdots + b_{i,n}M}{b_{i,r+k}M^{n-r-k+1}} \right) \quad (12)$$

由于 $\lim_{M \rightarrow +\infty} f_{si} = +\infty$, 所以存在充分大的正数 M , 使得: $f_{si} \neq 0 \Rightarrow N_H F_i f_{si} = 0$.

因此, 在 $N_H F_i$ 的行最简阶梯形中, 当每个非零行中只有 1 个非零元素时, $N_H F_i f_{si} \neq 0$. $\square$

当定理 1 不满足时, 无法采用距离相似度判别准则对式 (1) 所示动态系统的实际故障可检测性和可隔离性进行量化评价. 这是因为对于不可被检测的故障, 讨论其可隔离性是没有意义的.

同样, 通过定理 2 给出距离相似度判别准则进行可隔离性评价的前提条件.

定理 2. 在式 (1) 所示动态系统中, 采用距离相似度进行可隔离性量化评价的条件是: 输出个数 $m > 1$.

证明. 在式 (2) 中, 矩阵 H 的维数为 $(n+m)s \times n(s+1)$; $[H \ F_j]$ 的维数为 $(n+m)s \times [n(s+1)+s]$. 为保证 H 和 $[H \ F_j]$ 零空间左正交基的存在性, 要求上述矩阵的行数必须大于列数, 即满足下式:

$$\begin{cases} (n+m)s > n(s+1) \\ (n+m)s > n(s+1)+s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n < ms \\ n < ms-s \end{cases} \quad (13)$$

由于 m 为大于等于 1 的正整数, 且 $s = n+1$, 则式 (13) 中上式恒成立. 当 $m = 1$ 时, 由式 (13) 中下式得到: $n < 0$, 这与实际情况显然不符. 因此, 当输出个数 $m = 1$ 时, 基于距离相似度的可诊断性评价方法仅能进行可检测性评价, 而无法用于评价可隔离性.

当 $m \neq 1$ 时, 即 $m \geq 2$, 式 (13) 中下式变为:

$$n < ms - s = (s-1) + (m-2)s + 1 \quad (14)$$

由于 $s = n+1$, 则上式恒成立. 因此, 当输出个数 m 大于 1 时, 距离相似度判别准则可用于故障可隔离性的量化评价. $\square$

3 基于方向相似度的可诊断性评价新方法

第 2.2 节分别通过定理 1 和定理 2 给出了距离相似度判别准则在具体应用时存在的两点不足. 事

实上, 对于实际动态系统而言, 上述不足往往是不可避免的; 特别是, 由于质量、体积等客观因素使得卫星姿态确定系统中 $N_H F_i$ 和输出个数 m 往往不能满足定理 1 和定理 2 的条件。

鉴于此, 本节提出一种基于方向相似度的可诊断性评价新方法: 分别通过故障矢量的分布概率以及不同故障矢量之间的余弦相似度, 设计式 (1) 所示动态系统可检测性和可隔离性的量化指标; 并依次给出具体的评价原理和评价流程。

3.1 评价原理

令 $r = N_H L z_s$, $q_i = N_H F_i f_{si}$ 和 $e_i = N_H E_i e_{si}$. 在式 (3) 中, 当干扰矢量 e_i 服从标准正态分布时, 即 $e_i \sim N(0, I)$, 系统的动态行为 r 可用如下概率密度函数描述:

$$\begin{aligned} p(r|H) &= N(0, I) \\ p(r|\bar{H}_{f_i}) &= N(q_i, I) \end{aligned} \quad (15)$$

其中, H 和 $\bar{H}_{f_i}$ 分别表示无故障 ($f_{si} = 0$) 和故障 f_i 发生 ($f_{si} \neq 0$) 这两种条件事件; $p(r|H)$ 和 $p(r|\bar{H}_{f_i})$ 依次表示无故障时和故障 f_i 发生时系统动态行为 r 的先验概率密度函数。

根据贝叶斯原理, 故障 f_i 发生的后验概率为

$$p(\bar{H}_{f_i}|r) = \frac{p(r|\bar{H}_{f_i})p(\bar{H}_{f_i})}{p(r)} \quad (16)$$

其中, $p(r) = \sum_{i=1}^{n_f} p(r|\bar{H}_{f_i})p(\bar{H}_{f_i}) + p(r|H)p(H)$, n_f 表示故障的个数; $p(\bar{H}_{f_i}|r)$ 表示故障 f_i 发生时系统动态行为 r 的后验概率密度函数, 其物理意义为: 通过观测系统行为 r 判断故障 f_i 发生的概率; $p(H)$ 和 $p(\bar{H}_{f_i})$ 分别表示系统无故障和故障 f_i 发生的概率, 这两者在系统设计阶段是未知的。

当故障 f_i 发生时, 后验概率 $p(\bar{H}_{f_i}|r)$ 是诊断算法进行故障检测阈值设计的关键^[18, 23]. 然而, 从式 (16) 中可以发现: 由于在系统设计阶段难以明确 $p(\bar{H}_{f_i})$ 和 $p(H)$ 的数值, 从而无法得到 $p(\bar{H}_{f_i}|r)$; 同时, 考虑到先验概率 $p(r|\bar{H}_{f_i})$ 与 $p(\bar{H}_{f_i}|r)$ 的大小成正比, 且在设计阶段易于获取. 因此, 可以利用故障 f_i 发生时系统动态行为 r 的先验概率 $p(r|\bar{H}_{f_i})$ 量化 f_i 的可检测性。

图 1 给出了二维空间中方向相似度判别准则进行实际故障可诊断性量化评价的示意图. 其中, $o-xy$ 表示一个二维空间; q_i , q_j 和 q_k 分别表示故障矢量 f_i , f_j 和 f_k 在 $o-xy$ 中的特征方向, 虚线表示各故障矢量的反向延长线; r 表示系统动态行为在 $o-xy$ 中的空间指向; α_i , α_j 和 α_k 分别表示 q_i , q_j 以及 q_k 与 r 之间的夹角; 以原点 o 为圆心的单位圆表示干扰的分布范围。

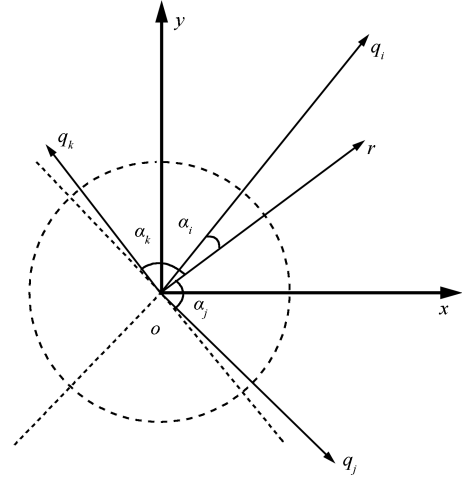


图 1 基于方向相似度的可诊断性评价示意图 (二维空间)
Fig. 1 Graphical demonstration of fault diagnosability evaluation based on directional similarity in a 2D space

从图 1 中可以发现: 1) 在单位圆内, 可以认为系统是无故障的; 2) q_i 离原点 o 越远, 故障 f_i 的可检测性越高; 同时 $p(r = q_i|H)$ 的数值越小, 即故障 f_i 的可检测性与 $p(r = q_i|H)$ 成反比; 3) 当 q_i , q_j 和 q_k 两两之间共线时, 对应故障之间不可被隔离; 4) q_i , q_j 和 q_k 两两之间共线程度越高, 对应故障之间的可隔离性越低; 例如, q_j 与 q_k 延长线之间的夹角值较小, 这使得故障 f_j 与 f_k 之间的可隔离性较低。

根据固定残差方向的故障隔离原理可知^[11]: α_i , α_j 和 α_k 分别表示故障矢量 q_i , q_j 和 q_k 与系统动态行为 r 之间的接近程度; 当 r 与 q_i 的夹角值 α_i 相对于 α_j 和 α_k 最小时, 表明故障矢量 q_i 与系统行为 r 最接近, 即认为此时故障 f_i 发生. 理论上, 当故障 f_i 发生时, r 应与 q_i 重合; 实际上, 由于干扰的存在使得 r 与 q_i 不重合, 同时满足: $\alpha_i < \alpha_j$ 且 $\alpha_i < \alpha_k$.

在此需要说明的是, 如文献 [17] 所述: 当 q_i , q_j 以及 q_k 与 r 之间夹角为锐角时 (如图 1 所示), α_i , α_j 和 α_k 的值即为该夹角值; 而当该夹角为钝角时, α_i , α_j 和 α_k 的值为 r 与 q_i , q_j 以及 q_k 延长线之间的夹角值. 也就是说, α_i , α_j 和 α_k 的取值范围为 $[0, \pi/2]$.

综上所述, 可以将故障矢量的分布概率和不同故障矢量之间的余弦相似度作为指标, 分别用于量化式 (1) 所示动态系统的可检测性和可隔离性。

3.2 评价指标和流程

基于图 1 所示二维空间中可检测性和可隔离性的评价原理, 本小节将其扩展到 n 维空间中, 提出一种适用于 n 维动态系统实际可诊断性量化评价的新方法。

考虑到故障 f_i 的可检测性与 $p(r = q_i|H)$ 的数

值成反比, 设计如下可检测性评价指标:

$$FD(f_i) = \frac{1}{p(r = q_i|H) + 1} \quad (17)$$

其中, $FD(f_i)$ 的取值范围为 $[0, 1]$; 该数值越接近 1, f_i 的可检测性越高; 反之, 该数值越接近 0, f_i 的可检测性越低.

从上式中可以看出: 当 $N_H F_i f_{si} = 0$ 时, 该可检测性指标仍能够根据 q_i 的分布概率求得故障 f_i 的可检测性, 无需求 $N_H F_i f_{si} \neq 0$, 这也解除了定理 1 对 $N_H F_i$ 的约束.

当故障 f_i 发生时, 若要将 f_i 与 f_j 进行隔离, 需满足 $\alpha_i < \alpha_j$; 根据余弦相似度的定义, 得到:

$$\frac{|r \cdot q_i|}{\|r\| \|q_i\|} > \frac{|r \cdot q_j|}{\|r\| \|q_j\|} \quad (18)$$

其中, 符号 “ $\cdot$ ” 表示点积运算; $|\cdot|$ 表示绝对值; $\|\cdot\|$ 表示向量范数.

当 $r \cdot q_i > 0$ 且 $r \cdot q_j > 0$ 时, 在式 (18) 的大于号两边同乘 $\|r\|$ 且将 $r = q_i + e_i$ 代入, 经推导得到:

$$\begin{aligned} \frac{(q_i + e_i) \cdot q_i}{\|q_i\|} &> \frac{(q_i + e_i) \cdot q_j}{\|q_j\|} \\ \frac{\|q_i\|^2 + e_i \cdot q_i}{\|q_i\|} &> \frac{q_i \cdot q_j + e_i \cdot q_j}{\|q_j\|} \\ \|q_i\| + e_i \cdot n_i &> q_i \cdot n_j + e_i \cdot n_j \\ \|q_i\| (1 - n_i \cdot n_j) &> e_i \cdot (n_j - n_i) \\ \|q_i\| &> \frac{e_i \cdot (n_j - n_i)}{1 - n_i \cdot n_j} \end{aligned} \quad (19)$$

其中, n_i 和 n_j 分别表示 q_i 和 q_j 的单位向量.

当 $r \cdot q_i > 0$ 且 $r \cdot q_j < 0$ 时, 由式 (18) 可得:

$$\begin{aligned} \frac{(q_i + e_i) \cdot q_i}{\|q_i\|} &> \frac{-(q_i + e_i) \cdot q_j}{\|q_j\|} \\ \frac{\|q_i\|^2 + e_i \cdot q_i}{\|q_i\|} &> \frac{-q_i \cdot q_j - e_i \cdot q_j}{\|q_j\|} \\ \|q_i\| + e_i \cdot n_i &> -q_i \cdot n_j - e_i \cdot n_j \\ \|q_i\| (1 + n_i \cdot n_j) &> -e_i \cdot (n_i + n_j) \\ \|q_i\| &> \frac{-e_i \cdot (n_i + n_j)}{1 + n_i \cdot n_j} \end{aligned} \quad (20)$$

同理可得 $r \cdot q_i < 0$ 且 $r \cdot q_j < 0$ 以及 $r \cdot q_i < 0$ 且 $r \cdot q_j > 0$ 两种情况下 $\|q_i\|$ 的取值. 综上, 当故障 f_i 发生时, 若要将 f_i 与 f_j 进行隔离, q_i 需满足如下要

求:

$$\begin{cases} \|q_i\|_c = \frac{e_i \cdot (n_j - n_i)}{1 - n_i \cdot n_j}, & (r \cdot q_i)(r \cdot q_j) > 0 \\ \|q_i\|_c = \frac{-e_i \cdot (n_i + n_j)}{1 + n_i \cdot n_j}, & (r \cdot q_i)(r \cdot q_j) < 0 \end{cases} \quad (21)$$

其中, $\|q_i\|_c$ 表示从故障 f_j 中隔离故障 f_i 所需 $\|q_i\|$ 的临界数值; 其物理含义为: 实现 f_i 与 f_j 隔离需要花费的代价 (故障矢量 q_i 的最小幅值). 也就是说, $\|q_i\|_c$ 的数值越小, 将 f_i 从 f_j 中隔离出来所需花费的代价越小, 即 f_i 与 f_j 之间的可隔离性越高. 因此, 故障 f_i 与 f_j 之间的可隔离性与 $\|q_i\|_c$ 成反比.

基于以上表述, 设计如下可隔离性评价指标:

$$FI(f_i, f_j) = \frac{1}{\|q_i\|_c + 1} \quad (22)$$

其中, $FI(f_i, f_j)$ 的取值范围为 $[0, 1]$; 该数值越接近 1, 表示故障 f_i 与 f_j 之间的可隔离性越强; 反之, 该数值越接近 0, 可隔离性越弱.

在此需要说明的是, 根据式 (22) 的具体形式得到: 不同于距离相似度判别准则 (式 (8) 中下式), 基于方向相似度的可隔离性评价结果是对称的, 即 $FI(f_i, f_j) = FI(f_j, f_i)$.

从式 (22) 中可以看出: 新的可隔离性评价指标仅关注故障矢量与干扰矢量之间的夹角关系, 不要求 $N_{[H F_j]}$ 必须存在. 因此, 该指标避免了定理 2 对输出个数 m 的限制.

综上所述, 相对于式 (8) 所示基于距离相似度的可诊断性评价指标, 式 (17) 和式 (22) 所示新的可检测性和可隔离性评价指标具有优越性, 避免了定理 1 和定理 2 对动态系统具体形式的限制.

图 2 给出了式 (1) 所示动态系统进行实际故障可诊断性量化评价的流程. 在此需要强调的是: 当动态系统描述成式 (3) 所示形式时, 若该式满足定理 1 和定理 2 的条件, 对于所有故障模式, 距离相似度和方向相似度两种判别准则均适用; 当该式不满足定理 1 时, 对于部分故障模式 (由方程组 $N_H F_i f_{si} = 0$ 求得 f_{si}), 距离相似度判别准则不适用; 当该式不满足定理 2 时, 对于所有故障模式, 距离相似度判别准则均不适用; 然而, 当该式不满足定理 1 和定理 2 时, 对于所有故障模式, 方向相似度判别准则均适用.

4 仿真算例

本节以文献 [16] 中算例 1 和卫星姿态确定系统为仿真模型, 分别用于验证上一节所提基于方向相似度可诊断性量化评价方法的正确性和优越性.

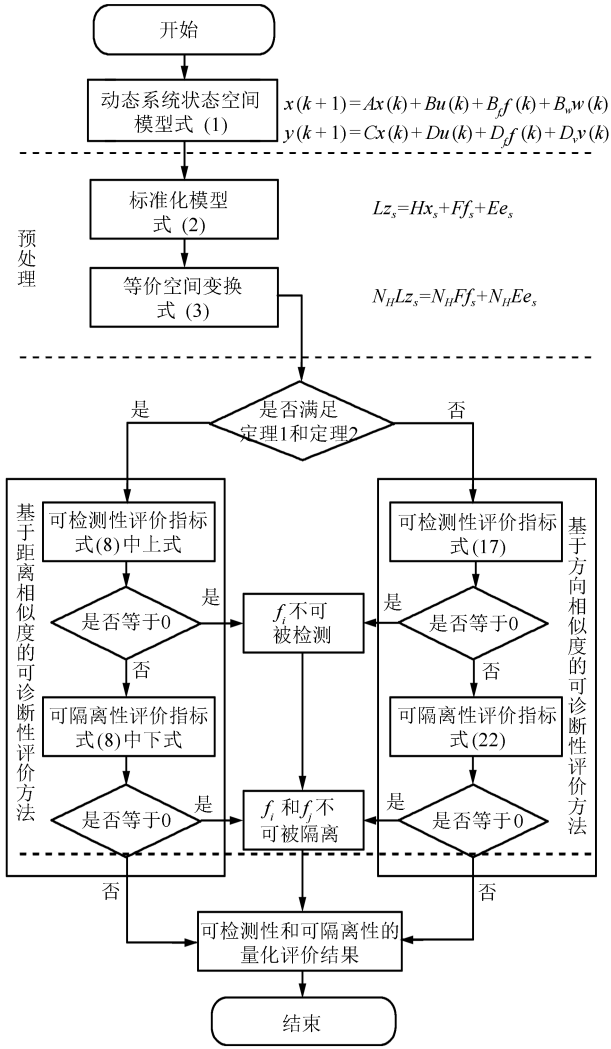


图2 实际故障可诊断性量化评价流程图

Fig.2 Flowchart of the approach to quantitatively evaluate actual fault diagnosability

4.1 仿真模型及参数设置

文献 [16] 中算例 1 的离散形式状态空间模型为:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k) + x_2(k) \\ x_2(k+1) = -x_1(k) + x_2(k) + u(k) + f_1(k) + f_2(k) + w(k) \\ y_1(k) = x_1(k) + f_3(k) + v_1(k) \\ y_2(k) = x_1(k) + f_4(k) + v_2(k) \end{cases} \quad (23)$$

其中, $w(k)$, $v_1(k)$ 和 $v_2(k)$ 均为线性互不相关的高斯白噪声, 并服从以下正态分布: $w(k) \sim N(0, 0.1)$, $v_1(k) \sim N(0, 1)$ 和 $v_2(k) \sim N(0, 0.5)$.

卫星姿态确定系统是卫星进行姿态控制的基础, 其任务就是对姿态测量部件所测信息进行处理, 得到卫星本体坐标系相对于轨道坐标系的姿态^[24-25]. 常用的测量部件包括: 星敏感器、太阳敏感器、地球敏感器和陀螺仪.

本节以“红外地球敏感器 + 陀螺仪”为例, 进行仿真分析. 红外地球敏感器和陀螺仪分别用于测量卫星的姿态角和角速率, 将两者联合使用可以实现高精度组合定姿. 考虑到卫星俯仰轴 (y 轴) 的姿态角/角速度与滚动和偏航轴 (x 和 z 轴) 解耦, 且为了降低模型维数和简化问题, 下面仅给出卫星姿态确定系统在 y 轴上的离散形式状态空间模型, 具体如式 (24) 所示. 其中, θ 和 ω_0 分别表示卫星的姿态角和轨道角速度; g_y 、 d_y 、 b_y 、 τ_y 、 f_{gy} 和 $n_y/n_{by}/n_{dy}$ 分别表示陀螺仪的输出、指数相关漂移、常值漂移、时间常数、故障矢量和噪声; $f_{h\theta}$ 和 n_θ 分别表示红外地球敏感器的故障矢量和噪声; dt 表示采样时间间隔.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \theta(k+1) \\ d_y(k+1) \\ b_y(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -dt & -dt \\ 0 & 1 - \frac{1}{\tau_y} dt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \theta(k) \\ d_y(k) \\ b_y(k) \end{bmatrix}}_{x(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} dt & 0 & 0 \\ 0 & dt & 0 \\ 0 & 0 & dt \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_0 + g_y \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{u(k)} + \\ \underbrace{\begin{bmatrix} dt & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{B_f} \underbrace{\begin{bmatrix} f_{gy}(k) \\ f_{h\theta}(k) \end{bmatrix}}_{f(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{B_w} \underbrace{\begin{bmatrix} n_y(k) \\ n_{dy}(k) \\ n_{by}(k) \end{bmatrix}}_{w(k)} \\ \theta(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_C \underbrace{\begin{bmatrix} \theta(k) \\ d_y(k) \\ b_y(k) \end{bmatrix}}_{x(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{D_f} \underbrace{\begin{bmatrix} f_{gy}(k) \\ f_{h\theta}(k) \end{bmatrix}}_{f(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}}_{B_v} \underbrace{n_\theta(k)}_{v(k)} \end{cases} \quad (24)$$

相关参数的取值为: $dt = 0.1\text{ s}$; $\tau_y = 1/11$; $\omega_0 = 0.06\text{ rad/s}$; $n_y \sim N(0, 10^{-6})$; $n_{by} \sim N(0, 10^{-4})$; $n_{dy} \sim N(0, 10^{-5})$; $n_\theta \sim N(0, 10^{-4})$.

4.2 仿真结果及对比分析

分别采用文献 [16] 所述基于距离相似度的评价方法 (评价公式如式 (8) 所示) 和本文所提基于方向相似度的评价方法 (评价公式如式 (17) 和式 (22) 所示), 对式 (23) 所示动态系统的可检测性和可隔离性进行量化分析. 表 1 和表 2 给出了上述两种方法对于常值偏差型故障模式 $f_{si} = [1\ 1\ 1]^T$ 的评价结果.

表 1 基于距离相似度方法的可诊断性评价结果 (式 (23))
Table 1 Evaluation results of fault diagnosability for dynamic model (23) based on the KLD method

	FD	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	0.1613	0	0	0.1087	0.0549
f_2	0.1613	0	0	0.1087	0.0549
f_3	1.0179	1.0000	1.0000	0	0.0549
f_4	1.0717	1.0000	1.0000	0.1087	0

表 1 给出了文献 [16] 所用方法的可检测性和可隔离性量化评价结果. 其中, 符号 “FD” 所在列表示指定故障的可检测性评价结果; 其余数值为对应故障之间的可隔离性评价结果.

从表 1 中可以明显看出: 1) 故障可检测性的评价数值相差较大, 最小值为 0.1613, 最大值为 1.0717, 可检测性从高到低的排序为: $f_4 > f_3 > f_1 = f_2$; 2) 故障 f_1 与 f_2 之间不可被隔离, 且可隔离性结果不对称, 即 $FI(f_i, f_j) \neq FI(f_j, f_i)$, 例如, 故障 f_1 与 f_3 以及 f_3 与 f_1 之间的可隔离性分别为 0.1087 和 1.0000.

表 2 基于方向相似度方法的可诊断性评价结果 (式 (23))
Table 2 Evaluation results of fault diagnosability for dynamic model (23) based on the directional similarity method

	FD	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	0.9789	0	0	0.1800	0.1687
f_2	0.9789	0	0	0.1800	0.1687
f_3	0.9909	0.1800	0.1800	0	0.0614
f_4	0.9914	0.1687	0.1687	0.0614	0

表 2 给出了本文所提方法的可检测性和可隔离性量化评价结果. 在该表中各数值的具体含义与表 1 相同. 从表 2 中可以发现: 1) 可检测性的评价数值均非常接近 1, 可检测性从高到低的排序同表 1 一致; 2) 可隔离性结果是对称的, 即 $FI(f_i, f_j) = FI(f_j, f_i)$.

在此需要说明的是: 上述两种方法所得可检测性评价结果的数值之所以相差较大, 是由于这两种

方法所用可检测性评价公式的物理含义和取值范围均不相同. 具体来讲, 文献 [16] 通过故障矢量长度的平方 (式 (8) 中上式) 量化可检测性; 而本文所提方法是根据故障发生时动态系统行为的分布概率 (式 (17)) 来评价可检测性.

同样, 上述两种方法所得可隔离性评价结果的具体数值差别明显, 也是因为这两种方法所用可隔离性评价公式的具体形式和取值范围均不相同.

上述两种方法分别通过故障矢量的不同物理含义来量化实际故障的可检测性和可隔离性, 这使得评价结果的相关数值之间不具有可比性. 但是, 可以通过数值的大小排序来评价可检测性和可隔离性; 从这一点上来说, 上述两种方法所得可诊断性评价结果是一致的.

综上所述, 对于满足定理 1 和定理 2 要求的式 (23) 所示动态系统, 距离相似度 (文献 [16] 所述方法) 和方向相似度判别准则 (本文所提方法) 均能完成实际故障可诊断性的量化评价, 且评价结果是一致的. 从而, 验证了本文所提新方法的正确性和有效性.

为验证本方法的优越性, 下面以式 (24) 所示卫星姿态确定系统为仿真算例进行详细阐述.

从式 (24) 中可以发现: 在 $N_H F_i$ ($i = 1, 2$) 的行最简阶梯形中, 每个非零行的非零元素个数分别为 3 和 4; 且系统的输出个数 $m = 1$. 因此, 根据定理 1 和定理 2 可知: 对于该卫星姿态确定系统, 文献 [16] 所述基于距离相似度的可诊断性评价方法不能用于评价任何故障模式的可隔离性; 同时对于常值偏差型故障模式 (例如, $f_{si} = [1\ 1\ 1\ 1]^T$) 无法评价其可检测性.

采用本文所提基于方向相似度的可诊断性评价方法, 对式 (24) 所示系统的常值偏差型故障模式 $f_{csi} = [0.1\ 0.1\ 0.1\ 0.1]^T$ 和偏差增大型故障模式 $f_{rsi} = [0.1\ 0.3\ 0.7\ 0.9]^T$, 进行可检测性和可隔离性的量化评价, 评价结果分别如表 3 和表 4 所示.

表 3 故障模式 f_{csi} 的可诊断性评价结果 (式 (24))
Table 3 Evaluation results for diagnosability of fault mode f_{csi} in satellite attitude determination system (24)

	FD	f_{gy}	$f_{h\theta}$
f_{gy}	0.7148	0	0
$f_{h\theta}$	0.7148	0	0

表 4 故障模式 f_{rsi} 的可诊断性评价结果 (式 (24))
Table 4 Evaluation results for diagnosability of fault mode f_{rsi} in satellite attitude determination system (24)

	FD	f_{gy}	$f_{h\theta}$
f_{gy}	0.9300	0	0.2500
$f_{h\theta}$	1.0000	0.2500	0

表 3 给出了式 (24) 所示动态系统对于常值偏

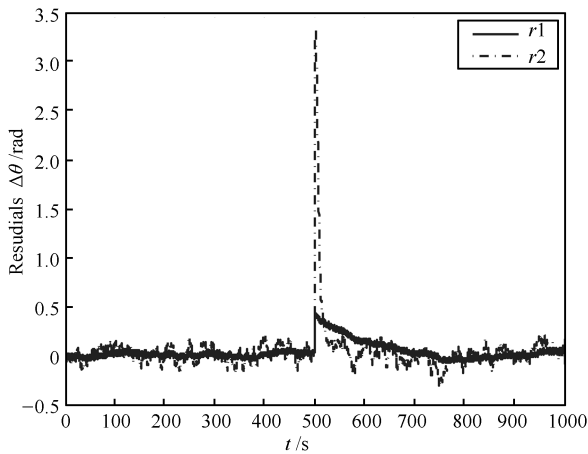
差型故障模式 f_{csi} 的可检测性和可隔离性评价结果. 其中, 符号“FD”所在列表示指定故障的可检测性; 其余数值为可隔离性评价结果. 从该表中可以明显看出: 对于常值偏差型故障模式 f_{csi} , 故障 f_{gy} 和 $f_{h\theta}$ 均可被检测, 且可检测性相等均为 0.7148; 由于可隔离性评价结果为 0, f_{gy} 和 $f_{h\theta}$ 之间不可被隔离.

表 4 给出了式 (24) 所示动态系统对于偏差增大故障模式 f_{rsi} 的可检测性和可隔离性评价结果. 该表中数值所表示的具体含义与表 3 相同. 从表 4 中可以发现: 对于偏差增大故障模式 f_{rsi} 而言, 故障 f_{gy} 和 $f_{h\theta}$ 均可被检测, 且 f_{gy} 的可检测性 (0.9300) 要低于 $f_{h\theta}$ (1.0000); f_{gy} 和 $f_{h\theta}$ 之间可以被隔离 (0.2500).

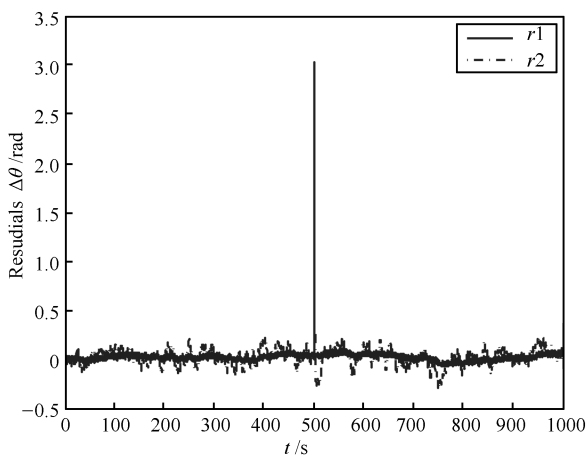
综上所述, 对于不满足定理 1 和定理 2 的卫星姿态确定系统式 (24), 文献 [16] 所提基于距离相似度的评价方法已不适用, 而本文所提基于方向相似

度的可诊断性评价方法能够给出具体分析结果.

为验证本方法对式 (24) 所示动态系统可诊断性评价结果的正确性, 采用文献 [26] 所述基于双观测器的故障诊断算法, 对上述常值偏差型和偏差增大大型两种故障模式进行检测和隔离, 仿真结果分别如图 3 和图 4 所示.

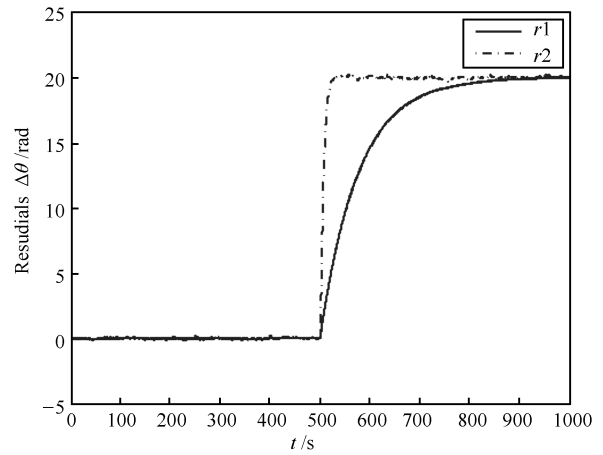


(a) 陀螺仪故障
(a) The faulty gyroscope

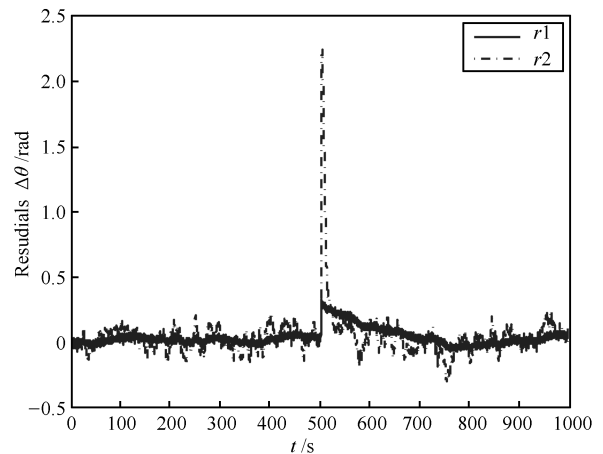


(b) 红外地球敏感器故障
(b) The faulty infrared earth sensor

图 3 基于双观测器的诊断算法 (常值偏差型故障)
Fig. 3 The fault diagnosis algorithm based on double observers for a constant fault



(a) 陀螺仪故障
(a) The faulty gyroscope



(b) 红外地球敏感器故障
(b) The faulty infrared earth sensor

图 4 基于双观测器的诊断算法 (偏差增大故障)
Fig. 4 The fault diagnosis algorithm based on double observers for a ramp fault

图 3(a) 和图 3(b) 是在 $t = 500\text{s}$ 时刻之后分别对陀螺仪和红外地球敏感器注入常值偏差型故障所得双观测器的残差曲线. 从中可以发现: 当陀螺仪/红外地球敏感器中只有一个发生故障时, 在 $t = 500\text{s}$ 时刻之后残差曲线发生偏离, 并在 $t = 700\text{s}$ 时刻之后又收敛到 0; 两种故障残差曲线的变化趋势基本相同. 因此, 当陀螺仪/红外地球敏感器发生常值偏差型故障时, 仅可检测该故障模式而无法实现隔离.

图 4(a) 和图 4(b) 分别为陀螺仪和红外地球敏感器发生偏差增大型故障时双观测器的残差曲线图。从中可以看出: 当陀螺仪在 $t = 500\text{ s}$ 时刻发生故障, 双观测器的残差曲线均产生偏离, 并最终稳定在某一固定位置 ($\Delta\theta = 20\text{ rad}$); 而当红外地球敏感器发生故障时, 两条残差曲线在 $t = 500\text{ s}$ 时刻发生偏离, 并在 $t = 730\text{ s}$ 时刻之后收敛到 0。因此, 通过双观测器残差曲线变化趋势的不同, 可以实现偏差增大型故障模式的检测和隔离。

综上, 通过对比分析表 3 和表 4 以及图 3 和图 4, 可得: 对于式 (24) 所示卫星姿态确定系统, 本文所提新方法的可诊断性评价结果是正确的; 然而, 对于不满足定理 1 和定理 2 的该动态系统, 文献 [16] 中基于距离相似度的评价方法已不适用。因此, 表明本评价方法较文献 [16] 所述方法具有优越性。

5 结论

为实现在设计阶段提高动态系统故障诊断能力的工程目标, 本文提出了一种基于方向相似度的实际故障可诊断性量化评价新方法, 并得到如下结论:

1) 以 K-L 散度为量化指标, 阐述距离相似度实现动态系统故障可检测性和可隔离性量化评价的基本原理。通过严格的数学证明, 揭示该方法在实际应用中存在不足的数学本质;

2) 为弥补上述不足, 分别根据故障矢量的分布概率和不同故障矢量之间的余弦相似度, 从方向相似度的角度推导并设计了新的可检测性和可隔离性量化评价指标, 并给出具体评价流程;

3) 通过文献 [16] 中的算例 1, 验证了距离相似度和方向相似度两种判别准则所得可诊断性评价结果的一致性; 以卫星姿态确定系统为仿真算例, 表明本文所提基于方向相似度的可诊断性评价方法较距离相似度具有一定优越性。

References

- 1 Zhou Dong-Hua, Hu Yan-Yan. Fault diagnosis techniques for dynamic systems. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(6): 748–758
(周东华, 胡艳艳. 动态系统的故障诊断技术. 自动化学报, 2009, **35**(6): 748–758)
- 2 Patton R J, Uppal F J, Simani S, Polle B. Robust FDI applied to thruster faults of a satellite system. *Control Engineering Practice*, 2010, **18**(9): 1093–1109
- 3 Frank P M. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy — a survey and some new results. *Automatica*, 1990, **26**(3): 459–474
- 4 Frank P M. Analytical and qualitative model-based fault diagnosis — a survey and some new results. *European Journal of Control*, 1996, **2**(1): 6–28
- 5 Patton R J, Frank P M, Clark R N. *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Berlin: Springer-Verlag, 2000
- 6 Marzat J, Piet-Lahanier H, Damongeot F, Walter E. Model-based fault diagnosis for aerospace systems: a survey. *Journal of Aerospace Engineering*, 2012, **226**(10): 1329–1360
- 7 IEEE STD 1522-2004. IEEE Trial—Use Standard for Testability and Diagnosability Characteristics and Metrics. Piscataway, NJ: IEEE Standards Press, 2004.
- 8 Chow E Y, Willsky A D. Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1984, **29**(7): 603–614
- 9 Nyberg M, Nielsen L. Parity functions as universal residual generators and tool for fault detectability analysis. In: *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego, USA: IEEE, 1997. 4483–4489
- 10 Frisk E, Nyberg M. A minimal polynomial basis solution to residual generation for fault diagnosis in linear systems. *Automatica*, 2001, **37**(9): 1417–1424
- 11 Chen J, Patton R J. *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1990. 18–25
- 12 Ding S X. *Model-Based Fault Diagnosis Techniques: design Schemes, Algorithms and Tools*. Berlin: Springer-Verlag, 2013. 51–68
- 13 Li Juan, Zhao You-Gang, Yu Yang, Zhang Peng, Gao Hong-Wei. Optimal fault diagnosis for networked control systems with large Time-delays and noises. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(5): 858–864
(李娟, 赵友刚, 于洋, 张鹏, 高洪伟. 含大时滞和噪声的网络化控制系统的最优故障诊断. 自动化学报, 2012, **38**(5): 858–864)
- 14 Nyberg M. Criteria for detectability and strong detectability of faults in linear systems. *International Journal of Control*, 2002, **75**(7): 490–501
- 15 Travé-Massuyés L, Escobet T, Olive X. Diagnosability analysis based on component-supported analytical redundancy relations. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A*, 2006, **36**(6): 1146–1159
- 16 Eriksson D, Frisk E, Krsander M. A method for quantitative fault diagnosability analysis of stochastic linear descriptor models. *Automatica*, 2013, **49**(6): 1591–1600
- 17 Sharifi R, Langari R. Isolability of faults in sensor fault diagnosis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, **25**(7): 2733–2744
- 18 Sharifi R, Langari R. Sensor fault diagnosis with a probabilistic decision process. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, **34**(1): 146–155
- 19 Gertler J. Fault detection and isolation using parity relations. *Control Engineering Practice*, 1997, **5**(5): 653–661
- 20 Kullback S, Leibler R A. On information and sufficiency. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1951, **22**(1): 79–86
- 21 Shinto E, John C. Interpreting Kullback-Leibler divergence with the Neyman-Pearson lemma. *Journal of Multivariate Analysis*, 2006, **97**(9): 2034–2040
- 22 Strang G. *Linear Algebra and Its Applications* (4th Edition). UK: Wellesley-Cambridge Press, 2012. 77–154

- 23 Dos Santos D A, Takashi Y. A Bayesian solution to the multiple composite hypothesis testing for fault diagnosis in dynamic systems. *Automatica*, 2011, **47**(1): 158–163
- 24 Zhang Ren-Wei. *Satellite Orbit and Attitude Dynamics and Control*. Beijing: Beijing University Press, 1998.
(章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1998.)
- 25 Xiong K, Chan C W, Zhang H Y. Detection of satellite attitude sensor faults using the UKF. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(2): 480–491
- 26 Xing Yan, Wu Hong-Xin. A fault isolation method for infrared Earth sensors and gyroscopes. *Computing Technology and Automation*, 2003, **22**(2): 74–76
(邢琰, 吴宏鑫. 一种红外地球敏感器和陀螺的故障隔离方法. 计算技术与自动化, 2003, **22**(2): 74–76)



李文博 北京控制工程研究所博士后. 2012 年在哈尔滨工业大学获博士学位. 主要研究方向为故障诊断与容错控制, 卫星控制系统的可诊断性评价与设计.
E-mail: liwenbo_bice@163.com
(**LI Wen-Bo** Postdoctor at Beijing Institute of Control Engineering. He received his Ph. D. degree from Harbin

Institute of Technology in 2012. His research interest covers fault diagnosis and tolerant control, fault diagnosability evaluation and design for satellite control systems.)



王大轶 北京控制工程研究所研究员. 主要研究方向为航天器的自主制导、导航与控制, 故障诊断与容错控制. 本文通信作者. E-mail: dayiwang@163.com
(**WANG Da-Yi** Professor at Beijing Institute of Control Engineering. His research interest covers autonomous guidance, navigation and control, fault diagnosis and tolerant control for spacecrafts. Corresponding author of this paper.)



刘成瑞 北京控制工程研究所高级工程师. 2006 年在北京航空航天大学获博士学位. 主要研究方向为航天器的故障诊断与容错控制.
E-mail: liuchengrui@gmail.com
(**LIU Cheng-Rui** Senior engineer at Beijing Institute of Control Engineering. He received his Ph. D. degree from Beihang University in 2006. His research interest covers fault diagnosis and tolerant control for spacecrafts.)