通信受限下网络化多传感器系统的 Kalman 融合估计

薛东国 [1,2] 陈 博 [1,2] 张文安 [1,2] 俞 立 [1,2]

摘 要 研究了一类通信受限下网络化多传感器系统的 Kalman 融合估计问题, 其中通信受限是指系统在一个采样周期内只允许有限个传感器与融合中心通信. 首先, 提出了一种周期性分组传输的通信策略, 并将每组传感器所对应的局部估计系统描述成一个离散周期子系统模型. 其次, 每个子系统根据最新测量信息的更新时刻, 选择相应的 Kalman 估计器 (滤波器或预报器), 从而得到各子系统在每一时刻的一个局部最优估计, 再通过矩阵加权线性最小方差最优融合准则得到最优融合估计, 并给出了 Kalman 融合估计器的设计方法. 最后, 通过一个目标跟踪例子验证所提方法的有效性.

关键词 Kalman 估计, 信息融合, 通信受限, 周期传输策略

引用格式 薛东国, 陈博, 张文安, 俞立. 通信受限下网络化多传感器系统的 Kalman 融合估计. 自动化学报, 2015, **41**(1): 203−208

DOI 10.16383/j.aas.2015.c140022

Kalman Fusion Estimation for Networked Multi-sensor Fusion Systems with Communication Constraints

XUE Dong-Guo [1,2] CHEN Bo[1,2] ZHANG Wen-An[1,2] YU Li[1,2]

Abstract This paper investigates the fusion estimation problem for networked multi-sensor fusion systems with communication constraints that only finite sensors are allowed to communicate with the fusion center (FC). A novel periodic transmission strategy is proposed and each local estimation system is modeled as a discrete periodic subsystem. According to the latest measurement information update time, each subsystem chooses the appropriate Kalman estimator (filter or predictor) and obtains the local optimal estimate. Then an optimal fusion estimate is derived from the optimal fusion criterion weighted by matrices and a fusion Kalman estimator is derived. Finally, a target tracking example is given to show the effectiveness of the proposed method.

Key words Kalman estimation, information fusion, communication constraints, periodic transmission strategy

Citation Xue Dong-Guo, Chen Bo, Zhang Wen-An, Yu Li. Kalman fusion estimation for networked multi-sensor fusion systems with communication constraints. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(1): 203−208

收稿日期 2014-01-14 录用日期 2014-05-01
Manuscript received January 14, 2014; accepted May 1, 2014
国家自然科学基金 (61273117, 61104063, 61403345), 浙江省钱江人才计划项目 (QJD1302012), 霍英东教育基金会 (141064) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61273117, 61104063, 61403345), Qianjiang Talents Project of Zhejiang Province (QJD1302012), and Henry Fok Education Foundation (141064)
本文责任编委 周东华
Recommended by Associate Editor ZHOU Dong-Hua
1. 浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023 2. 浙江省嵌入式系统联合重点实验室 杭州 310023
1. College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023 2. Zhejiang Provincial United Key Laboratory of Embedded Systems, Hangzhou 310023

多传感器融合估计是指利用不同传感器采集的数据以实现对参数或状态的更好估计[1]. 目前, 处理多传感器融合估计问题已提出了许多有效的解决方法[2−6], 这些方法已广泛应用于军事和民用领域, 如: 目标跟踪和定位、智能交通和医疗诊断等[7−9]. 传统的多传感器融合估计问题考虑的是节点信息通过专线传输到融合中心, 然而布线和维护成本高等缺点制约了其在大型工业系统中的应用. 近年来, 随着无线网络和传感器技术的发展, 通过通信网络连接分散分布的传感器节点和融合中心的网络化多传感器融合系统[10] 逐渐受到广泛关注. 与传统多传感器融合系统相比, 网络化多传感器融合系统提高了系统设计的灵活性和可扩展性. 然而, 由于通信网络自身的特点, 将通信网络应用到融合估计系统会给传感器节点和估计器设计带来了新的问题和困难, 从而影响了估计系统的性能. 其中的一个主要困难就是介质访问受限, 即同一时刻多个传感器节点的信息不能同时发送到融合中心[11].

由于介质访问受限和多传感器传输, 网络化多传感器系统的融合中心在每个采样周期内只有部分的测量信息可用于融合估计, 这就是本文所考虑的具有通信受限的多传感器融合估计问题. 针对该问题, 文献 [12] 考虑了通信受限下网络化系统的 Kalman 滤波问题, 把节点访问网络的过程用伯努利随机过程描述. 文献 [13] 采用切换系统方法设计具有通信约束的网络化系统的滤波器, 并用李雅普诺夫理论和线性矩阵不等式技术给出了 H_∞ 滤波器存在的一个充分条件. 文献 [14] 研究了具有通信受限的离散时间网络系统的最优估计问题, 考虑的通信受限问题是每一采样周期内只允许一个节点访问网络, 同时把节点访问网络的过程建模成伯努利随机过程, 并通过正交投影理论设计出了最优滤波器. 注意到上述融合估计器都是在集中式融合结构下设计的, 虽然在集中式融合结构下可以给出最优的融合估计性能, 但其鲁棒性和容错能力较差[2]. 因此, 本文考虑在分布式融合结构下设计具有通信受限的网络化多传感器系统的融合估计器.

本文研究了一类通信受限下网络化多传感器系统的 Kalman 融合估计问题. 由于存在介质访问受限, 在每个采样周期内最多只允许部分传感器通过通信网络将测量信息传输到融合中心. 为此, 本文提出一种周期性分组传输的通信策略, 并将每组传感器所对应的局部估计系统建模成一个离散周期子系统. 进而, 每个子系统根据最新测量信息的更新时刻, 选择相应的 Kalman 估计器 (滤波器或预报器), 从而得到各子系统在每一时刻的一个局部最优估计, 并导出了局部估计互协方差矩阵的递推形式, 然后根据矩阵加权线性最小方差最优融合准则得到最优 Kalman 融合估计. 最后, 通过一个目标跟踪例子验证本文所提方法的有效性和优越性.

1 问题描述与分析

考虑如图 1 所示的具有通信受限的网络化多传感器融合估计问题, 其中的随机过程由如下状态空间模型描述.

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = A\boldsymbol{x}(k) + B\boldsymbol{\omega}(k) \\ \boldsymbol{y}_i(k) = C_i\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{v}_i(k),\ i = 1, 2, \cdots, m \end{cases} \tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{x}(k) \in \mathbf{R}^n$ 是系统状态, $\boldsymbol{y}_i(k) \in \mathbf{R}^{q_i}$ $(i = 1, 2, \cdots, m)$ 是测量输出, $\boldsymbol{\omega}(k) \in \mathbf{R}^m$ 和 $\boldsymbol{v}_i(k) \in \mathbf{R}^{q_i}$ 是零均值不相关白噪声, 且满足式 (2).

$$\mathrm{E}\{[\boldsymbol{\omega}(k)\ \ \boldsymbol{v}_i(k)\ \ \boldsymbol{v}_j(k)]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{\omega}(k)\ \ \boldsymbol{v}_i(k)\ \ \boldsymbol{v}_j(k)]\} = \mathrm{diag}\{Q,\, R_i,\, R_j\}\delta_{kt},\ \ i,j=1,\cdots,m,\ i\neq j \tag{2}$$

其中, E 表示均值, T 表示转置, $\mathrm{diag}\{N_1,N_2,\cdots,N_n\}$ 表示由 $N_1,N_2,\cdots,N_n$ 组成的块对角矩阵, $\delta_{kk}=1$, $\delta_{kt}=0\ (k\neq t)$, $\boldsymbol{x}(0)$ 与 $\boldsymbol{\omega}(k)$ 和 $\boldsymbol{v}_i(k)$, $i=1,\cdots,m$ 不相关, 且 $\mathrm{E}\{\boldsymbol{x}(0)\}=\mu_0$, A, B, C_i 是具有适当维数的矩阵.

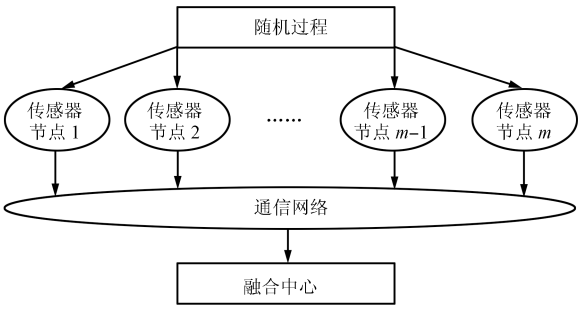

图 1 通信受限下多传感器融合估计系统结构图

Fig. 1 Structure of multi-sensor fusion estimation system with communication constraints

当 m 个传感器通过通信网络将测量信息发送到融合中心时, 由于介质访问受限, 最多只允许 a $(a<m)$ 个传感器的测量信息发送到融合中心. 为此, 本文提出了如下通信策略: 对 m 个传感器从 1 到 m 标号, 再将 m 个传感器节点分成了互不相关的 N $(N\leq m)$ 组, 用节点集 $s:=\{s_1,\cdots,s_i,\cdots,s_m\}$ 表示全体 m 个传感器, 用 $\hat{s}_\hbar:=\{s_{\hbar_1},\cdots,s_{\hbar_i},\cdots,s_{\hbar_{\Delta(\hbar)}}\}$, $\hbar\in\bar{Z}:=\{1,2,\cdots,N\}$ 表示第 $\hbar$ 组传感器. 则节点集 s 和 $\hat{s}_\hbar$ $(\hbar\in\bar{Z})$ 满足

$$s=\hat{s}_1\cup\hat{s}_2\cup\cdots\cup\hat{s}_N,\ \hat{s}_i\cap\hat{s}_j=\emptyset\ (i\neq j),$$
$$\sum_{\hbar=1}^{N}\Delta(\hbar)=m,\ \max\{card(\hat{s}_\hbar)\}=a$$

其中, $card(\hat{s}_\hbar)$ 为集合 $\hat{s}_\hbar$ 中元素的个数. 在每个采样时刻 k 只允许一组传感器将测量信息发送到融合中心, 且每组传感器都有一个固定的传输周期 $T_1=NT_0$, 其中 T_0 表示系统的采样周期, 各组传感器交替将测量信息发送到融合中心. 为了充分利用网络带宽, 将传感器节点前一传输时刻之后到当前传输时刻的所有测量信息打包在一个数据包内发送到融合中心端. 利用该传输方式可以充分利用因访问受限而本该丢弃的数据, 从而提高融合估计的性能. 以下通过一个简单的例子来描述多传感器周期性分组传输的过程. 当 $m=6$, a=2 时, 则有节点集 $s=\{s_1,s_2,s_3,s_4,s_5,s_6\}$, 将节点分成 3 组: $\hat{s}_1=\{s_1,s_2\}$, $\hat{s}_2=\{s_3,s_4\}$ 和 $\hat{s}_3=\{s_5,s_6\}$, 显然 $N=3$. 如图 2 所示, 节点集 $\hat{s}_1$ 中的节点在时刻 $k=1,4,\cdots$ 将信息传输到融合中心, 节点集 $\hat{s}_2$ 中的节点在时刻 $k=2,5,\cdots$ 将信息传输到融合中心, 节点集 $\hat{s}_3$ 中的节点在时刻 $k=3,6,\cdots$ 将信息传输到融合中心, 显然节点的传输周期为 3. 在 $k=4$ 时刻, 节点集 $\hat{s}_1$ 中的节点 s_1,s_2 是将 $k=2,3,4$ 时刻的测量信息打包一起发送到融合中心, 在 $k=5$ 时刻, 节点集 $\hat{s}_2$ 中的节点 s_3,s_4 是将 $k=3,4,5$ 时刻的测量信息打包一起发送到融合中心, 在 $k=6$ 时刻, 节点集 $\hat{s}_3$ 中的节点 s_5,s_6 是将 $k=4,5,6$ 时刻的测量信息打包一起发送到融合中心.

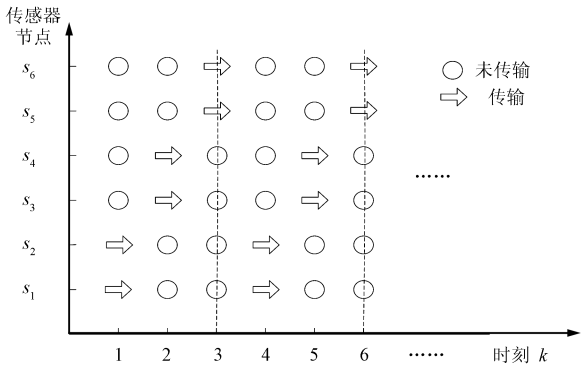

图 2 多传感器周期性分组传输过程示意图 $(m=6, a=2)$

Fig. 2 Multi-sensor periodic transmission strategy for transmission process with $m=6, a=2$

根据上述周期性分组传输的通信策略, 定义 $\boldsymbol{y}_\hbar^r(k):=[\boldsymbol{y}_{\hbar_1}(k),\boldsymbol{y}_{\hbar_2}(k),\cdots,\boldsymbol{y}_{\hbar_{\Delta(\hbar)}}(k)]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{\hbar\Delta(\hbar)}$ 为节点集 $\hat{s}_\hbar$ 在 k 时刻的测量信息. 假定在 k 时刻第 $\hbar$ 组传感器节点获得了访问权限, 那么 k 时刻在融合中心端就得到第 $\hbar$ 组传感器节点的最新测量信息, 且获得了第 $\hbar$ 组传感器节点从 $k-N+1$ 时刻到 k 时刻之间的所有测量信息, 则基于 Kalman 滤波方法得到第 $\hbar$ 组传感器节点在 k 时刻的一个局部的最优滤波 $\hat{\boldsymbol{x}}_\hbar(k|k)$. 而其余节点组, 以第 $\bar{\hbar}\in\bar{Z}$ $(\bar{\hbar}\neq\hbar)$ 组传感器节点为例, 不妨设这组传感器节点在 $k-\bar{j}$, $\bar{j}\in\tilde{Z}:=\{1,2,\cdots,N-1\}$ 时刻传输测量信息, 考虑到在 k 时刻这组传感器节点没有最新的测量信息传输到融合中心端, 那么此组传感器节点则通过基于 $k-\bar{j}$ 时刻的测量信息得到最优的 $\bar{j}$ 步预测 $\hat{\boldsymbol{x}}_{\bar{\hbar}}(k|k-\bar{j})$, $\bar{j}\in\bar{Z}$ 作为 k 时刻的估计. 在融合中心端, 设有 N 个不同的缓冲区, 第 $\hbar$ 组传感器节点的测量信息存储在第 $\hbar$ 个缓冲区中, 那么在 k 时刻, 第 $\hbar$ 个缓冲区需要存储的测量信息包括 $\boldsymbol{y}_\hbar^r(k-N+1),\cdots,\boldsymbol{y}_\hbar^r(k)$, 同时在这个缓冲区还要存储该时刻计算得到的估计值和最近一次的最优滤波值. 在该通信策略下, 本文所研究的通信受限下网络化多传感器融合估计结构如图 3 所示.

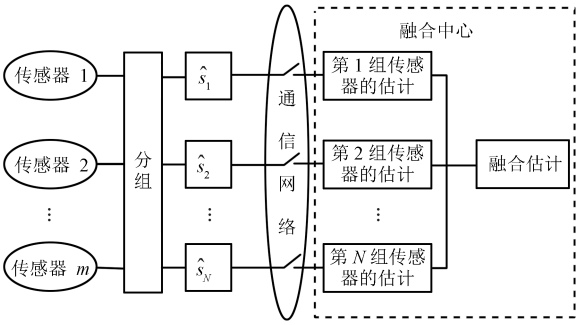

图 3 本文通信策略下多传感器融合估计结构图

Fig. 3 Structure of multi-sensor fusion estimation system with the proposed transmission strategy

本文要解决的问题是: 针对具有通信受限的网络化多传感器融合系统 (1), 根据所提出的通信策略, 首先计算 N 组传感器对状态向量 $\boldsymbol{x}(k)\in\mathbf{R}^n$ 的 N 个无偏估计 $\hat{\boldsymbol{x}}_\hbar^o(k), \hbar\in\bar{Z}$,

其中,

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}^{o}(k)=\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}(k|k), & \text{第 } \hbar \text{ 组传感器在 } k \text{ 时刻传输信息}\\ \hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}(k|k-\bar{j}), & \text{第 } \hbar \text{ 组传感器在 } k-\bar{j} \text{ 时刻传输信息}\end{cases}$$

再找到状态向量 $\boldsymbol{x}(k)$ 的按矩阵加权最优无偏融合估计 $\hat{\boldsymbol{x}}_o(k)$, 满足:

$$\min_{\hat{\boldsymbol{x}}_o(k)}\left\{\mathrm{E}[(\boldsymbol{x}(k)-\hat{\boldsymbol{x}}_o(k))^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}(k)-\hat{\boldsymbol{x}}_o(k))]\right\} \tag{3}$$

2　Kalman 融合估计器设计

根据所提出的通信策略, 将 m 个传感器分为 N 组, 则每组传感器所对应子系统的状态空间模型如下:

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1)=A\boldsymbol{x}(k)+B\boldsymbol{\omega}(k)\\ \boldsymbol{y}_{\hbar}^{r}(k)=C_{\hbar}^{r}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{v}_{\hbar}^{r}(k),\hbar\in\bar{Z}\end{cases} \tag{4}$$

其中, $C_{\hbar}^{r}=[\mathrm{C}_{\hbar_1},\mathrm{C}_{\hbar_2},\cdots,\mathrm{C}_{\hbar_{\Delta(\hbar)}}]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{v}_{\hbar}^{r}(k)=[\boldsymbol{v}_{\hbar_1},\boldsymbol{v}_{\hbar_2},\cdots,\boldsymbol{v}_{\hbar_{\Delta(\hbar)}}]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{y}_{\hbar}^{r}(k)$ 为第 $\hbar$ 组传感器的测量输出.

模型式 (4) 噪声的统计特性由式 (2) 给出, 则 Kalman 滤波器[2] 为

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}(k|k)=\hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}(k|k-1)+K_{\hbar}(k)\boldsymbol{\varepsilon}_{\hbar}(k)\\ \hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}(k|k-1)=A\hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}(k-1|k-1)\\ \boldsymbol{\varepsilon}_{\hbar}(k)=\boldsymbol{y}_{\hbar}^{r}(k)-C_{\hbar}^{r}\hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}(k|k-1)\end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}K_{\hbar}(k)=&P_{\hbar}(k|k-1)(C_{\hbar}^{r})^{\mathrm{T}}\times\\&[C_{\hbar}^{r}P_{\hbar}(k|k-1)(C_{\hbar}^{r})^{\mathrm{T}}+R_{\hbar}]^{-1}\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{cases}P_{\hbar}(k+1|k)=AP_{\hbar}(k|k)A^{\mathrm{T}}+BQB^{\mathrm{T}}\\ P_{\hbar}(k|k)=[I_n-K_{\hbar}(k)C_{\hbar}^{r}]P_{\hbar}(k|k-1)\end{cases} \tag{7}$$

其中, $R_{\hbar}=\mathrm{diag}\{R_{\hbar_1},R_{\hbar_2},\cdots,R_{\hbar_{\Delta(\hbar)}}\}$, $\hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}(0|0)=\mu_0$, $P_{\hbar}(k|k)=P_0$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{\hbar}(k)$ 为新息, $K_{\hbar}(k)$ 为增益矩阵, $P_{\hbar}(k|k)$ 为滤波误差协方差阵, $P_{\hbar}(k+1|k)$ 为预报误差协方差阵.

超前 $t>1$ 步 Kalman 预报器为

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}(k+t|k)=A^{t-1}\hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}(k+1|k),t>1 \tag{8}$$

相应的 t 步预报误差 $\tilde{\boldsymbol{x}}_{\hbar}(k+t|k)=\boldsymbol{x}_{\hbar}(k+t)-\hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}(k+t|k)$ 的方差阵为

$$\begin{aligned}P_{\hbar}(k+t|k)=&\mathrm{E}[\tilde{\boldsymbol{x}}_{\hbar}(k+t|k)\tilde{\boldsymbol{x}}_{\hbar}^{\mathrm{T}}(k+t|k)]=\\&A^{t-1}P_{\hbar}(k+1|k)(A^{t-1})^{\mathrm{T}}+\\&\sum_{j=2}^{t}A^{t-j}BQB^{\mathrm{T}}(A^{t-j})^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{9}$$

由式 (5) 和式 (8) 可计算 k 时刻 N 组传感器对状态向量 $\boldsymbol{x}(k)\in\mathbf{R}^n$ 的 N 个无偏估计 $\hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}^{o}(k),\hbar\in\bar{Z}$, 再通过矩阵加权最优信息融合准则得到最优无偏融合估计 $\hat{\boldsymbol{x}}_o(k)$. 为此给出如下定义及引理.

定义第 i 组传感器的估计误差为 $\tilde{\boldsymbol{x}}_i^o(k):=\boldsymbol{x}(k)-\hat{\boldsymbol{x}}_i^o(k)$, 则

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_i^o(k)=\begin{cases}\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k|k), & \text{当 } \hat{\boldsymbol{x}}_i^o(k)=\hat{\boldsymbol{x}}_i(k|k)\\ \tilde{\boldsymbol{x}}_i(k|k-\bar{j}), & \text{当 } \hat{\boldsymbol{x}}_i^o(k)=\hat{\boldsymbol{x}}_i(k|k-\bar{j})\end{cases}$$

定义第 i 组传感器的估计误差方差阵为 $P_{ii}(k):=\mathrm{E}\{\tilde{\boldsymbol{x}}_i^o(k)(\tilde{\boldsymbol{x}}_i^o(k))^{\mathrm{T}}\}$, 第 i 组传感器和第 j 组传感器估计误差互协方差阵为 $P_{ij}(k):=\mathrm{E}\{\tilde{\boldsymbol{x}}_i^o(k)(\tilde{\boldsymbol{x}}_j^o(k))^{\mathrm{T}}\}(i\neq j)$.

引理 1[2]**.** 已知 k 时刻 N 组传感器对状态向量 $\boldsymbol{x}(k)\in\mathbf{R}^n$ 的 N 个无偏估计为 $\hat{\boldsymbol{x}}_{\hbar}^{o}(k),\hbar\in\bar{Z}$, 且已知估计误差协方差矩阵 $P_{ij}(k),i,j\in\bar{Z}$, 则满足式 (3) 的按矩阵加权线性最小方差最优融合估计为

$$\hat{\boldsymbol{x}}_o(k)=\sum_{i=1}^{N}A_{oi}(k)\hat{\boldsymbol{x}}_i^o(k) \tag{10}$$

其中, 最优加权阵为

$$\begin{aligned}&[A_{o1}(k),A_{o2}(k),\cdots,A_{oN}(k)]=\\&(e^{\mathrm{T}}P(k)^{-1}e)^{-1}e^{\mathrm{T}}P(k)^{-1}\end{aligned} \tag{11}$$

其中, $P(k)=[P_{ij}(k)]$, $i,j\in\bar{Z}$ 是 $nN\times nN$ 对称矩阵, $e=[\underbrace{I_n,\cdots,I_n}_{N}]^{\mathrm{T}},I_n\in\mathbf{R}^{n\times n}$ 是单位矩阵. 最优融合估计误差方差阵为

$$P_o(k)=(e^{\mathrm{T}}P(k)^{-1}e)^{-1} \tag{12}$$

且有关系 $P_o(k)\leq P_{ii}(k),i\in\bar{Z}$.

利用引理 1 计算矩阵加权最优无偏融合估计 $\hat{\boldsymbol{x}}_o(k)$, 需要计算 $P(k)=[P_{ij}(k)]$, 估计误差方差阵 $P_{ii}(k)$ 可由式 (7) 和式 (9) 计算, 而估计误差互协方差阵 $P_{ij}(k)(i\neq j)$, 则需要计算任两组传感器间的不同类型估计的误差互协方差矩阵, 即: 第 i 组传感器的最优滤波误差和第 j 组传感器的 t $(t\in\tilde{Z})$ 步预报误差互协方差矩阵

$$P_{ij}(k|k,k-t):=\mathrm{E}\{\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k|k)\tilde{\boldsymbol{x}}_j^{\mathrm{T}}(k|k-t)\}(t\in\tilde{Z}) \tag{13}$$

第 i 组传感器的 t_1 步预报误差和第 j 组传感器的 t_2 步预报误差互协方差矩阵

$$\begin{aligned}&P_{ij}(k|k-t_1,k-t_2):=\mathrm{E}\{\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k|k-t_1)\tilde{\boldsymbol{x}}_j^{\mathrm{T}}(k|k-t_2)\}\\&(t_1,t_2\in\tilde{Z},t_1<t_2)\end{aligned} \tag{14}$$

由定理 1 给出式 (13) 和式 (14) 的递推形式.

定理 1. 模型式 (4) 的第 i 组传感器的最优滤波误差和第 j 组传感器的 t $(t\in\tilde{Z})$ 步预报误差互协方差矩阵 $P_{ij}(k|k,k-t):=\mathrm{E}\{\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k|k)\tilde{\boldsymbol{x}}_j^{\mathrm{T}}(k|k-t)\}$ $(i\neq j,t\in\tilde{Z})$ 满足如下递推公式

$$\begin{aligned}&P_{ij}(k|k,k-t)=\\&\left(\prod_{j=0}^{t-1}[(I-K_i(k-j)C_i^r)A]\right)P_{ij}(k-t|k-t)(A^t)^{\mathrm{T}}+\\&\sum_{j=1}^{t}\left(\prod_{r=0}^{j-2}[(I-K_i(k-r)C_i^r)A]\right)\times\\&[I-K_i(k-j+1)C_i^r]BQ(A^{j-1}B)^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{15}$$

其中, $P_{ij}(k-t|k-t)$ 为 $k-t$ 时刻第 i 组传感器的最优滤波误差和第 j 组传感器的最优滤波误差的互协方差阵, 它可由式 (19) 得到, 其中 $P_{ij}(0|0)=P_0$.

证明. 记第 i 组传感器的滤波误差为 $\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k|k)=\boldsymbol{x}(k)-\hat{\boldsymbol{x}}_i(k|k)$, 由式 (4) 和式 (5) 引出滤波误差递推表达式:

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k|k)=A\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k-1|k-1)+B\boldsymbol{\omega}(k-1)-K_i(k)\boldsymbol{\varepsilon}_i(k) \tag{16}$$

由式 (4) 和式 (5) 有新息:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i(k) = C_i^r A\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k-1|k-1) + C_i^r B\boldsymbol{\omega}(k-1) + \boldsymbol{v}_i^r(k) \quad (17)$$

将式 (17) 代入式 (16), 得到第 i 组传感器的滤波误差递推表达式:

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k|k) = {} & (I - K_i(k)C_i^r)A\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k-1|k-1) + \\ & (I - K_i(k)C_i^r)B\boldsymbol{\omega}(k-1) - K_i(k)\boldsymbol{v}_i^r(k)\end{aligned} \quad (18)$$

由式 (18) 可得第 i 组传感器的最优滤波误差和第 j 组传感器的最优滤波误差互协方差阵 $P_{ij}(k|k)(i \neq j)$ 为

$$\begin{aligned}P_{ij}(k|k) = {} & (I - K_i(k)C_i^r)AP_{ij}(k-1|k-1)\times \\ & ((I - K_j(k)C_j^r)A)^{\mathrm{T}} + \\ & (I - K_i(k)C_i^r)BQ((I - K_j(k)C_j^r)B)^{\mathrm{T}}\end{aligned} \quad (19)$$

由式 (18) 可得:

$$\begin{aligned}&\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k|k) = \\ &\left(\prod_{j=0}^{t-1}[(I - K_i(k-j)C_i^r)A]\right)\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k-t|k-t) + \\ &\sum_{j=1}^{t}\left(\prod_{r=0}^{j-2}[(I - K_i(k-r)C_i^r)A]\right)\times \\ &[I - K_i(k-j+1)C_i^r]B\boldsymbol{\omega}(k-j) + \\ &\sum_{j=0}^{t-1}\left(\prod_{r=0}^{j-1}[(I - K_i(k-r)C_i^r)A]\right)K_i(k-j)\boldsymbol{v}_i^r(k-j)\end{aligned} \quad (20)$$

由式 (4), 式 (5) 和式 (8) 有第 j 组传感器 t 步预报误差递推表达式:

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{x}}_j(k|k-t) = {} & A^t\tilde{\boldsymbol{x}}_j(k-t|k-t) + \\ & \sum_{j=1}^{t}A^{j-1}B\boldsymbol{\omega}(k-j)\end{aligned} \quad (21)$$

将式 (20) 和式 (21) 代入式 (13) 可得式 (15) 成立. □

定理 2. 模型式 (4) 的第 i 组传感器的 t_1 步预报误差和第 j 组传感器的 t_2 步预报误差互协方差矩阵 $P_{ij}(k|k-t_1, k-t_2) := \mathrm{E}\{\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k|k-t_1)\tilde{\boldsymbol{x}}_j^{\mathrm{T}}(k|k-t_2)\}$ $(i \neq j, t_1, t_2 \in \tilde{Z}, t_1 < t_2)$ 满足如下递推公式:

$$\begin{aligned}P_{ij}(k|k-t_1, k-t_2) = {} & \\ & A^{t_1}P_{ij}(k-t_1|k-t_1, k-t_2)(A^{t_1})^{\mathrm{T}} + \\ & \sum_{j=1}^{t_1}A^{j-1}BQ(A^{j-1}B)^{\mathrm{T}}\end{aligned} \quad (22)$$

其中, $P_{ij}(k-t_1|k-t_1, k-t_2)$ 可由式 (15) 计算得到.

证明. 由式 (4), 式 (5) 和式 (8) 有第 i 组传感器 t_1 步预报误差递推表达式:

$$\begin{aligned}&\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k|k-t_1) = \\ &\quad A^{t_1}\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k-t_1|k-t_1) + \sum_{j=1}^{t_1}A^{j-1}B\boldsymbol{\omega}(k-j)\end{aligned} \quad (23)$$

由式 (4), 式 (5) 和式 (8) 有第 j 组传感器的 t_2 步预报误差递推表达式:

$$\begin{aligned}&\tilde{\boldsymbol{x}}_j(k|k-t_2) = \\ &\quad A^{t_1}\tilde{\boldsymbol{x}}_j(k-t_1|k-t_2) + \sum_{j=1}^{t_1}A^{j-1}B\boldsymbol{\omega}(k-j)\end{aligned} \quad (24)$$

将式 (23) 和式 (24) 代入式 (14) 可得式 (22) 成立. □

注 1. 在定理 2 中计算 $P_{ij}(k|k-t_1, k-t_2)$ 要求 $t_1 < t_2$, 那么当 $t_1 > t_2$ 时, 则只需计算 $P_{ji}(k|k-t_2, k-t_1)$, 由式 (14) 可知 $P_{ij}(k|k-t_1, k-t_2) = P_{ji}^{\mathrm{T}}(k|k-t_2, k-t_1)$.

根据引理 1 、定理 1 和定理 2 , 最优融合估计 $\hat{\boldsymbol{x}}_o(k)$ 的算法如下:

算法 1.

步骤 1. 根据网络访问限制量 a 和数据包传输过程中一次可包含的测量信息量, 对传感器节点进行合理的分组, 并规定第 1 组传感器在时刻 1 访问融合中心, 第 2 组传感器在时刻 2 访问融合中心, 第 N 组传感器在时刻 N 访问融合中心, 按此顺序周期性的访问融合中心;

步骤 2. 分别计算各组传感器的无偏估计 $\hat{\boldsymbol{x}}_h^o(k), h \in \bar{Z}$, 若 $k \mod N = \ell$ (表示 k 除以 N 所得余数为 ℓ), 则 k 时刻第 ℓ 组传感器得到了访问权限, 那么第 ℓ 组传感器的无偏估计 $\hat{\boldsymbol{x}}_\ell^o(k)$=$\hat{\boldsymbol{x}}_\ell(k|k)$, 再由其余各组传感器最新一次测量信息的更新时刻, 得到其余 $N-1$ 组传感器的无偏估计分别为 $\hat{\boldsymbol{x}}_2(k|k-\ell+2), \cdots, \hat{\boldsymbol{x}}_{\ell-1}(k|k-1), \hat{\boldsymbol{x}}_{\ell+1}(k|k-N+1), \hat{\boldsymbol{x}}_{\ell+2}(k|k-N+2), \cdots, \hat{\boldsymbol{x}}_N(k|k-\ell)$;

步骤 3. 由式 (7) 和式 (9) 分别计算 $P_{11}(k|k-\ell+1), P_{22}(k|k-\ell+2), \cdots, P_{(\ell-1)(\ell-1)}(k|k-1), P_{\ell\ell}(k|k), P_{(\ell+1)(\ell+1)}(k|k-N+1), P_{(\ell+2)(\ell+2)}(k|k-N+2), \cdots, P_{NN}(k|k-\ell)$, 再由式 (15) 和式 (22) 分别计算 P_{ij} (k) $(i \neq j)$;

步骤 4. 将步骤 3 计算的结果代入引理 1 中的式 (11), 将步骤 2 计算的结果代入引理 1 中的式 (10), 求得 $\hat{\boldsymbol{x}}_o(k)$;

步骤 5. 返回步骤 2 计算下一个时刻的最优融合估计值.

注 2. 在计算复杂度上面, 文献 [14] 的估计算法在计算增益矩阵时, 需要计算一个高维矩阵的逆, 而本文的 Kalman 融合估计算法是在分布式融合结构下来设计融合估计器, 各子系统 Kalman 滤波器的增益矩阵维数较小, 故在计算上可避免计算高维矩阵的逆, 有效提高算法的实时性.

3 仿真示例

考虑如下目标跟踪系统[15]:

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1) = \begin{bmatrix}1 & h_p \\ 0 & 1\end{bmatrix}\boldsymbol{x}(k) + \sqrt{10}\begin{bmatrix}\frac{{h_p}^2}{2} \\ h_p\end{bmatrix}\boldsymbol{\omega}(k) \\ y_i(k) = C_i\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{v}_i(k),\ i = 1, 2, \cdots, m\end{cases} \quad (25)$$

其中, h_p 是采样周期, 状态 $\boldsymbol{x}(k) = [\boldsymbol{x}_p^{\mathrm{T}}(k) \quad \boldsymbol{x}_v^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}$, 其中 $\boldsymbol{x}_p(k)$ 和 $\boldsymbol{x}_v(k)$ 分别表示移动目标的位置和速度, 在仿真中取 h_p= 0.5 s. 仿真中布置 6 个传感器节点监测目标, 假设在一个采样周期内最多只允许有 2 个节点可以访问网络, 即 $m = 6, a = 2$. $C_1 = [1 \quad 0], C_2 = [1 \quad 0], C_3 = [1 \quad 0], C_4 = [1 \quad 0], C_5 = [1 \quad 0], C_6 = [1 \quad 0]$, $\boldsymbol{\omega}(k)$ 和 $\boldsymbol{v}_i(k), i = 1, \cdots, 6$ 是零均值不相关白噪声, 且方差阵分别为 $Q = 0.5, R_1 = 0.7, R_2 = 0.2, R_3 = 0.3, R_4 = 0.6, R_5 = 0.3, R_6 = 0.4$. 利用所提出的周期性分组传输的通信策略, 假设传感器节点分成 3 组, 分别为 $\hat{s}_1 = \{s_1, s_2\}$, $\hat{s}_2 = \{s_3, s_4\}$, $\hat{s}_3 = \{s_5, s_6\}$, 按照图 2 所示的传输过程传输节点测量信息. 利用算法 1, 目标跟踪系统的状态轨迹曲线 $\boldsymbol{x}_p(k)$ 和 $\boldsymbol{x}_v(k)$ 如图 4 所示, 其中顺序滤波指的是每一时刻的估计值取当前时刻传输测量信息的那组传感器的最优滤波值. 由图可知, 本文的融合估计算法具有很好的跟踪效果, 验证了周期性分组传输通信策略下融合方法的有效性. 图 5 显示融合估计后的估计误差方差阵

的迹明显小于各组传感器顺序滤波的误差方差阵的迹, 表明融合之后能提高系统整体的估计性能.

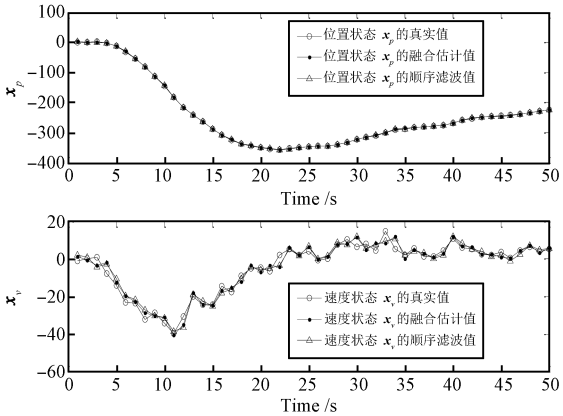

图 4　$\boldsymbol{x}_p(k)$ 和 $\boldsymbol{x}_v(k)$ 的轨迹

Fig. 4　Trajectories of $\boldsymbol{x}_p(k)$ and $\boldsymbol{x}_v(k)$

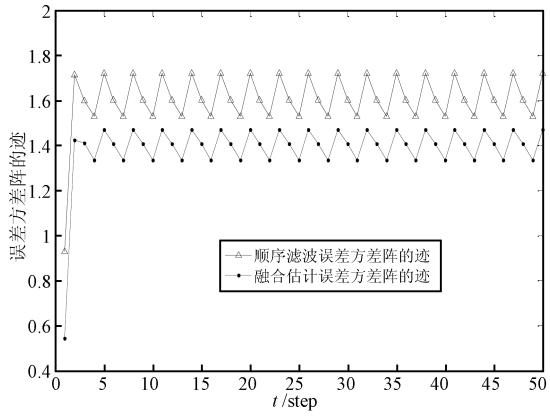

图 5　误差方差阵迹的比较

Fig. 5　Comparison of the error covariance matrix trace

图 6 给出了 $\rho = 1\,000$ 次 Monte Carlo 实验的融合估计和顺序滤波的均方误差 (Mean square error, MSE) 曲线, 其中定义在时刻 k 处的 MSE 值为

$$\mathrm{MSE_i}(k) = \frac{1}{\rho}\sum_{j=1}^{\rho}(\boldsymbol{x}(k) - \hat{\boldsymbol{x}}_{oi}(k))^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}(k) - \hat{\boldsymbol{x}}_{oi}(k)) \tag{26}$$

其中, $\rho = 1\,000, i = 1, 2$; $\hat{\boldsymbol{x}}_{o1}(k)$ 和 $\hat{\boldsymbol{x}}_{o2}(k)$ 分别为状态向量 $\boldsymbol{x}(k)$ 的融合估计和顺序滤波. 由图可看到按矩阵加权的融合估计精度高于顺序滤波的估计精度.

另一方面, 为了比较本文融合方法和文献 [14] 中融合方法的估计精度, 通过 Monte Carlo 实验的均方误差 (MSE) 指标来进行比较分析. 文献 [14] 中采用的融合策略是在每个采样周期内融合中心端没有接收到信息的传感器节点用前一时刻的信息补偿, 然后在集中式融合结构下来设计融合估计器. 文献 [14] 是通过一步融合获得估计值, 而本文的融合方法第一步先得到分组后各子系统的估计值, 第二步再通过矩阵加权线性最小方差最优融合准则得到融合估计值. 图 7 给出了 $\rho = 5\,000$ 次 Monte Carlo 实验的本文融合估计和文献 [14] 一步融合估计的均方误差 (MSE) 曲线, 由图可看到本文的融合估计精度高于文献 [14] 的一步融合估计精度.

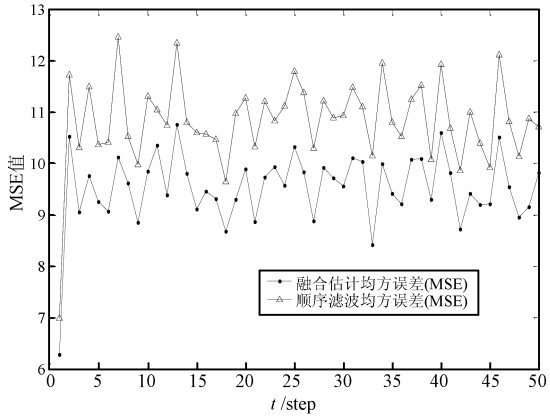

图 6　融合估计和顺序滤波的 1 000 次 Monte Carlo 实验均方误差 (MSE) 曲线

Fig. 6　The mean square error (MSE) curves of fusion estimate and sequential filter after Monte Carlo experiment 1 000 times

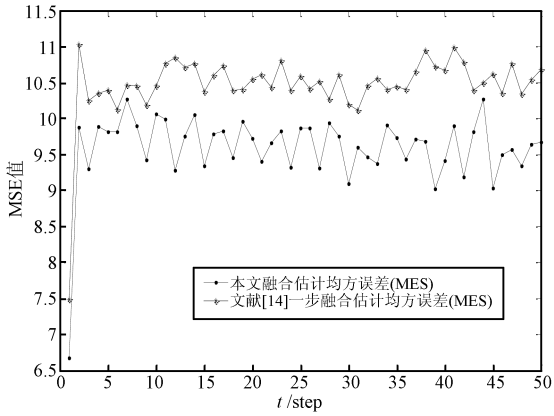

图 7　本文融合方法和文献 [14] 一步融合方法的 5 000 次 Monte Carlo 实验均方误差 (MSE) 曲线

Fig. 7　The mean square error (MSE) curves of the fusion method in this paper and fusion method of [14] after Monte Carlo experiment 5 000 times

4　结论

本文研究了一类通信受限下网络化多传感器系统的融合估计问题. 针对通信受限, 提出了一种周期性分组传输的通信策略, 并将每组传感器所对应的局部估计系统建模成一个离散周期子系统. 在融合中心端第一步利用 Kalman 滤波器或预报器得到各子系统的一个局部最优估计, 第二步通过矩阵加权线性最小方差最优融合准则得到最优融合估计. 本文所采用的分布式结构下的融合方法与已有文献的融合方法相比, 避免了高维矩阵的计算, 增强了系统的容错能力, 同时仿真结果也验证了本文融合方法的有效性和优越性.

References

1 Li X R, Zhu Y M, Wang J, Han C Z. Optimal linear estimation fusion—part I: unified fusion rules. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, **49**(9): 2192−2208

2 Sun S L, Deng Z L. Muti-sensor optimal information fusion Kalman filter. *Automatica*, 2004, **40**(6): 1017−1023

3 Deng Z L, Gao Y, Mao L, Li Y, Hao G. New approach to information fusion steady-state Kalman filtering. *Automatica*, 2005, **41**(10): 1695−1707

4 Khan U A, Moura Jose M F. Distributed the Kalman filter for large-scale systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(10): 4919−4935

5 Ge Quan-Bo, Li Wen-Bin, Sun Ruo-Yu, Xu Zi. Centralized fusion algorithms based on EKF for multisensor. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(6): 816−825
(葛泉波, 李文斌, 孙若愚, 徐姿. 基于 EKF 的集中式融合估计研究. 自动化学报, 2013, **39**(6): 816−825)

6 Feng Xiao-Liang, Wen Cheng-Lin, Liu Wei-Feng, Li Xiao-Fang, Xu Li-Zhong. Sequential fusion finite horizon H_∞ filtering for multisenor system. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(9): 1523−1532
(冯肖亮, 文成林, 刘伟峰, 李晓芳, 徐立中. 基于多传感器的序贯式融合有限域 H_∞ 滤波方法. 自动化学报, 2013, **39**(9): 1523−1532)

7 Duan Z S, Li X R. Lossless linear transformation of sensor data for distributed estimation fusion. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(1): 362−372

8 Wang Y F, Nguyen B M, Fujimoto H, Hori Y. Multirate estimation and control of body slip angle for electric vehicles based on onboard vision system. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, **61**(2): 1133−1143

9 Wang Xiao-Xu, Liang Yan, Pan Quan, Zhao Chun-Hui, Li Han-Zhou. Unscented Kalman filter for nonlinear systems with colored measurement noise. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(6): 986−998
(王小旭, 梁彦, 潘泉, 赵春晖, 李汉舟. 带有色量测噪声的非线性系统 Unscented 卡尔曼滤波器. 自动化学报, 2012, **38**(6): 986−998)

10 Chen B, Zhang W A, Yu L. Distributed finite-horizon fusion Kalman filtering for bandwidth and energy constrained wireless sensor networks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(4): 797−812

11 Garcia A L, Widjaja I. *Communication Networks: Fundamental Concepts and Key Architectures*. Taipei, China: McGraw-Hill, 2001.

12 Liu X H, Goldsmith A. Kalman filtering with partial observation losses. In: Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control. Atlantis, USA: IEEE, 2004. 4180−4186

13 Song H B, Zhang W A, Yu L. H_∞ filtering of network-based systems with communication constraints. *IET Signal Processing*, 2010, **4**(1): 55−68

14 Zhang W A, Yu L, Feng G. Optimal linear estimation for networked systems with communication constraints. *Automatica*, 2011, **179**(22): 3944−3955

15 Zhang W A, Feng G, Yu L. Multi-rate distributed fusion estimation for sensor networks with packet losses. *Automatica*, 2012, **48**(9): 2016−2028

薛东国 浙江工业大学硕士研究生. 主要研究方向为融合估计.
E-mail: xuedg87@163.com
(**XUE Dong-Guo** Master student at Zhejiang University of Technology. His main research interest is fusion estimation.)

陈 博 浙江工业大学博士研究生. 主要研究方向为信息融合, 分布式估计和网络控制系统. E-mail: chenbo0012@sina.com
(**CHEN Bo** Ph. D. candidate at Zhejiang University of Technology. His research interest covers information fusion, distributed estimation, and networked control systems.)

张文安 浙江工业大学信息工程学院教授. 主要研究方向为网络控制系统, 分布式估计与控制和鲁棒控制. E-mail: wazhang@zjut.edu.cn
(**ZHANG Wen-An** Professor at the College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology. His research interest covers networked control systems, distributed estimation and control, and robust control.)

俞 立 浙江工业大学信息工程学院教授. 主要研究方向为鲁棒控制, 时滞系统, 分布式控制和网络控制系统. 本文通信作者.
E-mail: lyu@zjut.edu.cn
(**YU Li** Professor at the College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology. His research interest covers robust control, time-delay systems, decentralized control, and networked control systems. Corresponding author of this paper.)