基于 Hamilton 理论的可逆冷带轧机速度张力系统无张力计控制

刘 乐 [1] 方一鸣 [1,2] 李晓刚 [1] 李建雄 [1]

摘 要 基于反馈耗散 Hamilton 理论研究了可逆冷带轧机速度张力系统的无张力计控制问题. 首先, 对系统速度张力外环 (主轧机速度环和左、右卷取机张力控制环) 进行预反馈控制, 并采用反馈耗散 Hamilton 理论完成了速度张力外环控制器的设计. 其次, 为了实现系统的无张力计控制及对摄动参数的自适应估计, 基于 "扩张系统 + 反馈" 方法完成了系统速度张力外环自适应状态观测器的设计. 再次, 为了实现可逆冷带轧机主轧机速度和左、右卷取机张力间的协调控制及对外扰不确定项的干扰抑制, 基于 backstepping 方法完成了系统电流内环鲁棒控制器的设计. 理论分析表明, 所提出的控制方法能够保证闭环系统的鲁棒稳定性. 最后, 基于某 1 422 mm 可逆冷带轧机速度张力系统的实际数据进行仿真, 并同串级 PI 控制方法相比较, 结果验证了本文所提方法的有效性.

关键词 可逆冷带轧机, 无张力计控制, 反馈耗散 Hamilton 理论, 全维状态观测器, 自适应鲁棒控制

引用格式 刘乐, 方一鸣, 李晓刚, 李建雄. 基于 Hamilton 理论的可逆冷带轧机速度张力系统无张力计控制. 自动化学报, 2015, **41**(1): 165−175

DOI 10.16383/j.aas.2015.c140359

Tensiometer-free Control for a Speed and Tension System of Reversible Cold Strip Mill Based on Hamilton Theory

LIU Le[1] FANG Yi-Ming[1,2] LI Xiao-Gang[1] LI Jian-Xiong[1]

Abstract The tensiometer-free control problem for a speed and tension system of reversible cold strip mill is studied based on the feedback dissipative Hamilton theory. Firstly, controllers for the system speed and tension outside loops (the main rolling mill speed loop and the left and right coiler tension control loop) are designed by using the pre-feedback control strategy and feedback dissipative Hamilton theory. Secondly, in order to realize the tensiometer-free control and adaptive estimation for the perturbation parameters, adaptive state observers for the system speed and tension outside loops are designed by using the "extended system + feedback" method. Further, robust controllers for the system current inside loops are designed based on backstepping so as to realize the coordinated control for the speed and tension of reversible cold strip mill as well as the interference suppression for external disturbances. Theoretical analysis shows that the resulting closed-loop system is stable. Finally, a simulation is carried out for the speed and tension system of a 1422 mm reversing cold strip mill by using the actual data, and the results show the superiority of the proposed control strategy in comparison with the strategy of cascade PI control.

Key words Reversible cold strip mill, tensiometer-free control, feedback dissipative Hamilton theory, full-order states observer, adaptive robust control

Citation Liu Le, Fang Yi-Ming, Li Xiao-Gang, Li Jian-Xiong. Tensiometer-free control for a speed and tension system of reversible cold strip mill based on Hamilton theory. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(1): 165−175

带钢张力是冷带轧机轧制生产过程中重要的被控参量[1−2]. 它可以有效地降低金属变形抗力和变形功, 减少能量消耗, 防止带钢跑偏, 并且使带钢在横向和纵向两个方向上均匀延伸; 另外, 在轧制硬而 (极) 薄的带钢时, 由于弹性形变的原因, 一定直径的轧辊可能很难再对带钢厚度产生任何辊压作用, 而是通过调节张力来获得预期的带钢板形和板厚[3−4]. 所以说, 维持张力恒定是保证带钢产品质量和轧制工艺顺利进行的关键[5].

收稿日期 2014-05-16 录用日期 2014-09-01
Manuscript received May 16, 2014; accepted September 1, 2014
国家自然科学基金 (61074099), 河北省高等学校创新团队领军人才培育计划 (LJRC013), 燕山大学博士基金 (B705) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61074099), Cultivation Program Project for Leading Talent of Innovation Team in Colleges and Universities of Hebei Province (LJRC013), and Doctor Research Foundation of Yanshan University (B705)
本文责任编委 刘允刚
Recommended by Associate Editor LIU Yun-Gang

1. 燕山大学工业计算机控制工程河北省重点实验室 秦皇岛 066004
2. 国家冷轧板带装备及工艺工程技术研究中心 秦皇岛 066004
1. Key Laboratory of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004
2. National Engineering Research Center for Equipment and Technology of Cold Strip Rolling, Qinhuangdao 066004

在冷带轧机速度张力系统中经常采用的两种张力控制方式[6−7]: 1) 基于转矩控制和补偿控制的间接张力控制, 该方式尽管所需要的设备成本低, 但是存在着控制系统结构复杂、精度低和抗干扰能力弱的问题; 2) 基于张力计反馈的直接张力控制, 该方式尽管具有较高的控制精度和较强的抗干扰能力, 但是张力计价格昂贵, 日常维护困难, 且易受现场环境因素的影响. 因此, 对于无法或难以获取实际张力的场合, 要想获得满意的张力控制效果, 同时降低系统的设备成本, 可利用检测到的转速、电压和电流等物理量, 并基于一定的控制方法对系统张力进行观测估计, 进而实现无张力计控制[8−10]. 文献 [8] 利用电机的实际电流值对系统张力进行观测, 降低了系统的设备成本, 同时提高了张力的控制精度和鲁棒稳定性. 文献 [9] 基于线性化和分散控制技术提出一种 PI 观测器设计方法, 该观测器具有摩擦力矩和转动惯量补偿功能, 实现了系统张力的闭环控制. 文献 [10] 对比了 PI 观测器和卡尔曼滤波器的观测效果, 并在此基础上设计了速度张力系统的多变量 H_∞ 鲁棒控制器.

近年来, 广义 Hamilton 理论发展迅速, 已广泛应用于电力系统[11]、航空航天系统[12] 和机器人系统[13] 等工程技术领域, 并成为非线性理论最富有成果的研究方向之一. 其中, 反馈耗散 Hamilton 理论[14] 在应用过程中不需要将系统模型事先表示成带耗散的端口受控 Hamilton 形式, 而是通过寻找适当的反馈控制律将系统模型转化成符合耗散 Hamilton 系统的实现形式, 并且所设计的控制器结构简单、易于实现. 此外, 当系统的状态不可测时, 利用观测器重构系统状态成为一种有效方法, 而 "扩张系统 + 反馈" 就是一种基于广义 Hamilton 系统结构特性的观测器设计方法, 该方法可避开传统观测器设计中求误差系统并证明其渐近稳定的难题[15].

基于上述分析, 针对具有多变量、非线性、强耦合和不确定性特征的可逆冷带轧机速度张力系统, 本文提出一种基于反馈耗散 Hamilton 理论的无张力计控制方法. 考虑到可逆冷带轧机速度张力系统中含速度张力外环和电流内环, 本文首先对系统速度张力外环进行预反馈控制以简化控制器的设计过程, 进而采用反馈耗散 Hamilton 理论完成速度张力外环控制器的设计; 其次, 基于 "扩张系统 + 反馈" 的方法完成速度张力外环全维状态观测器的设计, 以实现系统的无张力计控制; 再次, 基于 backstepping 方法完成系统电流内环控制器的设计, 以实现可逆冷带轧机主轧机速度和左、右卷取机张力间的协调控制; 另外, 在控制器的设计过程中, 还考虑了系统存在参数摄动和外扰不确定情况下的自适应鲁棒控制问题. 最后, 以某 1 422 mm 可逆冷带轧机速度张力系统为例进行仿真, 并同串级 PI 控制方法相比较, 验证本文所提方法在实现速度张力系统无张力计控制的同时能够有效削弱速度和张力间的耦合, 提高系统的动、静态性能和协调控制能力.

1 系统描述与控制问题提出

1.1 系统描述

可逆冷带轧机主要由左卷取机、主轧机、右卷取机和导向辊组成, 其结构示意图如图 1 所示.

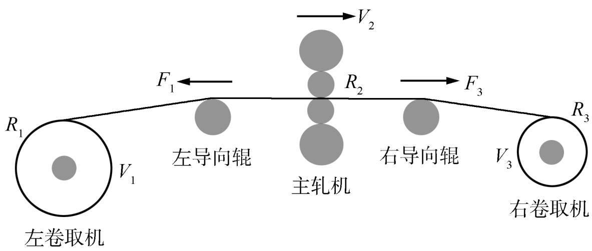


图 1 可逆冷带轧机结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of reversible cold strip mill

根据相关轧制理论并结合直流电机动力学方程, 可推导出可逆冷带轧机速度张力非线性耦合系统的数学模型. 其中, 左卷取机张力子系统 sys_1:

$$\begin{cases}\dot{F}_1=\dfrac{EA_1}{L}\left[V_2(1-\chi_0(1+K_\chi F_1))-V_1\right]\\ \dot{V}_1=\dfrac{K_1R_1}{J_1\eta_1}I_1+\dfrac{R_1^2}{J_1\eta_1^2}F_1-\left(\dfrac{B_{u1}}{J_1}-\dfrac{\dot{R}_1}{R_1}\right)V_1\\ \dot{I}_1=\dfrac{Ks_1}{l_1}u_1-\dfrac{K_1\eta_1}{l_1R_1}V_1-\dfrac{r_1}{l_1}I_1+w_1\\ \dot{J}_1=\dfrac{2\pi\rho B}{\eta_1^2}R_1^3\dot{R}_1,\ \dot{R}_1=-\dfrac{H}{2\pi R_1}V_1\end{cases}\tag{1}$$

主轧机速度子系统 sys_2:

$$\begin{cases}\dot{V}_2=\dfrac{K_2R_2}{J_2\eta_2}I_2+\dfrac{R_2^2}{J_2\eta_2^2}(F_3-F_1)-\\ \qquad\dfrac{B_{u2}}{J_2}V_2-\dfrac{M_zR_2}{J_2\eta_2^2}\\ \dot{I}_2=\dfrac{Ks_2}{l_2}u_2-\dfrac{K_2\eta_2}{l_2R_2}V_2-\dfrac{r_2}{l_2}I_2+w_2\end{cases}\tag{2}$$

右卷取机张力子系统 sys_3:

$$\begin{cases}\dot{F}_3=\dfrac{EA_2}{L}\left[V_3-V_2(1+\delta_0(1+K_\delta F_3))\right]\end{cases}$$

$$
\begin{cases}
\dot{V}_3 = \dfrac{K_3 R_3}{J_3 \eta_3} I_3 - \dfrac{R_3^2}{J_3 \eta_3^2} F_3 - \left(\dfrac{B_{u3}}{J_3} - \dfrac{\dot{R}_3}{R_3} \right) V_3 \\
\dot{I}_3 = \dfrac{K s_3}{l_3} u_3 - \dfrac{K_3 \eta_3}{l_3 R_3} V_3 - \dfrac{r_3}{l_3} I_3 + w_3 \\
\dot{J}_3 = \dfrac{2\pi\rho B}{\eta_3^2} R_3^3 \dot{R}_3,\ \dot{R}_3 = \dfrac{h}{2\pi R_3} V_3
\end{cases}
\tag{3}
$$

其中, K_i 为电机的转矩系数; J_i 为折算到电机轴上总的转动惯量; V_i 为线速度; η_i 为减速比; B_{ui} 为存在摄动的摩擦系数; u_i, Ks_i 分别为电机整流装置的控制电压和放大倍数; I_i, r_i 和 l_i 分别为电机电枢回路的电流、电阻和电感; w_i 为系统的外扰不确定项; R_1, R_3 分别为左、右卷取机钢卷的半径, R_2 为主轧机工作辊的半径; E 为杨氏弹性模量; B, ρ, H 和 h 分别为带钢的宽度、密度以及入口和出口厚度; F_1, F_3 分别为主轧机两侧的带钢张力; M_z 为主轧机的轧制力矩; δ_0, χ_0 分别为无张力时的前、后滑系数; K_δ, K_χ 分别为张力对前、后滑系数的影响因子; A_1, A_2 分别为带钢轧制前后的截面积.

注 1. 为方便起见, 文中下脚标 $i = 1, 2, 3$ 分别为左卷取机、主轧机和右卷取机的相关参数.

1.2　控制问题提出

本文的控制目标是实现可逆冷带轧机速度张力系统的无张力计控制及对期望给定值 F_1^*, V_2^* 和 F_3^* 的渐近跟踪控制. 但由式 (1) ～ (3) 中系统状态变量间的相互关系可以看出: 可逆冷带轧机的主轧机速度和左、右卷取机张力之间存在耦合, 且在实际轧制生产过程中, 系统模型中还存在着摄动参数 $\boldsymbol{B_u}$ 和外扰不确定项 $\boldsymbol{w}$ 的影响. 因此, 系统式 (1) ～ (3) 的控制问题可简述为:

1) 设计状态观测器, 实现速度张力系统的无张力计控制, 即 $\hat{F}_1 \to F_1 \to F_1^*$, $\hat{F}_3 \to F_3 \to F_3^*$.

2) 设计参数估计器, 实现对系统模型中摄动参数 $\boldsymbol{B_u}$ 的自适应估计.

3) 设计控制器 $\boldsymbol{u}$, 实现可逆冷带轧机主轧机速度和左、右卷取机张力间的解耦和协调控制, 且相应的闭环系统满足: 当外扰不确定项 $\boldsymbol{w} = 0$ 时, 闭环系统是渐近稳定的; 当 $\boldsymbol{w} \neq 0$ 时, 闭环系统是有界稳定的, 且 $\boldsymbol{w}$ 对系统的性能输出具有 L_2 增益.

2　速度张力系统控制器设计

可逆冷带轧机速度张力系统式 (1) ～ (3) 中含速度张力外环 (主轧机速度环和左、右卷取机张力控制环) 和电流内环, 其控制框图如图 2 所示.

本节首先采用反馈耗散 Hamilton 理论完成速度张力外环控制器的设计, 同时基于 "扩张系统 + 反馈" 的方法完成速度张力外环自适应状态观测器的设计, 进而得到系统张力的估计值, 实现无张力计控制, 并使系统能够根据摄动参数的变化自行调整; 其次, 基于 backstepping 方法, 将速度张力外环的输出作为电流内环的给定来完成系统电流内环鲁棒控制器的设计, 进而增强系统的鲁棒稳定性, 并实现可逆冷带轧机速度和张力间的协调控制.

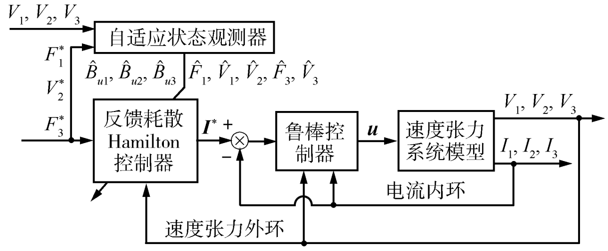


图 2　可逆冷带轧机速度张力系统控制框图

Fig. 2　Control diagram for the speed and tension system of reversible cold strip mill

2.1　速度张力外环反馈耗散 Hamilton 控制器设计

考虑如下非线性系统:

$$
\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + g(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{I}(\boldsymbol{x}) \tag{4}
$$

其中, $\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^m$ 为状态向量, $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \in \mathbf{R}^m$ 为任一向量场, $g(\boldsymbol{x}) \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为满秩矩阵, $\boldsymbol{I} \in \mathbf{R}^n$ 为输入向量.

若设计出适当的反馈控制律 $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x})$, 令式 (4) 写成:

$$
\dot{\boldsymbol{x}} = T(\boldsymbol{x}) \nabla \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}) \tag{5}
$$

其中, $T(\boldsymbol{x}) = J(\boldsymbol{x}) - R(\boldsymbol{x})$, 且 $J(\boldsymbol{x})$ 为反对称矩阵, $R(\boldsymbol{x})$ 为半正定对称矩阵; $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})$ 为 Hamilton 函数, 且 $\nabla \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}) = \dfrac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}$; 则称式 (5) 是非线性系统式 (4) 的一个反馈耗散 Hamilton 实现.

由式 (1) ～ (3) 整理出系统速度张力外环的数学模型:

$$
\begin{cases}
\dot{F}_1 = \dfrac{EA_1}{L} \left[V_2 (1 - \chi_0 (1 + K_\chi F_1)) - V_1 \right] \\
\dot{V}_1 = \dfrac{K_1 R_1}{J_1 \eta_1} I_1 + \dfrac{R_1^2}{J_1 \eta_1^2} F_1 - \left(\dfrac{B_{u1}}{J_1} - \dfrac{\dot{R}_1}{R_1} \right) V_1 \\
\dot{V}_2 = \dfrac{K_2 R_2}{J_2 \eta_2} I_2 + \dfrac{R_2^2}{J_2 \eta_2^2} (F_3 - F_1) - \\
\qquad \dfrac{B_{u2}}{J_2} V_2 - \dfrac{M_z R_2}{J_2 \eta_2^2} \\
\dot{F}_3 = \dfrac{EA_2}{L} \left[V_3 - V_2 (1 + \delta_0 (1 + K_\delta F_3)) \right] \\
\dot{V}_3 = \dfrac{K_3 R_3}{J_3 \eta_3} I_3 - \dfrac{R_3^2}{J_3 \eta_3^2} F_3 - \left(\dfrac{B_{u3}}{J_3} - \dfrac{\dot{R}_3}{R_3} \right) V_3
\end{cases}
\tag{6}
$$

将速度张力外环式 (6) 的状态向量和虚拟输入向量分别定义为

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}= \\ \qquad \begin{bmatrix} F_1 & V_1 & V_2 & F_3 & V_3\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{I}=\begin{bmatrix} I_1 & I_2 & I_3\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\end{cases}$$

考虑到速度张力外环式 (6) 中含摄动摩擦系数 $\boldsymbol{B_u}$, 进而可将式 (6) 重新整理成如下形式:

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})+g(\boldsymbol{x})\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u}) \tag{7}$$

其中,

$$g(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{K_1R_1}{J_1\eta_1} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{K_2R_2}{J_2\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{K_3R_3}{J_3\eta_3}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})=\begin{bmatrix} \dfrac{EA_1}{L}\left[x_3(1-\chi_0(1+K_\chi x_1))-x_2\right] \\ \dfrac{R_1^2}{J_1\eta_1^2}x_1-\left(\dfrac{B_{u1}}{J_1}-\dfrac{\dot{R}_1}{R_1}\right)x_2 \\ \dfrac{R_2^2}{J_2\eta_2^2}(x_4-x_1)-\dfrac{B_{u2}}{J_2}x_3-\dfrac{M_zR_2}{J_2\eta_2^2} \\ \dfrac{EA_2}{L}\left[x_5-x_3(1+\delta_0(1+K_\delta x_4))\right] \\ -\dfrac{R_3^2}{J_3\eta_3^2}x_4-\left(\dfrac{B_{u3}}{J_3}-\dfrac{\dot{R}_3}{R_3}\right)x_5\end{bmatrix}$$

将式 (7) 中各状态变量期望的平衡点取为

$$\boldsymbol{x}^*=\begin{bmatrix} F_1^* & V_1^* & V_2^* & F_3^* & V_3^*\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

其中, $V_1^*=V_2^*\left[1-\chi_0(1+K_\chi F_1^*)\right]$, $V_3^*=V_2^*\left[1+\delta_0(1+K_\delta F_3^*)\right]$.

为使式 (7) 在 $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})$ 的作用下能够写成 $\dot{\boldsymbol{x}}=T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})\nabla\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})$ 形式, 首先选取预置反馈:

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})= \\ \begin{bmatrix} -\dfrac{R_1}{K_1\eta_1}x_1+\dfrac{J_1\eta_1}{K_1R_1}\left(\dfrac{B_{u1}}{J_1}-\dfrac{\dot{R}_1}{R_1}\right)x_2+\widehat{I}_1 \\ \dfrac{R_2}{K_2\eta_2}(x_1-x_4)+\dfrac{B_{u2}\eta_2}{K_2R_2}x_3+\dfrac{M_z}{K_2\eta_2}+\widehat{I}_2 \\ \dfrac{R_3}{K_3\eta_3}x_4+\dfrac{J_3\eta_3}{K_3R_3}\left(\dfrac{B_{u3}}{J_3}-\dfrac{\dot{R}_3}{R_3}\right)x_5+\widehat{I}_3\end{bmatrix} \tag{9}$$

其中, $\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})=\begin{bmatrix}\widehat{I}_1 & \widehat{I}_2 & \widehat{I}_3\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 为新的虚拟反馈控制量.

将式 (9) 代入式 (7) 可以得出:

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}'(\boldsymbol{x})+g(\boldsymbol{x})\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})= \\ \begin{bmatrix} \dfrac{EA_1}{L}\left[x_3(1-\chi_0(1+K_\chi x_1))-x_2\right] \\ 0 \\ 0 \\ \dfrac{EA_2}{L}\left[x_5-x_3(1+\delta_0(1+K_\delta x_4))\right] \\ 0\end{bmatrix}+ \\ g(\boldsymbol{x})\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u}) \tag{10}$$

选取速度张力外环式 (7) 的 Hamilton 函数:

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})=\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^*)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^*) \tag{11}$$

并假设:

$$T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})=\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} & t_{15} \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} & t_{45} \\ * & * & * & * & *\end{bmatrix} \tag{12}$$

同时将相关参数代入 $\boldsymbol{f}'(\boldsymbol{x})+g(\boldsymbol{x})\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})=T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})\nabla\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})$, 可解得:

$$\begin{cases} t_{11}=-\dfrac{EA_1}{L}\chi_0K_\chi x_3,\ t_{14}=t_{15}=0 \\ t_{12}=-\dfrac{EA_1}{L},\ t_{13}=\dfrac{EA_1}{L}\left[1-\chi_0(1+K_\chi x_1^*)\right] \\ t_{41}=t_{42}=0,\ t_{44}=-\dfrac{EA_2}{L}\delta_0K_\delta x_3 \\ t_{43}=-\dfrac{EA_2}{L}\left[1+\delta_0(1+K_\delta x_4^*)\right],\ t_{45}=\dfrac{EA_2}{L}\end{cases} \tag{13}$$

为使 $T^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})+T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})\leq 0$, 即 $T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})$ 具有耗散性, 选择如下形式 (见式 (14)).

式 (14) 中, r_{22}, r_{33} 和 r_{55} 均为待设计的正常数, 且其数值越小, 则速度张力系统的动态性能越快.

因此式 (10) 中新的虚拟反馈控制量 $\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})$ 可设计为式 (15) 的形式.

$$T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})=\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & 0 & 0\\ -t_{12} & -r_{22}-\dfrac{B_{u1}}{J_1}+\dfrac{\dot R_1}{R_1} & 0 & 0 & 0\\ -t_{13} & 0 & -r_{33}-\dfrac{B_{u2}}{J_2} & -t_{43} & 0\\ 0 & 0 & t_{43} & t_{44} & t_{45}\\ 0 & 0 & 0 & -t_{45} & -r_{55}-\dfrac{B_{u3}}{J_3}+\dfrac{\dot R_3}{R_3}\end{bmatrix} \tag{14}$$

$$\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})=\begin{bmatrix}\dfrac{J_1\eta_1}{K_1R_1}\left[-t_{12}e_1-\left(r_{22}+\dfrac{B_{u1}}{J_1}-\dfrac{\dot R_1}{R_1}\right)e_2\right]\\ \dfrac{J_2\eta_2}{K_2R_2}\left[-t_{13}e_1-\left(r_{33}+\dfrac{B_{u2}}{J_2}\right)e_3-t_{43}e_4\right]\\ \dfrac{J_3\eta_3}{K_3R_3}\left[-t_{45}e_4-\left(r_{55}+\dfrac{B_{u3}}{J_3}-\dfrac{\dot R_3}{R_3}\right)e_5\right]\end{bmatrix} \tag{15}$$

其中, $e_1=x_1-x_1^*$, $e_2=x_2-x_2^*$, $e_3=x_3-x_3^*$, $e_4=x_4-x_4^*$, $e_5=x_5-x_5^*$.

进一步, 将式 (15) 代入式 (9) 可得速度张力外环式 (7) 的虚拟反馈控制量 $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})$:

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})=\begin{bmatrix}\dfrac{J_1\eta_1}{K_1R_1}\Big[-\dfrac{R_1^2}{J_1\eta_1^2}x_1+\left(\dfrac{B_{u1}}{J_1}-\dfrac{\dot R_1}{R_1}\right)x_2^*-\\ \qquad t_{12}e_1-r_{22}e_2\Big]\\ \dfrac{J_2\eta_2}{K_2R_2}\Big[\dfrac{R_2^2}{J_2\eta_2^2}(x_1-x_4)+\dfrac{B_{u2}}{J_2}x_3^*+\\ \qquad \dfrac{M_zR_2}{J_2\eta_2^2}-t_{13}e_1-r_{33}e_3-t_{43}e_4\Big]\\ \dfrac{J_3\eta_3}{K_3R_3}\Big[\dfrac{R_3^2}{J_3\eta_3^2}x_4+\left(\dfrac{B_{u3}}{J_3}-\dfrac{\dot R_3}{R_3}\right)x_5^*-\\ \qquad t_{45}e_4-r_{55}e_5\Big]\end{bmatrix} \tag{16}$$

而根据 $J(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})$ 和 $R(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})$ 的相关性质, 令:

$$\begin{cases} J(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})=\dfrac{1}{2}\left[T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})-T^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})\right]\\ R(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})=-\dfrac{1}{2}\left[T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})+T^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})\right]\end{cases} \tag{17}$$

并将式 (14) 代入上式可得:

$$J(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})=\begin{bmatrix}0 & t_{12} & t_{13} & 0 & 0\\ -t_{12} & 0 & 0 & 0 & 0\\ -t_{13} & 0 & 0 & -t_{43} & 0\\ 0 & 0 & t_{43} & 0 & t_{45}\\ 0 & 0 & 0 & -t_{45} & 0\end{bmatrix} \tag{18}$$

$$R(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})=\mathrm{diag}\Big\{-t_{11},\ r_{22}+\frac{B_{u1}}{J_1}-\frac{\dot R_1}{R_1},\ r_{33}+\frac{B_{u2}}{J_2},-t_{44},\ r_{55}+\frac{B_{u3}}{J_3}-\frac{\dot R_3}{R_3}\Big\} \tag{19}$$

此时, 将式 (16) 代入式 (7) 可有:

$$\dot{\boldsymbol{x}}=T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})\nabla\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})=[J(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})-R(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})]\frac{\partial\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})}{\partial\boldsymbol{x}} \tag{20}$$

即速度张力外环式 (7) 在式 (16) 的作用下可转化成耗散 Hamilton 系统的形式.

2.2　速度张力外环自适应状态观测器设计

由于式 (16) 中含摄动参数 $\boldsymbol{B_u}$, 令:

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x},\hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}})=\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{v} \tag{21}$$

其中, $\boldsymbol{v}$ 为系统待设计的自适应控制部分, 而 $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x})=$

$$\begin{bmatrix}\dfrac{J_1\eta_1}{K_1R_1}\left[-\dfrac{R_1^2}{J_1\eta_1^2}x_1-\dfrac{\dot R_1}{R_1}x_2^*-t_{12}e_1-r_{22}e_2\right]\\ \dfrac{J_2\eta_2}{K_2R_2}\Big[\dfrac{R_2^2}{J_2\eta_2^2}(x_1-x_4)+\dfrac{M_zR_2}{J_2\eta_2^2}-t_{13}e_1-\\ \qquad r_{33}e_3-t_{43}e_4\Big]\\ \dfrac{J_3\eta_3}{K_3R_3}\left[\dfrac{R_3^2}{J_3\eta_3^2}x_4-\dfrac{\dot R_3}{R_3}x_5^*-t_{45}e_4-r_{55}e_5\right]\end{bmatrix}$$

定义 $\Delta\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u}) = \boldsymbol{I}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u}) - \boldsymbol{I}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{B_u}$, 其中 $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{x}) = \mathrm{diag}\left\{\dfrac{\eta_1 x_2^*}{K_1R_1},\ \dfrac{\eta_2 x_3^*}{K_2R_2},\ \dfrac{\eta_3 x_5^*}{K_3R_3}\right\}$. 并将式 (21) 代入式 (7) 可以得出:

$$\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u}) + g(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{v}) =\\ &\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u}) + g(\boldsymbol{x})\left[\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u}) + \boldsymbol{I}(\boldsymbol{x}) -\right.\\ &\left.\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u}) + \boldsymbol{v}\right] =\\ &\left[J(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u}) - R(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})\right]\frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} +\\ &g(\boldsymbol{x})(-\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{B_u} + \boldsymbol{v})\end{aligned} \tag{22}$$

进一步, 为了实现速度张力系统的无张力计控制, 选用 “扩张系统 + 反馈” 的全维状态观测器设计方法. 令:

$$\boldsymbol{I}(\hat{\boldsymbol{x}},\hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}}) = \boldsymbol{I}(\hat{\boldsymbol{x}}) + \boldsymbol{v} \tag{23}$$

并给出如下两个假设条件[15]:

假设 1. $\nabla \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}) \neq 0$ $(\boldsymbol{x}\neq\boldsymbol{x}^*)$, 且系统式 (22) 关于虚拟输出 $\boldsymbol{y}_1 = R^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})\nabla\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})$ 和输入 $\boldsymbol{v}$ 零状态可检测, 即由 $\boldsymbol{y}_1\equiv 0$, $\boldsymbol{v}\equiv 0 \Rightarrow \boldsymbol{x}\to\boldsymbol{x}^*$ $(t\to\infty)$.

假设 2. 存在非零矩阵 $G(\boldsymbol{x})$, 使得:

$$\begin{aligned}&W(\boldsymbol{x}) =\\ &\quad R(\boldsymbol{x},0) + \left[g(\boldsymbol{x})G^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) + G(\boldsymbol{x})g^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\right] \geq 0\end{aligned} \tag{24}$$

且系统 $\dot{\boldsymbol{x}} = [J(\boldsymbol{x},0) - W(\boldsymbol{x})]\nabla\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})$ 关于 $\boldsymbol{y}_2 = W^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{x})\nabla\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})$ 零状态可检测.

那么在满足假设 1 和假设 2 的条件下, 式 (23) 中的自适应控制器和自适应状态观测器可分别设计为

$$\boldsymbol{v} = -G^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}})\frac{\partial\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{x}})}{\partial\hat{\boldsymbol{x}}} + \boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}})\hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}} \tag{25}$$

$$\begin{cases}\dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = G(\hat{\boldsymbol{x}})\left[g^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\dfrac{\partial\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})}{\partial\boldsymbol{x}} - g^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}})\dfrac{\partial\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{x}})}{\partial\hat{\boldsymbol{x}}}\right] +\\ \qquad [J(\hat{\boldsymbol{x}},0) - R(\hat{\boldsymbol{x}},0)]\dfrac{\partial\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{x}})}{\partial\hat{\boldsymbol{x}}} -\\ \qquad g(\hat{\boldsymbol{x}})\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}})\hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}} + g(\hat{\boldsymbol{x}})\boldsymbol{v}\\ \dot{\hat{\boldsymbol{B}}}_{\boldsymbol{u}} = -\rho^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{x})g^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\dfrac{\partial\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})}{\partial\boldsymbol{x}}\end{cases} \tag{26}$$

其中, $\hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}}$ 为 $\boldsymbol{B_u}$ 的估计值; $\rho = \mathrm{diag}\{\rho_1,\ \rho_2,\ \rho_3\}$ 为待设计的参数矩阵.

为了验证所设计自适应控制器式 (25) 和自适应状态观测器式 (26) 的有效性, 将式 (22) 和式 (26) 构成如式 (27) 的扩张系统. 其中, $g(\boldsymbol{x}) = g(\hat{\boldsymbol{x}})$, $\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}})$.

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{x}}\\ \dot{\hat{\boldsymbol{x}}}\\ \dot{\hat{\boldsymbol{B}}}_{\boldsymbol{u}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}J(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u}) - R(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u}) & 0\\ G(\hat{\boldsymbol{x}})g^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) & J(\hat{\boldsymbol{x}},0) - R(\hat{\boldsymbol{x}},0) - G(\hat{\boldsymbol{x}})g^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}})\\ -\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{x})g^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})}{\partial\boldsymbol{x}}\\ \dfrac{\partial\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{x}})}{\partial\hat{\boldsymbol{x}}}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}g(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{B_u}\\ g(\hat{\boldsymbol{x}})\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}})\hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}}\\ 0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}g(\boldsymbol{x})\\ g(\hat{\boldsymbol{x}})\\ 0\end{bmatrix}\boldsymbol{v} \tag{27}$$

$$\text{令:}\ \begin{cases}\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} & \hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}} & \hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{H}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{x}}) +\\ \qquad \dfrac{1}{2}(\boldsymbol{B_u} - \hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}})^{\mathrm{T}}\rho^{-1}(\boldsymbol{B_u} - \hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}})\end{cases}$$

并将式 (25) 代入式 (27) 可整理出:

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \left[\bar{J}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{B_u}) - \bar{R}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{B_u})\right]\frac{\partial\boldsymbol{H}(\boldsymbol{X})}{\partial\boldsymbol{X}} \tag{28}$$

其中, $\bar{R}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{B_u}) = \begin{bmatrix}R(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u}) & 0 & 0\\ 0 & W(\hat{\boldsymbol{x}}) & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$

$$\bar{J}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{B_u}) = \begin{bmatrix}J(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u}) & -g(\boldsymbol{x})G^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}}) & g(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\rho\\ G(\hat{\boldsymbol{x}})g^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) & J(\hat{\boldsymbol{x}},0) & 0\\ -\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{x})g^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial\boldsymbol{H}(\boldsymbol{X})}{\partial\boldsymbol{X}} = \begin{bmatrix}\dfrac{\partial\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})}{\partial\boldsymbol{x}} & \dfrac{\partial\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{x}})}{\partial\hat{\boldsymbol{x}}} & \dfrac{\partial\boldsymbol{H}(\boldsymbol{X})}{\partial\hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$W(\hat{\boldsymbol{x}})=R(\hat{\boldsymbol{x}},0)+[g(\hat{\boldsymbol{x}})G^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}})+G(\hat{\boldsymbol{x}})g^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}})]$.

显然, 若假设 2 成立, 则闭环系统式 (28) 是一个耗散 Hamilton 系统.

注 2. 为满足假设 2 成立的条件, 选择 $G(\hat{\boldsymbol{x}})=\begin{bmatrix}0&\Theta&0&0&0\\0&0&\Theta&0&0\\0&0&0&0&\Theta\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$, 其中 $\Theta>0$, 则可计算出:

$$W(\hat{\boldsymbol{x}})=\\ \mathrm{diag}\{W_{11},\ W_{22},\ W_{33},\ W_{44},\ W_{55}\}\geq 0 \tag{29}$$

其中, $W_{11}=-t_{11}$, $W_{22}=-\dfrac{\dot{R}_1}{R_1}+2\dfrac{K_1R_1}{J_1\eta_1}\Theta+r_{22}$, $W_{33}=2\dfrac{K_2R_2}{J_2\eta_2}\Theta+r_{33}$, $W_{44}=-t_{44}$, $W_{55}=-\dfrac{\dot{R}_3}{R_3}+2\dfrac{K_3R_3}{J_3\eta_3}\Theta+r_{55}$.

定理 1. 若系统式 (22) 满足假设 1 和假设 2, 并设计出自适应控制器式 (25) 和自适应状态观测器式 (26), 则闭环系统式 (28) 是稳定的, 且速度张力外环式 (7) 可实现无张力计控制.

证明. 构造能量函数:

$$\Psi_1(\boldsymbol{X},\boldsymbol{B_u})=\boldsymbol{H}(\boldsymbol{X}) \tag{30}$$

并求上式的时间导数:

$$\begin{aligned}\dot{\Psi}_1(\boldsymbol{X},\boldsymbol{B_u})=&-\nabla^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})R(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})\nabla\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})-\\&\nabla^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{x}})W(\hat{\boldsymbol{x}})\nabla\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{x}})\leq 0\end{aligned} \tag{31}$$

可知闭环系统式 (28) 是稳定的, 且收敛于包含在下列集合内的最大不变集上:

$$\begin{aligned}\Lambda=&\left\{\boldsymbol{X}:\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{X})}{\mathrm{d}\boldsymbol{t}}=0\right\}=\\&\Big\{\boldsymbol{X}:R^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})\nabla\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})\equiv 0,\\&W(\hat{\boldsymbol{x}})^{\frac{1}{2}}\nabla\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{x}})\equiv 0\Big\}\end{aligned} \tag{32}$$

因此, 根据假设 1 可有:

$$\begin{aligned}&R^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{B_u})\nabla\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})\equiv 0\Rightarrow\nabla\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})\equiv 0\Rightarrow\\&\quad\boldsymbol{x}\to\boldsymbol{x}^*(t\to\infty)\end{aligned}$$

同理, 根据假设 2 可有:

$$\begin{aligned}&W^{\frac{1}{2}}(\hat{\boldsymbol{x}})\nabla\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{x}})\equiv 0\Rightarrow\nabla\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{x}})\equiv 0\Rightarrow\\&\quad\hat{\boldsymbol{x}}\to\boldsymbol{x}^*(t\to\infty)\end{aligned}$$

进而可得: $\|\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}\|=\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^*+\boldsymbol{x}^*-\hat{\boldsymbol{x}}\|\leq\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^*\|+\|\hat{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{x}^*\|\to 0\ (t\to\infty)$, 即速度张力外环式 (7) 可实现无张力计控制, 定理 1 得证. □

至此, 系统速度张力外环式 (7) 的虚拟反馈控制量 $\boldsymbol{I}(\hat{\boldsymbol{x}},\hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}})$ 可最终设计为

$$\boldsymbol{I}(\hat{\boldsymbol{x}},\hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}})=\boldsymbol{I}(\hat{\boldsymbol{x}})+\boldsymbol{v}=\\ \begin{bmatrix}\dfrac{J_1\eta_1}{K_1R_1}\Big[-\dfrac{R_1^2}{J_1\eta_1^2}\hat{x}_1-\dfrac{\dot{R}_1}{R_1}x_2^*-\\ \quad t_{12}(\hat{x}_1-x_1^*)-r_{22}(\hat{x}_2-x_2^*)\Big]\\ \dfrac{J_2\eta_2}{K_2R_2}\Big[\dfrac{R_2^2}{J_2\eta_2^2}(\hat{x}_1-\hat{x}_4)-t_{13}(\hat{x}_1-x_1^*)+\\ \quad\dfrac{M_zR_2}{J_2\eta_2^2}-r_{33}(\hat{x}_3-x_3^*)-t_{43}(\hat{x}_4-x_4^*)\Big]\\ \dfrac{J_3\eta_3}{K_3R_3}\Big[\dfrac{R_3^2}{J_3\eta_3^2}\hat{x}_4-\dfrac{\dot{R}_3}{R_3}x_5^*-\\ \quad t_{45}(\hat{x}_4-x_4^*)-r_{55}(\hat{x}_5-x_5^*)\Big]\end{bmatrix}+\boldsymbol{v} \tag{33}$$

2.3　电流内环鲁棒控制器设计

由式 (1) ~ (3) 整理出系统电流内环的数学模型:

$$\dot{I}_i=\frac{Ks_i}{l_i}u_i-\frac{K_i\eta_i}{l_iR_i}V_i-\frac{r_i}{l_i}I_i+w_i \tag{34}$$

基于 backstepping 方法, 将式 (33) 中 $\boldsymbol{I}(\hat{\boldsymbol{x}},\hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}})$ 作为电流内环式 (34) 的给定值, 即 $\boldsymbol{I}(\hat{\boldsymbol{x}},\hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{u}})=\boldsymbol{I}^*$, 并将电流内环式 (34) 的跟踪误差定义为

$$e_{I_i}=I_i^*-I_i \tag{35}$$

定理 2. 针对系统电流内环式 (34), 定义干扰评价信号 $\boldsymbol{z}=\begin{bmatrix}h_1e_{I_1}&h_2e_{I_2}&h_3e_{I_3}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$, 并将控制器设计为

$$u_i=\frac{l_i}{Ks_i}\left(\dot{I}_i^*+\frac{K_i\eta_i}{l_iR_i}V_i+\frac{r_i}{l_i}I_i+k_ie_{I_i}+\frac{1}{4\gamma^2}e_{I_i}\right) \tag{36}$$

其中, h_i 为加权系数, γ 为干扰抑制水平, 且两者的取值范围通常为 $0\sim 1$; k_i 为待设计的正常数.

系统电流内环式 (34) 满足如下性能: 1) 当外扰不确定项 $\boldsymbol{w}=0$ 时, 电流内环式 (34) 是渐近稳定的; 2) 当 $\boldsymbol{w}\neq 0$ 时, 电流内环式 (34) 是有界稳定的, 且对 $\boldsymbol{w}$ 具有 L_2 干扰抑制特性.

证明. 选取 Lyapunov 候选函数:

$$\Psi_2=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}e_{I_i}^2 \tag{37}$$

求上式的时间导数, 并将所设计的电流内环控制器

式 (36) 代入可得:

$$
\begin{aligned}
\dot{\Psi}_2 = & \sum_{i=1}^{3}\left(-k_i e_{I_i}^2 - e_{I_i} w_i - \frac{1}{4\gamma^2} e_{I_i}^2\right) \leq \\
& \sum_{i=1}^{3}\left(-k_i e_{I_i}^2 + \frac{1}{4\gamma^2} e_{I_i}^2 + \gamma^2 w_i^2 - \frac{1}{4\gamma^2} e_{I_i}^2\right) = \\
& \sum_{i=1}^{3}\left(-k_i e_{I_i}^2 + \gamma^2 w_i^2\right) = \\
& -\sum_{i=1}^{3}\left(k_i - h_i^2\right) e_{I_i}^2 + \gamma^2 \|\boldsymbol{w}\|^2 - \|\boldsymbol{z}\|^2
\end{aligned} \tag{38}
$$

由式 (38), 若选取 $k_i \geq h_i^2$, 则依据 Lyapunov 稳定性理论和 L_2 干扰抑制理论, 定理 2 得证. □

引理 1. 可逆冷带轧机速度张力系统式 (1) ~ (3) 在所设计控制器式 (33) 和 (36), 及自适应控制器式 (25) 和自适应状态观测器式 (26) 的作用下满足: 1) 当外扰不确定项 $\boldsymbol{w}=0$ 时, 闭环系统在平衡点处是渐近稳定的; 2) 当 $\boldsymbol{w}\neq 0$ 时, 闭环系统在平衡点处是有界稳定的, 且 $\boldsymbol{w}$ 对系统的性能输出具有 L_2 增益.

3 仿真研究

在本节, 基于某 1 422 mm 四辊单机架可逆冷带轧机速度张力系统的实际数据, 采用本文所提方法与串级 PI 控制方法进行仿真对比研究.

选用某一轧制规程的实际轧制参数, R_1、R_3 的初始值分别为: 0.89 m, 0.255 m; J_1、J_3 的初始值分别为: 3347 kg·m^2, 406.7 kg·m^2; δ_0、χ_0 的标称值分别为: 0.065, 0.182; K_δ、K_χ 的标称值分别为: 5×10^{-8}, 6.511×10^{-8}; $\boldsymbol{B_u}$ 的标称值分别为: $B_{u1}=B_{u3}=0.3014$, $B_{u2}=0.5699$. 其他参数: $R_2=0.20635\,\text{m}$; $J_2=1274.5\,\text{kg·m}^2$; $r_1=r_3=0.02097\,\Omega$, $r_2=0.01591\,\Omega$; $M_z=25\,\text{kN·m}$; $H=2.06\times10^{-3}\,\text{m}$, $h=1.582\times10^{-3}\,\text{m}$; $\eta_1=\eta_3=1.807$, $\eta_2=1$; $L=3\,\text{m}$; $l_1=l_3=1.383\times10^{-3}\,\text{H}$, $l_2=1.278\times10^{-3}\,\text{H}$; $B=1.25\,\text{m}$; $E=2.508\times10^9\,\text{N/m}^2$; $Ks_1=Ks_3=108$, $Ks_2=135$; $K_1=K_3=23.6749\,(\text{N·m})/\text{A}$, $K_2=32.6089\,(\text{N·m})/\text{A}$.

为便于仿真研究, 假定系统式 (1) ~ (3) 中的摩擦系数 $\boldsymbol{B_u}$ 在 $t=7\,\text{s}$ 时刻发生摄动变为 $1.2\boldsymbol{B_u}$; 对于外扰不确定项 $\boldsymbol{w}$, 假定带钢来料厚度波动所引起的主轧机轧制过程中的负载扰动 $\Delta M_z = 2\,500\sin(10t)$ N·m (即在系统负载 ±10 % 的范围内变化).

本文所提方法的主要控制参数取为: $\rho_1=1.6\times10^8$, $\rho_2=9\times10^7$, $\rho_3=1.5\times10^7$; $r_{22}=4\times10^{11}$, $r_{33}=10^{13}$, $r_{55}=2.3\times10^{11}$; $\Theta=10^4$; $k_1=k_3=6$, $k_2=100$; $h_1=h_2=h_3=\gamma=0.1$.

串级 PI 控制方法的控制参数如表 1 所示.

表 1 串级 PI 控制参数

Table 1 Cascade PI control parameters

	sys_1		sys_2		sys_3	
	P	I	P	I	P	I
电流环	10^{-3}	10^{-2}	0.5	0.1	7×10^{-3}	10^{-2}
速度环	13	0.3	10^5	10	11	0.2
张力环	6×10^{-4}	8×10^{-3}	–	–	4×10^{-4}	5×10^{-3}

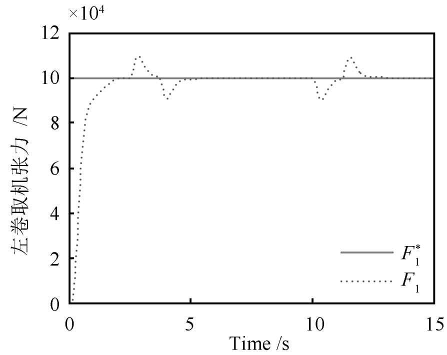
不失一般性, 模拟可逆冷带轧机某一道次的轧制工序: 首先在 0 ~ 2.5 s 时间内将左卷取机张力升至 100 kN, 右卷取机张力升至 120 kN, 建立轧机两侧带钢张力; 然后在 2.5 ~ 5 s 时间内将主轧机轧制速度升至 3.5 m/s 后开始正常的轧制工艺; 在 $t=10\,\text{s}$ 时刻, 主轧机轧制速度降至 0 m/s, 左、右卷取机张力保持不变, 该轧制道次完成. 需要说明的是, 在可逆冷带轧机轧制生产过程中, 为了防止主轧机速度变化过快对系统设备产生不利影响, 本文对主轧机速度的给定斜率进行了限制: $a_{\max,\min}=\pm3\,\text{m/s}^2$.

图 3 为可逆冷带轧机速度张力系统的串级 PI 控制曲线. 可以看出: 1) 在串级 PI 控制方法的作用下, F_1, V_2 和 F_3 三个输出变量的动态响应较慢, 跟踪精度较差, 抗干扰能力较弱; 2) 当主轧机的轧制速度在某时刻发生变化时, 其会对左、右卷取机张力子系统产生较强的耦合影响, 进而不利于带钢产品质量的提高.

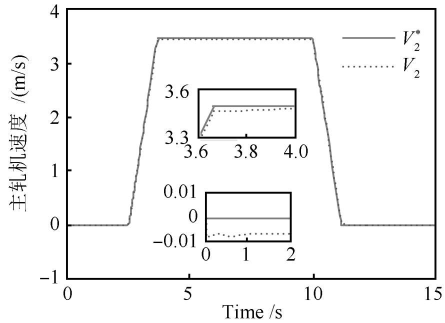
图 4 为可逆冷带轧机速度张力系统在本文所提方法作用下的控制曲线. 可以看出: 1) 所设计的全维状态观测器对 F_1, V_2 和 F_3 三个输出变量的真实值及系统给定值 F_1^*, V_2^* 和 F_3^* 分别进行了有效的动态观测和渐近跟踪控制, 即 $\hat{F}_1\to F_1\to F_1^*$, $\hat{V}_2\to V_2\to V_2^*$ 和 $\hat{F}_3\to F_3\to F_3^*$, 速度张力系统实现了无张力计控制; 2) 系统的动态响应迅速, 稳态误差小, 抗干扰能力强, 速度张力系统实现了有效的解耦和协调控制.

图 5 为卷取机速度响应曲线. 结合图 4 (b) 可以看出: 1) 在稳态轧制阶段, 主轧机的轧制速度高于左卷取机速度而低于右卷取机速度, 使得主轧机两侧产生带钢张力, 便于轧制过程的顺利进行; 2) 无论在建张阶段还是在稳态轧制阶段, 左、右卷取机在本文所提方法的作用下动态响应迅速, 运行平稳.

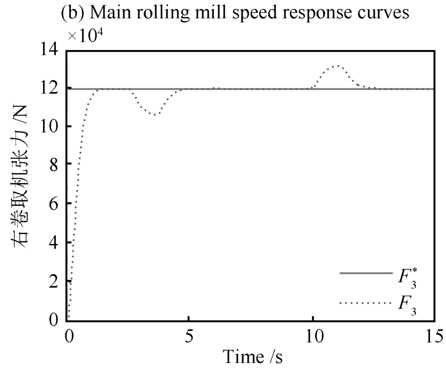
图 6 为摩擦系数 $\boldsymbol{B_u}$ 的估计值曲线. 可以看出: 所设计的参数估计器对摩擦系数 $\boldsymbol{B_u}$ 实现了有效的估计, 进而可将估计值引入所设计的控制器中进行补偿, 以提高可逆冷带轧机速度张力系统的控制精度.



(a) 左卷取机张力响应曲线
(a) Left coiler tension response curves

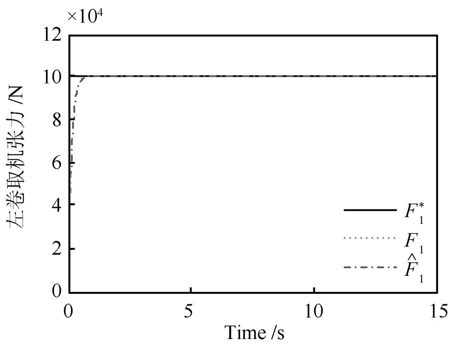


(b) 主轧机速度响应曲线
(b) Main rolling mill speed response curves

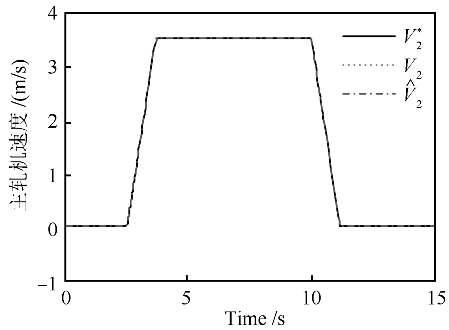


(c) 右卷取机张力响应曲线
(c) Right coiler tension response curves

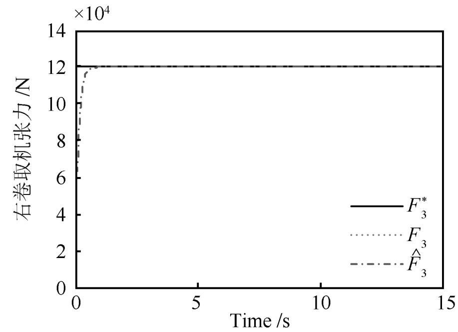
图 3　可逆冷带轧机速度张力系统的串级 PI 控制曲线
Fig. 3　Control curves for the speed and tension system of reversible cold strip mill under the action of cascade PI



(a) 左卷取机张力响应曲线
(a) Left coiler tension response curves



(b) 主轧机速度响应曲线
(b) Main rolling mill speed response curves



(c) 右卷取机张力响应曲线
(c) Right coiler tension response curves

图 4　可逆冷带轧机速度张力系统的无张力计控制曲线
Fig. 4　Tensiometer-free control curves for the speed and tension system of reversible cold strip mill

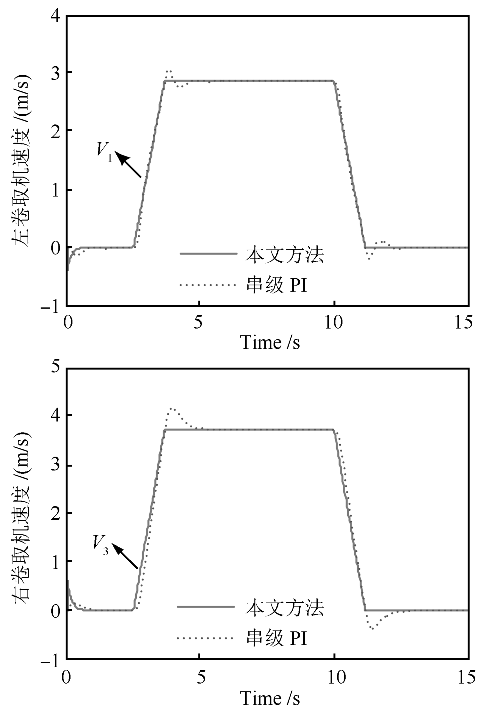


图 5　卷取机速度响应曲线
Fig. 5　Coiler speed response curves

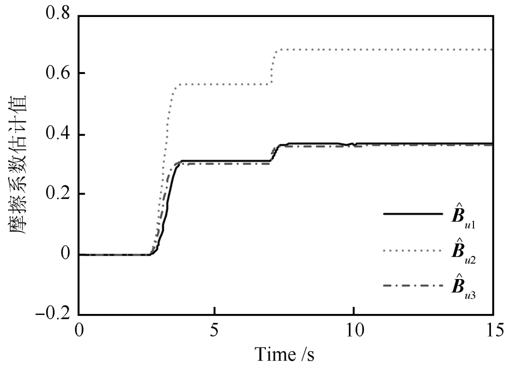


图 6 摩擦系数 $\boldsymbol{B_u}$ 的估计值曲线

Fig. 6 Estimate curves of the friction coefficients $\boldsymbol{B_u}$

4 结论

本文研究了基于反馈耗散 Hamilton 理论的可逆冷带轧机速度张力系统的无张力计控制问题. 首先, 对系统速度张力外环进行了预反馈控制, 并采用反馈耗散 Hamilton 理论完成速度张力外环控制器的设计, 有效地削弱了耦合项对系统性能的影响. 其次, 采用 "扩张系统 + 反馈" 的方法完成速度张力外环自适应状态观测器的设计, 实现了系统的无张力计控制及对摄动参数 $\boldsymbol{B_u}$ 的自适应估计. 再次, 基于 backstepping 方法完成系统电流内环鲁棒控制器的设计, 对电流内环的外扰不确定项 $\boldsymbol{w}$ 进行了 L_2 干扰抑制, 并实现了可逆冷带轧机主轧机速度与左、右卷取机张力间的协调控制. 理论分析和仿真结果均表明, 可逆冷带轧机速度张力系统在本文所提方法的作用下具有较好的鲁棒稳定性和渐近跟踪性能; 与串级 PI 控制方法相比, 本文所提方法不但对系统状态进行了有效的观测估计, 实现了无张力计控制, 而且具有较好的动、静态性能, 以及解耦和协调控制能力.

References

1 Liu G M, Di H S, Zhou C L, Li H C, Liu J. Tension and thickness control strategy analysis of two stands reversible cold rolling mill. *Journal of Iron and Steel Research, International*, 2012, **19**(10): 20−25

2 Jiang Z Y, Wei D, Tieu A K. Analysis of cold rolling of ultra thin strip. *Journal of Materials Processing Technology*, 2009, **209**(9): 4584−4589

3 He J J, Yu S Y, Zhong J. Analysis of electromechanical coupling facts of complicated electromechanical system. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 2002, **12**(2): 301−304

4 Ponniah G, Zubair M, Doh Y H, Choi K H. Fuzzy decoupling to reduce propagation of tension disturbances in roll-to-roll system. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014, **71**(1): 153−163

5 He J B, He Y Y, Guo S, Fang M L. Tension robust control strategy based on self-optimizing algorithm. *WSWAS Transactions on Systems and Control*, 2009, **4**(3): 151−161

6 Shen Zhi-Qiang, Zou Ji-Tao, Chen Tao, Cao Chang-Xiu. Applied research of the mathematic model for tension control. *Journal of Huazhong University of Science and Technology*, 2007, **35**(12): 65−67
(申志强, 邹继涛, 陈韬, 曹长修. 张力控制数学模型应用研究. 华中科技大学学报, 2007, **35**(12): 65−67)

7 He J J, Yu S Y, Zhong J. Decoupling control of tension based on pole assignment for temper mill. *Control Theory & Applications*, 2003, **20**(1): 244−248

8 Valenzuela M A, Bentley J M, Lorenz R D. Sensorless tension control in paper machines. *IEEE Transaction on Industry Applications*, 2003, **39**(2): 294−304

9 Lin K C. Observer-based tension feedback control with friction and inertia compensation. *IEEE Transaction on Control System Technology*, 2003, **11**(1): 109−118

10 Gassmann V, Knittel D. H_∞-based PI-observers for web tension estimations in industrial unwinding-winding systems. In: Proceedings of the 17th World Congress on Automatic Control. Seoul, Korea: EI, 2008. 1018−1023

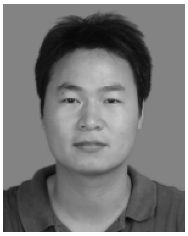
11 Liu Y H, Li C W, Wang Y Z. Decentralized excitation control of multi-machine multi-load power systems using Hamiltonian function method. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(7): 919−925

12 Hu Ze-Hong, Huang Pan-Feng, Meng Zhong-Jie, Ma Jun. Integrated pose control of tethered space robot in approaching process. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, **34**(11): 2635−2644
(胡仄虹, 黄攀峰, 孟中杰, 马骏. 空间绳系机器人逼近过程的位姿一体化控制. 航空学报, 2013, **34**(11): 2635−2644)

13 Yang Bo, Li Hui-Guang, Sha Xiao-Peng, Shao Nuan. A speed observer for robot based on Hamiltonian theory and immersion & invariance. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(11): 1757−1764
(杨波, 李惠光, 沙晓鹏, 邵暖. 基于 I & I 与 Hamiltonian 理论的机器人速度观测器设计. 自动化学报, 2012, **38**(11): 1757−1764)

14 Pei Wen-Hui, Fu Xiao-Ling, Zhang Cheng-Hui. Feedback passive Hamilton control for dynamic equilibrium points of induction motors for electric vehicles. *Control Theory & Applications*, 2013, **30**(9): 1138−1144
(裴文卉, 符晓玲, 张承慧. 电动汽车用感应电机动态平衡点的反馈耗散 Hamilton 控制. 控制理论与应用, 2013, **30**(9): 1138−1144)

15 Wang Yu-Zhen, Ge Shu-Zhi, Cheng Dai-Zhan. Designed for observers of the generalized Hamilton systems and H_∞ control based observers. *Science in China (Series E)*, 2004, **34**(12): 1313−1328
(王玉振, 葛树志, 程代展. 广义 Hamilton 系统的观测器及基于观测器的控制设计. 中国科学 E 辑, 2004, **34**(12): 1313−1328)



刘　乐　燕山大学电气工程学院博士研究生. 主要研究方向为冷带轧机速度张力系统的解耦和协调控制.
E-mail: leliu@ysu.edu.cn
(**LIU Le**　Ph. D. candidate at the Institute of Electrical Engineering, Yanshan University. His research interest covers decoupling control and coordination control for the speed and tension system of cold strip rolling mill.)

方一鸣　燕山大学电气工程学院教授. 主要研究方向为复杂系统的建模仿真与控制, 自适应鲁棒控制理论与应用, 冶金工业自动化. 本文通信作者.
E-mail: fyming@ysu.edu.cn
(**FANG Yi-Ming**　Professor at the Institute of Electrical Engineering, Yanshan University. His research interest covers complicated system modelling, simulation and control, adaptive robust control theory and application, and metallurgical industry automation. Corresponding author of this paper.)

李晓刚　燕山大学电气工程学院博士研究生. 主要研究方向为冷带轧机轧制过程优化与协调控制.
E-mail: lixiaogang@126.com
(**LI Xiao-Gang**　Ph. D. candidate at the Institute of Electrical Engineering, Yanshan University. His research interest covers optimal control and coordination control in the rolling process of cold strip rolling mill.)

李建雄　燕山大学电气工程学院讲师. 主要研究方向为自适应鲁棒控制理论与应用, 预测控制.
E-mail: jxli@ysu.edu.cn
(**LI Jian-Xiong**　Lecturer at the Institute of Electrical Engineering, Yanshan University. His research interest covers adaptive robust control theory and application, and predictive control.)