一种适用于稀疏无线传感器网络的改进分布式 UIF 算法

汤文俊1 张国良1 曾静1 孙一杰1 吴晋1

摘 要 分布式无迹信息滤波 (Distributed unscented information filter, DUIF) 算法是一种有效的非线性分布式状态估计 多源信息融合方法, 然而当将该算法应用于稀疏无线传感器网络 (Wireless sensor networks, WSN) 时, 稀疏 WSN 中存在的 无效节点会引起使滤波趋于发散的平均一致误差.针对该问题,本文提出一种改进 DUIF 算法.该算法不改变 DUIF 算法的 级联结构, 而是将其底层和上层滤波器分别改进为局部无迹信息滤波器 (Local unscented information filter, LUIF) 和加权平 均一致性滤波器. LUIF 对每个节点的局部多源观测信息进行局部融合,得到局部的后验估计信息向量和矩阵,进而将它们作 为加权平均一致性滤波器的输入,最终得到不包含平均一致误差的分布式后验估计结果.其中,加权平均一致性滤波器是通过 对由 LUIF 输出的局部后验估计信息向量和矩阵分别进行平均一致性滤波而得以在改进 DUIF 算法框架下实现的.同时,在 此过程中,相邻节点之间的状态估计互相关信息也被引入改进 DUIF 算法的输出结果中,进一步增强了滤波的可靠性.仿真实 验结果表明,改进 DUIF 算法能够在稀疏 WSN 中对机动目标进行有效跟踪,在估计精度和抑制滤波发散方面明显优于标准 DUIF 算法.

关键词 稀疏无线传感器网络,无效节点,分布式无迹信息滤波,局部无迹信息滤波,加权平均一致性算法 引用格式 汤文俊,张国良,曾静,孙一杰,吴晋.一种适用于稀疏无线传感器网络的改进分布式 UIF 算法.自动化学报,2014, 40(11): 2490-2498

DOI 10.3724/SP.J.1004.2014.02490

An Improved Distributed Unscented Information Filter Algorithm for Sparse Wireless Sensor Networks

 ${\rm TANG} \ {\rm Wen-Jun}^1 \qquad {\rm ZHANG} \ {\rm Guo-Liang}^1 \qquad {\rm ZENG} \ {\rm Jing}^1 \qquad {\rm SUN} \ {\rm Yi-Jie}^1 \qquad {\rm WU} \ {\rm Jin}^1$

Abstract The distributed unscented information filter algorithm (DUIF) is an efficient non-linear distributed multisource information fusion approach. However, when applying the DUIF algorithm to the sparse wireless sensor network (WSN), the invalidating nodes existing in the sparse WSN will induce the average-consensus error which may make the DUIF algorithm divergent. To solve the problem, an improved algorithm is proposed in this paper, which does not change the cascade structure of DUIF algorithm. The improved DUIF algorithm introduces a local unscented information filter (LUIF) and a weighted average consensus filter as the bottom and top filters, respectively. The LUIF fuses the local multi-source information of each node, and outputs the local posterior estimating information vector and matrix. Then it makes these local vectors and matrixes as the input to the weighted average consensus filter, and gets the distributed posterior estimating results which do not contain the the average-consensus error. By means of making the output of LUIF as the input of an average consensus filter, the weighted average consensus filter is realized under the framework of the improved DUIF algorithm. Meanwhile, the cross correlation information between the neighbouring nodes is also introduced into the output of the improved DUIF algorithm, which improves the reliability of the fiter. The simulation results show that the proposed improved DUIF algorithm can efficiently track the target in sparse WSN, and is obviously better at estimating accuracy and inhibitting filter divergence than the standard DUIF algorithm.

Key words Sparse wireless sensor network, invalidating nodes, distributed unscented information filter (DUIF), local unscented information filter (LUIF), weighted average consensus algorithm

Citation Tang Wen-Jun, Zhang Guo-Liang, Zeng Jing, Sun Yi-Jie, Wu Jin. An improved distributed unscented information filter algorithm for sparse wireless sensor networks. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(11): 2490–2498

随着无线传感器网络 (Wireless sensor net-

收稿日期 2013-09-26 录用日期 2014-06-30

Manuscript received September 26, 2013; accepted June 30, 2014

2014 陕西省基金项目 (2012K06-45) 资助

Supported by Fund Program of Shaanxi Province (2012K06-45) 本文责任编委 赵千川 works, WSN) 在环境监测和建模、目标识别和跟踪以及多智能体系统协同导航和控制等领域得到日益广泛的应用^[1],分布式估计方法逐渐取代集中式和分散式估计方法,成为 WSN 中状态估计多源信息融合方法研究的重点和热点问题^[2].主要原因是,在分布式估计方法中,不存在绝对的信息融合中心,WSN 的每个传感器节点只需要与它的最近相邻节

Recommended by Associate Editor ZHAO Qian-Chuan

^{1.} 第二炮兵工程大学 西安 710025

^{1.} Second Artillery Engineering University Xi'an 710025

点进行通信和信息交互,并基于控制理论的一致性 算法^[3-5],便可以协同对多源信息进行网络级的状 态估计融合.这使得分布式估计方法不但可靠性和 容错性高,而且大大降低了估计过程中 WSN 的通 信复杂度和能量消耗^[6].

分布式无迹信息滤波 (Distributed unscented information filter, DUIF) 算法^[7-8] 是一种有效 的应用非常广泛的非线性分布式估计方法,其主 要思想与文献 [9] 提出的线性分布式卡尔曼滤波 (Distributed Kalman filter, DKF) 算法相似, 即在 WSN 的每个传感器节点中都嵌入了一个由微型无 迹信息滤波器和平均一致性滤波器构成的级联滤波 器. 在该级联滤波器中, 平均一致性滤波器是底层滤 波器,其作用是根据特定的一致性算法,融合 WSN 关于目标状态的多源观测信息,跟踪获取一种在各 个时刻均收敛于关于多源观测信息的平均一致值的 信息形式的观测量^[3],进而,基于此观测量,作为上 层滤波器的微型无迹信息滤波器,通过信息滤波的 形式迭代进行目标状态估计均值和协方差矩阵的预 测和更新,从而得到类似于集中式滤波的最优后验 估计结果.

需要指出的是,具有级联滤波结构的 DUIF 算 法成功运行的关键在于,在任意时刻,WSN 的所有 传感器节点能够对目标状态形成集中式意义的观 测^[10-11],即对于任意传感器节点而言,目标的实时 状态能够被该节点或者其任意数量的最近相邻节点 所观测.只有这样,才能保证由平均一致性滤波器融 合得到的观测量是足够可靠的.

当 WSN 的任意两个节点之间均存在通信连接 时,上述观测条件显然成立. 然而,在实际中,特别 是将 WSN 运用于大范围的复杂环境中时,WSN 的 通信拓扑大多是稀疏的,即无法保证任意两个传感 器节点之间均能保证通信连接. 在这种情况下,可能 造成在某时刻,某节点及其最近相邻节点均无法对 目标实时状态形成直接观测的情形,那么,在该节点 中,由平均一致性滤波器融合得到的观测量,会由于 目标状态实时观测信息的缺失而存在一定的平均一 致误差,并且该误差会随着微型无迹信息滤波器的 运行而在整个 WSN 中传递和迭代,从而降低 DUIF 算法的估计精度,甚至导致算法随时间渐近趋于发 散.

针对上述问题,本文对 DUIF 算法进行改进,并 将其运用于稀疏无线传感器网络的状态估计多源信 息融合.改进 DUIF 算法依然是一个级联滤波器,只 不过其底层和上层滤波器分别被局部无迹信息滤波 器和加权平均一致性滤波器所取代.其中,局部无迹 信息滤波器的作用是对节点的局部多源观测信息进 行融合,得到局部的后验估计信息矩阵和向量.虽 然,该信息矩阵和向量会由于节点局部观测信息之间的差异而存在差异,但是却暂时避免了平均一致误差的产生和传播.进而,根据加权平均一致性理论,设计一种加权值由初始后验估计信息矩阵构成的加权平均一致性滤波器,该滤波器动局部无迹信息滤波器输出的多源的局部后验估计信息矩阵和向量进行网络级的状态估计融合,得到不包含平均一致误差的收敛于关于目标状态估计初值的加权平均一致值.仿真实验结果表明,所提改进 DUIF 算法能够在稀疏 WSN 中对机动目标进行有效跟踪,在估计精度和抑制滤波发散方面明显优于标准 DUIF 算法.

1 问题提出

为了进一步说明本文改进 DUIF 算法的原因, 首先进行模型描述和预备知识的简单阐述, 然后详 细介绍文献 [8] 中的 DUIF 算法, 并分析其在稀疏 WSN 中存在的不足, 从而阐明本文方法提出的问题 背景.

1.1 模型描述和预备知识

在 WSN 中, 任意传感器节点 i 的观测模型为

$$\boldsymbol{z}_{k}^{i} = h^{i}\left(\boldsymbol{x}_{k}\right) + \boldsymbol{v}_{k}^{i} \tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{z}_k^i \in \mathbf{R}^p$ 为第 *i* 个传感器节点的观测变量, $\boldsymbol{x}_k \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态变量, 而系统模型为

$$\boldsymbol{x}_{k} = f\left(\boldsymbol{x}_{k-1}\right) + \boldsymbol{w}_{k-1} \tag{2}$$

在式 (1) 和 (2) 中, $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 分别为对应于系 统方程和观测方程的非线性函数, $\boldsymbol{w}_{k-1} \in \mathbf{R}^n$ 和 $\boldsymbol{v}_k^i \in \mathbf{R}^p$ 是相互独立的系统和观测噪声向量, 且 $\boldsymbol{w}_{k-1} \sim \mathrm{N}(0, Q_{k-1}), \boldsymbol{v}_k^i \sim \mathrm{N}(0, R_{k-1}^i).$

将 WSN 的通信拓扑用无向图 *G* = $(V, E, A)^{[4, 12]}$ 来描述. 其中, $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ 为 邻接矩阵, 且 $a_{ij} = a_{ji}$, $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 为 传感器节点集合, $E \subseteq V \times V$ 为边的集合. $\Omega_i = \{j \in V | (i, j) \in E\}$ 为节点*i* 的邻居集, 即节 点*i* 的最近相邻节点的集合. (i, j) 表示连接任 意节点*i* 与*j* 的一条边. 并且图 *G* 的度矩阵为 $\Delta = \text{diag}\{A \cdot 1\},$ 拉普拉斯矩阵为 $L = \Delta - A$. 其 中, 1 为单位列向量.

1.2 **DUIF**算法

DUIF 算法是一个级联结构的滤波器,在任意 节点*i*中,一个平均一致性滤波器和一个微型无迹信 息滤波器分别作为底层和上层滤波器而存在.其中, 微型无迹信息滤波器实际上执行的就是集中式的无 迹信息滤波 (Unscented information filter, UIF), 文献 [8] 和 [13] 均给出了 UIF 算法的具体流程. 平均一致性滤波器的作用是融合 WSN 对目标状态的 多源观测信息, 跟踪获取信息形式的观测量, 作为 微型无迹信息滤波器进行目标状态后验估计的输入. 下面对 DUIF 算法的流程进行详细介绍.

在任意节点 i 中, 假设在 k + 1 时刻, 首先根据 UIF 算法中的比例无迹变换 (Scaled unscented transformation, SUT) 原理^[14], 进行 Sigma 点采样^[7],

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\chi}_{0,k}^{i} &= \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k}^{i} \\ \boldsymbol{\chi}_{s,k}^{i} &= \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k}^{i} + \left(\sqrt{(n_{\boldsymbol{x}} + \lambda) P_{k|k}^{i}}\right)_{s} \\ \boldsymbol{\chi}_{s+n_{\boldsymbol{x}},k}^{i} &= \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k}^{i} - \left(\sqrt{(n_{\boldsymbol{x}} + \lambda) P_{k|k}^{i}}\right)_{s} \end{aligned} \tag{3}$$

其中, $s = 1, 2, \dots, n_x$. n_x 为系统状态维数, λ 为选择尺度. 对应于目标状态估计均值和协方差的权值分别为

$$\begin{cases} W_0^{i,(m)} = \frac{\lambda}{n_x + \lambda} \\ W_s^{i,(m)} = \frac{1}{2(n_x + \lambda)} \\ W_0^{i,(c)} = \frac{\lambda}{(n_x + \lambda)} + (1 - \alpha^2 + \beta) \\ W_s^{i,(c)} = \frac{1}{2(n_x + \lambda)} \end{cases}$$

$$(4)$$

其中, α 为尺度参数, β 为用于表征其他对后验估计结果产生影响的高阶参数, 上标 $m \ n c \ \beta$ 别代表均值和协方差.

根据 UIF 算法进行预测估计, 得到预测协方差 矩阵:

$$P_{k+1|k}^{i} = \sum_{s=0}^{2n_{\boldsymbol{x}}} W_{s}^{i,(c)} \left[\boldsymbol{\chi}_{s,k+1}^{i} - \hat{\boldsymbol{\chi}}_{k+1|k}^{i} \right] \left[\boldsymbol{\chi}_{s,k+1}^{i} - \hat{\boldsymbol{\chi}}_{k+1|k}^{i} \right]^{\mathrm{T}}$$

$$(5)$$

预测信息矩阵:

$$Y_{k+1|k}^{i} = \left(P_{k+1|k}^{i}\right)^{-1} \tag{6}$$

预测信息向量:

$$\boldsymbol{y}_{k+1|k}^{i} = Y_{k+1|k}^{i} \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k}^{i} = \left(P_{k+1|k}^{i}\right)^{-1} \sum_{s=0}^{2n_{\boldsymbol{x}}} W_{s}^{i,(m)} \boldsymbol{\chi}_{s,k+1}^{i} \qquad (7)$$

其中

$$\boldsymbol{\chi}_{s,k+1}^{i} = f\left(\boldsymbol{\chi}_{s,k}^{i}\right)$$

根据文献 [15] 提出的统计线性误差传递方法, 定义一种伪观测矩阵^[13]:

$$H_{k+1}^{i} = \left(P_{k+1|k}^{i,xz}\right)^{\mathrm{T}} \left(P_{k+1|k}^{i}\right)^{-1}$$
(8)

其中

$$P_{k+1|k}^{i,xz} = \sum_{s=0}^{2n_{x}} W_{s}^{i,(c)} \left[\boldsymbol{\chi}_{s,k+1}^{i} - \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k}^{i} \right] \left[h\left(\boldsymbol{\chi}_{s,k+1}^{i} \right) - \hat{\boldsymbol{z}}_{k+1|k}^{i} \right]^{\mathrm{T}}$$
(9)

$$\hat{\boldsymbol{z}}_{k+1|k}^{i} = \sum_{s=0}^{2n_{\boldsymbol{x}}} W_{s}^{i,(m)} h\left(\boldsymbol{\chi}_{s,k+1}^{i}\right)$$
(10)

根据 UIF 算法, 由式 (5) ~ (8), 进行观测更新, 得到 *k* + 1 时刻的信息矩阵和向量:

$$Y_{k+1|k+1}^{i} = Y_{k+1|k}^{i} + \sum_{j=1}^{n} \left(H_{k+1}^{j}\right)^{\mathrm{T}} \left(R_{k+1|k}^{j}\right)^{-1} H_{k+1}^{j}$$
$$\boldsymbol{y}_{k+1|k+1}^{i} = \boldsymbol{y}_{k+1|k}^{i} + \sum_{j=1}^{n} \left(H_{k+1}^{j}\right)^{\mathrm{T}} \left(R_{k+1|k}^{j}\right)^{-1} \left[\boldsymbol{z}_{k+1}^{j} - \hat{\boldsymbol{z}}_{k+1|k}^{j}\right] \quad (11)$$

记

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varphi}_{k+1}^{j} = \left(H_{k+1}^{j}\right)^{\mathrm{T}} \left(R_{k+1|k}^{j}\right)^{-1} \left[\boldsymbol{z}_{k+1}^{j} - \hat{\boldsymbol{z}}_{k+1|k}^{j}\right] \\ \Phi_{k+1}^{j} = \left(H_{k+1}^{j}\right)^{\mathrm{T}} \left(R_{k+1|k}^{j}\right)^{-1} H_{k+1}^{j} \end{cases}$$
(12)

$$\mu_{k+1}^{i} = \frac{1}{n} \times \sum_{j=1}^{n} \varphi_{k+1}^{j}$$

$$\tau_{k+1}^{i} = \frac{1}{n} \times \sum_{j=1}^{n} \Phi_{k+1}^{j}$$
(13)

则式 (12) 和 (13) 代入式 (11), 得:

则 k+1 时刻目标状态后验估计协方差和均值为

$$\begin{cases}
P_{k+1|k+1}^{i} = \left(Y_{k+1|k+1}^{i}\right)^{-1} \\
\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k+1}^{i} = P_{k+1|k+1}^{i} \boldsymbol{y}_{k+1|k+1}^{i}
\end{cases} (15)$$

基于此可以进行下一时刻的 Sigma 点采样.

式 (13) 所定义的 μ_{k+1}^i 和 τ_{k+1}^i 即为平均一致性 滤波器要跟踪获取的信息形式的观测量, 文献 [8] 根 据 WSN 特定的通信拓扑,选择了文献 [16] 提出的 平均一致性算法:

$$\xi_{k+1}^{i} = \xi_{k}^{i} + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \left(\xi_{k}^{j} - \xi_{k}^{i} \right)$$
(16)

将 φ_{k+1}^{j} 和 Φ_{k+1}^{j} 作为其输入,则其输出便是渐 近收敛于 μ_{k+1}^{i} 和 τ_{k+1}^{i} 的观测量.

综上所述,可以得出任意节点 *i* 中的 DUIF 算法流程,如图 1 所示.



图 1 DUIF 算法 Fig. 1 DUIF algorithm

1.3 DUIF 算法在稀疏 WSN 中存在的问题

DUIF 算法已经被广泛应用于 WSN 的目标跟踪任务,取得了较好的效果^[7-8,13].但是,当 WSN 的通信拓扑是稀疏的,其很难对机动目标的状态形成集中式意义下的观测.特别是在大范围环境中,稀疏 WSN 中会存在一种无效节点^[17-18].

定义 1 (无效节点). 考虑稀疏 WSN 中任意节 点 i,若观测量 $\mathbf{z}_{k}^{j} = 0$ ($j \in \Omega_{i} \cup \{i\}$),则称节点 i 为 k 时刻的无效节点.

由定义 1 可知, 对于 k 时刻的无效节点 i, 由 于 $\mathbf{z}_{k}^{j} = 0$ ($j \in \Omega_{i} \cup \{i\}$), 所以 $R_{k}^{i} = 0$, 由式 (12) 可 知 $\boldsymbol{\varphi}_{k}^{i} = \Phi_{k}^{i} = 0$, 从而造成 k 时刻平均一致性滤波器 (16) 的输入为 0. 因此, 对于无效节点 i 而言, 由于 DUIF 算法进行的是平均一致性滤波, 所以 k 时刻 得到的 $\boldsymbol{\mu}_{k}^{i}$ 和 τ_{k}^{i} 必然是存在平均一致误差的, 并且 该误差会随着 DUIF 算法的状态更新、Sigma 点采 样和预测估计等过程而传遍整个 WSN 并不断诱发 新的误差, 从而最终导致 DUIF 算法的估计精度不 高和滤波发散.

2 改进 DUIF 算法

针对第1.3节所述问题,本文对DUIF算法进行 改进.改进DUIF算法也是一个级联滤波器,由一个 局部无迹信息滤波器 (Local unscented information filter, LUIF)和一个加权平均一致性滤波器构成. 其中, LUIF 使 WSN 的所有节点能够仅利用邻居集 中节点的局部多源观测信息, 便能得到关于目标状 态的无偏估计量.在不同的节点之间,由于局部多 源观测信息是存在差异的,所以该无偏估计量之间 也是存在差异的,而且由于无效节点的存在,这种差 异往往会很大.这种情况对于分布式估计是不允许 的^[19].因此,需要进一步利用加权平均一致性滤波 器消除这些差异,同时使各节点关于目标状态的后 验估计均值渐近收敛于关于目标状态初值的加权平 均一致值,以避免无效节点对 DUIF 算法的不利影 响.首先给出任意节点*i*中的改进 DUIF 算法的具 体流程,如图 2 所示.



图 2 改进 DUIF 算法 Fig. 2 Improved DUIF algorithm

由图 2 可知, 任意时刻的关于目标状态的后验 估计结果均是经历了两次状态更新过程得到的. 第 一次更新过程发生在 LUIF 中, 这次更新得到了在 各节点之间存在差异的局部后验估计结果 $y_{k+1|k+1}^{i}$ 和 $Y_{k+1|k+1}^{i}$, 第二次更新是由加权平均一致性滤波 器完成的, 实质上是对多源的局部后验估计结果进 行再次融合, 得到渐近收敛于关于目标状态初值的 加权平均一致值的后验估计均值 $\hat{x}_{k+1|k+1}^{i}$, 以及渐 近收敛于关于目标状态信息矩阵初值的平均一致值 的后验估计信息矩阵, 进而得到后验估计协方差矩 阵 $P_{k+1|k+1}^{i}$,并且这些结果将不包含平均一致误差.

2.1 局部无迹信息滤波器

对于任意节点 *i* 而言,局部无迹信息滤波器的 流程与 DUIF 算法中的微型无迹信息滤波器完全相 同.唯一不同的是,LUIF 是一种局部的状态估计信 息融合,只是对节点 *i* 的邻居集中的局部多源观测

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varphi}_{k}^{j} = \sum_{j \in \Omega_{i} \cup \{i\}} \left(\boldsymbol{H}_{k}^{j} \right)^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{R}_{k|k-1}^{j} \right)^{-1} \left[\boldsymbol{z}_{k}^{j} - \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k-1}^{j} \right] \\ \Phi_{k}^{j} = \sum_{j \in \Omega_{i} \cup \{i\}} \left(\boldsymbol{H}_{k}^{j} \right)^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{R}_{k|k-1}^{j} \right)^{-1} \boldsymbol{H}_{k}^{j} \end{cases}$$

$$(17)$$

因此, LUIF 能够防止可能由无效节点引起的对 目标状态估计的不利影响在整个 WSN 中进行传播 和累积. 基于式 (17), 可以更新得到任意 k 时刻的局 部后验估计信息向量和矩阵,

$$\begin{cases} \boldsymbol{y}_{k|k}^{i} = \boldsymbol{y}_{k|k-1}^{i} + \boldsymbol{\varphi}_{k}^{j} \\ Y_{k|k}^{i} = Y_{k|k-1}^{i} + \Phi_{k}^{j} \end{cases}$$
(18)

从而可以根据式 (15) 进一步得到局部后验估计均值 $\hat{\pmb{x}}^i_{k|k}$ 和协方差 $P^i_{k|k}$.

2.2 加权平均一致性滤波器

LUIF 输出的局部信息向量 $\mathbf{y}_{k|k}^{i}$ 可以看作局部 信息矩阵 $Y_{k|k}^{i}$ 对局部后验估计均值 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{i}$ 的加权.由 式 (17) 和 (18) 可知, $Y_{k|k}^{i}$ 中是否包含局部多源观 测信息 Φ_{k}^{i} , 由节点 i 是否能够观测到目标状态决定, 所以 $Y_{k|k}^{i}$ 对 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{i}$ 的加权能够显示出稀疏 WSN 中 的无效节点与其他节点在状态估计上的差异.因此, 为了避免平均一致性误差,考虑设计一种加权平均 一致性算法, 使 WSN 节点在各个时刻的输出一致 值为关于 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{i}$ 的加权平均, 而权值由 $Y_{k|k}^{i}$ 构成.首 先给出引理 1.

引理 1^[20]. 假设稀疏 WSN 包含 n 个节点, 通信拓扑由无向图 G 表示, G 连通, $\gamma^{T}L = 0$, $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_n)^{T}$ 且 $\sum_{i \in V} \gamma_i > 0$, Δ_{max} 为图 G 的 最大的度, $\delta \in (1/\Delta_{max}, 1)$, 若各节点执行一致性算 法:

$$\boldsymbol{x}_{k}^{i} = \boldsymbol{x}_{k-1}^{i} + \delta \sum_{j \in \Omega_{i}} a_{ij} \left(\boldsymbol{x}_{k-1}^{j} - \boldsymbol{x}_{k-1}^{i} \right)$$
(19)

则 WSN 各节点在各个时刻的输出一致值为

$$\boldsymbol{x}_{k}^{*} = \left(\sum_{i=1}^{n} \gamma_{i}\right)^{-1} \sum_{i=1}^{n} \gamma_{i} \boldsymbol{x}_{k}^{i}$$

并且,该一致值将渐近收敛于关于各节点状态估计 初值的加权平均一致值:

$$\boldsymbol{x}^* = \lim_{k \to \infty} \boldsymbol{x}_k^* = \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i\right)^{-1} \sum_{i=1}^n \gamma_i \boldsymbol{x}_0^i \qquad (20)$$

关于引理1的证明具体可以参见文献 [20] 中的定理 1 和定理2, 虽然它们都是关于强连通有向图的结 论, 但是对于连通无向图是同样成立的, 这是由连通 无向图和强连通有向图之间的关系决定的.

$$\boldsymbol{x}^{*} = \left(\sum_{i=1}^{n} Y_{0}^{i}\right)^{-1} \sum_{i=1}^{n} Y_{0}^{i} \boldsymbol{x}_{0}^{i}$$
(21)

由此,给出定理1.

定理 1. 假设稀疏 WSN 包含 *n* 个节点, 通信 拓扑由无向图 *G* 表示, *G* 连通, 若各节点执行一致 性算法:

$$\boldsymbol{x}_{k}^{i} = \boldsymbol{x}_{k-1}^{i} + \delta \sum_{j \in \Omega_{i}} \left(Y_{0}^{i}\right)^{-1} \left(\boldsymbol{x}_{k-1}^{j} - \boldsymbol{x}_{k-1}^{i}\right) \qquad (22)$$

则各节点的后验估计均值都将渐近收敛于关于状态 估计初值的加权平均一致值:

$$\boldsymbol{x}^{*} = \left(\sum_{i=1}^{n} Y_{0}^{i}\right)^{-1} \sum_{i=1}^{n} Y_{0}^{i} \boldsymbol{x}_{0}^{i}$$
(23)

证明.由式 (22) 可知,图 G 的邻接矩阵为

$$A = [a_i j]_{n \times n} = \begin{cases} (Y_0^i)^{-1}, & j \in \Omega_i \\ 0, & j \in \Omega_i \end{cases}$$
(24)

则由度矩阵的定义可知图 G 的度矩阵 Δ 为

$$\Delta = [d_{ij}]_{n \times n} = \begin{cases} \frac{|\Omega_i|}{Y_0^i}, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$
(25)

其中, |Ω_i| 为节点 *i* 的邻居集的元素个数.由式 (24) 和 (25) 可知图 *G* 的拉普拉斯矩阵 *L* 为

$$L = \Delta - A = [l_{ij}]_{n \times n} = \begin{cases} -(Y_0^i)^{-1}, & i \neq j \\ \frac{|\Omega_i|}{Y_0^i}, & i = j \end{cases}$$
(26)

构造列向量

$$\gamma = \left(Y_0^1, \cdots, Y_0^n\right)^{\mathrm{T}} \tag{27}$$

 \square

则

$$\gamma^{\mathrm{T}}L = 0$$

根据引理2可知,图G的加权平均一致值为

$$\boldsymbol{x}^* = \left(\sum_{i=1}^n Y_0^i\right)^{-1} \sum_{i=1}^n Y_0^i \boldsymbol{x}_0^i$$

定理1给出了最终一致值的加权值由Y₀ⁱ构成的加权平均一致性滤波器的理论依据,为了有效实

现定理 1 中的一致性算法 (22),并且将加权平均一 致性滤波器有效融入改进 DUIF 算法的框架,下面 给出引理 2 和定理 2.

引理 2^[21].考虑一致性算法:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{i}\left(t\right) = \sum_{j \in \Omega_{i}} a_{ij}\left(\boldsymbol{x}_{j}\left(t\right) - \boldsymbol{x}_{i}\left(t\right)\right)$$
(28)

若图 G 是连通无向图,则一致性算法 (28) 对于所有 初始值渐近收敛到平均一致,即

$$oldsymbol{x}^* = rac{1}{n}\sum_{i=1}^n oldsymbol{x}_0^i$$

引理 2 给出了平均一致性理论,具体证明过程 可参考文献 [3] 中的定理 1. 同时,由文献 [21] 的定 理 1.10 可知,对于离散一致性算法:

$$\boldsymbol{x}_{k}^{i} = \boldsymbol{x}_{k-1}^{i} + \varepsilon \sum_{j \in \Omega_{i}} a_{ij} \left(\boldsymbol{x}_{k-1}^{j} - \boldsymbol{x}_{k-1}^{i} \right)$$
(29)

 $\varepsilon > 0$, 引理 2 同样适用.

定理 2. 假设稀疏 WSN 包含 n 个节点, 通信 拓扑由无向图 G 表示, G 连通, 若使各节点中的由 LUIF 输出的局部后验估计信息向量 $y_{k|k}^{i}$ 和矩阵 $Y_{k|k}^{i}$ 执行一致性算法 (29), 则各节点的后验估计均 值将渐近收敛于一致值 (21).

证明. 根据引理 2 可知, 将 LUIF 输出的 $\mathbf{y}_{k|k}^{i}$ 和 $Y_{k|k}^{i}$ 作为一致性算法 (29) 的输入, 则输出的平均 一致值分别为

$$y^* = \sum_{i=1}^n \frac{y_0^i}{n}, \quad Y^* = \sum_{i=1}^n \frac{Y_0^i}{n}$$

进一步可以根据数列极限运算法则进行推导,得到 改进 DUIF 算法最终的后验估计均值:

$$\begin{split} \boldsymbol{x}^* &= \lim_{k \to \infty} \boldsymbol{x}_{k|k}^i = \lim_{k \to \infty} \left(Y_{k|k}^i \right)^{-1} \boldsymbol{y}_{k|k}^i = \\ &\lim_{k \to \infty} \left(Y_{k|k}^i \right)^{-1} \times \lim_{k \to \infty} \boldsymbol{y}_{k|k}^i = \\ & \left(\lim_{k \to \infty} Y_{k|k}^i \right)^{-1} \times \lim_{k \to \infty} \boldsymbol{y}_{k|k}^i = (Y^*)^{-1} \boldsymbol{y}^* = \\ & \left(\sum_{i=1}^n Y_0^i \right)^{-1} \sum_{i=1}^n Y_0^i \boldsymbol{x}_0^i \\ \Leftrightarrow Y_0 &= \sum_{i=1}^n Y_0^i, \text{ JJ}: \end{split}$$

$$\boldsymbol{x}^{*} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Y_{0}^{i} \boldsymbol{x}_{0}^{i}}{Y_{0}}$$
(30)

同时,可知改进 DUIF 算法最终的后验估计协方差 矩阵为

$$P^* = (Y^*)^{-1} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{Y_0^i}{n}\right)^{-1}$$
(31)

定理 2 是定理 1 中加权平均一致性算法的具体 实现,即可以在稀疏 WSN 的通信拓扑图 G 的邻接 矩阵 A 为 0-1 矩阵的情况下,只需对 LUIF 输出的 $y_{k|k}^i$ 和 $Y_{k|k}^i$ 分别进行平均一致性滤波,便可以成功 地使稀疏 WSN 中各节点的后验估计均值渐近收敛 于关于目标状态初值的加权平均一致值.

由式 (30) 可知, 只有当 $Y_0^i = Y_0^j (i \neq j)$ 时, 各 节点的后验估计均值渐近收敛于关于目标状态初值 的平均一致值:

$$\boldsymbol{x}^* = \sum_{i=1}^n rac{\boldsymbol{x}_0^i}{n}$$

然而, 在理想情况下, 当节点 i 为无效节点时,

$$Y_{0}^{i} = 0$$

否则

$$Y_0^i = (H_{k+1}^i)^{\mathrm{T}} (R_{k+1|k}^i)^{-1} H_{k+1}^i \qquad (32)$$

能够近似实现将相邻节点之间的状态估计互相关 信息引入改进 DUIF 算法的后验估计结果之中,这 在稀疏 WSN 的各节点之间的协方差矩阵不尽相同 的情况下,对于更好地抑制滤波发散具有重要的意 义^[22].

3 仿真实验

通过跟踪二维空间内某机动目标的运动情况来 验证本文提出的改进 DUIF 算法的性能,并与文献 [8] 中的标准 DUIF 算法进行比较.

3.1 仿真场景

采用 6 个感知距离和通信半径均相同的被动传 感器进行观测, 传感器保持精确的时间同步, 并分 布在 40 m×60 m 的环境中, 位置分别为 (12, 25) m, (25, 12) m, (30, 15) m, (35, 25) m, (25, 40) m, (15, 35) m, 最大的感知距离为 20 m, 通信半径 >70 m. 传感器观测方程描述如下:

$$\boldsymbol{z}_{k}^{i} = \left[\sqrt{\left(\boldsymbol{x}_{k}^{t} - \boldsymbol{x}^{i}\right)^{2} + \left(\boldsymbol{y}_{k}^{t} - \boldsymbol{y}^{i}\right)^{2}} \times \operatorname{arctan} \frac{\left(\boldsymbol{y}_{k}^{t} - \boldsymbol{y}^{i}\right)}{\left(\boldsymbol{x}_{k}^{t} - \boldsymbol{x}^{i}\right)}\right] + \boldsymbol{v}_{k}^{i}$$
(33)

其中, \boldsymbol{z}_k^i 、($\boldsymbol{x}^i, \boldsymbol{y}^i$) 和 \boldsymbol{v}_k^i 分别为第 i 个传感器的观测 向量、位置和观测噪声.

在直角坐标系下,用 $\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{x}^t \ \boldsymbol{x}^t \ \boldsymbol{y}^t \ \boldsymbol{y}^t]^T$ 来描述目标的系统状态变量,其中, $\boldsymbol{x}^t \ \boldsymbol{n} \ \boldsymbol{y}^t \ \mathcal{H}$ 别为 目标在X轴和Y轴方向的位置分量, $\boldsymbol{x}^t \ \boldsymbol{n} \ \boldsymbol{y}^t \ \mathcal{H}$ 别 为目标在X轴和Y轴方向的速度分量.目标的非 线性系统方程的描述形式与式(2)相同.

假设 6 个传感器之间的通信拓扑如图 3 所示. 虽然传感器的通信半径足够大,但是由于障碍遮挡 等原因,依然无法保证任意两个传感器之间都能够 通信,因此,这是一种稀疏 WSN,其邻接矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

假设系统噪声和观测噪声均为独立的零均值高 斯白噪声,其方差分别为

 $Q_k = \text{diag} \{ 0.2^2, 0.2^2 \}, \quad R_k = \text{diag} \{ 0.5^2, 0.05^2 \}$ 设置目标的初始值为

$$\boldsymbol{x}_{0} = \begin{bmatrix} 5 \text{ m} & 30 \text{ (cm/s)} & 10 \text{ m} & 30 \text{ (cm/s)} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$





由传感器最大感知距离和目标位置初始值可知, 在初始时刻,节点3、4、5均为无效传感器节点.进 而设置所有传感器节点的初始信息矩阵为

$$Y_0^i = \begin{cases} 0.04I_4, & i = 1, 2, 6\\ 3.0e^{-4}I_4, & i = 3, 4, 5 \end{cases}$$

其中, I_4 = diag {1, 1, 1, 1}.

为节省通信消耗,进一步设置稀疏 WSN 以固 定的时间间隔 $\Delta t = 0.5$ s 对机动目标进行跟踪,总 的跟踪步数为 700 步,设置式 (29) 中的 ε 值为 0.16.

3.2 仿真结果

对 DUIF 算法和改进 DUIF 算法分别做 40 次 蒙特卡罗仿真. 仿真实验的均方根误差 (Root mean square error, RMSE) 定义为

$$RMSE = \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left\|\left(\hat{\boldsymbol{x}}_{k}^{i} - \boldsymbol{x}_{k}^{i}\right)\right\|_{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

其中, N 为蒙特卡罗仿真次数.

在一次独立实验中,目标从初始位置开始的真 实运动轨迹如图 4 黑色实线所示.

对 DUIF 算法和改进 DUIF 算法分别做 40 次 蒙特卡罗仿真,图 5~7 分别为两种算法目标跟踪结 果、位置跟踪均方根误差和速度跟踪均方根误差曲 线的比较.



Fig. 4 The true trajectory of target



Fig. 5 The results of target tracking







图 7 速度估计 RMSE Fig. 7 The RMSE of velocity estimation

由图 5 可以直观地看出, 在图 3 所示的稀疏 WSN 中, 本文提出的改进 DUIF 算法能够更好地 跟踪如图 4 所示运动轨迹的机动目标. 标准 DUIF 算法由于仅单纯地应用平均一致性滤波器跟踪多源 观测信息的平均一致值, 而缺乏针对稀疏 WSN 中 存在的无效节点的鲁棒性, 从而不能较好地对机动 目标进行跟踪. 并且, 从图 6~7 中可以看出, 标准 DUIF 算法的跟踪位置和速度的均方根误差均明显 大于改进的 DUIF 算法.

本文提出的改进 DUIF 算法并不改变标准 DUIF 算法的二层级联滤波结构,并且底层和上 层滤波器的结构相似,因此两种算法运行 700 步所 耗费的平均运行时间是大致相等的,如表 1 所示.同 时,从表 1 还可以看出,改进的 DUIF 算法在分布式 估计精度方面明显好于文献 [8] 的 DUIF 算法.

4 结论

在实际的大规模复杂的环境中,由于无线传感器的通信范围有限和障碍遮挡等原因,WSN 通常为一种稀疏通信网络,这给分布式估计方法在WSN 中

的运用带来了一系列不利影响.本文针对稀疏 WSN 中存在的无效节点引起 DUIF 算法估计精度不高和 滤波发散的问题,提出了 LUIF 算法和加权平均一 致性滤波器对 DUIF 算法进行改进.由 LUIF 算法 对传感器节点的局部多源观测信息进行处理,进而 采用加权平均一致性滤波器使最终的分布式估计结 果趋于关于状态估计初值的加权平均一致值,而权 值由各节点的初始信息矩阵构成,以消除平均一致 误差,同时引入相邻节点之间的状态估计互相关信 息. 整个过程相当于进行了两次状态更新过程. 仿 真实验结果表明, 通过上述方法改进的 DUIF 算法 在估计精度和抑制滤波发散方面得到了明显的改善, 能够很好地在稀疏 WSN 中对机动目标进行跟踪. 此外,由于 LUIF 算法的流程与 UIF 算法完全相 同,并且加权平均一致性滤波器的实现仅仅需要对 由 LUIF 输出的局部后验估计信息向量 $y_{t_{1}t}^i$ 和矩阵 Y_{klk}^{i} 执行平均一致性算法,所以,改进 DUIF 算法 的算法复杂度与标准 DUIF 算法相近且易于实现.

表 1 算法性能比较 Table 1 The comparison of algorithm performance

算法	平均运行	位置估计	速度估计 RMSE
	时间 (s)	RMSE 均值 (m)	均值 (cm/s)
DUIF	1.3702	1.5870	7.8884
改进 DUIF	1.3859	0.1633	0.2871

References

- Luo Xu, Chai Li, Yang Jun. Offshore pollution source localization in static water using wireless sensor networks. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(5): 849-861
 (罗旭, 柴利, 杨君. 无线传感器网络下静态水体中的近岸污染源定 位. 自动化学报, 2014, 40(5): 849-861)
- 2 Olfati-Saber R, Shamma J S. Consensus filters for sensor networks and distributed sensor fusion. In: Proceedings of 44th IEEE Conference on Decision and Control. Seville, Spain: IEEE, 2005. 6698-6703
- 3 Saber R O, Murray R M. Consensus protocols for networks of dynamic agents. In: Proceedings of the 2003 American Control Conference. Denver, CO, USA: IEEE, 2003. 951–956
- 4 Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(9): 1520-1533
- 5 Yang Hong-Yong, Guo Lei, Zhang Yu-Ling, Yao Xiu-Ming. Movement consensus of complex fractional-order multi-agent systems. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(3): 489-496 (杨洪勇, 郭雷, 张玉玲, 姚秀明. 复杂分数阶多自主体系统的运动一

致性. 自动化学报, 2014, **40**(3): 489-496)

- 6 Li W L, Jia Y M. Distributed consensus filtering for discretetime nonlinear systems with non-Gaussian noise. Signal Processing, 2012, 92(10): 2464–2470
- 7 Vercauteren T, Wang X. Decentralized sigma-point information filters for target tracking in collaborative sensor

networks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, **53**(8): 2997–3009

- 8 Li W L, Jia Y M. Consensus-based distributed multiple model UKF for jump Markov nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(1): 227–233
- 9 Olfati-Saber R. Distributed Kalman filter with embedded consensus filters. In: Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. Seville, Spain: IEEE, 2005. 8179-8184
- 10 Kamgarpour M, Tomlin C. Convergence properties of a decentralized Kalman filter. In: Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control. Cancun, Mexico: IEEE, 2008. 3205–3210
- Bai H, Freeman R A, Lynch K M. Distributed Kalman filtering using the internal model average consensus estimator.
 In: Proceedings of the 2011 American Control Conference.
 San Francisco, CA: IEEE, 2011. 1500-1505
- 12 Li Chang-Sheng, Wang Yu-Zhen. Protocol design for output consensus of port-controlled Hamiltonian multi-agent systems. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(3): 415-422 (李长生, 王玉振. 端口受控哈密顿多智能体系统的输出一致性协议 设计. 自动化学报, 2014, 40(3): 415-422)
- 13 Lee D J. Nonlinear estimation and multiple sensor fusion using unscented information filtering. Signal Processing Letters, 2008, 15: 861-864
- 14 Julier S, Uhlmann J, Durrant-Whyte H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(3): 477–482
- 15 Sibley G, Sukhatme G, Matthies L. The iterated sigma point filter with applications to long range stereo. In: Proceedings of the Robotics Science and Systems. Philadelphia, USA: MIT Press, 2006: 263–270
- 16 Kingston D B, Beard R W. Discrete-time average-consensus under switching network topologies. In: Proceedings of the 2006 American Control Conference. Minnesota, USA: IEEE, 2006. 3551-3556
- 17 Demetriou M A. Design of consensus and adaptive consensus filters for distributed parameter systems. *Automatica*, 2010, 46(2): 300-311
- 18 Kamal A T, Ding C, Song B, Farrell J A, Roy-Chowdhury A K. A generalized Kalman consensus filter for wide-area video networks. In: Proceedings of Decision and Control and European Control Conference. Orlando, FL: IEEE, 2011. 7863-7869
- 19 Kamal A T, Ding C, Song B, Farrell J A, Roy-Chowdhury A K. Distributed Kalman filtering for sensor networks. In: Proceedings of 46th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, LA: IEEE, 2007. 5492–5498
- 20 Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233
- 21 Yang Wen. Consensus Problem in Multi-Agent Systems [Ph. D. dissertation], Shanghai Jiao Tong University, China, 2009

(杨文. 多智能体系统一致性问题研究 [博士学位论], 上海交通大学, 中国, 2009)

22 Olfati-Saber R. Kalman-consensus filter: optimality, stability, and performance. In: Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control Held Jointly with the 28th Chinese Control Conference. Shanghai, China: IEEE, 2009. 7036-7042



汤文俊 第二炮兵工程大学博士研究生. 主要研究方向为多智能体协同导航与控制,无线传感器网络信息融合.本文通信 作者. E-mail: 13468972665@163.com (**TANG Wen-Jun** Ph. D. candidate at the Second Artillery Engineering University. His research interest covers multi-agent collaborative navigation

and control, and information fusion of wireless sensor network. Corresponding author of this paper.)



张国良 第二炮兵工程大学教授,博士. 主要研究方向为机器人技术,先进控制 理论与应用. E-mail: zhgl@sohu.com (ZHANG Guo-Liang Ph.D., professor at the Second Artillery Engineering University. His research interest covers robot technology, advanced control theory and application.)



曾静第二炮兵工程大学副教授,博士.主要研究方向为机器人技术,军事运筹学. E-mail: 594631397@qq.com
(ZENG Jing Ph.D., associate professor at the Second Artillery Engineering University. Her research interest covers robot technology and military operation research.)



孙一杰 第二炮兵工程大学博士研究生. 主要研究方向为机器人技术,先进控制 理论与应用.

E-mail: sunyijieli@sina.com

(SUN Yi-Jie Ph.D. candidate at the Second Artillery Engineering University. His research interest covers robot technology, advanced control the-

ory and application)



吴 晋 第二炮兵工程大学硕士. 主要 研究方向为机器人技术,先进控制理论 与应用. E-mail: wujinrtj525@sina.cn (WU Jin Master student at the Second Artillery Engineering University. Her research interest covers robot technology, advanced control theory and application.)