

基于局部保持的核稀疏表示字典学习

陈思宝^{1,2} 赵令^{1,2} 罗斌^{1,2}

摘要 为了利用核技巧提高分类性能, 在局部保持的稀疏表示字典学习的基础上, 提出了两种核化的稀疏表示字典学习方法。首先, 原始训练数据被投影到高维核空间, 进行基于局部保持的核稀疏表示字典学习; 其次, 在稀疏系数上强加核局部保持约束, 进行基于核局部保持的核稀疏表示字典学习。实验结果表明, 该方法的分类识别结果优于其他方法。

关键词 字典学习, 稀疏表示, 核空间, 局部保持

引用格式 陈思宝, 赵令, 罗斌. 基于局部保持的核稀疏表示字典学习. 自动化学报, 2014, 40(10): 2295–2305

DOI 10.3724/SP.J.1004.2014.02295

Locality Preserving Based Kernel Dictionary Learning for Sparse Representation

CHEN Si-Bao^{1,2} ZHAO Ling^{1,2} LUO Bin^{1,2}

Abstract In order to further improve the classification performance via kernel tricks, two new kernel dictionary learning methods are proposed for sparse representation, which are extended from dictionary learning via locality preserving for sparse representation (LPDL). First, the original training data are projected into a high dimensional kernel space, then locality preserving based kernel dictionary learning for sparse representation (LPKDL) is proposed. Second, the kernelized locality preserving criterion is imposed on the sparse coefficients, and then the kernelized locality preserving based kernel dictionary learning for sparse representation (KLPKDL) is proposed. Experimental results show that the proposed methods are superior to other methods on classification performances.

Key words Dictionary learning, sparse representation, kernel space, locality preserving

Citation Chen Si-Bao, Zhao Ling, Luo Bin. Locality preserving based kernel dictionary learning for sparse representation. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(10): 2295–2305

近年来, 压缩感知及稀疏编码受到越来越多研究者的关注^[1]。由 Wright 等^[2]提出的基于稀疏表示的分类(Sparse representation based classification, SRC)为模式分类问题开辟了一条崭新的途径。稀疏表示由于具有识别率高、鲁棒性强等优势, 已在图像目标识别^[3]和分类(如人脸识别^[4]、数字和纹理分类等)方面取得了显著的效果。SRC 使用所有的训练样本组成一个字典, 并通过稀疏最小化重构误差来实现对测试样本的分类识别。然而, 当训练数据比较多时, 这种直接使用所有训练数据拼成的字典会带来很大的计算复杂度, 并且对后期的分类识别结

果产生严重的影响。因此, 需要根据训练样本学习出一个紧凑的且更加适合分类的字典。

字典可以是建立在数据上的数学模型, 也可以直接从数据中得到。大量实验表明, 相比于直接使用一个预先指定的字典, 使用从训练数据中学习出的字典将会得到一个更为紧凑的表示, 从而便于后期的压缩编码和分类识别。目前, 出现了许多用于图像处理和分类等方面的字典学习方法, 使用最多的是最优方向法^[5]和 K 奇异值分解算法^[6]。2011 年, Yang 等^[7]提出了一个基于费歇尔判别准则的稀疏表示字典学习方法(Fisher discrimination dictionary learning, FDDL)。该方法利用不同类别训练样本之间的判别信息, 在字典学习的目标函数上强加稀疏系数的费歇尔判别约束, 使学习出的字典所对应的稀疏系数具有最小的类内离散度和最大的类间离散度, 从而让字典具有更强的判别表示能力。然而, 仅增加稀疏系数的费歇尔判别约束, 并不能得出保持原始训练样本局部判别信息的字典。因此, 借助局部保持投影(Locality preserving projections, LPP)^[8]保持局部的特性, 在稀疏表示的字典学习中增加局部保持的约束, 陈思宝等^[9]提出了局部保持的稀疏表示字典学习(Locality preserving dictionary learning, LPDL)方法。

收稿日期 2014-01-09 录用日期 2014-04-10

Manuscript received January 9, 2014; accepted April 10, 2014
国家自然科学基金(61202228, 610731116), 高等学校博士学科点专项科研基金(20103401120005), 安徽省高校自然科学研究重点项目(KJ2012A004, KJ2012A008)资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61202228, 610731116), Doctoral Program Foundation of Institutions of Higher Education of China (20103401120005), and Collegiate Natural Science Fund of Anhui Province (KJ2012A004, KJ2012A008)

本文责任编辑 刘成林

Recommended by Associate Editor LIU Cheng-Lin

1. 安徽大学计算机科学与技术学院 合肥 230601 2. 安徽省工业图像处理与分析重点实验室 合肥 230039

1. School of Computer Science and Technology, Anhui University, Hefei 230601 2. Key Laboratory for Industrial Image Processing and Analysis of Anhui Province, Hefei 230039

字典是为了用较少的原子更好地表示原始训练样本, 所以其原始训练样本的训练方法至关重要。近年来, 随着核技巧在支持向量机中的成功应用, 核函数法已经引起了极大的关注。核函数法是指将数据映射到一个高维的数据特征空间中, 以提高线性机器学习的计算性能, 从而提供出一个可选的解决方案。这种方法也广泛应用于模式识别中, 如核主成分分析^[10]、核费歇尔判别^[11]、核直接线性判别分析^[12]等。Gao 等^[13] 把核技巧应用到稀疏表示中, 提出了核稀疏表示 (Kernel-based sparse representation, KSR) 方法; Zhou 等^[14] 运用核技巧提出了基于核稀疏表示的姿态识别方法; Yin 等^[15] 把核技巧与稀疏表示分类相结合, 提出了基于核稀疏表示的分类方法。

受核技巧的启发, 在局部保持的稀疏表示字典学习的基础上, 提出了两种核化的稀疏表示字典学习方法。首先, 原始训练样本从数据特征空间映射到高维核空间中, 探索出一种基于局部保持的核稀疏表示字典学习 (Locality preserving based kernel dictionary learning, LPKDL) 方法; 然后又在 LPKDL 的基础上, 对稀疏系数的局部保持约束进行核化推广, 提出基于核局部保持的核稀疏表示字典学习 (Kernelized locality preserving based kernel dictionary learning, KLPKDL) 方法, 即在核字典学习的基础上采用核局部保持约束, 使所学习的字典更加具有判别能力, 并提高了其在分类识别中的识别性能。

本文的结构是: 第 1 节介绍稀疏表示分类、局部保持的稀疏表示字典学习方法以及经典核函数的相关内容; 第 2 节详细给出基于局部保持的核稀疏表示字典学习及其优化求解方法; 第 3 节介绍基于核局部保持的核稀疏表示字典学习及其优化求解方法; 第 4 节分析本文提出的 LPKDL 和 KLPKDL 的计算复杂度; 第 5 节介绍实验参数的选择, 并在哥伦比亚图像数据库、AR (Aleix and Rober) 数据库和扩展耶鲁 B 数据库上进行大量的实验, 以验证本文提出的 LPKDL 和 KLPKDL 的分类性能; 第 6 节是总结。

1 相关工作

1.1 稀疏表示分类简介

SRC 最早由 Wright 等^[2] 提出, 并应用于鲁棒性人脸识别。假定有 c 个类别的训练集 $A = [A_1, A_2, \dots, A_c]$, 其中 A_i 是类 i 的训练样本子集, \mathbf{x} 是一个测试样本, 则 SRC 寻求 \mathbf{x} 基于训练样本的稀疏线性重构, 并根据各类的重构误差最小进行分类, 其过程如下:

步骤 1. 利用 l_1 范数最小化稀疏编码 \mathbf{x} , 即:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \arg \min_{\boldsymbol{\alpha}} \{ \| \mathbf{x} - A\boldsymbol{\alpha} \|_2^2 + \lambda \| \boldsymbol{\alpha} \|_1 \} \quad (1)$$

式中, 调节参数 $\lambda > 0$.

步骤 2. 分类:

$$l(\mathbf{x}) = \arg \min_i \{ e_i \} \quad (2)$$

式中, $l(\mathbf{x})$ 是 \mathbf{x} 的分类结果, $e_i = \| \mathbf{x} - D_i \hat{\boldsymbol{\alpha}}_i \|_2$, $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i$ 是对应于类 i 的系数向量, $\hat{\boldsymbol{\alpha}} = [\hat{\boldsymbol{\alpha}}_1, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_2, \dots, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_c]$.

1.2 局部保持的稀疏表示字典学习简介

LPP^[8] 不仅能保持原始数据的局部结构, 而且能使变换后的数据更加具有判别信息。LPDL^[9] 借助 LPP 的这一特性, 在稀疏表示的字典学习中强加局部保持的约束, 使相近数据点的编码系数也保持近邻关系, 从而使学习出的字典更加保持原始训练样本的局部信息。

假设稀疏表示字典 $D = [D_1, D_2, \dots, D_c]$, 其中, D_i 是类 i 的子字典, 训练样本集为 A , Y 是 A 在 D 上的编码系数矩阵, $Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_c]$, 即 $A \approx DY$, Y_i 是 A_i 在 D 上的编码系数子矩阵, LPDL 的目标函数如下:

$$\begin{aligned} J_{(D,Y)} = & \arg \min_{(D,Y)} \{ r(A, D, Y) + \\ & \lambda_1 \| Y \|_1 + \lambda_2 f(Y) \} \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $r(A, D, Y)$ 为判别保真项, $\| Y \|_1$ 为稀疏性约束项, $f(Y)$ 为附加在系数矩阵 Y 上的局部保持约束项, 调节参数 $\lambda_1 > 0$ 和 $\lambda_2 > 0$.

1.3 经典核函数简介

假设核函数 $\Phi : \mathbf{R}^p \rightarrow \mathbf{F}$ 为数据特征空间 \mathbf{R}^p 到高维核空间 \mathbf{F} 的非线性映射, 其核空间中 $\Phi(x)$ 与 $\Phi(y)$ 两点之间的内积定义为 $\langle \Phi(x), \Phi(y) \rangle = K^\Phi(x, y)$. $K^\Phi(x, y)$ 常被称之为该核空间所对应的核函数。则该核空间中的范数定义为 $\| \Phi(x) \|^2 = \langle \Phi(x), \Phi(x) \rangle = K^\Phi(x, x)$. 常见的核函数为高斯核 $K^\Phi(x, y) = \exp(-\|x - y\|^2/\gamma)$ 和多项式核 $K^\Phi(x, y) = (xy + 1)^d$. 调节参数 $\gamma > 0$ 和 $d > 0$.

本文主要考虑在核空间中的稀疏编码 $\Phi(A) = \Phi(D)Y$, 其中 $A = [A_1, A_2, \dots, A_c]$ 是原始空间中的训练样本集, $D = [D_1, D_2, \dots, D_c]$ 是原始空间中的稀疏表示字典, $Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_c]$ 是训练样本集 A 的核映像 $\Phi(A)$ 在字典 D 的核映像 $\Phi(D)$ 上的编码系数矩阵。我们的目标是通过训练样本集 A , 利用核技巧找出一个既能保持原始数据的局部信息, 又能具有强判别能力的字典 D .

2 基于局部保持的核稀疏表示字典学习

为了借助核技巧提高现有字典学习的性能, 并且希望学习出的字典不仅能保持原始数据的局部结构, 而且能更加具有判别信息, 本文提出了一种基于局部保持的核稀疏表示字典学习方法.

假设核函数 $\Phi : \mathbf{R}^p \rightarrow \mathbf{F}$ 为数据特征空间 \mathbf{R}^p 到高维核空间 \mathbf{F} 的核映射, 其核函数为 $K^\Phi(\cdot, \cdot)$. 假设 Y 是训练样本集 A 的核映像 $\Phi(A)$ 在字典 D 的核映像 $\Phi(D)$ 上的编码系数矩阵, 记为 $Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_c]$, 即 $\Phi(A) = \Phi(D) \cdot Y$. Y_i 是 $\Phi(A)$ 在 $\Phi(D)$ 上的编码系数子矩阵, 希望 D 不仅具有 A 的有效的重构能力, 而且具有保持 A 中样本的局部信息能力. 因此, 文中提出 LPKDL 模型如下:

$$J_{(D, Y)} = \arg \min_{(D, Y)} \{r(\Phi(A), \Phi(D), Y) + \lambda_1 \|Y\|_1 + \lambda_2 f(Y)\} \quad (4)$$

式中, $r(\Phi(A), \Phi(D), Y)$ 为判别保真项, $\|Y\|_1$ 为稀疏性约束项, $f(Y)$ 为附加在系数矩阵 Y 上的局部保持约束项, 调节参数 $\lambda_1 > 0$ 和 $\lambda_2 > 0$. 文中主要讨论判别保真项 $r(\Phi(A), \Phi(D), Y)$ 及局部保持约束项 $f(Y)$ 的设计问题.

2.1 判别保真项

由前面定义可知, Y_i 是训练样本子集 A_i 的核映像 $\Phi(A_i)$ 在字典 D 的核映像 $\Phi(D)$ 上的表示, 记为 $Y_i = [Y_i^1, \dots, Y_i^j, \dots, Y_i^c]$, 其中 Y_i^j 是 A_i 的核映像 $\Phi(A_i)$ 在子字典 D_j 的核映像 $\Phi(D_j)$ 上的编码系数矩阵. 设 $\Phi(A_i)$ 在子字典 $\Phi(D_j)$ 上的表示为 $\Phi(R_j) = \Phi(D_j)Y_i^j$. 首先, $\Phi(A_i)$ 可以被 $\Phi(D)$ 表示, 即:

$$\begin{aligned} \Phi(A_i) &\approx \Phi(D)Y_i = \\ &\Phi(D_1)Y_i^1 + \dots + \Phi(D_i)Y_i^i + \dots + \Phi(D_c)Y_i^c = \\ &\Phi(R_1) + \dots + \Phi(R_i) + \dots + \Phi(R_c) \end{aligned}$$

其次, 因为 $\Phi(D_i)$ 是对应于第 i 类的子字典, 所以我们希望 $\Phi(A_i)$ 能更好地由 $\Phi(D_i)$ 表示, 而不是由 $\Phi(D_j), j \neq i$ 表示. 也就是说, 希望 Y_i^j 系数接近于 0, 即 $\|\Phi(D_j)Y_i^j\|^2$ 足够小. 而所有有效系数均在 Y_i^i 中, 故 $\|\Phi(A_i) - \Phi(D_i)Y_i^i\|^2$ 也足够小. 因此定义最小化判别保真项如下:

$$\begin{aligned} r(\Phi(A_i), \Phi(D), Y_i) &= \|\Phi(A_i) - \Phi(D)Y_i\|^2 + \\ &\|\Phi(A_i) - \Phi(D_i)Y_i^i\|^2 + \\ &\sum_{j=1, j \neq i}^c \|\Phi(D_i)Y_i^j\|^2 \end{aligned} \quad (5)$$

其中,

$$\begin{aligned} \|\Phi(A_i) - \Phi(D)Y_i\|^2 &= \\ &\text{tr}[\Phi(A_i) - \Phi(D)Y_i]^\top [\Phi(A_i) - \Phi(D)Y_i] = \\ &\text{tr}[\Phi(A_i)^\top \Phi(A_i) - \Phi(A_i)^\top \Phi(D)Y_i - \\ &\Phi(D)^\top \Phi(A_i)Y_i^\top + Y_i^\top \Phi(D)^\top \Phi(D)Y_i] = \\ &\text{tr}[K^\Phi(A_i, A_i) - 2K^\Phi(A_i, D)Y_i + \\ &Y_i^\top K^\Phi(D, D)Y_i] \\ \|\Phi(A_i) - \Phi(D_i)Y_i^i\|^2 &= \\ &\text{tr}[\Phi(A_i) - \Phi(D_i)Y_i^i]^\top [\Phi(A_i) - \Phi(D_i)Y_i^i] = \\ &\text{tr}[K^\Phi(A_i, A_i) - 2K^\Phi(A_i, D_i)Y_i^i + \\ &(Y_i^i)^\top K^\Phi(D_i, D_i)Y_i^i] \\ \sum_{j=1, j \neq i}^c \|\Phi(D_i)Y_i^j\|^2 &= \\ &\sum_{j=1, j \neq i}^c \text{tr}[(Y_i^j)^\top \Phi(D_i)^\top \Phi(D_i)Y_i^j] = \\ &\sum_{j=1, j \neq i}^c \text{tr}[(Y_i^j)^\top K^\Phi(D_i, D_i)Y_i^j] \end{aligned}$$

式中, $\|\Phi(A_i) - \Phi(D)Y_i\|^2$ 反映了训练样本 A_i 的核映像 $\Phi(A_i)$ 在字典 D 的核映像 $\Phi(D)$ 上的线性重构能力, $\|\Phi(A_i) - \Phi(D_i)Y_i^i\|^2$ 反映了 A_i 的核映像 $\Phi(A_i)$ 可以被 D_i 的核映像 $\Phi(D_i)$ 表示的能力, $\sum_{j=1, j \neq i}^c \|\Phi(D_i)Y_i^j\|^2$ 反映了不同类别的字典不含有相似的表示信息.

2.2 局部保持约束项

设所有训练样本为 $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^n$, 构造一个含有 n 个顶点的图 G , 每个顶点表示一个训练样本. 记 W^Φ 为 G 的边权热核矩阵, $W^\Phi = [W_{11}^\Phi, W_{12}^\Phi, \dots, W_{ij}^\Phi, \dots, W_{nn}^\Phi]$. 其中, W_{ij}^Φ 为连接顶点 i 和 j 的边的权值, 如下所示:

$$W_{ij}^\Phi = \begin{cases} \exp\left\{-\frac{1}{\sigma}\text{tr}[(\Phi(\mathbf{x}_i) - \Phi(\mathbf{x}_j))^\top (\Phi(\mathbf{x}_i) - \Phi(\mathbf{x}_j))]\right\}, & \mathbf{x}_i \in N_k(\mathbf{x}_j) \text{ or } \mathbf{x}_j \in N_k(\mathbf{x}_i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} =$$

$$\begin{cases} \exp\left\{-\frac{1}{\sigma}\text{tr}[K^\Phi(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i) - 2K^\Phi(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + K^\Phi(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_j)]\right\}, & \mathbf{x}_i \in N_k(\mathbf{x}_j) \text{ or } \mathbf{x}_j \in N_k(\mathbf{x}_i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中, $N_k(\mathbf{x}_i)$ 为 \mathbf{x}_i 的 k 近邻集合. 为使经过编码后的系数 \mathbf{y}_i 保持原数据点 \mathbf{x}_i 的局部信息, 文中采用最小化如下的目标函数:

$$\min_y \sum_{i,j} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|^2 W_{ij}^\Phi \quad (6)$$

即如果 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_j 在原始空间中的距离较近, 那么希望编码后的系数 \mathbf{y}_i 与 \mathbf{y}_j 的距离也很近。为了增强判别性能, 如果在构建近邻图 G 时, 将 \mathbf{x}_i 的 k 近邻 $N_k(\mathbf{x}_i)$ 限制为同一类别内的 k 近邻, 即仅保持同类别内的数据点之间的局部近邻关系而丢弃不同类别数据点之间的局部近邻关系, 在实验中可以提高判别性能^[16]。

记 $L = S^\Phi - W^\Phi$ 为边权矩阵 W^Φ 的拉普拉斯矩阵, 对角矩阵 $S^\Phi = \text{diag}\{S_{11}^\Phi, S_{22}^\Phi, \dots, S_{nn}^\Phi\}$, $S_{ii}^\Phi = \sum_{j=1}^n W_{ij}^\Phi$, 则有 $1/2 \times \sum_{i,j} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|^2 W_{ij}^\Phi = \text{tr}(LYL^T)$ 。

定义字典学习中的局部保持约束项 $f(Y)$ 为 $\text{tr}(LYL^T)$, 则 $f(Y)$ 是非负定的。为了使 $f(Y)$ 是正定的且更加平滑, 文中在 $f(Y)$ 中加入一个平滑项 $\|Y\|_F^2$, 则 $f(Y)$ 可表示为:

$$f(Y) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|^2 W_{ij}^\Phi + \eta \|Y\|_F^2 = \text{tr}(LYL^T) + \eta \|Y\|_F^2 \quad (7)$$

式中, $Y = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n]$, 调节参数 $\eta > 0$ 。 $f(Y)$ 是一个凸函数。

2.3 LPKDL 模型

将式(5)和式(7)代入式(4)中, 可得到 LPKDL 目标函数如下:

$$J_{(D,Y)} = \arg \min_{(D,Y)} \left\{ \sum_{i=1}^c r(\Phi(A_i), \Phi(D), Y_i) + \lambda_1 \|Y\|_1 + \lambda_2 (\text{tr}(LYL^T) + \eta \|Y\|_F^2) \right\} \quad (8)$$

2.4 LPKDL 的优化求解

式(8)LPKDL 目标函数的优化问题可以转化为固定 D 来更新 Y 和固定 Y 来更新 D 两个子问题。本文采用如下方法交替迭代优化求解字典 D 和稀疏系数 Y 。

1) 固定字典 D 求解系数 Y 。可通过将式(8)中的目标函数 $J_{(D,Y)}$ 简化为一个稀疏编码问题来求解 $Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_c]$ 。本文通过类与类之间的关系计算 Y_i 。当构建图 G 时的 k 近邻为限制在同类别内的 k 近邻时, 不同类别数据点之间的热核权重 W_{ij}^Φ 为 0, 则当计算 Y_i 时, 所有的 $Y_j (j \neq i)$ 均固定, 因此式(8)可进一步简化为:

$$J_{(Y_i)} = \arg \min_{(Y_i)} \{r(\Phi(A_i), \Phi(D), Y_i) + \lambda_1 \|Y_i\|_1 + \lambda_2 f_i(Y_i)\} \quad (9)$$

式中, $f_i(Y_i) = \sum_{y_j, y_k \in Y_i} \|y_j - y_k\|^2 W_{jk}^\Phi + \eta \|Y_i\|_F^2$, Y_i 是可分离的。此时 $f_i(Y_i)$ 对于 Y_i 是严格的凸函数, 即式(9)是凸的, 其所有项(除 $\|Y_i\|_1$ 外)都是可微分的。因此, 本文采用迭代保持投影(Iterative projection method, IPM)^[17]来求解式(9)。

2) 固定系数 Y 求解字典 D 。即通过类与类之间的关系来更新 D_i 。当更新 D_i 时, 所有的 $D_j (j \neq i)$ 均固定。因此式(8)可简化为:

$$\begin{aligned} J_{(D_i)} = \arg \min_{(D_i)} & \{\|\Phi(A) - \Phi(D_i)Y^i - \sum_{j=1, j \neq i}^c \Phi(D_j)Y^j\|^2 + \|\Phi(A_i) - \\ & \Phi(D_i)Y^i\|^2 + \sum_{j=1, j \neq i}^c \|\Phi(D_i)Y^i\|^2\} \end{aligned} \quad (10)$$

式中, Y^i 是 $\Phi(A)$ 在 $\Phi(D_i)$ 上的编码系数。

一般来说, 要求字典 D_i 的每一列 \mathbf{d}_i^l 都是一个单位向量, 即 $\|\mathbf{d}_i^l\| = 1$ 。式(10)是一个二次规划问题, 可通过基于聚合脸学习的稀疏表示分类(Meta-face learning based sparse representation classification, MLSRC)^[18]算法来求解。整个 LPKDL 优化迭代步骤如下, 简记为算法 1。

步骤 1. 初始化字典 D , 以随机向量初始化字典 D_i 中的每一个原子。

步骤 2. 更新稀疏编码系数 Y , 即固定字典 D , 利用 IPM^[17]方法最小化式(9)来求解 Y_i , $i = 1, 2, \dots, c$ 。

步骤 3. 更新字典 D , 即固定稀疏编码系数 Y , 使用 MLSRC^[18]方法, 来更新字典 D_i , $i = 1, 2, \dots, c$ 。

步骤 4. 若相邻迭代中的 $J_{(D,Y)}$ 之间的误差小于阈值 s , 或已经达到了迭代最大数 T , 则算法停止; 否则, 返回步骤 2。

3 基于核局部保持的核稀疏表示字典学习

近年来, 多项研究结果表明, 核局部保持约束可以得到比常规的局部保持约束更好的性能提升。核化的判别局部保持的人脸识别方法^[19]对判别的局部保持进行核化约束, 不仅保持了非线性核空间中类内样本的局部几何关系, 而且充分考虑到类间样本的距离, 从而获得了更多的判别信息; 基于核化的局部保持的文本分类算法^[20]对局部保持进行核化扩展, 验证了该方法相比于其他分类算法在识别性能上有很大提升。He 等^[8]在局部保持投影中对 LPP 进行了核化的扩展, 即通过核映射把原始空间的训练数据映射到高维核空间中, 并实验证了核化的 LPP 可以保留更多的局部信息, 且有很大的识

别性能提升。受核技巧的启发, 同时为了获得更有效的稀疏表示系数以及保持原始数据的局部信息结构, 我们对稀疏系数的局部保持进行核化约束, 即在基于局部保持的核稀疏表示字典学习的基础上, 对稀疏系数强加核局部保持约束, 提出一种基于核局部保持的核稀疏表示字典学习方法。假设核映射函数 $\Psi : \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{G}$ 为数据特征空间 \mathbf{R}^m 到高维核空间 \mathbf{G} 的非线性映射, 其核函数为 $K^\Psi(\cdot, \cdot)$ 。如果把局部保持的约束进行核化推广, 还需要核化以下目标函数:

$$\min_y \sum_{i,j} \|\Psi(\mathbf{y}_i) - \Psi(\mathbf{y}_j)\|^2 W_{ij}^\Phi \quad (11)$$

沿用前面的符号: $L = S^\Phi - W^\Phi$, $S^\Phi = \text{diag}\{S_{11}^\Phi, S_{22}^\Phi, \dots, S_{nn}^\Phi\}$, 则:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{i,j} \|\Psi(\mathbf{y}_i) - \Psi(\mathbf{y}_j)\|^2 W_{ij}^\Phi &= \\ \text{tr}(\Psi(Y)L(\Psi(Y))^\top) &= \\ \text{tr}(LK^\Psi) \end{aligned}$$

记 $g(Y)$ 为核局部保持约束项, 定义如下:

$$\begin{aligned} g(Y) &= \frac{1}{2} \sum_{i,j} \|\Psi(\mathbf{y}_i) - \Psi(\mathbf{y}_j)\|^2 W_{ij}^\Phi + \\ \eta \|\Psi(Y)\|^2 &= \text{tr}[\Psi(Y)L(\Psi(Y))^\top] + \\ \eta \text{tr}[(\Psi(Y))^\top \Psi(Y)] &= \text{tr}(LK^\Psi + \eta K^\Psi) \quad (12) \end{aligned}$$

式中, $Y = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n]$, 调节参数 $\eta > 0$ 。

替换局部保持约束项 $f(Y)$ 为核局部保持约束项 $g(Y)$, 即将式(5)和式(12)代入式(4)中, 可得到 KLPKDL 目标函数如下:

$$\begin{aligned} J_{(D,Y)} &= \arg \min_{(D,Y)} \left\{ \sum_{i=1}^c r(\Phi(A_i), \Phi(D), Y_i) + \right. \\ &\quad \left. \lambda_1 \|Y\|_1 + \lambda_2 \text{tr}(LK^\Psi + \eta K^\Psi) \right\} \quad (13) \end{aligned}$$

其优化迭代算法类似于第 2.4 节中 LPKDL 的优化求解算法, 步骤如下, 简记为算法 2。

步骤 1. 在固定字典 D 求解系数 Y 的阶段, 式(13)的目标函数可进一步简化为:

$$\begin{aligned} J_{(Y_i)} &= \arg \min_{(Y_i)} \{r(\Phi(A_i), \Phi(D), Y_i) + \\ &\quad \lambda_1 \|Y_i\|_1 + \lambda_2 g_i(Y_i)\} \quad (14) \end{aligned}$$

式中, $g_i(Y_i) = \text{tr}(LK^\Psi + \eta K^\Psi)$ 。由于经过核函数的变换, $K^\Psi = \Psi(Y)^\top \Psi(Y)$ 中的 Y_i 和 Y_j 存在部分相互乘积的形式, 导致同时对所有的 Y 进行更新存在

困难。为了得到近似求解和进行简化计算, $Y_j (j \neq i)$ 固定为上一步迭代的值。当构建图 G 时的 k 近邻为限制在同类别内的 k 近邻时, 不同类别数据点之间的热核权重 W_{ij}^Φ 为 0, 则核局部保持约束项(12)可将不同的 Y_i 分离开来, 即:

$$g_i(Y_i) = \sum_{y_j, y_k \in Y_i} \|\Psi(\mathbf{y}_j) - \Psi(\mathbf{y}_k)\|^2 W_{jk}^\Phi + \eta \|\Psi(Y_i)\|^2$$

步骤 2. 在固定系数 Y 求解字典 D 的阶段, 式(13)可简化为:

$$\begin{aligned} J_{(D_i)} &= \arg \min_{(D_i)} \{\|\Phi(A) - \Phi D_i Y^i - \right. \\ &\quad \left. \sum_{j=1, j \neq i}^c \Phi(D_j) Y^j\|^2 + \|\Phi(A_i) - \right. \\ &\quad \left. \Phi(D_i) Y^i\|^2 + \sum_{j=1, j \neq i}^c \|\Phi(D_i) Y^j\|^2\} \quad (15) \end{aligned}$$

其中, Y^i 是 $\Phi(A)$ 在 $\Phi(D_i)$ 上的编码系数。

KLPKDL 的优化迭代算法类似于算法 1, 仅把更新稀疏编码系数 Y 阶段的式(9)更改为式(14)。

4 计算复杂度分析

记 p 为原始训练样本维数, n 为原始训练样本数, m 为稀疏字典原子数。本文提出的 KLPKDL 相对于 LPKDL 仅需要预先计算核矩阵 K^Ψ , 其乘法计算复杂度为 $O(mn^2)$ 。

在固定字典 D 用 IPM^[17] 更新稀疏系数 Y 时, 需要计算 $J_{(Y_i)}$ 的梯度。其中, 核矩阵 $K^\Phi(A, A)$ 、 $K^\Phi(A, D)$ 、 $K^\Phi(D, D)$ 和边权矩阵 W^Φ (拉普拉斯矩阵 L) 可以提前计算好, 其乘法计算复杂度分别为 $O(pn^2)$ 、 $O(pnm)$ 、 $O(pm^2)$ 和 $O(pn^2)$ 。判别保真项梯度 $\nabla r(\Phi(A_i), \Phi(D), Y_i)$ 的乘法计算复杂度为 $O(n_i m^2 + m_i^3 + \sum_{j \neq i} m_j^2 n_i)$, 局部保持约束项梯度 $\nabla f_i(Y_i)$ 的乘法计算复杂度为 $O(nmn_i)$ 。因此, 整个 $J_{(Y_i)}$ 的梯度乘法计算复杂度为 $O(nmn_i + n_i m^2 + m_i^3 + \sum_{j \neq i} m_j^2 n_i)$, 从而得到固定字典 D 更新系数 Y 时乘法计算复杂度为 $O(t_1(n^2 m + nm^2 + \sum_{i=1}^c (m_i^3 + \sum_{j \neq i} m_j^2 n_i)))$ 。合并同级别的计算复杂度, 得到固定字典 D 更新系数 Y 的乘法计算复杂度 $O(t_1(n^2 m + nm^2))$, t_1 为更新系数 Y 的内循环迭代次数。

固定系数 Y 采用 MLSRC^[18] 求解字典 D 时, 更新每一个字典原子 d_i^l 的乘法计算复杂度为 $O(np + n_i p)$ 。因此, 整个字典 D 更新的乘法计算复杂度为 $O(mnp)$, 从而得到整个算法 1 的乘法计算复杂度为 $O((t_1(n^2 m + nm^2) + mnp)t_2)$, t_2 为更新字典与更新稀疏交替迭代的次数。算法 2 仅比算法 1 的乘法计算复杂度多 $O(mn^2)$ 。

5 实验参数与结果分析

5.1 实验数据库

实验采用基于稀疏重构的分类策略。为了使实验更加科学，我们对 FDDL^[7] 也采用了同样的两种核化方法，即对原始数据进行核化的基于费歇尔判别的核稀疏表示字典学习 (Fisher discrimination kernel dictionary learning, FDKDL) 和对稀疏系数进行核化的基于核费歇尔判别的核稀疏表示字典学习 (Kernelized Fisher discrimination kernel dictionary learning, KFDKDL)。并以 SRC^[2]、KSR^[13]、K 奇异值分解 (K-singular value decomposition, K-SVD^[6])、FDKDL、KFDKDL 和 LPDL^[9] 为基准方法，比较各种方法的分类识别准确率。

5.1.1 哥伦比亚大学图像数据库

哥伦比亚大学图像数据库^[21] 包含 20 个物体的 1440 幅图像，每个物体旋转一周，每隔 5° 采集一幅图像，共有 72 幅图像。图 1 是哥伦比亚大学图像库中的部分样本。所有的物体图像经过手工剪裁并被缩放到 32 × 32 像素，即用一个 1024 维的向量表示。我们选取每个物体的前 10 幅图像作为训练集，其余的图像作为测试集。

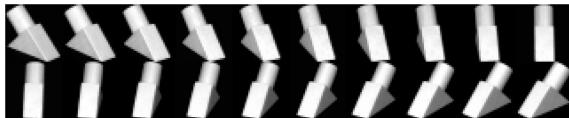


图 1 哥伦比亚大学图像库中的部分样本图

Fig. 1 Some sample images in database of
Columbia University

5.1.2 AR 数据库

AR 数据库^[22] 包括 126 人的 4000 幅正面人脸图像。其中，每人的 26 幅图像均拍摄于 2 个不同的场景，选择子集 1 作为训练集，该子集包括 50 个男性和 50 个女性拍摄于不同光照和不同表情变化条件下的 7 幅图像；子集 2 用作测试集^[2]，包括和子集 1 相同背景条件下每人的 7 幅图像。所有的人脸图像经过手工剪裁并被缩放到 60 × 43 像素。

5.1.3 扩展的耶鲁B数据库

扩展的耶鲁 B 数据库^[23] 包含了不同光照条件下 38 人的 2414 幅正面图像。所有的人脸图像经过手工剪裁并被缩放到 32 × 32 像素。将该数据库划分成 5 个子集：子集 1 包含了自然光照条件下的 266 幅图像（每人 7 幅），子集 2 和子集 3 分别包含了中等或轻度光照条件下每人的 12 幅图像，子集 4（每人 14 幅）和子集 5（每人 19 幅）则分别包含了在严重光照和较严重光照条件下的图像^[23]，如图 2 所示。

实验中，我们采用子集 1 作为训练集，其他子集作为测试集。



图 2 扩展耶鲁 B 数据库的子集划分图例^[23]

Fig. 2 Samples of subsets divided from
extended YaleB database^[23]

5.2 参数选择的影响

本文提出的 LPKDL 和 KLPKDL 算法中最重要的参数是正则化参数 λ_1 、 λ_2 、 η 和核函数中的参数，下面讨论这些参数对本文提出的 LPKDL 和 KLPKDL 算法的影响程度。

5.2.1 正则化参数的影响

λ_1 为稀疏性约束项 $\|Y\|_1$ 的参数， λ_2 为局部保持约束项 $f(Y)$ 的参数， η 为局部保持约束项 $f(Y)$ 中的平滑项 $\|Y\|_F^2$ 的参数。由文献 [24] 可知，对于 l_1 范数 $\|Y\|_1$ 来说，当 $0.000001 \leq \lambda_1 \leq 0.1$ 时，实验会达到较好的识别效果。因此，根据初步实验结果，我们仅测试正则化参数取值 $0.001 \leq \lambda_1 \leq 0.011$ 、 $0.1 \leq \lambda_2 \leq 1.1$ 、 $0.1 \leq \eta \leq 1.1$ 时对最终识别率的变化趋势。

图 3 是不同正则化参数取值对本文提出的 LPKDL 和 KLPKDL 算法在哥伦比亚大学图像数据库上识别率的变化趋势。各子图分别为固定其中一个正则化参数而变化另外两个正则化参数时识别率的变化曲面图。其中，固定的正则化参数取值为 $\lambda_1 = 0.005$ ， $\lambda_2 = 0.5$ ， $\eta = 0.5$ 。由图 3 可知，当正则化参数取值不同，其识别率三维曲面均随着参数值的不同有一定波动，但是波动程度较小。也就是说，正则化参数的选取对本文实验结果的影响不大。因此，为简化后续实验，本文将正则化参数固定为 $\lambda_1 = 0.005$ ， $\lambda_2 = 0.5$ ， $\eta = 0.5$ 。

5.2.2 核函数中参数的影响

对于本文提出的 LPKDL 和 KLPKDL 算法中的核函数, 我们采用高斯核和多项式核这两种常见的核函数。本节在哥伦比亚图像数据库上讨论高斯核参数 γ 和多项式核参数 d 取不同值时, 对本文提出的 LPKDL 和 KLPKDL 算法最终识别率的影响程度。图 4 是不同的核参数取值对本文提出的 LPKDL 算法在哥伦比亚图像数据库上识别率的变化趋势。其中, 图 4(a) 为 LPKDL 采用高斯核时, 其核参数 γ 对最终识别率的变化趋势; 图 4(b) 为 LPKDL 采用多项式核时, 其核参数 d 对最终识别率的变化趋势。从图 4 可以看出, 本文提出的 LPKDL 最终识别率随着核参数值的不同有一定波动, 但其波动程度较小。也就是说, 不同的高斯核参数和多项式核参数的取值对于本文提出的 LPKDL 算法的影响不大。

图 5 是不同的核函数取值对本文提出的 KLPKDL 算法在哥伦比亚图像数据库上识别率的变化趋势。各子图分别为原始数据上的核函数 K^Φ 和稀疏系数上的核函数 K^Ψ 分别采用高斯核和多项式核时各核参数的不同取值对最终识别率的变化曲面图。根据初步实验结果, 高斯核的核参数 γ 取值范围为 $0.1 \leq \gamma \leq 1.0$, 多项式核的核参数 d 取值范围为 $1 \leq d \leq 11$ 。从图 5 可以看出, 本文提出的

KLPKDL 最终识别率会因核参数值的不同取值有一定波动, 但是波动程度较小。也就是说, 不同的高斯核参数和多项式核参数的取值对于本文提出的 KLPKDL 算法的识别率影响不大。

5.3 实验结果与分析

5.3.1 哥伦比亚图像数据库

首先, 在哥伦比亚图像数据库^[21] 上测试本文提出的 LPKDL 和 KLPKDL 算法采用不同核函数对分类识别性能的影响。表 1 列出了采用不同核函数的 LPKDL 和 KLPKDL 在哥伦比亚图像库上的识别性能。从表 1 可以看出, 当原始数据上的核函数 K^Φ 采用多项式核时, LPKDL 效果最好; 当原始数据上的核函数 K^Φ 采用高斯核, 稀疏系数上的核函数 K^Ψ 采用高斯核时, KLPKDL 效果最好。因此, 为简化后续实验, LPKDL 和 KSR 均采用多项式核, KLPKDL 中核函数 K^Φ 和 K^Ψ 均采用高斯核。

其次, 我们将本文提出的 LPKDL、KLPKDL 算法与 SRC、KSR、K-SVD、FDKDL、KFDK-DL 和 LPDL 算法进行比较, 在哥伦比亚图像数据库中测试结果如表 2 所示。从表 2 可以看出, 本文提出的 KLPKDL 优于 LPKDL 方法 0.24%, 较 LPDL、SRC、KSR、K-SVD、FDKDL、KFDK-DL 方法分别提升了约 3.47%、3.23%、3.42%、7.42%、2.34%、0.81%。

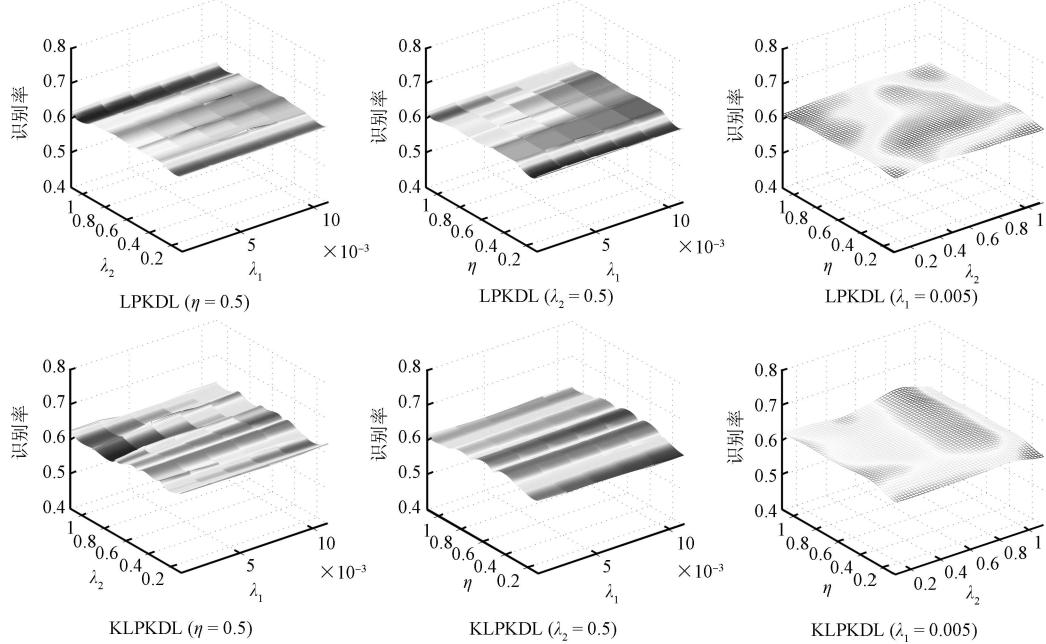


图 3 不同正则化参数对 LPKDL 和 KLPKDL 在哥伦比亚大学图像数据库上识别率的变化趋势

Fig. 3 Recognition accuracy variations of LPKDL and KLPKDL on database of Columbia University with different regularization parameters

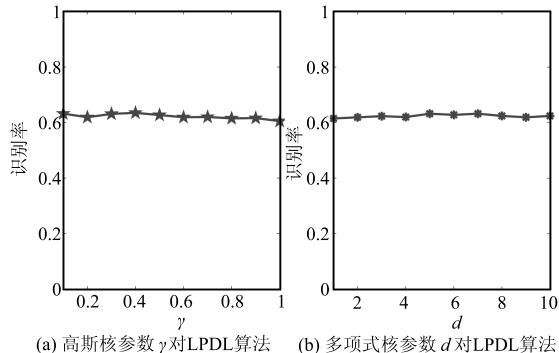


图 4 不同的核参数取值对本文提出的 LPKDL 在哥伦比亚图像数据库上识别率的变化趋势

Fig. 4 Recognition accuracy variations of LPKDL on database of Columbia University with different kernel parameters

表 1 不同核函数的性能 (%)
Table 1 Performance of various kernel functions (%)

方法 K^Φ 和 K^Ψ	识别率
LPKDL (高斯核)	62.82
LPKDL (多项式核)	62.91
KLPKDL (高斯核 + 高斯核)	63.15
KLPKDL (多项式核 + 多项式核)	62.42
KLPKDL (高斯核 + 多项式核)	62.50
KLPKDL (多项式核 + 高斯核)	61.46

5.3.2 AR 数据库

在 AR^[22] 数据库中, 我们将本文提出的 LPKDL、KLPKDL 算法与 SRC、KSR、KSVD、FDKDL、KFDFKDL 和 LPDL 方法相比较, 实验结果如表 3 所示.

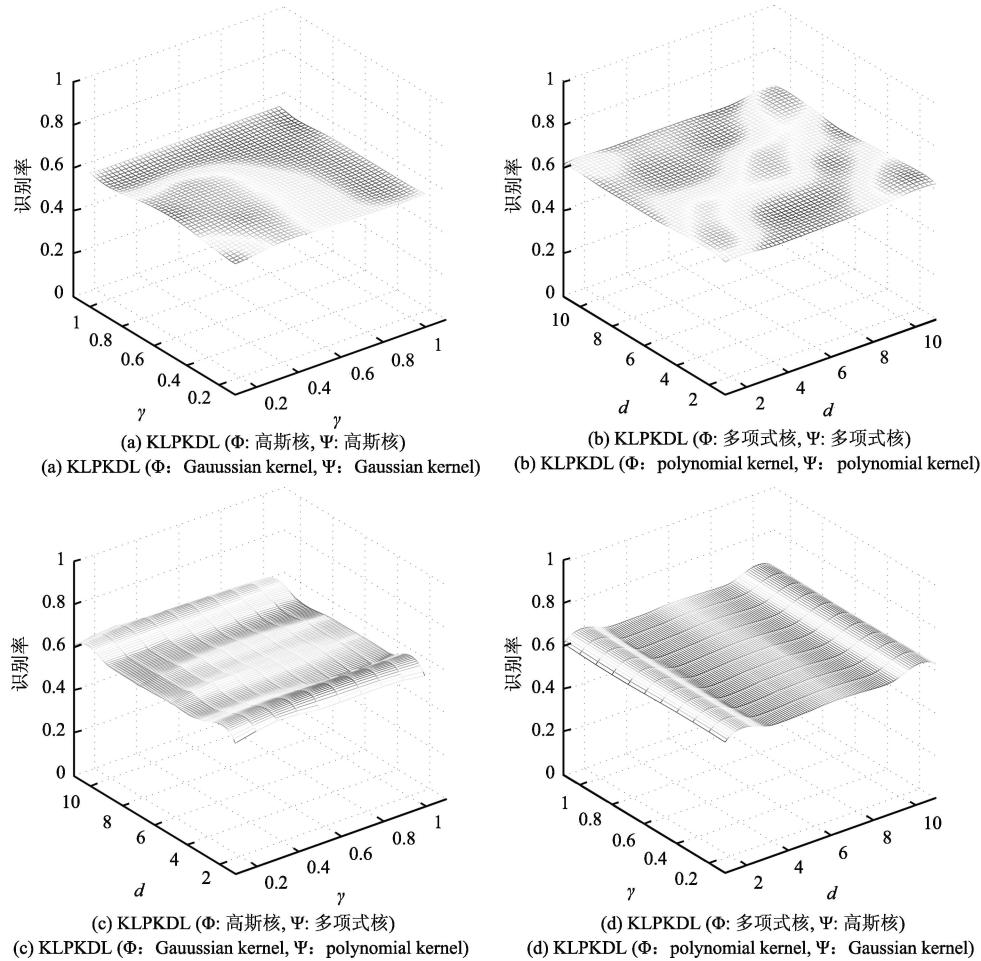


图 5 不同的核函数取值对本文提出的 KLPKDL 在哥伦比亚图像数据库上识别率的变化趋势

Fig. 5 Recognition accuracy variations of KLPKDL on database of Columbia University with different kernel parameters

表 2 各种方法在哥伦比亚图像数据库上的识别率 (%)
Table 2 Recognition accuracy on Columbia University database (%)

方法	识别率
SRC	59.92
KSR	59.73
K-SVD	55.73
FDKDL	60.81
KFDKDL	62.34
LPDL	59.68
LPKDL	62.91
KLPKDL	63.15

表 3 各种方法在 AR 上的识别率 (%)

Table 3 Recognition accuracy of various methods on AR database (%)

方法	识别率
SRC	88.80
KSR	81.40
K-SVD	88.98
FDKDL	92.85
KFDKDL	93.14
LPDL	93.85
LPKDL	94.28
KLPKDL	94.57

从表 3 可以看出, 本文提出的 KLPKDL 优于 LPKDL 方法 0.29%, 较 LPDL、SRC、KSR、K-SVD、FDKDL、KFDKDL 分别提升了 0.72%、5.77%、13.17%、5.59%、1.72%、1.43%.

5.3.3 扩展的耶鲁 B 数据库

在扩展的耶鲁 B 数据库^[23] 中, 我们将本文提出的 LPKDL、KLPKDL 算法与 SRC、KSR、K-SVD、FDKDL、KFDKDL 和 LPDL 方法相比较, 实验结果如表 4 所示.

从表 4 可以看出, 在中等亮度光照条件下, 本文提出的 LPKDL、KLPKDL、LPDL、SRC、KSR、FDKDL 和 KFDKDL 的识别率均为 100%, 优于 K-SVD 方法 5.08%. 在轻度光照条件下, 本文提出的 KLPKDL 的识别率优于 LPKDL 方法 0.22%, 较 LPDL、SRC、KSR、K-SVD、FDKDL、KFDKDL 方法分别提升了 0.44%、0.66%、0.44%、3.97%、0.04%、0.22%. 在严重的光照条件下, 本文提出的

KLPKDL 的识别率优于 LPKDL 方法 0.08%, 较 LPDL、SRC、KSR、K-SVD、FD-KDL、KFDKDL 方法分别提升了 0.46%、0.84%、1.23%、13.20%、0.46%、0.08%. 在较严重的光照条件下, 本文提出的 KLPKDL 的识别率优于 LPKDL 方法 0.28%, 较 LPDL、SRC、KSR、K-SVD、FDKDL、KFDKDL 方法分别提升了 0.70%、2.23%、2.09%、4.66%、0.98%、0.98%.

表 4 各种方法在扩展耶鲁 B 数据库上的识别率 (%)

Table 4 Recognition accuracy of various methods on extended YaleB database (%)

方法	子集 2	子集 3	子集 4	子集 5
SRC	100	89.21	88.15	25.49
KSR	100	89.43	87.76	25.63
K-SVD	94.92	85.90	75.79	23.06
FDKDL	100	89.43	88.53	26.74
KFDKDL	100	89.65	88.91	26.74
LPDL	100	89.43	88.53	27.02
LPKDL	100	89.65	88.91	27.44
KLPKDL	100	89.87	88.99	27.72

6 结语

本文在局部保持的稀疏表示字典学习的基础上, 提出了两种核化的稀疏表示字典学习方法. 1) 数据空间的原始训练样本被投影到高维核空间, 进行基于局部保持的核稀疏表示字典学习; 2) 稀疏系数的局部保持约束被推广到核局部保持约束, 进行基于核局部保持的核稀疏表示字典学习. 在哥伦比亚图像数据库、AR 数据库和扩展的耶鲁 B 数据库中的实验结果表明, 本文提出的 LPKDL 和 KLPKDL 方法相对于其他方法, 不仅使所学习的字典保持原始训练样本的局部信息, 而且在分类识别中, 其识别性能也得到显著提高.

在使用 LPP 方法构建近邻图 G 时, 若限制 k 近邻为同类别的 k 近邻时, 通常会提高 LPP 方法的判别性能. 即仅保持同类别内的近邻数据点间的近邻关系而忽略不同类别数据点之间的近邻关系有助于提高判别性能. 因此, 本文提出的 LPKDL 和 KLPKDL 方法, 在优化求解过程中, 固定字典求解稀疏系数 Y , 将每一类的系数 Y_i 从目标函数分离出来, 在局部保持项里仅考虑了同类别内各样本的系数之间的近邻关系, 类与类之间的近邻关系被丢弃. 因此, 在后续的研究中, 着重考虑保持无监督的近邻

关系, 以及在固定字典时, 如何同时优化更新所有的编码系数。此外, 由于光照强度对分类识别结果的影响较大, 因此在后续实验中, 还将致力于研究在严重光照条件下稀疏表示的核字典学习。

References

- 1 Liu Fang, Wu Jiao, Yang Shu-Yuan, Jiao Li-Cheng. Research advances on structured compressive sensing. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(12): 1980–1995
(刘芳, 武娇, 杨淑媛, 焦李成. 结构化压缩感知研究进展. 自动化学报, 2013, **39**(12): 1980–1995)
- 2 Wright J, Yang A Y, Ganesh A, Sastry S S. Robust face recognition via sparse representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, **31**(2): 210–227
- 3 Hu Zheng-Ping, Song Shu-Fen. Robust image recognition algorithm of maximum likelihood estimation sparse representation based on class-related neighbors subspace. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(9): 1420–1427
(胡正平, 宋淑芬. 基于类别相关近邻子空间的最大似然稀疏表示鲁棒图像识别算法. 自动化学报, 2012, **38**(9): 1420–1427)
- 4 Ma Xiao-Hu, Tan Yan-Qi. Face recognition based on discriminant sparsity preserving embedding. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(1): 73–82
(马小虎, 谭延琪. 基于鉴别稀疏保持嵌入的人脸识别算法. 自动化学报, 2014, **40**(1): 73–82)
- 5 Engan K, Aase S O, Hakon H J. Method of optimal directions for frame design. In: Proceedings of Acoustics, Speech, and Signal Processing. Arizona, USA: IEEE, 1999, **5**: 2443–2446
- 6 Aharon M, Elad M, Bruckstein M A. The K-SVD: an algorithm for designing of overcomplete dictionaries for sparse representation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, **54**(11): 4311–4322
- 7 Yang M, Zhang L, Feng X. Fisher discrimination dictionary learning for sparse representation. In: Proceedings of 2011 IEEE International Conference on Computer Vision(ICCV). Barcelona, Spain: IEEE, 2011. 543–550
- 8 He X F, Niyogi P. Locality preserving projections. *Advances in Neural Information Processing Systems*. Cambridge: MIT Press, 2003. 152–160
- 9 Chen Si-Bao, Zhao Ling, Luo Bin. Dictionary learning via locality preserving for sparse representation. *Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition)*, 2014, **42**(1): 142–146
(陈思宝, 赵令, 罗斌. 局部保持的稀疏表示字典学习. 华南理工大学学报(自然科学版), 2014, **42**(1): 142–146)
- 10 Scholkopf B, Smola A, Muller K R. Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem. *Neural Computation*, 1998, **10**(5): 1299–1319
- 11 Mike S, Ratsch G, Scholkopf B, Weston J, Muller R K. Fisher discriminant analysis with kernels. In: Proceedings of the 1999 IEEE Signal Processing Society Workshop. Madison, WI: IEEE, 1999. 41–48
- 12 Lu J W, Plataniotis K N, Venetsanopoulos A N. Face recognition using kernel direct discriminant analysis algorithms. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2003, **14**(1): 117–126
- 13 Gao S, Tsang I, Chia L T. Sparse representation with kernels. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, **22**(2): 423–434
- 14 Zhou Y, Liu K, Carrillo R E. Kernel-based sparse representation for gesture recognition. *Pattern Recognition*, 2013, **46**(12): 3208–3222
- 15 Yin J, Liu Z H, Jin Z, Yang W K. Kernel sparse representation based classification. *Neurocomputing*, 2012, **77**(1): 120–128
- 16 He X F, Yan S C, Hu Y X, Niyogi P. Face recognition using laplacianfaces. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, **27**(3): 328–340
- 17 Rosasco L, Verri A, Santoro M. Iterative projection methods for structured sparsity regularization [Online], available: <http://hdl.handle.net/1721.1/49428>, January 9, 2014
- 18 Yang M, Zhang L, Yang J. Metaface learning for sparse representation based face recognition. In: Proceedings of the 17th IEEE International Conference on Image Processing. Hong Kong, China: IEEE, 2010. 1601–1604
- 19 Huang R B, Su C M, Lang F N, Du M H. Kernel discriminant locality preserving projections for human face recognition. *Journal of Information and Computational Science*, 2010, **7**(4): 925–931
- 20 Wang Z Q, Qian X. Document classification algorithm using kernel LPP. In: Proceedings of 2009 International Conference on Computational Intelligence and Natural Computing. Wuhan, China: IEEE, 2009, **2**: 100–102
- 21 Nene S A, Nayar S K, Murase H. Columbia Object Image Library (COIL-20). Technical Report CUCS-005-96, February 1996 [Online], available: <http://www.cs.columbia.edu/CAVE/software/softlib/coil-20.php>, January 9, 2014
- 22 Martinez A, Benavente R. The AR Face Database. The Ohio State University CVC Tech. Report No. 24, June, 1998

- 23 Naseem I, Togneri R, Bennamoun M. Linear regression for face recognition. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2010, **32**(11): 2106–2112

- 24 Zhang D, Yang M, Feng X. Sparse representation or collaborative representation: which helps face recognition? In: Proceedings of 2011 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV). Barcelona, Spain: IEEE, 2011. 471–478



陈思宝 博士, 安徽大学计算机科学与技术学院副教授。主要研究方向为图像处理与模式识别。本文通信作者。
E-mail: sbchen@ahu.edu.cn
(CHEN Si-Bao) Ph.D., associate professor at the School of Computer Science and Technology, Anhui University. His main research interest covers image processing and pattern recognition. Corresponding author of this paper.)



赵令 安徽大学计算机科学与技术学院硕士研究生。主要研究方向为图像处理与模式识别。
E-mail: ahuzl1990@hotmail.com
(ZHAO Ling) Master Student at the School of Computer Science and Technology, Anhui University. Her research interest covers image processing and pattern recognition.)



罗斌 安徽大学计算机科学与技术学院教授。主要研究方向为模式识别与应用, 数字图像处理与应用。
E-mail: luobin@ahu.edu.cn
(LUO Bin) Professor at the School of Computer Science and Technology, Anhui University. His research interest covers pattern recognition, digital image processing and application.)