# 非线性增益递归滑模动态面自适应 NN 控制

刘 希 [1] 孙秀霞 [1] 刘树光 [1] 徐 嵩 [1] 程志浩 [1]

**摘 要** 针对一类严反馈非线性不确定系统的跟踪控制问题, 提出一种非线性增益递归滑模动态面 (Dynamic surface control, DSC) 自适应控制方法. 通过设计一个新的非线性增益函数, 并构造递归滑模动态面的控制策略和新的 Lyapunov 函数, 同时利用神经网络在线逼近系统不确定项, 该方法有效解决了具有输入饱和约束条件下系统控制精度与动态品质间的矛盾, 增强了控制器对其自身参数摄动的非脆弱性. 理论证明了闭环系统所有状态是半全局一致最终有界的, 且跟踪误差可收敛至任意小.

**关键词** 动态面控制, 滑模控制, 非线性增益, 输入饱和

**引用格式** 刘希, 孙秀霞, 刘树光, 徐嵩, 程志浩. 非线性增益递归滑模动态面自适应 NN 控制. 自动化学报, 2014, **40**(10): 2193−2202

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2014.02193

## Recursive Sliding-mode Dynamic Surface Adaptive NN Control with Nonlinear Gains

LIU Xi[1] SUN Xiu-Xia[1] LIU Shu-Guang[1] XU Song[1] CHENG Zhi-Hao[1]

**Abstract** A novel recursive sliding-mode dynamic surface adaptive control with nonlinear gains is proposed for the tracking problem of nonlinear systems in strict-feedback form. By designing a new function with nonlinear gains, contriving the strategy of recursive sliding-mode dynamic surface control (DSC) and novel Lyapunov function, and at the same time, using neural networks to approximate system uncertainty online, the new approach is able to effectively solve the contradiction of possess high control accuracy and good transient performance at the same time in the presence of input saturation and the designed controller is non-fragile to the perturbation of its own parameters. Stability analysis guarantees the semi-globally uniformly ultimate boundedness of the solution of the closed-loop system, and that ultimate tracking error bound in regulation can be made arbitrarily small.

**Key words** Dynamic surface control (DSC), sliding mode control, nonlinear gains, input saturation

**Citation** Liu Xi, Sun Xiu-Xia, Liu Shu-Guang, Xu Song, Cheng Zhi-Hao. Recursive sliding-mode dynamic surface adaptive NN control with nonlinear gains. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(10): 2193−2202

非线性系统的鲁棒自适应控制是控制理论最活跃的研究领域之一. 反推控制 (Back-stepping control)[1−3] 具有良好的过渡过程品质且非常适合于处理具有严反馈形式的非匹配不确定系统, 已被广泛运用于非线性系统的自适应控制、鲁棒控制等领域[4−7], 但是反推控制存在 “微分爆炸” 的缺陷[8], 其控制律高度复杂且对控制对象和被跟踪信号的约束条件苛刻. Swaroop 等[8−9] 提出的 “动态面控制” (Dynamic surface control, DSC) 方法, 通过引入 $n-1$ 个低通滤波器 ($n$ 为系统输出的相对阶), 避免了控制算法对中间虚拟控制量的微分, 解决了 “微分爆炸” 的问题. DSC 方法控制律相对简单, 且放松了对被控对象和参考信号的约束. 特别是 DSC 与模糊理论以及自适应神经网络等智能方法的结合, 展现了 DSC 强大的生命力, 吸引了大批学者进行了大量的研究工作并取得了丰硕的成果[10−21].

然而, 常规 DSC 方法仍然存在两个值得重视的问题: 1) 常规 DSC 是基于线性增益设计的, 这使得控制系统的控制精度与动态品质之间存在矛盾. 当控制增益过大时, 虽然能够保证较高的控制精度, 但同时也需要较大的控制量. 然而绝大多数控制执行器能提供的控制量都是有界的, 过大的控制量容易引起系统输入饱和限制, 从而诱发系统振荡甚至发散. 当控制增益过小时, 虽然能够避免出现系统输入饱和限制, 但同时又会影响控制精度. 工程实践表

收稿日期 2013-04-02 录用日期 2013-12-31
Manuscript received April 2, 2013; accepted December 31, 2013
航空科学基金 (20121396008, 20135896025) 资助
Supported by Aviation Science Foundation of China (20121396008, 20135896025)
本文责任编委 徐昕
Recommended by Associate Editor XU Xin
1. 空军工程大学航空航天工程学院 西安 710038
1. School of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi′an 710038

明, 具有 "小误差大增益, 大误差小增益" 特性的非线性增益能够有效避免因为控制增益过大引起的输入饱和限制, 协调系统控制精度与动态品质之间的矛盾. 但是直接引入非线性增益后, 基于常规 DSC 方法无法得到系统半全局一致稳定性的理论证明. 2) 常规 DSC 方法基于局部误差依次反推的策略具有一定的局限性 (第 2 节将详细分析), 使得基于常规 DSC 方法所设计的控制器虽然对系统不确定性和外界干扰具有较强的鲁棒性, 但对其控制器自身的低通滤波器时间常数 $\tau_i$ 和自适应参数的摄动非常脆弱. Swaroop 等[8−9] 最初提出 DSC 方法时就已注意到这个问题, 并给出了因参数 $\tau_i$ 稍大而引起系统发散的仿真实例. 文献 [10] 采用神经网络逼近系统不确定性, 提高了 DSC 对未建模动态的鲁棒性, 但由于神经网络的引入本身在一定程度上使得控制系统的稳定性变差, 从而导致基于局部误差依次反推的局限性更为明显.

本文基于神经网络自适应控制方法, 提出一种非线性增益递归滑模动态面自适应控制方法. 通过引入一个新的连续可导非线性增益函数, 并设计递归滑模动态面的控制结构和新的 Lyapunov 函数, 在避免反推法 "微分爆炸" 问题的同时, 有效解决了系统控制精度与动态品质间的矛盾, 增强了控制系统对其自身参数摄动的非脆弱性. 有趣的是, 递归滑模动态面的控制结构恰好能解决常规 DSC 方法在引入非线性增益函数后无法得到系统半全局一致稳定性证明的难题. 这也一定程度上说明了递归滑模动态面控制结构的合理性.

## 1 问题描述

考虑不确定非线性系统

$$\begin{cases}\dot{x}_i = x_{i+1} + f_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i) + \Delta f_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)\\ \dot{x}_n = u + f_n(\bar{\boldsymbol{x}}_n) + \Delta f_n(\bar{\boldsymbol{x}}_n)\end{cases} \tag{1}$$

其中, $\bar{\boldsymbol{x}}_i = [x_1, \cdots, x_i]^{\rm T}$, $f_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)$ 为已知系统函数, $\Delta f_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)$ 表示系统不确定性, 为未知函数. 控制的目标是使 $x_1$ 跟踪参考信号 $r(t)$. 下文用 $f_i$ 和 $\Delta f_i$ 分别表示 $f_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)$ 和 $\Delta f_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)$.

**假设 1.** 系统函数 $f_i$ 一阶连续可导, 即为 $C^1$ 类函数.

**假设 2.** 参考信号 $r(t)$ 及其微分 $\dot{r}(t)$, $\ddot{r}(t)$ 存在且满足

$$r \in \Omega_1 = \left\{(r, \dot{r}, \ddot{r}) | r^2 + \dot{r}^2 + \ddot{r}^2 \le K_0\right\} \tag{2}$$

其中 $K_0$ 为已知常数.

## 2 常规 DSC 反推策略的局限性分析

对于系统 (1) 的控制问题, 常规 DSC 方法的基本控制结构如下:

首先, 取

$$\begin{aligned}&e_1 = x_1 - r\\ &x_{2,d} = -f_1 - \frac{e_1\psi_1^2}{2\varepsilon} - k_1 e_1 + \dot{r}\\ &\tau_2\dot{z}_2 + z_2 = x_{2,d},\quad z_2(0) = x_{2,d}(0)\end{aligned} \tag{3}$$

对于 $2 \le i \le n-1$, 取

$$\begin{aligned}&e_i = x_i - z_i\\ &x_{i+1,d} = -f_i - \frac{e_i\psi_i^2}{2\varepsilon} - k_i e_i + \dot{z}_i\\ &\tau_{i+1}\dot{z}_{i+1} + z_{i+1} = x_{i+1,d},\quad z_{i+1}(0) = x_{i+1,d}(0)\end{aligned} \tag{4}$$

最后, 取

$$\begin{aligned}&e_n = x_n - z_n\\ &u_n = -f_n - \frac{e_n\psi_n^2}{2\varepsilon} - k_n e_n + \dot{z}_n\end{aligned} \tag{5}$$

其中, $\varepsilon > 0$, $k_i > 0$, $\tau_i > 0$ 为待设计参数, $z_i$ 为低通滤波器状态变量. $\psi_i$ 代表 $C^1$ 类函数 $\psi_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)$, 且满足 $|\Delta f_i| \le \psi_i$.

由于低通滤波器不可避免地存在一定的相位延迟, 即 $x_{i,d}$ 与 $z_i$ 之间必定存在一定的误差, 这使得 $e_i$ 并不能代表真实的跟踪误差 $x_i - x_{i,d}$, 因此反推时有必要考虑 $e_i$ 之间的相互关系. 常规 DSC 方法中, 虚拟控制量 $x_{i+1,d}$ 的设计仅考虑子系统跟踪误差 $e_i$ 具有一定的局限性. 如 $e_i < 0$ 将会加速减小 $e_{i-1}$, 若此时 $e_{i-1} > 0$, 这实际上是有利的, 但 $e_{i-1} < 0$ 时则是更加不利的. 可见, 每一个子系统的跟踪误差并不是越小越好. 受低通滤波器引起相位延迟的影响, 该局限性容易诱发系统振荡甚至发散. 大量实验表明, 控制增益 $k_i$ 越大, 控制器对其自身参数的摄动越脆弱, 低通滤波器时间常数 $\tau_i$ 的取值范围越小. 考虑到采样周期的限制, 过大的控制增益 $k_i$ 可能会导致参数 $\tau_i$ 没有可行解. 即使不考虑采样周期的限制, 过小的 $\tau_i$ 也容易引起系统抖振.

## 3 非线性增益递归滑模动态面控制方法

### 3.1 预备知识

#### 3.1.1 一种新型非线性增益函数

为了改善控制器的动态性能, 并能够利用 Lyapunov 函数对控制系统进行稳定性分析, 我们设计

了一种连续可导的非线性增益函数 $fzlh(x,a,b,\delta)$, 其表达式为

$$fzlh(x,a,b,\delta)=\begin{cases}x, & |x|\le\delta\\ \left(\dfrac{(|x|+c)^a+d}{b}\right)\operatorname{sgn}(x), & |x|>\delta\\ c=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{1}{1-a}}-\delta\\ d=b\delta-(\delta+c)^a\end{cases}\tag{6}$$

其中

$$0<a<1,\quad b\ge1,\quad 0<\delta<\frac{2}{1-a}\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{1-a}}\tag{7}$$

当 $\delta=0.1$, $b=1$, 分别取 $a=0.2$ 和 $a=0.4$ 时, 函数 $fzlh(x,a,b,\delta)$ 如图 1 所示.

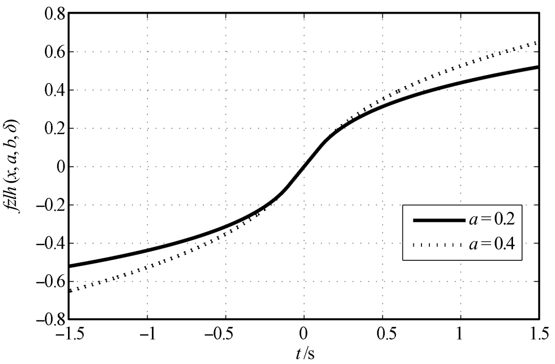


图 1　函数 $fzlh(x,a,b,\delta)$ 曲线图

Fig. 1　The curves of function $fzlh(x,a,b,\delta)$

非线性增益函数 $fzlh(x,a,b,\delta)$ 充分体现了 "小误差大增益, 大误差小增益" 等工程实践中总结出来的经验功能, 且具有许多优良性质, 在后面的控制器设计中将用到这些性质.

**性质 1.** 函数 $fzlh(x,a,b,\delta)$ 基于自变量 $x$ 严格单调递增且连续可导, 其导数表达式为

$$\frac{\mathrm{d}(fzlh(\cdot))}{\mathrm{d}x}=\begin{cases}1, & |x|\le\delta\\ \dfrac{a}{b}(|x|+c)^{a-1}, & \\ |x|>\delta & c=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{1}{1-a}}-\delta\end{cases}\tag{8}$$

**性质 2.** 定义

$$L(x,a,b,\delta)=\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}(fzlh(\cdot))}{\mathrm{d}x}x+fzlh(\cdot)\right)\tag{9}$$

则 $L(x,a,b,\delta)$ 为其自变量 $x$ 的单调增函数, 即对任意满足式 (7) 的 $a$, $b$, $\delta$, 当 $x_1\ge x_2$ 时, 有

$$L(x_1,a,b,\delta)\ge L(x_2,a,b,\delta)\tag{10}$$

由非线性增益函数 $fzlh(x,a,b,\delta)$ 的性质 1 和性质 2, 有

$$L(x,a,b,\delta)>\frac{1}{2}fzlh(x,a,b,\delta)\tag{11}$$

**性质 3.** 定义

$$N(x,a,b,\delta)=\frac{L(x,a,b,\delta)}{x}\tag{12}$$

则对于任意 $x$, 有 $N(x,a,b,\delta)>0$, 且表达式可写为

$$N(x,a,b,\delta)=\begin{cases}1, & |x|\le\delta\\ \dfrac{L(x,a,b,\delta)}{x}, & |x|>\delta\end{cases}\tag{13}$$

下文中, 用 $fzlh_i(x)$, $L_i(x)$ 和 $N_i(x)$ 分别代替 $fzlh(x,a_i,b_i,\delta_i)$, $L(x,a_i,b_i,\delta_i)$ 和 $N(x,a_i,b_i,\delta_i)$.

### 3.1.2　RBF 神经网络定义

考虑系统中的未知非线性, 本文利用 RBF 神经网络在线逼近系统不确定项 $\Delta f_i$, 则 $\Delta f_i$ 可表示为

$$\Delta f_i=\boldsymbol{W}_i^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)+\xi_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)\tag{14}$$

其中

$$\boldsymbol{W}_i^*=\arg\min_{\hat{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{p_i}}\left\{\sup_{\bar{\boldsymbol{x}}_i\in\mathbf{R}^i}\left\|\Delta f_i-\hat{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)\right\|\right\}\tag{15}$$

为理想权值向量. $\boldsymbol{\Phi}_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i):\mathbf{R}^i\to\mathbf{R}^{p_i}$ 为神经网络基函数向量, $p_i$ 为神经网络 $i$ 的隐层节点数. $\xi_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)$ 为神经网络重构误差函数. 下文用 $\boldsymbol{\Phi}_i$ 表示 $\boldsymbol{\Phi}_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)$, $\xi_i$ 表示 $\xi_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)$. 用 $\hat{\boldsymbol{W}}_i$ 表示 $\boldsymbol{W}_i^*$ 的估计值, 定义估计误差 $\tilde{\boldsymbol{W}}_i=\hat{\boldsymbol{W}}_i-\boldsymbol{W}_i^*$, 则式 (14) 可写为

$$\Delta f_i=\hat{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_i-\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_i+\xi_i\tag{16}$$

**假设 3.** 神经网络理想权值 $\boldsymbol{W}_i^*$ 有界, 即存在正常数 $W_M$, 满足 $\|\boldsymbol{W}_i^*\|<W_M$.

**假设 4.** 存在有界函数 $\rho_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)>0$, 使 $|\xi_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)|<\rho_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)$. 下文用 $\rho_i$ 代替 $\rho_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)$.

## 3.2　控制器设计

在下面的控制器设计中, $\varepsilon$, $\tau_i$ $(i=2,\cdots,n)$, $c_i$, $k_i$, $\Gamma_i$, $\sigma_i$ $(i=1,\cdots,n)$ 为待设计的控制参数, 其中 $\Gamma_i$ 为正定对角矩阵, 其余控制参数均为正常数. 设计步骤如下:

**步骤 1.** 考虑 $\dot{x}_1$- 子系统, 定义第 1 个滑模面

$$\begin{aligned} e_1 &= x_1 - r \\ s_1 &= e_1 \end{aligned} \tag{17}$$

则有

$$\dot{s}_1 = x_2 + f_1 + \Delta f_1 - \dot{r} \tag{18}$$

将式 (16) 代入式 (18), 得:

$$\dot{s}_1 = x_2 + f_1 + \hat{\boldsymbol{W}}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_1 - \tilde{\boldsymbol{W}}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_1 + \xi_1 - \dot{r} \tag{19}$$

根据式 (19), 设计如下虚拟控制律和自适应律:

$$\begin{aligned} &x_{2,d} = x_{2,d1} - \frac{L_1(s_1)x_{2,d2}^2}{2\varepsilon} - k_1 L_1(s_1) \\ &\begin{cases} x_{2,d1} = -f_1 - \hat{\boldsymbol{W}}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_1 + \dot{r} \\ x_{2,d2} = \rho_1 \end{cases} \end{aligned} \tag{20}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_1 = \Gamma_1[\boldsymbol{\Phi}_1 L_1(s_1) - \sigma_1 \hat{\boldsymbol{W}}_1] \tag{21}$$

为避免下一步设计中对虚拟控制律求导, 使用时间常数为 $\tau_2$ 的一阶低通滤波器对虚拟控制律进行滤波, 得到 $x_{2d}$ 的估计值 $z_2$:

$$\tau_2\dot{z}_2 + z_2 = x_{2,d},\ \ z_2(0) = x_{2,d}(0) \tag{22}$$

**步骤 $\boldsymbol{i}$ $(\boldsymbol{2 \le i \le n-1})$.** 考虑 $\dot{x}_i$-子系统, 定义第 $i$ 个递归滑模面:

$$\begin{aligned} e_i &= x_i - z_i \\ s_i &= c_{i-1}s_{i-1} + e_i \end{aligned} \tag{23}$$

则有

$$\dot{s}_i = c_{i-1}\dot{s}_{i-1} + x_{i+1} + f_i + \Delta f_i - \dot{z}_2 \tag{24}$$

将式 (16) 代入式 (24), 得:

$$\begin{aligned} \dot{s}_i = {} & c_{i-1}\dot{s}_{i-1} + x_{i+1} + f_i + \hat{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_i - \\ & \tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_i + \xi_i - \dot{z}_2 \end{aligned} \tag{25}$$

类似地, 设计虚拟控制律、自适应律和低通滤波器:

$$\begin{aligned} &x_{i+1,d} = x_{i+1,d1} - \frac{L_i(s_i)x_{i+1,d2}^2}{2\varepsilon} - \\ &\qquad k_i L_i(s_i) - \frac{L_{i-1}(s_{i-1})}{N_i(s_i)} \\ &\begin{cases} x_{i+1,d1} = c_{i-1}(x_{i,d1} - x_i) - f_i - \hat{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_i + \dot{z}_i \\ x_{i+1,d2} = c_{i-1}x_{i,d2} + \rho_i \end{cases} \end{aligned} \tag{26}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_i = \Gamma_i[\boldsymbol{\Phi}_i L_i(s_i) - \sigma_i \hat{\boldsymbol{W}}_i] \tag{27}$$

$$\tau_{i+1}\dot{z}_{i+1} + z_{i+1} = x_{i+1,d},\ \ z_{i+1}(0) = x_{i+1,d}(0) \tag{28}$$

**步骤 $\boldsymbol{n}$.** 考虑 $\dot{x}_n$-子系统, 定义第 $n$ 个递归滑模面:

$$\begin{aligned} e_n &= x_n - z_n \\ s_n &= c_{n-1}s_{n-1} + e_n \end{aligned} \tag{29}$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{s}_n = {} & c_{n-1}\dot{s}_{n-1} + u + f_n + \Delta f_n - \dot{z}_n = \\ & c_{n-1}\dot{s}_{n-1} + u + f_n + \hat{\boldsymbol{W}}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_n - \\ & \tilde{\boldsymbol{W}}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_n + \xi_n - \dot{z}_n \end{aligned} \tag{30}$$

最后, 设计控制输入和自适应律:

$$\begin{aligned} &u = u_{d1} - \frac{L_n(s_n)u_{d2}^2}{2\varepsilon} - k_n L_n(s_n) - \\ &\qquad c_n s_n - \frac{L_{n-1}(s_{n-1})}{N_n(s_n)} \\ &\begin{cases} u_{d1} = c_{n-1}(x_{n,d1} - x_n) - f_n - \hat{\boldsymbol{W}}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_n + \dot{z}_n \\ u_{d2} = c_{n-1}x_{n,d2} + \rho_n \end{cases} \end{aligned} \tag{31}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_n = \Gamma_n[\boldsymbol{\Phi}_n L_n(s_n) - \sigma_n \hat{\boldsymbol{W}}_n] \tag{32}$$

**注 1.** 常规 DSC 的虚拟控制量 $x_{i+1,d}$ 仅考虑了跟踪误差 $e_i$, 而本文通过定义递归滑模面 (23) 和 (29), 综合考虑了子系统跟踪误差间的关系.

**注 2.** 由式 (20), (26) 和 (31) 可以看出, 每一步虚拟控制量和最终实际控制量都引入了工程实践中总结出来的 "小误差大增益, 大误差小增益" 非线性增益功能, 可有效改善当误差较大时控制量过大、系统稳定系变差等情况.

**注 3.** 由式 (21), (27) 和 (32) 可以看出, 神经网络的自适应律中引入了工程经验的非线性增益和递归滑模参数, 可有效防止神经网络过度学习, 提高控制系统的稳定性.

### 3.3 基于新型 Lyapunov 函数的稳定性分析

**定理 1.** 考虑由被控对象 (1), 控制律 (20), (26) 和 (31) 以及自适应律 (21), (27) 和 (32) 构成的闭环系统, 当假设 1 ∼ 4 成立且系统初始状态有界 (式 (50) 中 $V(0) < p$) 时, 则存在控制参数 $\tau_i$ $(i = 2, \cdots, n)$, $c_i$, $k_i$, $\Gamma_i$, $\sigma_i$ $(i = 1, \cdots, n)$, $\varepsilon > 0$, 使闭环系统所有状态半全局一致最终有界且跟踪误差可以收敛至原点的指定小领域.

**证明.** 定义

$$V_{is}=\frac{1}{2}fzlh_i(s_i)s_i+\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\Gamma_i^{-1}\tilde{\boldsymbol{W}}_i,\quad i=1,\cdots,n \tag{33}$$

则

$$\dot{V}_{1s}=L_1(s_1)(x_2+f_1+\Delta f_1-\dot{x}_{1d})+\tilde{\boldsymbol{W}}_1^{\mathrm{T}}\Gamma_1^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}_1 \tag{34}$$

由式 (22) 和式 (23), 有

$$x_2=s_2-c_1s_1+x_{2,d}-\tau_2\dot{z}_2 \tag{35}$$

将式 (14) 和式 (35) 代入式 (34), 得

$$\dot{V}_{1s}=L_1(s_1)(s_2-c_1s_1+x_{2,d}-\tau_2\dot{z}_2+f_1+\hat{\boldsymbol{W}}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_1+\xi_1-\dot{r})+\tilde{\boldsymbol{W}}_1^{\mathrm{T}}(\Gamma_1^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}_1-\boldsymbol{\Phi}_1L_1(s_1)) \tag{36}$$

由 Young′s 不等式, 对于 $i=1,\cdots,n$, 均有

$$\frac{L_i^2(s_i)\rho_i^2}{2\varepsilon}+\frac{\varepsilon}{2}\geq|L_i(s_i)|\,\rho_i\geq|L_i(s_i)|\,|\Delta f_i| \tag{37}$$

$$\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{W}}_i\geq\frac{1}{2}\left|\tilde{\boldsymbol{W}}_i\right|^2-\frac{1}{2}|\boldsymbol{W}_i^*|^2 \tag{38}$$

由假设 3, 将式 (21), (37) 和 (38) 代入式 (36), 有

$$\dot{V}_{1s}\leq-c_1s_1L_1(s_1)-k_1L_1^2(s_1)+L_1(s_1)s_2-\frac{\sigma_1}{2\lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})}\tilde{\boldsymbol{W}}_1^{\mathrm{T}}\Gamma_1^{-1}\tilde{\boldsymbol{W}}_1+\frac{\varepsilon}{2}+\frac{\sigma_1}{2}|\boldsymbol{W}_1^*|^2-\tau_2\dot{z}_2L_1(s_1) \tag{39}$$

类似地, 对于 $2\leq i\leq n-1$ , 有

$$\dot{V}_{is}=L_i(s_i)(c_{i-1}\dot{s}_{i-1}+x_{i+1}+f_i+\Delta f_i-\dot{z}_i)\leq-c_is_iL_i(s_i)-k_iL_i^2(s_i)+L_i(s_i)s_{i+1}-L_{i-1}(s_{i-1})s_i-\frac{\sigma_i}{2\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})}\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\Gamma_i^{-1}\tilde{\boldsymbol{W}}_i-\tau_{i+1}\dot{z}_{i+1}L_i(s_i)+\frac{\varepsilon}{2}+\frac{\sigma_i}{2}|W_i^*|^2 \tag{40}$$

最后, 有

$$\dot{V}_{ns}=L_n(s_n)(c_{n-1}\dot{s}_{n-1}+u+f_n+\Delta f_n-\dot{z}_n)\leq-c_nL_n(s_n)s_n-k_nL_n^2(s_n)-L_{n-1}(s_{n-1})s_n-\frac{\sigma_n}{2\lambda_{\max}(\Gamma_n^{-1})}\tilde{\boldsymbol{W}}_n^{\mathrm{T}}\Gamma_n^{-1}\tilde{\boldsymbol{W}}_n+\frac{\sigma_i}{2}|W_n^*|^2+\frac{\varepsilon}{2} \tag{41}$$

定义

$$V_s=\sum_{i=1}^nV_{is} \tag{42}$$

则

$$\dot{V}_s\leq-\sum_{i=1}^n\frac{\sigma_i}{2\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})}\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\Gamma_i^{-1}\tilde{\boldsymbol{W}}_i+\frac{n\varepsilon}{2}-\sum_{i=1}^nk_iL_i^2(s_i)-\sum_{i=1}^nc_is_iL_i(s_i)+\sum_{i=1}^n\frac{\sigma_i}{2}\,|\boldsymbol{W}_i^*|^2-\sum_{i=1}^{n-1}\tau_{i+1}\dot{z}_{i+1}L_i(s_i) \tag{43}$$

定义低通滤波器跟踪误差

$$y_i=z_i-x_{id},\quad i=2,\cdots,n \tag{44}$$

由式 (22), (28) 和 (44), 有

$$y_i=-\tau_i\dot{z}_i \tag{45}$$

$$\dot{y}_i=-\frac{y_i}{\tau_i}-\dot{x}_{id} \tag{46}$$

由式 (20) 和式 (26), 及假设 1～3, 易知必定存在 $C^1$ 类函数 $\eta_i$, 使式 (47) 成立:

$$|\dot{x}_{id}|\leq\eta_i(s_1,\cdots,s_i,y_2,\cdots,y_i,\tilde{\boldsymbol{W}}_1,\cdots,\tilde{\boldsymbol{W}}_i,\tau_2,\cdots\tau_{i-1},k_1,\cdots k_{i-1},c_1,\cdots,c_{i-2},x_{1d},\dot{x}_{1d},\ddot{x}_{1d}) \tag{47}$$

定义 Lyapunov 函数

$$V_{iy}=\frac{y_i^2}{2} \tag{48}$$

由式 (46), 有

$$\dot{V}_{iy}\leq-\frac{y_i^2}{\tau_i}+|y_i|\,\eta_i\leq-\left(\frac{1}{\tau_i}-\frac{1}{2}\right)y_i^2+\frac{\eta_i^2}{2} \tag{49}$$

最后, 定义 Lyapunov 函数

$$V=V_s+\sum_{i=2}^nV_{iy} \tag{50}$$

由式 (43), (45) 和 (49), 有

$$\dot{V}\leq-\sum_{i=1}^n\frac{\sigma_i}{2\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})}\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\Gamma_i^{-1}\tilde{\boldsymbol{W}}_i-\sum_{i=1}^nk_iL_i^2(s_i)+\sum_{i=1}^{n-1}y_{i+1}L_i(s_i)-\sum_{i=1}^nc_is_iL_i(s_i)+\frac{n\varepsilon}{2}+\sum_{i=1}^n\frac{\sigma_i}{2}\,|\boldsymbol{W}_i^*|^2-\sum_{i=2}^n(\frac{1}{\tau_i}-\frac{1}{2})y_i^2+\sum_{i=2}^n\frac{\eta_i^2}{2} \tag{51}$$

取

$$\begin{cases}\dfrac{1}{\tau_i}\geq 1+\alpha_0,\\ k_i\geq\dfrac{1}{2}, \qquad\qquad i=1,\cdots,n-1\\ c_i>2\alpha_0,\\ k_n\geq 0\end{cases}\tag{52}$$

其中, $\alpha_0>0$. 由式 (11) 并利用 Young's 不等式有

$$\dot{V}\leq-\sum_{i=1}^{n}\frac{\sigma_i}{2\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})}\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\Gamma_i^{-1}\tilde{\boldsymbol{W}}_i- a_0\sum_{i=2}^{n}y_i^2-a_0\sum_{i=1}^{n}s_i fzlh_i(s_i)+ \sum_{i=1}^{n}\frac{\sigma_i}{2}\left|\boldsymbol{W}_i^*\right|^2+\sum_{i=2}^{n}\frac{\eta_i^2}{2}+\frac{n\varepsilon}{2}\tag{53}$$

定义紧集

$$\Omega_i=\Big\{s_1,\cdots s_i,y_2,\cdots,y_i,\tilde{\boldsymbol{W}}_1,\cdots,\tilde{\boldsymbol{W}}_i\mid \sum_{j=1}^{i}\Big(fzlh_j(s_j)s_j+\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\Gamma_i^{-1}\tilde{\boldsymbol{W}}_i\Big)+ \sum_{j=2}^{i}y_i^2\leq 2p\Big\},\qquad i=2,\cdots,n\tag{54}$$

其中, $p>0$ 为常数. 根据假设 2, 参考信号 $r$ 的属性集合 $\Omega_1$ 是已知紧集, 因此 $\Omega_1\times\Omega_i$ $(i=2,\cdots,n)$, 仍是紧集, 所以连续函数 $|\eta_i|$ 在 $\Omega_1\times\Omega_i$ 上存在最大值, 不妨设为 $M_i$. 因此由式 (53), 有:

$$\dot{V}\leq-2\mu V+C\tag{55}$$

其中

$$\mu=\min_{1\leq i\leq n}\left\{a_0,\frac{\sigma_i}{2\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})}\right\}\tag{56}$$

$$C=\frac{n\varepsilon}{2}+\sum_{i=2}^{n}\frac{M_i^2}{2}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\sigma_i}{2}\left|\boldsymbol{W}_i^*\right|^2\tag{57}$$

通过设置 $a_0$, $\sigma_i$, $\Gamma_i$ 使 $\mu>C/(2p)$, 则当 $V\geq p$ 时, $\dot{V}<0$. 因此 $V\leq p$ 是一个不变集. 即如果 $V(0)\leq p$, 则 $V(t)\leq p$ 对 $\forall t>0$ 成立. 跟踪误差最终可以收敛到半径为 $C/(2\mu)$ 的球域. 取 $\mu>\max\{C/(2p), C/\varepsilon\}$, 则 $fzlh_1(e_1)e_1\leq 2V\leq\varepsilon$. 因为 $\varepsilon$ 可以任意设置, 所以跟踪误差最终可以收敛至原点的指定小邻域. □

**注 4.** 由式 (51) ~ (53) 可以看出, 通过引入参数 $c_i$ 构造递归滑模动态面的控制控制策略, 恰好能够解决常规 DSC 方法在引入非线性增益函数后无法得到系统半全局一致稳定性证明的难题.

**注 5.** 由式 (55) 和式 (57) 可以看出, 随着系统阶数 $n$ 的增大, 误差也会随着增大. 通过增大 $\alpha_0$, $\Gamma_i$, 减小 $\varepsilon$ 可减小跟踪误差, 但会带来控制量过大的问题, 需要通过减小非线性增益函数参数 $a_i$, $\delta_i$ 来协调系统控制精度和动态性能间的矛盾.

**注 6.** 神经网络的个数应随着其逼近的不确定函数的维数和状态空间范围的增大相对增大. 在计算量和内存允许的条件下应尽可能多地增加神经网络个数, 在增加神经网络个数的同时应适当减少其自适应参数 $\Gamma_i$, 防止过学习.

## 4 控制参数的设置与优化

当 $a_i\to 1$, $b_i=1$ 和 $c_i=0$ 时, 本文方法等价于文献 [10] 方法. 可见本文方法实际上是一种更为广义的 DSC 方法, 相对于常规 DSC 方法增加了控制参数设计的自由度, 提供了改善控制性能的空间. 如何设置和优化控制参数, 是一个值得研究的课题. 下面给出一些控制参数设置的经验规则和优化方法.

1) 参数 $b_i$ 是非线性特性的微调参数, 通常可设置为 $b_i=1$.

2) 参数 $\delta_i$ 主要是防止误差为零时出现除数为零的情况, 应设置为尽量小.

3) 参数 $a_i$ 通常可设置为 $a_1=a_2=\cdots=a_n$. 当控制量过大或动态品质较差时, 应减小 $a_i$.

4) 参数 $c_i$ 应设置为 $c_n>0$, $c_{n-1}>c_{n-2}>\cdots>c_1>0$. 对于三阶系统 $(n=3)$ 通常设置 $c_2=2c_1\sim 3c_1$.

5) 参数 $k_i$ 应设置为 $k_n>k_{n-1}>\cdots>k_1>0$.

6) 当系统的控制精度或响应速度不够时, 应增大 $k_i$ 和 $c_i$.

7) 系统出现振荡或非脆弱性较差时应增大 $c_i$ 以及 $k_i/k_{i-1}$ 和 $c_i/c_{i-1}$ 的比值.

8) 神经网络参数 $\Gamma_i$ 不宜过大. 若引入神经网络后系统稳定性变差, 则应减小 $\Gamma_i$, 增大 $\sigma_i$.

9) 参数 $\tau_i$ 必须大于数字控制系统的采样周期, 通常取 $\tau_i=0.01\sim 0.05$. 在系统出现抖振的情况下, 应适度增大 $\tau_i$.

以上是经过大量实验总结出来的专家经验规则. 因本文方法对控制器自身参数的摄动具有非脆弱的特性, 应用上述规则粗略调整可设计出理想的控制器, 实现控制精度和动态品质间的平衡优化. 在此基础上, 应用遗传算法等一些现有的智能参数寻优方法可挖掘更为优越的控制性能.

## 5　仿真算例

### 5.1　仿真算例 1

为验证本文方法能有效协调常规 DSC 方法中系统控制精度和动态性能之间的矛盾, 选用如下具有输入饱和约束的弹簧–小车阻尼系统[21] 进行仿真.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= -\frac{k}{m}x_1-\frac{c}{m}x_2+\frac{1}{m}u(v(t))+\bar{d}(t)\end{aligned}\tag{58}$$

其中, 输入 $u(v(t))$ 描述如下:

$$u(v(t))=\begin{cases}\mathrm{sgn}(v(t))u_M, & |v(t)|\ge u_M\\ v(t), & |v(t)|<u_M\end{cases}\tag{59}$$

外界干扰 $\bar{d}(t)=0.1\sin(x_1+x_2)$, $x_1$ 和 $x_2$ 分别为小车位置和速度, $m$ 为小车质量, $k$ 为弹簧强度常数, $c$ 为阻尼系数. 最大输入 $u_M=20\,\mathrm{N}$. 设 $m=1\,\mathrm{kg}$, $c=2\,\mathrm{N\cdot s/m}$, $k=8\,\mathrm{N/m}$. 理想输出指令为 $r(t)=-0.2\cos(3\pi t)+0.2m$ , 初始值 $x_1(0)=0.5\,\mathrm{m}$, $x_2(0)=0\,\mathrm{m/s}$. 采用文献 [10] 方法和本文方法进行仿真 (控制器设计中不考虑输入饱和约束). 两种方法采用一个相同的神经网络在线逼近 $\bar{d}(t)$, 且其隐层神经元个数 $p_2$ 为 100, 神经网络的高斯基函数 $\mathbf{\Phi}_i=\exp(-\frac{\|\bar{\boldsymbol{x}}_i-\mu_i\|^2}{\sigma})$, 神经网络初始权值 $\hat{\boldsymbol{W}}_2^0=\mathbf{0}$, 中心值 $\mu_i$ 在区间 $[0,0.4]$ 均匀取值, 尺度因子 $\sigma=0.04$. 两种控制方法相同的控制参数取 $\tau_2=0.01$, $\varepsilon=0.01$, $\rho_2=0.01$, $\Gamma_2=\mathrm{diag}\,\{5\}$, $\sigma_1=\sigma_2=10^{-3}$. 本文方法其余的控制参数取 $c_1=3$, $c_2=2$, $a_1=a_2=0.05$, $b_1=b_2=1$, $\delta_1=\delta_2=10^{-5}$. 分别取两组控制增益参数进行仿真:

1) $\{k_1=4, k_2=6\}$;

2) $\{k_1=40,\ k_2=60\}$.

仿真结果如图 2 和图 3 所示. 可以看出当取较小的控制增益时, 两种方法都可避免出现输入饱和的限制, 但控制精度都不高. 当取较大的控制增益时, 本文方法既避免了出现输入饱和限制, 又保证了较高的控制精度, 而文献 [10] 方法引起了输入饱和的限制进而引起了系统的振荡.

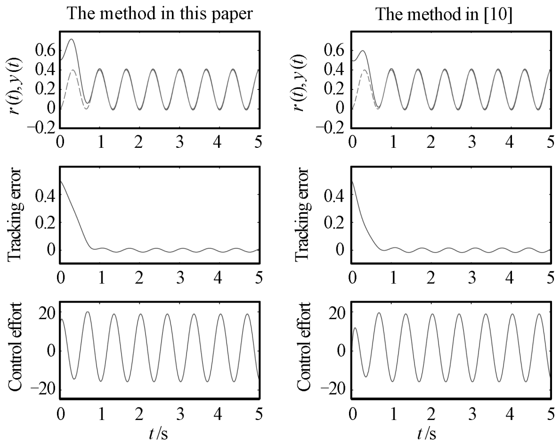


图 2　$\{k_1=4,\ k_2=6\}$ 控制效果对比

Fig. 2　Performance contrast of $\{k_1=4,\ k_2=6\}$

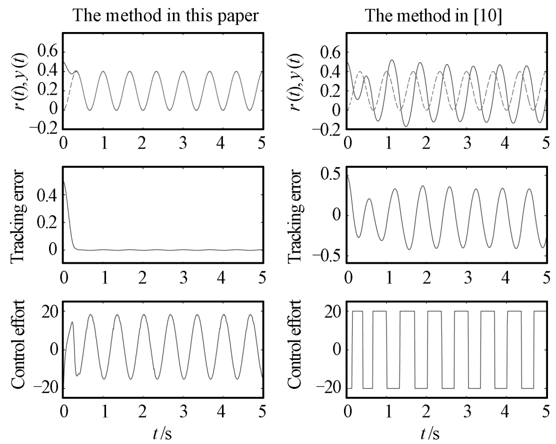


图 3　$\{k_1=40,\ k_2=60\}$ 控制效果对比

Fig. 3　Performance contrast of $\{k_1=40,\ k_2=60\}$

### 5.2　仿真算例 2

为验证本文方法设计的控制系统对控制器自身参数的摄动具有非脆弱性的优势, 选择文献 [10] 提出的神经网络 DSC 方法与本文方法进行仿真对比. 直接选用文献 [10] 仿真所用非匹配不确定非线性系统:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2+\Delta f_1(\bar{\boldsymbol{x}}_1)\\ \dot{x}_2 &= x_3+\Delta f_2(\bar{\boldsymbol{x}}_2)\\ \dot{x}_3 &= u\end{aligned}\tag{60}$$

其中, $\Delta f_1(\bar{\boldsymbol{x}}_1)$, $\Delta f_2(\bar{\boldsymbol{x}}_2)$ 为未知非线性函数. 控制的目的是设计控制输入 $u$, 使 $x_1$ 跟踪参考信号 $r(t)$. 在仿真中设 $\Delta f_1(\bar{\boldsymbol{x}}_1)=x_1^3$, $\Delta f_2(\bar{\boldsymbol{x}}_2)=x_1^2+x_2^2$, 系统初始状态为 $[x_{10},x_{20},x_{30}]=[0,1,0]$, 参考信号 $r(t)=\sin(t)$.

本文方法和文献 [10] 相同的控制参数取 $\rho_1=\rho_2=10^{-4}$, $k_1=40$, $k_2=k_3=60$, $\varepsilon=0.2$, $\sigma_1=\sigma_2=10^{-3}$; 本文方法另外的控制参数取 $a_1=a_2=a_3=0.5$, $b_1=b_2=b_3=1$, $\delta_1=\delta_2=\delta_3=10^{-9}$, $c_1=10$, $c_2=30$, $c_3=5$. 两种方法采用两个相同的神经网络, 且其隐层神经元个数 $p_1$, $p_2$ 分别为 10 和 100, 神经网络的高斯基函数 $\mathbf{\Phi}_i=\exp(-\frac{\|\bar{\boldsymbol{x}}_i-\mu_i\|^2}{\sigma})$,

神经网络初始权值 $\hat{\boldsymbol{W}}_1^0 = \mathbf{0}$, $\hat{\boldsymbol{W}}_2^0 = \mathbf{0}$, 中心值 $\mu_i$ 在区间 $[-1, 1]$ 均匀取值, 尺度因子 $\sigma = 0.1$. 分别取如下 5 组低通滤波器时间常数 $\tau_2, \tau_3$ 和神经网络学习速率参数 $\Gamma_1, \Gamma_2$ 进行仿真.

1) $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.020\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{5\}$;

2) $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.020\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{200\}$;

3) $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.026\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{5\}$;

4) $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.026\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{50\}$;

5) $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.028\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{5\}$.

仿真结果如图 4～8 所示. 可以看出, 本文方法对控制器的参数取值具有较强的鲁棒性, 且具有良好的动态品质. 而文献 [10] 方法对控制器自身参数的摄动较为敏感, 控制器参数设置稍有不当就可能引起系统振荡甚至发散. 特别地, 本文方法放宽了对

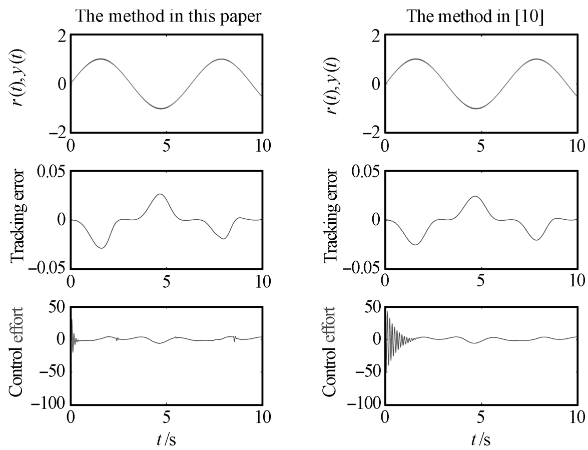


图 4 $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.02\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{5\}$ 控制效果对比

Fig. 4 Performance contrast of $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.02\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{5\}$

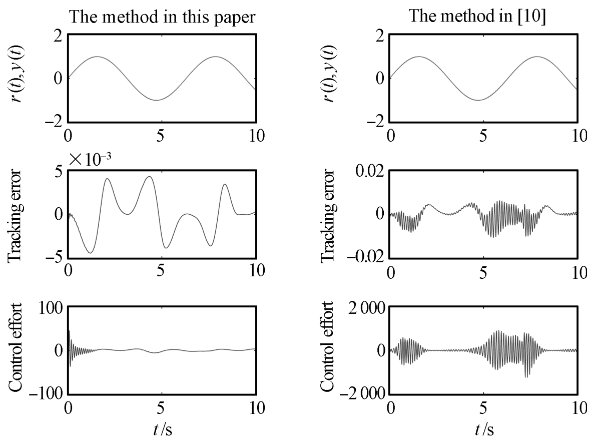


图 5 $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.02\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{200\}$ 控制效果对比

Fig. 5 Performance contrast of $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.02\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{200\}$

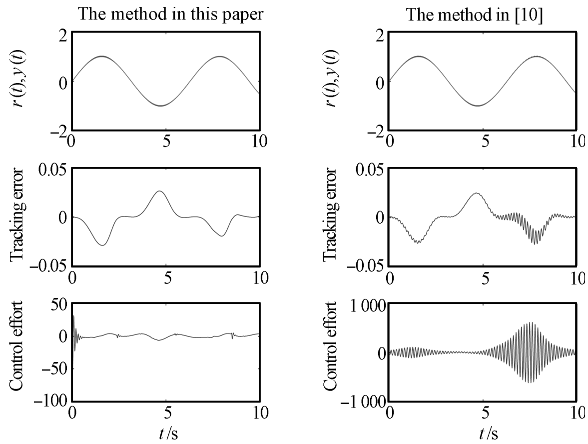


图 6 $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.026\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{5\}$ 控制效果对比

Fig. 6 Performance contrast of $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.026\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{5\}$

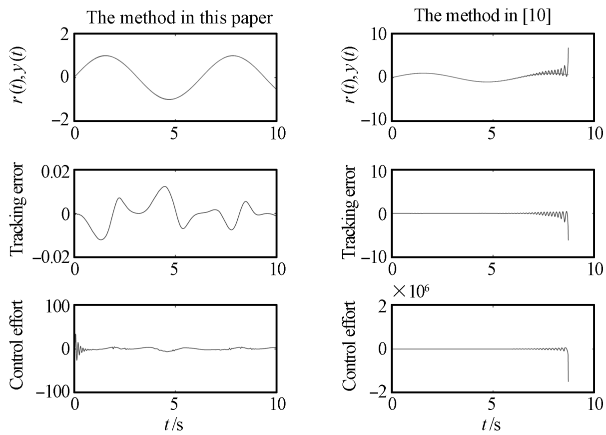


图 7 $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.026\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{50\}$ 控制效果对比

Fig. 7 Performance contrast of $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.026\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{50\}$

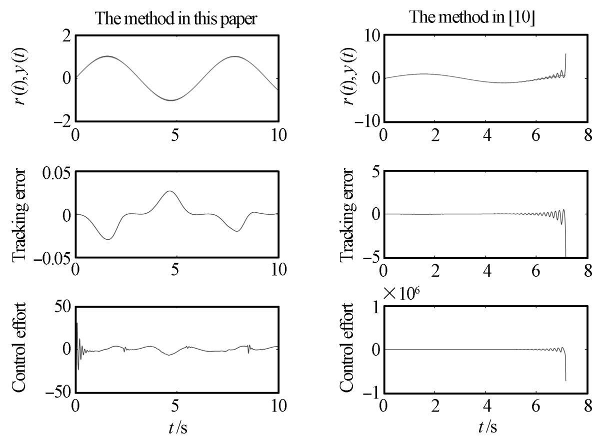


图 8 $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.028\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{5\}$ 控制效果对比

Fig. 8 Performance contrast of $\{\tau_2 = \tau_3 = 0.028\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{5\}$

$\tau_i$ 的取值范围, 在实际数字控制系统中, 可降低对控制器采样频率的要求.

### 5.3　控制器对自身参数摄动敏感度分析

为分析本文控制器对自身参数摄动的敏感度, 本节通过数值仿真探索递归滑模参数 $c_i$ 与控制器低通滤波器时间常数 $\tau_i$ 的取值范围间的关系. 仍然选用仿真算例 2 的被控系统, 并取 $\Gamma_1=\Gamma_2=\mathrm{diag}\{5\}$, $[c_1,c_2,c_3]=c[1,3,3]$, $\tau_2=\tau_3=\tau$, 其余参数与仿真算例 2 相同. 以参数 $c$ 的取值为横坐标, 参数 $\tau$ 的取值范围为纵坐标, 分析参数 $c$ 的取值与控制器对参数 $\tau$ 摄动灵敏度的关系. 仿真结果如图 9 所示, 图中黑色部分为参数 $\tau$ 的取值范围. 可见增大递归滑模参数 $c$ 可有效提高参数 $\tau$ 的取值范围, 从而减低控制系统对参数 $\tau$ 的敏感度. 实际上减少非线性增益函数参数 $a_i$, $\delta_i$ 也能增强系统对低通滤波器时间常数以及神经网络自适应参数的非脆弱性.

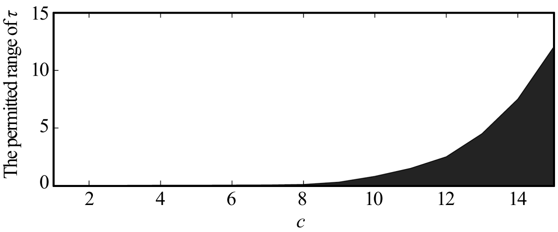


图 9　$\tau$ 的取值范围

Fig. 9　The permitted range of $\tau$

## 6　结论

本文将滑模控制原理与 DSC 方法有机结合, 同时利用神经网络在线逼近系统不确定性, 提出了一种非线性增益的递归滑模动态面自适应控制方法. 该方法通过引入一个新的非线性增益函数, 设计递归滑模动态面的控制策略并构造新的 Lyapunov 函数, 有效解决了常规 DSC 方法中系统控制精度和动态性能间的矛盾, 能够避免因控制增益过大而引起的输入饱和约束, 同时该方法大大增强了控制系统对自身参数摄动的非脆弱性. 需要指出, 本文方法也增加了控制参数, 控制参数的调整与优化是一个值得研究的课题.

## References

1 Saberi A, Kokotovic P V, Sussnam H J. Global stabilization of partially linear composite systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1990, **128**(6): 1491−1503

2 Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Morse A S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, **36**(11): 1241−1253

3 Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. Nonlinear design of adaptive controllers for linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, **39**(4): 738−752

4 Hang T, Ge S S, Hang C C. Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using backstepping design. *Automatica*, 2000, **36**(12): 1835−1846

5 Yang Y S, Zhou C J. Adaptive fuzzy $H_1$ stabilization for strict-feedback canonical nonlinear systems via backstepping and small-gain approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2005, **13**(1): 104−114

6 Wen C Y, Zhou J, Wang W. Decentralized adaptive backstepping stabilization of interconnected systems with dynamic input and output interactions. *Automatica*, 2009, **45**(1): 55−67

7 Zhou J, Wen C Y, Wang W. Adaptive backstepping control of uncertain systems with unknown input time-delay. *Automatica*, 2009, **45**(6): 1415−1422

8 Swaroop D, Gerdes J C, Yip P P, Hedrick J K. Dynamic surface control of nonlinear systems. In: Proceedings of the 1997 American Control Conference. Albuquerque, New Mexico: IEEE, 1997: 3028−3034

9 Swaroop D, Hedrick J K, Yip P P, Gerdes J C. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(10): 1893−1990

10 Wang D, Huang J. Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, **16**(1): 195−202

11 Yoo S J, Park J B, Choi Y H. Adaptive dynamic surface control for stabilization of parametric strict feedback nonlinear systems with unknown time delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(12): 2360−2365

12 Li T S, Wang D, Gang F, Tong S C. A DSC approach to robust adaptive NN tracking control for strict-feedback nonlinear systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2010, **40**(3): 915−927

13 Wang C L, Lin Y. Adaptive dynamic surface control for linear multivariable systems. *Automatica*, 2010, **46**(10): 1703−1711

14 Zhang T P, Ge S S. Adaptive dynamic surface control of nonlinear systems with unknown dead zone in pure feedback form. *Automatica*, 2008, **44**(7): 1895−1903

15 Wang Yun-Jian, Liu He-Ping, Wang Ling. Self-optimize adaptive dynamic surface control. *Control and Decision*, 2010, **25**(6): 939−942
(王允建, 刘贺平, 王玲. 自寻优自适应动态面控制. 控制与决策, 2010, **25**(6): 939−942)

16 Song B, Hedrick J K. Observer-based dynamic surface control for a class of nonlinear systems: an LMI approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(11): 1995−2001

17 Zhang X Y, Lin Y. A robust adaptive dynamic surface control for nonlinear systems with hysteresis input. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(9): 1264−1271

18 Jia Tao, Liu Jun, Qian Fu-Cai. Adaptive fuzzy dynamic surface control for a class of nonlinear systems with unknown time-delays. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(1): 83−91
(贾涛, 刘军, 钱富才. 一类非线性时滞系统的自适应模糊动态面控制. 自动化学报, 2011, **37**(1): 83−91)

19 Li Tie-Shan, Zou Zao-Jian, Luo Wei-Lin. DSC-backstepping based robust adaptive NN control for nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2008, **34**(11): 1424−1430
(李铁山, 邹早建, 罗伟林. 基于 DSC 后推法的非线性系统的鲁棒自适应 NN 控制. 自动化学报, 2008, **34**(11): 1424−1430)

20 Chen W S, Jiao L C, Du Z B. Output-feedback adaptive dynamic surface control of stochastic non-linear systems. *IET Control Theory Applications*, 2010, **4**(12): 3012−3021

21 Wen C Y, Zhou J, Liu Z T, Su H Y. Rubust adaptive control of uncertain nonliner systems in the presence of input saturation and external disturbance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(7): 1672−1678

**刘 希** 空军工程大学航空航天工程学院博士研究生. 主要研究方向为滑模控制理论与应用和飞行控制.
E-mail: liuxiafeu@126.com
(**LIU Xi** Ph. D. candidate at the School of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University. His research interest covers theory and application of sliding mode control and flight control.)

**孙秀霞** 空军工程大学航空航天工程学院教授. 主要研究方向为自适应控制, 智能控制和滑模控制. 本文通信作者.
E-mail: kgycw@163.com
(**SUN Xiu-Xia** Professor at the School of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University. Her research interest covers adaptive control, intelligent control, and sliding mode control. Corresponding author of this paper.)

**刘树光** 空军工程大学航空航天工程学院讲师. 主要研究方向为动态面控制.
E-mail: dawny418@126.com
(**LIU Shu-Guang** Lecturer at the School of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University. His main research interest is dynamic surface control.)

**徐 嵩** 空军工程大学航空航天工程学院博士研究生. 主要研究方向为信息融合和先进控制理论与应用.
E-mail: xusong_pla@163.com
(**XU Song** Ph. D. candidate at the School of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University. His research interest covers information fusion, advanced control theory and application.)

**程志浩** 空军工程大学航空航天工程学院硕士研究生. 主要研究方向为飞行控制. E-mail: xusong_pla@163.com
(**CHENG Zhi-Hao** Master student at the School of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University. His main research interest is flight control.)