含缺失数据的小波-卡尔曼滤波故障预测方法

杜党波 [1] 张 伟 [2] 胡昌华 [1] 周志杰 [1] 司小胜 [1] 张建勋 [1]

摘 要 研究了复杂系统存在缺失数据时的故障预测问题. 首先, 针对测试数据的非平稳性, 在小波-卡尔曼滤波预测模型的基础上进行了改进, 并利用期望最大化算法对模型参数进行了在线更新, 提高其对非平稳时间序列的预测能力; 其次, 将数据缺失通过一个满足伯努利分布的随机变量描述, 实现了缺失数据情况下小波-卡尔曼滤波状态估计. 基于此, 提出了缺失数据下的故障预测算法; 最后, 通过数值仿真和实例验证, 说明了所提算法的有效性和可行性.

关键词 缺失数据, 小波分析, 卡尔曼滤波, 期望最大化算法, 故障预测

引用格式 杜党波, 张伟, 胡昌华, 周志杰, 司小胜, 张建勋. 含缺失数据的小波-卡尔曼滤波故障预测方法. 自动化学报, 2014, **40**(10): 2115−2125

DOI 10.3724/SP.J.1004.2014.02115

A Failure Prognosis Method Based on Wavelet-Kalman Filtering with Missing Data

DU Dang-Bo[1] ZHANG Wei[2] HU Chang-Hua[1] ZHOU Zhi-Jie[1] SI Xiao-Sheng[1] ZHANG Jian-Xun[1]

Abstract This paper concerns the problem of failure prediction for complex systems in the presence of missing data. First, an improved wavelet-Kalman filtering based prediction method is presented to incorporate non-stationary characteristics of the measured data. In the presented method, to improve its predictive capacity, the expectation maximization (EM) algorithm is applied to online updating the parameters of the filtering model. Secondly, the data missing mechanism is described by a Bernoulli distributed random variable. In this case, the state of the system can be estimated through the presented wavelet-Kalman filter with the EM-based parameters updating mechanism. Together with the above developments, an algorithm is presented for failure prediction in presence of missing data. Finally, the results of a numerical example and case study validate the effectiveness and feasibility of the developed method.

Key words Missing data, wavelet analysis, Kalman filter, expectation maximization (EM) algorithm, fault prediction

Citation Du Dang-Bo, Zhang Wei, Hu Chang-Hua, Zhou Zhi-Jie, Si Xiao-Sheng, Zhang Jian-Xun. A failure prognosis method based on wavelet-Kalman filtering with missing data. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(10): 2115−2125

随着人类科技的进步, 工程实际中的系统变得越来越复杂, 这类系统一旦发生故障将会带来巨大的损失, 甚至威胁到人员安全. 因此, 提高故障预测精度对提高复杂系统的可靠性和安全性, 改善其维护策略和体制均有重要意义[1]. 在工程实际中, 这些复杂系统测试序列大多都具有非平稳、非线性特征且能够表征系统的故障情况, 例如陀螺漂移一次项系数等.

现有方法利用测试数据进行故障预测时, 常采用基于统计回归的方法、基于智能的方法、基于随机的方法、基于灰色理论的方法、基于组合预测的方法等[2−5]. 在这些方法中, 组合预测能够将各单一预测方法的优点结合起来, 可以提高预测精度[6]. 文献[7] 通过分析得出了负荷数据的小波分解系数具有随机游走特性, 采用小波-卡尔曼滤波预测方法, 对于负荷等数据具有很好的预测效果. 相比于其他方法, 小波-卡尔曼滤波方法综合了两者的优势, 同时具有多分辨特性、实时性、递归性和易实现等特点.

然而, 在工程实际中, 很多测试数据不可避免地存在数据不完整、数据缺失和不等间隔采样的问题, 比如数据传输中断、传感器维修更换、人为因素造成的数据丢失等. 已有的预测方法只是进行简单的删除、抽样或插值计算, 不能得到预测结果或得到的结果误差较大. 而很多测试数据由于样本量较少或系统内在特性原因, 并不能对缺失样本进行省略或

收稿日期 2013-08-27 录用日期 2014-03-28
Manuscript received August 27, 2013; accepted March 28, 2014
国家自然科学基金 (61174030, 61374126, 61370031), 国家杰出青年基金 (61025014) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61174030, 61374126, 61370031), and National Science Fund for Distinguished Young Scholars of China (61025014)
本文责任编委 钟麦英
Recommended by Associate Editor ZHONG Mai-Ying
1. 第二炮兵工程大学 302 教研室 西安 710025 2. 第二炮兵工程大学 403 教研室 西安 710025
1. Department of Automation, Xi′an Institute of Hi-Tech, Xi′an 710025 2. Department of Information, Xi′an Institute of Hi-Tech, Xi′an 710025

省略缺失数据点. 更重要的是, 当数据序列中缺失数据比例较大或连续缺失点较多时, 如果采用跳过或省略数据缺失点而形成不等间隔采样处理缺失数据的策略, 会导致状态估计误差发散和滤波器不稳定等现象, 使得状态估计结果不可靠而难以应用[8−10]. 鉴于此, 研究存在缺失数据情况下的故障预测问题, 具有重要意义.

自 1969 年 Nahi[11] 提出缺失数据问题以来, 该问题在线性系统、不确定系统、时延系统、网络化系统等方面都得到了深入研究[12−13]. 此外, 在生物医学领域, 数据缺失也是经常出现且急需解决的问题. 文献 [14] 针对广义线性模型处理这类缺失数据的方法进行了对比性综述.

在以上文献中, 缺失数据的表示方法可以分为马尔科夫序列方式和通过伯努利分布的随机变量的方式来表示两类. 在马尔科夫表示方法中, 文献 [15] 研究了线性离散随机系统缺失数据时的状态估计问题, 文献 [9] 考虑了线性系统随机丢包时最优估计的稳定性问题; 在伯努利分布的随机变量表示方式中, 文献 [10] 中提出了一种将数据是否缺失与观测噪声方差对应起来的建模方法, 但这只考虑了一次观测数据缺失时是全部丢失的情况. 文献 [16] 将这种情况进行了扩展, 讨论了二维系统中部分观测数据丢失的情况, 二者都对丢失概率的统计特性进行了分析, 提出了系统稳定收敛情况下丢失概率的界. 文献 [17] 考虑了数据部分缺失的情况. 以上这些文献都是假设观测有用信息丢失, 但一次观测是能够收到数据的, 也就是说一次观测到的数据不含有信号的输出信息, 只含有观测噪声等与状态不相关的数据. 值得注意的是, 在实际中更为常见的是文献 [16] 考虑的问题, 即采用一个伯努利分布的随机变量来表示数据的缺失与否, 并将其推广到多维. 基于此, 本文主要研究的是当一次观测中部分观测数据为 0 时, 怎样使用小波-卡尔曼滤波建立预测模型并进行故障预测.

采用小波-卡尔曼滤波方法进行故障预测时, 对模型的精度要求很高, 尤其是含有缺失数据时, 部分信息是丢失的, 在预测时就更为困难. Zheng 等[7] 在设计小波-卡尔曼滤波时是在小波系数随机游走的前提下考虑的, 而工程实际中很多测试序列并不能满足随机游走的前提, 所以需要对系统模型进行改进. 本文根据小波系数之间的关系, 提出了改进的小波-卡尔曼滤波模型. 在模型参数估计时, 由于处理的数据存在缺失, 采用缺失情况下一个很有效的方法, 即期望最大化 (Expectation maximization, EM) 算法对改进后的模型参数进行估计[18].

为了解决采用现有小波-卡尔曼滤波方法进行故障预测时出现缺失数据而无法处理的问题, 本文首先对小波-卡尔曼滤波模型进行了改进, 采用 EM 算法对模型参数进行估计; 而后研究了缺失数据情况下的状态估计问题. 基于此, 提出了缺失数据下的故障预测算法; 最后, 通过数值仿真和实验验证了该方法预测的准确性.

1 问题描述

首先, 引入完整数据情况下的小波-卡尔曼滤波预测模型[7]. 对于某一非平稳时间序列数据,

$$z(t) = s(t) + v(t) \tag{1}$$

其中, $s(t)$ 是非随机部分, $v(t)$ 是随机干扰项.

设 $\{V_j\}_{j\in\mathbf{Z}}$ 为 $L^2(\mathbf{R})$ 的一个多分辨分析, $\phi(x)$ 为 $\{V_j\}$ 中的正交尺度函数, $\psi_{j,m}(t)$ 为小波函数. 在最细尺度 M 上, $z(t)$、$s(t)$、$v(t)$ 在选定长度的周期或数据段 (以下均称为周期) 内可分别表示为:

$$\begin{cases} z(t) \approx z_M(t) = \sum\limits_{i=0}^{2^M-1} z(i)\phi_{M,i}(i) \\ s(t) \approx s_M(t) = \sum\limits_{i=0}^{2^M-1} s(i)\phi_{M,i}(i) \\ v(t) \approx v_M(t) = \sum\limits_{i=0}^{2^M-1} v(i)\phi_{M,i}(i) \end{cases} \tag{2}$$

对 $s(t)$ 进行离散小波变换后, 带入上式可得:

$$\sum_{i=0}^{2^M-1} z(i)\phi_{M,i}(i) = \sum_{m=0}^{2^L-1} c_{s,m}^L \phi_{L,m}(t) + \sum_{j=L}^{M-1}\sum_{m=0}^{2^j-1} d_{s,m}^j \psi_{j,M}(t) + \sum_{i=0}^{2^M-1} v(i)\phi_{M,i}(i) \tag{3}$$

对上式两端同时与 $\phi_{M,r}(t)$ 做内积, 有:

$$\left\langle \sum_{i=0}^{2^M-1} z(i)\phi_{M,i}(i), \phi_{M,r}(r) \right\rangle = \langle cd, uw\rangle + \left\langle \sum_{i=0}^{2^M-1} v(i)\phi_{M,i}(i), \phi_{M,r}(t) \right\rangle \tag{4}$$

其中,

$$cd = \sum_{m=0}^{2^L-1} c_{s,m}^L \phi_{L,m}(t) + \sum_{j=L}^{M-1}\sum_{m=0}^{2^j-1} d_{s,m}^j \psi_{j,m}(t) \tag{5}$$

$$uw = \sum_{m=0}^{2^L-1} u_m^L \phi_{L,m}(t) + \sum_{j=L}^{M-1}\sum_{m=0}^{2^j-1} w_m^j \psi_{j,m}(t) \tag{6}$$

上式可整理为:

$$z(r) = H_r \cdot Ws + v(r) \tag{7}$$

其中, H_r 为小波重构矩阵的第 r 行, Ws 为小波系数, $r = 1, 2, \cdots, 2^M$.

当小波系数服从随机游走时, 可将小波系数看作状态变量. 由此, 可将 $z(k)$ 描述为状态方程形式[7]:

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + w_k \\ z_k^i = H_i x_k + v_k^i \end{cases} \tag{8}$$

其中, i=1, 2, $\cdots$, $N, N = 2^n$, N 为所选周期长度, A 为 $N \times N$ 的观测阵即小波重构矩阵, k 表示周期的序号, x_k 为 N 维状态变量即小波系数, w、v 分别为 N 维系统噪声和观测噪声, 并假设其满足以下统计特性:

$$\begin{aligned} &\mathrm{E}\{w_k\} = 0, \mathrm{E}\{w_k, w_j^{\mathrm{T}}\} = Q_k \sigma_{k,j} \\ &\mathrm{E}\{v_k^j\} = 0, \mathrm{E}\{v_k^j, (v_j^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\} = R_k \sigma_{k,j} \\ &\mathrm{E}\{w_k, (v_j^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\} = 0, k = 1, 2, \cdots \end{aligned} \tag{9}$$

其中, Q_k 为对称非负定阵, R_k 为对称正定阵.

通常数据缺失时, 采用一个满足伯努利分布的随机变量 γ 来表示数据是否缺失, $\gamma = 1$ 时, 为不缺失; $\gamma = 0$ 时, 为缺失. 文献 [10] 提出了一种将数据是否缺失与观测噪声方差对应起来的建模方法, 即:

$$p(v_t|\gamma_t) = \begin{cases} \mathrm{N}(0, R), & \gamma_t = 1 \\ \mathrm{N}(0, \sigma^2 I), & \gamma_t = 0 \end{cases} \tag{10}$$

式中, 测试数据是指系统正常运行但测试数据因为某种情况而发生了丢失, 即本应有测试数据的时刻没有得到测试数据, 相当于得到的测试数据序列是不等间隔测量的. 卡尔曼滤波方法可以直接处理这种不等间隔的测量数据. 然而, 当数据序列中缺失数据比例比较大或连续缺失点较多时, 若采用构建不等间隔测量序列处理缺失数据的策略, 会导致状态估计误差发散和滤波器不稳定等现象. 综上, 本文要解决的问题为: 1) 研究小波-尔曼滤波模型改进与参数更新问题, 实现在非平稳情况下模型的高精度预测; 2) 解决存在缺失数据情况下小波-卡尔曼滤波状态估计问题.

2　含缺失数据的小波-卡尔曼滤波故障预测方法

2.1　改进的小波-卡尔曼滤波模型

工程实际中很多测试序列并不能满足随机游走的前提, 虽然在进行状态估计时可采用周东华等[19]提出的强跟踪滤波方法进行跟踪, 得到不错的结果, 但这只能缓解趋势项所带来的影响, 在进行多步预测时效果较差. 要从根本上解决这个问题, 就必须考虑小波系数之间的关系, 即状态之间的关系, 也就是要对模型的系统矩阵 A 进行改进.

小波分解由于其多分辨率特性可将 $L^2(\mathbf{R})$ 中的数据描述为具有一系列近似函数的逼近极限, 其中每个近似函数都是原数据在不同分辨率空间上的投影. 通过这些投影可分析和研究原数据在不同分辨率子空间上的性态和特征. 在采用小波对数据进行正交分解时, 数据是被分解到不同的相互正交的子空间上, 并在该空间的小波基上展开, 具体分解示意图如图 1 所示.

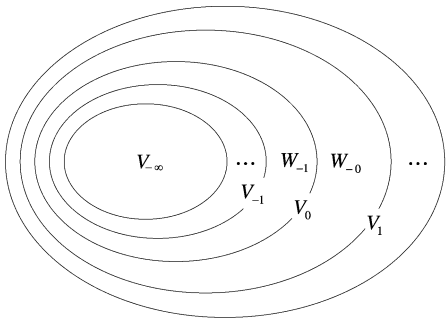


图 1　小波正交分解图

Fig. 1　Graph of wavelet orthogonal decomposition

从图 1 可以看出, 在 W_i 子空间中分解的是高频系数, 在 V_i 子空间中分解的是低频系数. 由于 $V_i \perp W_i, W_i \perp W_j$, 所以当小波分解层数确定后, 分解得到的低频系数和高频系数所在的子空间相互正交. 因此, 在对小波-卡尔曼滤波状态进行预测时, 只需考虑每一层内的变化即可. 若小波-卡尔曼滤波分解选为 n 层, 即状态向量选为 $N = 2^n$ 维, 由定义可知, 最后一层的低频系数和高频系数各只有 1 个, 第 i 层的高频系数为 $dn_i = 2^i$ 个. 而高频部分通常为随机项和噪声, 即可采用自回归模型 (Autoregressive, AR) 模型进行建模[20], 则可将系统矩阵写成如下形式:

$$A_k = \begin{bmatrix} A1 & & & \\ & A2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & An \end{bmatrix}$$

$$Ai=\begin{bmatrix} a_i^{11} & a_i^{12} & \cdots & a_i^{1dn_i} \\ a^{21_i} & a_i^{21} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_i^{dn_i1} & a_i^{dn_i2} & \cdots & a_i^{dn_idn_i} \end{bmatrix}$$

其中, $i=1,2,\cdots,n$. 进而系统模型可改进为:

$$\begin{cases} x_{k+1}=\sum\limits_{s=0}^{r}A_sx_{k-s|k-s}+w_k \\ z_k^i=H_ix_k+v_k^i \end{cases} \tag{11}$$

式中, A_s 为第 $k-s$ 步的系统矩阵, $x_{k-s|k-s}$ 为第 $k-s$ 步估计的状态. 在实际中, n 一般不取较大的值, 由已知周期或专家经验确定. 当一个周期数据过长时, 可用 Zheng 等[7] 采用的抽样分组进行预测而后合并的方法. 由式 (11) 可知, 可将小波分解的高频系数看作 AR 模型来进行建模, 其中 r 为各层系数, AR 模型中最大的阶数. 当分解层数较多时, 其部分高频系数大都反映噪声或不可建模预测的随机部分, 为方便计算, 其对应的 A_i 看作单位阵.

2.2 参数更新和状态估计

在数据缺失情况下估计参数时, 由于是高斯模型, 一般采用极大似然估计. 然而由于数据中存在缺失量, 在似然函数中存在未知变量或隐含参数, 难以直接求解, 本文采用 EM 算法对参数进行估计更新.

2.2.1 基于 EM 算法的模型参数更新

在观测方程中, 记 $Z_k=[z_1,z_2,\cdots,z_k]^{\mathrm{T}}$ 表示第 k 步时所有历史测试数据序列, 其中 z_k 表示第 k 步中所有数据的序列. Z_k 可以分为 Z_o 和 Z_m 两部分, Z_o 表示已观测到的数据, Z_m 表示缺失的数据. 由第 2.1 节分析可知, 需要进行估计的参数为所有系统矩阵中所对应形式的参数, 记为 $\theta=[a_0^{11},a_1^{11},a_2^{11},a_2^{12},\cdots]^{\mathrm{T}}$.

$$f(Z|\theta)=f(Z_o|\theta)\cdot f(Z_m|Z_o,\theta) \tag{12}$$

于是有:

$$l(\theta|Z_o)=l(\theta|Z)-\ln(Z_m|Z_o,\theta) \tag{13}$$

其中,

$$l(\theta|Z_o)=\ln f(Z_o|\theta)\,,\,l(\theta|Z)=\ln f(Z|\theta) \tag{14}$$

在上式两端同时乘以密度函数 $f(Z_m|Z_o,\theta^{(j)})$, 再对 Z_m 积分可得:

$$\begin{aligned}&\int\ln f(Z_o|\theta)\cdot f(Z_m|Z_o,\theta^{(j)})\mathrm{d}Z_m=\\&\quad\int\ln f(Z|\theta)\cdot f(Z_m|Z_o,\theta^{(j)})\mathrm{d}Z_m-\\&\quad\int\ln f(Z_m|Z_o,\theta)\cdot f(Z_m|Z_o,\theta^{(j)})\mathrm{d}Z_m\end{aligned} \tag{15}$$

其中, $\theta^{(j)}$ 表示 EM 算法第 j 步迭代出的 θ 值. 令:

$$\Psi(\theta|\theta^{(j)})=\int\ln f(Z|\theta)\cdot f(Z_m|Z_o,\theta^{(j)})\mathrm{d}Z_m \tag{16}$$

$$\Omega(\theta|\theta^{(j)})=\int\ln f(Z_m|Z_o,\theta)\cdot f(Z_m|Z_o,\theta^{(j)})\mathrm{d}Z_m \tag{17}$$

$$\begin{aligned}&\Omega(\theta^{(j+1)}|\theta^{(j)})-\Omega(\theta^{(j)}|\theta^{(j)})=\\&\quad\mathrm{E}\left[\ln\frac{f(Z_m|Z_o,\theta^{(j+1)})}{f(Z_m|Z_o,\theta^{(j)})}\right]\le\ln\frac{f(Z_m|Z_o,\theta^{(j+1)})}{f(Z_m|Z_o,\theta^{(j)})}=\\&\quad\ln\left[\int\frac{f(Z_m|Z_o,\theta^{(j+1)})}{f(Z_m|Z_o,\theta^{(j)})}\cdot f(Z_m|Z_o,\theta^{(j)})\right]\mathrm{d}Z_m=\\&\quad 0\end{aligned} \tag{18}$$

而

$$\begin{aligned}&\mathrm{E}[l(\theta^{(j+1)}|Z_o)]-\mathrm{E}[l(\theta^{(j)}|Z_o)]=\Psi(\theta|\theta^{(j+1)})-\\&\quad\Psi(\theta|\theta^{(j)})-[\Omega(\theta|\theta^{(j+1)})-\Omega(\theta|\theta^{(j)})]\end{aligned} \tag{19}$$

将式 (18) 和 (19) 结合可知:

$$\begin{aligned}&\mathrm{E}[l(\theta^{(j+1)}|Z_o)]-\mathrm{E}[l(\theta^{(j)}|Z_o)]\ge\\&\quad\Psi(\theta|\theta^{(j+1)})-\Psi(\theta|\theta^{(j)})\end{aligned} \tag{20}$$

即求 $\mathrm{E}[l(\theta|Z_o)]$ 的极大值可以转化为求 $\Psi(\theta|\theta^{(j+1)})$ 的极大值. 每次提高 $\Psi(\theta|\theta^{(j+1)})$ 时, $\mathrm{E}[l(\theta^{(j)}|Z_o)]$ 也增加.

算法1. 考虑短期预测时参数更新方法

考虑短期情况下的预测 (Short-term wavelet-Kalman filtering forecasting algorithm, SWKF), 即考虑最近一步对数据趋势的影响, 短期预测适用于状态趋势变化缓慢的情况. 利用本次到来的数据和上一步估计得到的状态值对各参数进行更新. 由于在同一步内考虑参数更新, 故各参数对应的第 k 步下标在本节省略不写.

记 $\varepsilon_i=(\theta_k^i)^2$, z_m 和 z_o 分别表示在第 k 步内的缺失观测数据和已观测的数据. 由模型的观测方程

可知 $z_k^i|x_k \sim \mathrm{N}(H_i x_k, (\theta_k^i)^2)$. 那么在第 k 步内有:

$$l(\theta|z_k) = -\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2}(z^i - H_i x)^{\mathrm{T}} \varepsilon_i^{-1}(z^i - H_i x) + C \quad (21)$$

其中, C 是与 x 无关的常量.

E 步, 计算 $\Psi(\theta|\theta^{(j)})$:

$$\Psi(\theta|\theta^{(j)}) = \mathrm{E}\ln f(z_k|\theta) = \int \ln f(z_k|\theta) \cdot f(z_m|z_o, \theta^{(j)}) \mathrm{d}z_m = \mathrm{E}\left[-\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2}(z^i - H_i x)^{\mathrm{T}} \varepsilon_i^{-1}\left(z^i - H_i x\right) + C|z_o, \theta^{(j)}\right] \quad (22)$$

M 步, 用 x_{k-i} 表示 x_k 带入上式, 对 A_i 求导:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial A_i} = -\frac{1}{2}\sum_{\substack{s=1 \\ s \neq i}}^{r} A_s x_{k-s} x_{k-s}^{\mathrm{T}} - (A_i x_{k-s} x_{k-s}^{\mathrm{T}}) + \sum_{z_o} H_i^{\mathrm{T}} z^i x_{k-i|k-i}^{\mathrm{T}} + \sum_{z_m} H_i^{\mathrm{T}} H_i \left(\sum_{s=1}^{r} A_s^{(j)} x_{k-s}\right) x_{k-s|k-s}^{\mathrm{T}} = 0 \quad (23)$$

由上式可解出 θ, 再带入 E 步进行迭代, 直至满足跳出条件为止.

算法 2. 考虑长期预测时参数更新方法

考虑长期情况下的预测 (Long-term wavelet-Kalman filtering forecasting algorithm, LWKF), 即考虑所有数据的趋势, 以减弱突变、跳变或数据波动性较大等对数据趋势的影响, 适用于含有突变、跳变或波动较大的数据. 利用所有历史数据和其对应估计得到的状态值对各参数进行更新.

在式 (11) 中, 观测方程为:

$$z_k = H x_k + v_k \quad (24)$$

$$l(x|Z) = -\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{2}(z_i - Hx)^{\mathrm{T}} \sum^{-1} (z_i - Hx) + C \quad (25)$$

E 步, 计算 $\Psi(\theta|\theta^{(j)})$:

$$\Psi(\theta|\theta^{(j)}) = \mathrm{E}\ln f(Z|\theta) = \mathrm{E}\left[-\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{2}(Z_i - Hx_i)^{\mathrm{T}} \sum^{-1} (Z_i - Hx_i) + C|Z_o, \theta^{(j)}\right] \quad (26)$$

M 步, 由式 (26) 利用已有的优化算法, 可搜索到 $\theta^{(j)}$, 直至满足跳出条件为止.

由式 (15) 可知:

$$\frac{\partial \mathrm{E}[l(\theta|Z_o)]}{\partial \theta} = \frac{\partial \Psi(\theta|\theta^{(j)})}{\partial \theta} - \frac{\partial \Omega(\theta|\theta^{(j)})}{\partial \theta} \quad (27)$$

又由式 (18) 和 θ^* 是 EM 算法的终止点可知[21−22]:

$$\Omega(\theta|\theta^*) - \Omega(\theta^{(j+1)}|\theta^{(j)}) \geq 0 \quad (28)$$

所以:

$$\left.\frac{\partial \Omega(\theta|\theta^{(j)})}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta^*} = 0 \quad (29)$$

$$\left.\frac{\partial \mathrm{E}\left[l\left(\theta^{(j)}|Z_o\right)\right]}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta^*} = \left.\frac{\partial \Psi(\theta|\theta^{(j)})}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta^*} \quad (30)$$

又因为 θ^* 是 EM 算法的终止点, 可知:

$$\left.\frac{\partial \Psi(\theta|\theta^{(j)})}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta^*} = 0 \quad (31)$$

即 θ^* 是 $\mathrm{E}[l(\theta|Z_o)]$ 和 $\Psi(\theta|\theta^{(j)})$ 的平衡点.

上述 2 个算法的区别在于所采用的数据长度不同. 考虑短期情况时, 只选取上一步的数据作为每一步更新时所选取的数据; 而考虑长期时, 则需选取所有历史数据. 这是因为某些数据由于波动较大, 其大体趋势变化较快, 若选用短期内的数据进行参数更新, 往往得到的精度较低, 此时就应该从全局考虑, 选取所有的历史数据进行参数更新. 本文第 3.1.2 节将针对算法的适应性进行数值分析.

2.2.2 缺失情况下小波-卡尔曼滤波状态估计

对于缺失数据的描述, 式 (10) 只考虑了一次观测数据缺失时是全部丢失的情况, 根据第 1 节讨论, 本节主要考虑当观测数据不含任何信息时 (即部分观测数据为 0 时) 的卡尔曼滤波问题.

根据式 (11) 所建模型, 对式 (10) 重新进行描述:

$$p(v_k^i|\gamma_k^i) = \begin{cases} \mathrm{N}(0, (\sigma_k^i)^2), & \gamma_k^i = 1 \\ \mathrm{N}(0, \xi^2), & \gamma_k^i = 0 \end{cases} \quad (32)$$

即: 在第 k 步第 i 个数据被观测时 ($\gamma_k^i = 1$ 时), 那么在第 k 步对应的观测噪声误差方差为 $(\sigma_k^i)^2$; 在丢失时 ($\gamma_k^i = 0$ 时), 对应的方差为 ξ^2, 则相应的卡尔

曼滤波定义为:

$$\begin{cases}\hat{x}_{k|k}^{i}=\mathrm{E}\big[x_k|Z_{k-1},\boldsymbol{z}_k^i,\Gamma_{k-1},\Gamma_k^i\big]\\ P_{k|k}^{i}=\mathrm{E}\big[(x_k-\hat{x}_{k|k}^{i})(x_k-\hat{x}_{k|k}^{i})^{\mathrm{T}}|Z_{k-1},\boldsymbol{z}_k^i,\Gamma_{k-1},\Gamma_k^i\big]\\ \hat{x}_{k+1|k}^{i}=\mathrm{E}[x_{k+1}|Z_k,\Gamma_k]\\ P_{k+1|k}=\mathrm{E}\big[(x_{k+1}-\hat{x}_{k+1|k})(x_{k+1}|-\hat{x}_{k+1|k})^{\mathrm{T}}|Z_k,\Gamma_k\big]\\ \hat{z}_{k+1|k}=\mathrm{E}[z_k|Z_k,\Gamma_k]\\ \hat{z}_{k+1|k}^{j|i}=\mathrm{E}\big[z_k|Z_k,\boldsymbol{z}_{k+1}^i,\Gamma_k,\Gamma_{k+1}^i\big]\end{cases}\tag{33}$$

其中, $\boldsymbol{z}_k^i=[z_k^1,z_k^2,\cdots,z_k^i]$ 表示第 k 步的前 i 个数据, $\Gamma_k^i=[\gamma_k^1,\gamma_k^2,\cdots,\gamma_k^i]$, $\Gamma_k=\mathrm{diag}\{\gamma_k^1,\gamma_k^2,\cdots,\gamma_k^n\}$, $\Gamma_k=[\Gamma_1,\Gamma_2,\cdots,\Gamma_k]$, $i=1,2,\cdots,N$, $i<j\le N$. $\hat{x}_{k|k}^i$ 表示在第 k 步第 i 个观测值到来时对状态的最优估计, 可知 $\hat{x}_{k|k}^n=\hat{x}_{k|k}$, $\hat{x}_{k+1|k}^i$ 表示对第 k 步第 i 个值的状态预测, 有 $\hat{x}_{k+1|k}^1=\hat{x}_{k+1|k}$. $\hat{z}_{k+1}^{j|i}$ 表示在第 $k+1$ 步第 i 个值到来时对第 $k+1$ 步第 j 个值的预测. 在第 k 步内, 第 i 个观测值到来后, $P_{k|k}^i$ 表示对最优滤波误差方差阵的更新, 则 $P_{k|k}^n=P_{k|k}$; 在同一步内, 当 $i<n$ 时, P_k^i 又可表示下一个值的最优预测误差方差阵, 记为 $\triangle_k^{i+1}=P_{k|k}^{j+1|i}=P_{k|k}^i$ 且 $\triangle_{k+1}^1=P_{k+1|k}$. 缺失情况下小波-卡尔曼滤波方程可表示为:

$$\begin{cases}\hat{x}_{k+1|k}=\sum\limits_{s=0}^{r}A_s\hat{x}_{k-s|k-s},P_{k+1|k}=\\ \qquad\sum\limits_{s=0}^{r}A_sP_{k-s|k-s}A_s^{\mathrm{T}}+Q\\ \hat{x}_{k+1|k+1}^{i}=\sum\limits_{s=0}^{r}A_s\hat{x}_{k-s|k-s}+\\ \qquad\sum\limits_{m=1}^{i}K_{k+1}^m(z_{k+1}^m-H_m\hat{x}_{k+1|k}^m)\\ \triangle_{k+1}^i=P_{k+1|k+1}^{i-1}=\prod\limits_{m=1}^{i-1}[I-K_{k+1}^{i-1}H_{i-m}]\triangle_{k+1}^1\\ \triangle_{k+1}^1=P_{k+1|k},\hat{x}_{k+1|k}^i=\hat{x}_{k+1|k}^{(i-1)},\hat{x}_{k+1|k}^1=\hat{x}_{k+1|k}\\ P_{k+1|k+1}^i=\prod\limits_{m=1}^{i}[I-K_{k+1}^{i+1-m}H_{i+1-m}]P_{k+1|k}\\ K_{k+1}^i=\triangle_{k+1}^iH_i^{\mathrm{T}}\times[H_i\triangle_{k+1}^iH_i^{\mathrm{T}}+\gamma_{k+1}^i(\sigma_k^i)^2+\\ \qquad(1-\gamma_{k+1}^i)\xi^2]^{-1}\\ \hat{z}_{k+1|k}=H\hat{x}_{k|k},\hat{x}_{k+1}^{j|i}=H_j\hat{x}_{k|k}^j\,(j>i)\end{cases}\tag{34}$$

当数据缺失时, 可认为未观测到的误差方差无穷大, 即 $\xi\to\infty$, 则:

$$K_{k+1}^i=\gamma_{k+1}^i\triangle_{k+1}^iH_i^{\mathrm{T}}[H_i\triangle_{k+1}^iH_i^{\mathrm{T}}+(\sigma_k^i)^2]^{-1}\tag{35}$$

在多维观测系统中, 当一次观测数据发生部分缺失时, Sinopoli 等[10] 认为本次观测所有通道的观测噪声都为无穷大, 即忽略了其他通道有用信息的作用, 这样虽然能够实现对缺失数据的处理, 但有部分有用信息没有被利用, 造成了数据的浪费. 而 Hu 等[17]、Dong 等[23] 则考虑到了这种情况, 认为不同通道的缺失概率不同, 更符合实际, 但其采用模型的前提条件是观测信息中数据缺失的通道并不是不含有任何信息, 而是含有观测噪声等于状态无关的信息; 文献 [15] 将缺失数据分为两种: 一种是系统进行了观测, 但数据传输中出现了缺失, 检测数据中仅含有噪声等信息; 另一种是未传输, 检测数据中不含有任何有用信息. 后者比前者更具有现实意义, 然而在对第二种情况的分析中仅讨论了数据传送与否的问题, 估计了信息在已传送时缺失与否的值. 而式 (34) 中考虑了多维观测数据部分丢失且缺失通道没有任何有用信息的情况, 这是工程中经常遇到的问题. 其在数据缺失时仍然能够利用其他正常观测通道进行状态估计和更新, 充分利用了有用信息, 所以在处理缺失数据时, 式 (34) 中的滤波器比上述方法更为有效.

2.3 故障预测算法

利用 LWKF 方法进行故障预测, 实质就是根据已有的能够表征系统故障的系统参数测试时间序列, 利用 LWKF 方法对其进行预测, 从而进行故障预测.

根据下式来判断未来故障发生情况:

$$\text{若}\frac{C_N^i}{N}>\varepsilon\text{, 则系统故障; 否则, 系统正常工作}\tag{36}$$

其中, C_N^i 表示第 i 个预测值以及其前 $N-1$ 个预测值超过预先设定的故障阈值 $\bar{z}$ 的次数, N 为预测时所选周期长度, ε 为 $0\sim1$ 之间的概率值, 二者取值均由客观知识或经验获取.

综上, 可将存在缺失数据情况下的非平稳时间序列故障预测方法步骤归纳如下:

步骤 1. 根据式 (1) ~ (11) 和式 (32) 建立系统模型, 初始化模型参数;

步骤 2. 由式 (21) ~ (26), 根据现有数据, 进行参数更新;

步骤 3. 由式 (33) ~ (35) 进行状态估计并预测, 而后根据式 (36) 判断系统是否将要发生故障;

步骤 4. 返回步骤 2, 即实现下一周期的故障预测.

3 数值仿真与实验验证

3.1 数值仿真

3.1.1 在线预测

根据上节对问题的分析, 以连续釜式搅拌器

(Continuous stirred tank reactor, CSTR) 为研究对象, 对本文所提方法进行数值仿真, 来验证 SWKF 算法和 LWKF 算法预测的准确性. CSTR 离散时间模型可表示如下:

$$\begin{cases} x(t+1) = x(t) + dt \cdot g\left(x(t), v(t)\right) + w(t) \\ y(t+1) = \gamma_k \cdot \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1.01 \end{bmatrix} x(t+1) + v(t+1) \right\} \end{cases} \tag{37}$$

其中, $t>0$ 表示离散时间变量, dt 表示采样时间间隔, γ_t 表示系统观测是否缺失, x、v 和 y 分别表示 CSTR 具有适当维数的状态、输入和输出, 状态 $x = [x_1, x_2]^{\mathrm{T}}$ 分别表示反应物浓度和反应器温度, 输入 v 表示冷凝器中水的温度, w 和 v 分别表示过程噪声和观测噪声. 选取 $P(\gamma_t = 0) = 0.2$ 表示观测缺失的概率, 其余 CSTR 参数与文献 [24] 相同.

在 CSTR 中, 反应物持续进入反应器, 在反应器中发生反应后流出, 而化学反应所产生的部分热能被冷凝器中的水带走. 假设由于反应物中含有杂质或反应器发生泄漏故障, 将会导致反应器的体积 V 减小, 且 V 按照如下规律变化, 其中 t_s 是时间:

$$V(t) = 100 - 0.05t_s \tag{38}$$

此时, 当反应器温度超过给定值时, 则表示 CSTR 发生故障.

选取反应器温度为对象, 采用 LWKF、SWKF 与传统的自动回归求和滑动平均模型 (Autoregressive integrated moving average, ARIMA) 方法进行仿真对比, 步骤如下:

步骤 1. 根据式 (11) 建立模型, 根据以上分析初始化模型参数选取 $Q = 0.25 \times 10^{-4} \times I_{l\times l}$, $R = 0.25$, $P = 10^{-4} \times I_{l\times l}$, $n = 2$, $N = 2^n = 4$, $\varepsilon = 0.8$;

步骤 2. 当每个周期来临时, 采用式 (14) ~ (28) 根据现有数据进行参数更新;

步骤 3. 由式 (29) 中 $\hat{x}^i_{k+1|k+1}$ 进行状态估计, 并由 $\hat{z}_{k+1|k} = H\hat{x}_{k|k}$ 和 $\hat{x}^{j|i}_{k+1} = H_j\hat{x}^j_{k|k}\,(j > i)$ 进行预测, 然后根据式 (31) 判断系统是否将要发生故障;

步骤 4. 返回步骤 2, 即可实现下一周期的故障预测.

注. 本文所有程序运行环境为 Windows XP, Intel core 2 Duo CPU T6570 双核, 2GB 内存. 针对在线预测算法对实时性的要求, 对三种方法的计算时间进行统计. 为评价预测结果, 采用绝对误差均值 (Mean absolutely error, MAE) 和误差标准差 (Standard deviation error, SDE) 来表示预测结果. 结果如表 1 和图 2 所示.

表 1　缺失数据情况下改进后的算法与 ARIMA 算法 CSTR 预测误差比较

Table 1　CSTR prediction error comparison of improved algorithm and ARIMA algorithm with missing data

方法	MAE	SDE	时间 (s)
LWKF	0.6351	0.8296	8.5353
SWKF	0.8292	1.0501	1.2421
ARIMA	0.8267	1.1455	19.4039

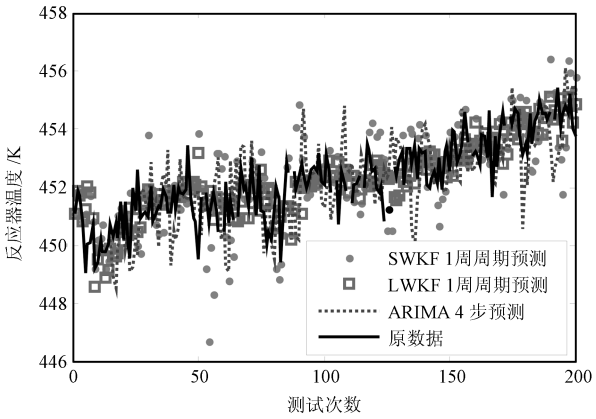


图 2　缺失数据情况下改进后的算法与 ARIMA 算法 CSTR 预测比较

Fig. 2　CSTR prediction comparison graph of improved algorithm and ARIMA algorithm with missing data

从图 2 和表 1 可看出, 存在缺失数据的情况下, 当数据波动性较大时, SWKF 并不能很好地对数据进行预测, 而 LWKF 则能够很好地预测数据, 具有较高的准确性. 由第 2.2.1 节算法 1 可知 SWKF 适用于数据突变后趋势在短期内不发生变化的情况. 相比之下 LWKF 考虑了历史信息, 在突变后数据的预测上就更为保守, 且随着数据的累积和趋势的稳定, 预测精度会逐步提高. 同时, 从表 1 中可以看出, LWKF 在误差均值和误差标准差上都优于 ARIMA 方法, 且 ARIMA 方法的预测结果波动较大. 图 3 为 LWKF 预测故障概率. 从图 3 可以看出, 实际中是第 185 步后故障概率较大, 而 LWKF 预测第 184 步后故障概率较大, 这说明 LWKF 比较精确地预测了故障的发生. 在实时性方面, 式 (37) 中采样时间间隔 $d = 0.2$, 数据总数为 200, 而从表 1 可以看出, 三种方法运行完 200 个数据所用时间都比较少, 因此 LWKF 和 SWKF 方法都能满足实时性要求.

为方便评价故障预报的准确性, 考虑到噪声的随机性, 进行了 100 次蒙特卡罗仿真实验, 将故障成功预报定义为故障发生时刻落在预测周期或与其后相差不超过 2 个周期的周期内. 根据实验统计结果,

100 次实验成功预报的次数为 96 次. 其中, 故障发生时刻落入预测周期的有 17 次, 落入预测周期之后 1 个周期的有 46 次, 落入预测预测周期之后 2 个周期的有 33 次, 即故障预报成功率为 96%. 由此可看出, 小波-卡尔曼滤波算法在数据存在缺失时, 具有较好的故障预测能力, 能够进行比较精确的预测. 因此, 本文提出的预测算法和故障预测算法是有效的.

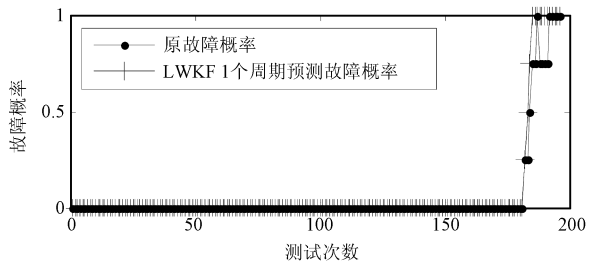
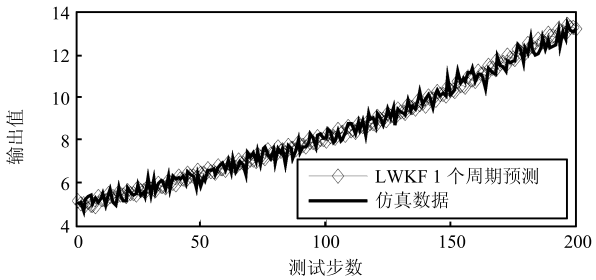


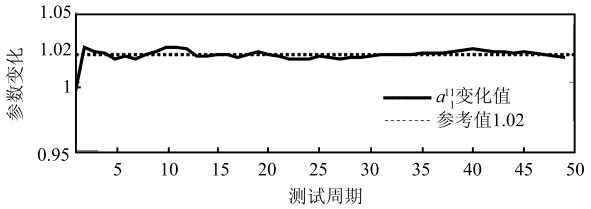
图 3 缺失数据情况下 LWKF 预测 CSTR 故障概率图

Fig. 3 CSTR failure prediction probability graph of LWKF with missing data

为更好地说明算法的性能, 在式 (11) 中, 令 A 中其他参数保持单位阵, $a_1^{11} = 1.02$, 选取 $r = 1$, $Q = 0$, $R = 0.5 \times I_{l\times l}$, 选用 Haar 小波进行小波分解, $n = 2$, $x(0) = [10, 0.1, 0.1, 0.05]^{\mathrm{T}}$ 仿真生成一组数据并采用 LWKF 进行预测, 图 4 (a) 为生成的数据和预测结果的对比. 从图 4 (b) 为 a_1^{11} 的变化情况, 可以看出它是逐渐趋于稳定的.



(a) 仿真数据LWKF预测值
(a) LWKF predict results of the simulated data



(b) LWKF 预测时 a_1^{11}变化值
(b) Changes in a_1^{11} during LWKF prediction

图 4 仿真数据 LWKF 预测和参数变化结果

Fig. 4 Results of LWKF predict and parameter changes of the simulated data

3.1.2 算法适用性分析

LWKF 和 SWKF 两种算法的选择主要是根据数据特点的不同来区分的, 下面通过一个例子来说明:

首先, 令式 (39) 中 $P(\gamma_t = 0) = 0$, 即不存在缺失; 然后, 令式 (38) 中故障变为进料速率发生如下变化:

$$q_s(t) = \begin{cases} 100, & t_s \le 100 \\ 100 - (t_s - 200) \times 0.35, & t_s > 100 \end{cases} \tag{39}$$

其中, t_s 是时间. 以 CSTR 反应物浓度为对象, 分别采用 LWKF 和 SWKF 两种算法对其进行了 1 个周期的预测, 结果如图 5 所示. 由图 5 可以看出, SWKF 对趋势变化较慢部分有较好的预测结果 (100 ∼ 120 步), 但在其他地方预测精度较差; LWKF 能够对波动较强 (即趋势变化较快) 的数据有较好的预测结果 (0 ∼ 100 步, 120 ∼ 200 步), 但在其他部分预测精度较差.

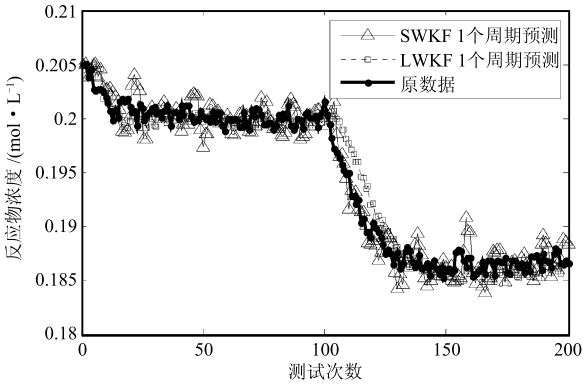


图 5 LWKF 与 SWKF 算法 CSTR 预测比较

Fig. 5 CSTR prediction comparison graphs of LWKF and SWKF algorithm

3.2 实验验证

3.2.1 问题描述

本文采用某型号单自由度液浮陀螺仪一次项漂移系数作为实例验证, 由于陀螺仪的复杂性, 其一次项漂移系数测试序列属于典型的非平稳时间序列, 且由于测试超差和测试设备损坏等原因造成了测量数据的缺失. 小波-卡尔曼滤波预测方法对于小波系数符合随机游走特性的数据时, 具有很好的预测效果; 但在不符合这种特性的数据中, 预测精度就会降低, 特别是在进行多步预测时, 精度会大大降低.

3.2.2　改进后的方法预测

针对上述问题, 采用 LWKF 方法对陀螺一次项漂移系数进行故障预测, 选取 $Q = 10^{-10} \times I_{l\times l}$, $R = 10^{-9} \times I_{l\times l}$, $P = 1 \times 10^{-6} \times I_{l\times l}$, $n = 2$, $N = 2^n = 4$, $\varepsilon = 0.8$, 即每 4 个点看作一个周期进行预测, 结果如图 6 所示. 点实线表示原数据, 其中间断的部分为数据缺失部分; 框虚线表示 LWKF 方法 1 个周期预测结果. 从图 6 可看出, LWKF 在存在缺失数据的情况下, 预测到陀螺仪在第 159 次测试时出现故障, 而实际是在第 160 次出现故障, 可见本文方法能够实现对陀螺一次项漂移系数非平稳时间测试序列进行有效地预测, 且具有较高精度.

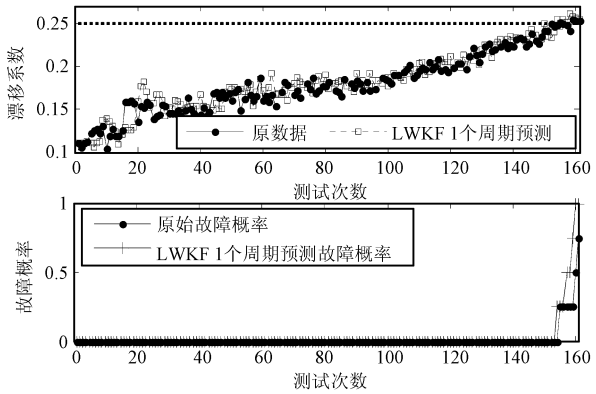


图 6　陀螺一次项漂移系数 LWKF 1 个周期预测结果

Fig. 6　LWKF predict results of gyro drift 1-order coefficient among one period

3.2.3　对比验证

1) 改进前后的方法对比

将文献 [7] 中小波和卡尔曼滤波相结合的方法 (Wavelet-Kalman filtering forecasting method, WKF) 和文献 [10] 中缺失数据处理方法结合起来, 与本文所提方法进行比较, 结果如表 2 和图 7 所示. 在存在数据缺失时, LWKF 方法在数据趋势逐渐稳定后, 对陀螺漂移系数具有很好的预测能力, 且在 2 个周期 (8 步) 预测时, 预测能力优于 WKF 方法.

表 2　改进后算法与原算法预测误差比较

Table 2　Predict error comparison of the improved and original algorithm

方法	MAE	SDE	时间 (s)
LWKF 1 个周期预测	0.0073	0.0097	7.7294
WKF 1 个周期预测	0.0088	0.0113	1.0503
LWKF 2 个周期预测	0.0087	0.0114	7.7880
WKF 2 个周期预测	0.0155	0.0184	1.0588

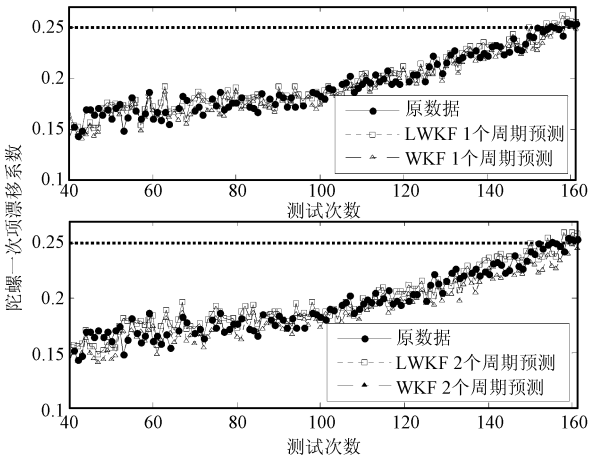


图 7　改进后算法与原算法预测结果对比

Fig. 7　Predict results comparison of the improved and original algorithm

2) LWKF 方法与 ARIMA 方法对比

选取时变时间序列方法[25] 与缺失数据处理方法[10], 记为含缺失数据的时变 ARIMA 方法进行组合, 该组合方法采用状态空间模型表示时间序列, 用状态表示时间序列模型系数, 并采用卡尔曼滤波进行状态估计, 采用 EM 算法对模型参数进行在线更新. 将缺失数据处理方法[10] 用于该方法的状态估计步骤, 而后采用卡尔曼滤波进行预测, 形成时变的 ARIMA 方法, 并与本文方法进行比较, 实验 1 个周期 (4 步) 预测结果如图 8 所示. 从图 8 可以看出, 在数据趋势逐渐稳定后, 本文方法在存在缺失数据时, 能够很好地对数据进行预测, 且预测精度高于时变 ARIMA 方法.

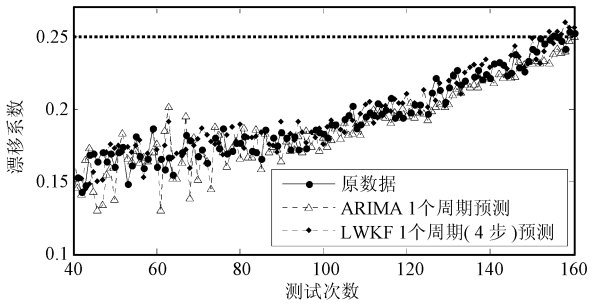


图 8　改进后算法与 ARIMA 预测结果对比

Fig. 8　Predict results comparison of the improved and ARIMA algorithm

4　结论

本文考虑了复杂系统存在缺失数据情况下的故障预测问题, 通过对小波-卡尔曼滤波模型的改进和缺失数据情况下状态估计的实现, 针对不同数据特

征采用不同的参数估计方法, 形成了含缺失数据的小波-卡尔曼滤波非平稳时间序列故障预测方法, 最后通过 CSTR 数值仿真和工程实测的陀螺漂移一次项系数非平稳时间序列故障预测, 说明该方法的有效性.

实验证明, 本文方法能有效解决缺失数据和测试序列非平稳性的问题, 并对故障进行了有效预测, 但是对于测试序列中常见的突变等问题只提出了两个参数估计方法, 没有将两者结合起来, 导致突变后短期内预测偏差较大, 且故障预测方面受到了周期的限制, 使得预测精度降低, 因此解决此类问题是下一步研究的重点.

References

1 Hu Chang-Hua, Wang Zhao-Qiang, Zhou Zhi-Jie, Si Xiao-Sheng. An RVM fuzzy model identification method and its application to fault prediction. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(4): 503−512
(胡昌华, 王兆强, 周志杰, 司小胜. 一种 RVM 模糊模型辨识方法及在故障预报中的应用. 自动化学报, 2011, **37**(4): 503−512)

2 Si X S, Wang W, Hu C H, Zhou D H, Pecht M G. Remaining useful life estimation based on a nonlinear diffusion degradation process. *IEEE Transactions on Reliability*, 2012, **61**(1): 50−67

3 Si X S, Wang W, Hu C H, Zhou D H. Remaining useful life estimation—a review on the statistical data driven approaches. *European Journal of Operational Research*, 2011, **213**(1): 1−14

4 Si Xiao-Sheng, Hu Chang-Hua, Zhou Dong-Hua. Nonlinear degradation process modeling and remaining useful life estimation subject to measurement error. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(5): 530−541
(司小胜, 胡昌华, 周东华. 带测量误差的非线性退化过程建模与剩余寿命估计. 自动化学报, 2013, **39**(5): 530−541)

5 Zhou Dong-Hua, Wei Mu-Heng, Si Xiao-Sheng. A survey on anomaly detection, life prediction and maintenance decision for industrial processes. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(6): 711−722
(周东华, 魏慕恒, 司小胜. 工业过程异常检测、寿命预测与维修决策的研究进展. 自动化学报, 2013, **39**(6): 711−722)

6 Zhou Z J, Hu C H. An effective hybrid approach based on grey and ARMA for forecasting gyro drift. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2008, **35**(3): 525−529

7 Zheng T X, Girgis A A, Makram E B. A hybrid wavelet-Kalman filter method for load forecasting. *Electric Power Systems Research*, 2000, **54**(1): 11−17

8 You K Y, Xie L H. Minimum data rate for mean square stabilization of discrete LTI systems over lossy channels. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, **55**(10): 2373−2378

9 Xie L, Xie L H. Stability analysis of networked sampled-data linear systems with Markovian packet losses. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(6): 1375−1381

10 Sinopoli B, Schenato L, Franceschetti M, Poolla K, Jordan M I, Sastry S S. Kalman filtering with intermittent observations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(9): 1453−1464

11 Nahi N. Optimal recursive estimation with uncertain observation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1969, **15**(4): 457−462

12 Li Yue-Yang, Zhong Mai-Ying. On designing robust H_∞ fault detection filter for linear discrete time-varying systems with multiple packet dropouts. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(12): 1788−1796
(李岳炀, 钟麦英. 存在多步测量数据丢失的线性离散时变系统鲁棒 H_∞ 故障检测滤波器设计. 自动化学报, 2010, **36**(12): 1788−1796)

13 Chen Bo, Yu Li, Zhang Wen-An. Robust Kalman filtering for uncertain discrete time-delay systems with missing measurement. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **37**(1): 123−128
(陈博, 俞立, 张文安. 具有测量数据丢失的离散不确定时滞系统鲁棒 Kalman 滤波. 自动化学报, 2010, **37**(1): 123−128)

14 Ibrahim J G, Chen M H, Lipsitz S R, Herring A H. Missing-data methods for generalized linear models: a comparative review. *Journal of the American Statistical Association*, 2005, **100**(469): 332−346

15 Jaffer A, Gupta S. Optimal sequential estimation of discrete processes with Markov interrupted observations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1971, **16**(5): 471−475

16 Liu X H, Goldsmith A. Kalman filtering with partial observation losses. In: Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control. Bahamas, USA: IEEE, 2004. 4180−4186

17 Hu J, Wang Z D, Gao H J, Stergioulas L K. Extended Kalman filtering with stochastic nonlinearities and multiple missing measurements. *Automatica*, 2012, **48**(9): 2007−2015

18 Shen Qi-Xia, Liu Xin-Sheng. The restricted EM algorithm for regression coefficients of the linear model with missing data. *Journal of Nanjing University (Mathematical Biquarterly)*, 2007, **24**(1): 122−131
(沈启霞, 刘心声. 含缺失数据线性模型回归系数的约束 EM 算法. 南京大学学报 (数学半年刊), 2007, **24**(1): 122−131)

19 Zhou Dong-Hua, Xi Yu-Geng, Zhang Zhong-Jun. A suboptimal multiple fading extended Kalman filter. *Acta Automatica Sinica*, 1991, **17**(6): 689−695
(周东华, 席裕庚, 张钟俊. 一种带多重次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器. 自动化学报, 1991, **17**(6): 689−695)

20 Zhou Zhi-Jie, Hu Chang-Hua, Han Xiao-Xia. Study on the methods for modeling and forecasting gyro′s drift performance based on non-stationary time series. *Electronics Optics & Control*, 2005, **12**(3): 23−26

(周志杰, 胡昌华, 韩晓霞. 基于非平稳时间序列的陀螺漂移性能建模与预测方法研究. 电光与控制, 2005, **12**(3): 23−26)

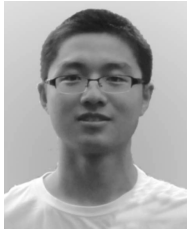
21 Gibson S, Ninness B. Robust maximum-likelihood estimation of multi-variable dynamic systems. *Automatica*, 2005, **41**(10): 1667−1682

22 Gibson S, Wills A, Ninness B. Maximum-likelihood parameter estimation of bilinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(10): 1581−1596

23 Dong H, Wang Z, Gao H. Robust H_∞ filtering for a class of nonlinear networked systems with multiple stochastic communication delays and packet dropouts. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, **58**(4): 1957-1966

24 Zhou Z J, Hu C H, Yang J B, Xu D L, Zhou D H. A model for real-time failure prognosis based on hidden Markov model and belief rule base. *European Journal of Operational Research*, 2010, **207**(1): 269−283

25 Khan M E, Dutt D N. An expectation-maximization algorithm based Kalman smoother approach for event-related desynchronization (ERD) estimation from EEG. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2007, **54**(7): 1191−1198

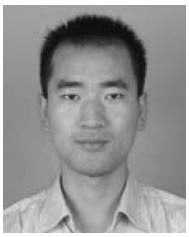


杜党波 第二炮兵工程大学博士研究生. 主要研究方向为预测与健康管理.
E-mail: ddb_effort@126.com
(**DU Dang-Bo** Ph. D. candidate at the Department of Automation, Xi′an Institute of Hi-Tech. His research interest covers prognostics and health management.)

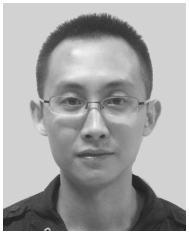
张 伟 第二炮兵工程大学信息工程系副教授. 主要研究方向为模式识别, 故障预测和通信工程.
E-mail: zhang1966wei@163.com
(**ZHANG Wei** Associate professor at the Department of Information, Xi′an Institute of Hi-Tech. Her research interest covers pattern recognition, fault prognostics and communication engineering.)

胡昌华 第二炮兵工程大学控制工程系教授. 主要研究方向为故障诊断, 可靠性工程. 本文通信作者.
E-mail: hch6603@263.net
(**HU Chang-Hua** Professor at the Department of Automation, Xi′an Institute of Hi-Tech. His research interest covers fault diagnosis and reliability engineering. Corresponding author of this paper.)

周志杰 第二炮兵工程大学控制工程系副教授. 主要研究方向为系统辨识, 故障预报与最优维护. E-mail: zhouzj04@mails.tsinghua.edu.cn
(**ZHOU Zhi-Jie** Associate professor at the Department of Automation, Xi′an Institute of Hi-Tech. His research interest covers system identification, fault prediction, and optimal maintenance.)



司小胜 第二炮兵工程大学与清华大学联合培养博士研究生. 主要研究方向为预测与健康管理, 剩余寿命估计, 可靠性.
E-mail: sxs09@mails.tsinghua.edu.cn
(**SI Xiao-Sheng** Ph. D. candidate at the Department of Automation, Xi′an Institute of Hi-Tech and Tsinghua University. His research interest covers prognostics and health management, remaining useful life estimation, and reliability.)



张建勋 第二炮兵工程大学博士研究生. 主要研究方向为预测与健康管理.
E-mail: zhang200735@163.com
(**ZHANG Jian-Xun** Ph. D. candidate at the Department of Automation, Xi′an Institute of Hi-Tech. His research interest covers prognostics and health management.)