

动态干扰条件下的旋转式捷联 惯导系统自对准方法

裴福俊¹ 朱莉¹ 刘璇¹

摘 要 针对角晃动与线晃动等动态干扰条件下, 旋转式捷联惯导系统 (Rotary strapdown inertial navigation system, Rotary SINS) 难以实现自对准的问题, 提出了一种基于惯性系的自对准新算法. 首先, 基于惯性系下粗对准的结果, 推导了双轴转动调制捷联惯导系统的惯性系精对准误差模型; 然后, 针对观测模型的噪声不确定性问题, 通过改变渐消因子阵的嵌入方式, 提出了一种改进的多渐消因子自适应 Kalman 滤波方法. 最后, 仿真实验证明该方法能够有效解决动态干扰条件下旋转式捷联惯导系统的自对准问题, 实现快速自主高精度对准.

关键词 旋转式捷联惯导系统, 初始对准, 惯性系, 自适应滤波, 多渐消因子

引用格式 裴福俊, 朱莉, 刘璇. 动态干扰条件下的旋转式捷联惯导系统自对准方法. 自动化学报, 2014, 40(9): 2050–2056

DOI 10.3724/SP.J.1004.2014.02050

A Self-alignment Method for Rotary SINS under Conditions of Dynamic Disturbance

PEI Fu-Jun¹ ZHU Li¹ LIU Xuan¹

Abstract As the carrier would undergo angular and linear swaying in various dynamic disturbance cases, rotary strapdown inertial navigation system (Rotary SINS) is difficult to realize self-alignment. In order to solve this problem, a new self-alignment method based on inertial reference frame was proposed. Firstly, based on the coarse alignment results in the inertial frame, the initial fine alignment error models of a dual-axis rotation modulation of rotary SINS in the inertial frame is derived. Then, aiming at the noise uncertainty of the observation model, by changing the embedded manner of fading factors, this paper proposes an improved adaptive Kalman filter based on multiple fading factors. Finally, simulation results show that the proposed method can effectively solve the self-alignment problem of rotary SINS in dynamic disturbance cases, realizing rapid and accurate self-alignment.

Key words Rotary strapdown inertial navigation system (Rotary SINS), initial alignment, inertial frame, adaptive filter, multiple fading factors

Citation Pei Fu-Jun, Zhu Li, Liu Xuan. A self-alignment method for rotary SINS under conditions of dynamic disturbance. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(9): 2050–2056

旋转调制技术作为一种惯性器件常值偏差的自补偿方法, 能够自动地对陀螺常值漂移和加速度计零位偏置进行调制, 从而提高系统的长时间导航能力, 充分发挥惯性导航的

收稿日期 2013-05-29 录用日期 2013-12-03

Manuscript received May 29, 2013; accepted December 3, 2013

国家自然科学基金 (60975065), 北京市青年拔尖人才培养计划 (CITTC201304046) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (60975065), Beijing City Youth Talent Development Plan (CITTC201304046)

本文责任编辑 刘德荣

Recommended by Associate Editor LIU De-Rong

1. 北京工业大学电子信息与控制工程学院 北京 100124

1. Beijing University Of Technology, College of Electronic Information and Control Engineering, Beijing 100124

“自主性”优势。由于旋转调制技术无法抑制初始对准误差, 因此研究旋转式捷联惯导系统 (Rotary strapdown inertial navigation system, Rotary SINS) 初始对准技术尤为重要。

初始对准是惯导系统进行导航的前提, 初始对准误差直接影响惯导系统的导航精度。捷联惯导系统 (Strapdown inertial navigation system, SINS) 初始对准方法的研究比较成熟, 但对 Rotary SINS 对准方法的研究却相对较少, 且大多沿用传统的 SINS 对准方法。SINS 初始对准包括粗对准和精对准, 即首先利用惯性传感器的输出获取粗略的初始姿态阵, 再利用 Kalman 滤波器进行精对准, 但这种方法一般仅适用于静止或微幅晃动的对准环境^[1]。而对于动态干扰较大的环境, 由于摇摆或晃动引起的干扰角速度远大于地球自转角速度, 传统解析粗对准方法无法从陀螺输出中将地球自转角速度提取出来, 因而其粗对准误差较大, 不满足精对准要求。Kalman 滤波算法常被用于 SINS 精对准过程, 但在实际工程中, 由于事先无法准确知道噪声的统计特性, 使得模型与量测值不匹配, 导致滤波器性能下降, 甚至滤波发散。文献 [2-3] 提出了一种借助惯性系实现 SINS 动基座粗对准的方法, 有效地隔离载体晃动干扰的影响, 但未能解决 Rotary SINS 对准问题。在组合导航和惯导系统动基座的初始对准问题中, 受外界干扰或载体晃动等因素的影响, 噪声模型选取往往不够准确, Kalman 滤波存在较大误差, 为降低滤波发散的风险, 常采用自适应滤波算法解决此问题。文献 [4-5] 提出利用模糊逻辑控制器在线调节 Kalman 滤波器的自适应数据融合方法, 但是隶属函数的选择可能会造成估计值的突变, 给系统带来较大误差。文献 [6-7] 给出了单渐消因子自适应滤波算法, 通过单渐消因子自适应地估计和修正量测噪声协方差来改善滤波精度, 由于只引入单渐消因子对量测噪声协方差阵进行调整, 无法保证对每个滤波变量都有很好的调节能力, 因而滤波器性能受到影响。文献 [8-9] 提出了一种多渐消因子自适应滤波算法, 应用于 SINS 静基座的初始对准中, 解决了单渐消因子对多变量调节能力差的缺陷。但在实际应用中, 系统会受到外界各种扰动的影响, 基座的扰动会严重降低初始对准的精度、延长对准时间, 文献 [8-9] 所述算法未能解决动态干扰情况下 Rotary SINS 的初始对准问题。

针对此问题, 在文献 [3, 8] 的基础上, 本文提出了一种基于惯性系的 Rotary SINS 自对准新方法。该方法根据重力加速度信息在惯性系下的积分解, 算出粗略的初始姿态阵, 能有效隔离载体晃动干扰的影响, 并提出了一种改进的多渐消因子自适应 Kalman 滤波算法完成初始对准, 通过改变渐消因子阵在预测误差协方差阵中的嵌入方式, 抑制不确定噪声对预测误差协方差的影响, 实时地调整最优滤波增益, 从而提高滤波的稳定性和精度, 最终实现了动态干扰情况下 Rotary SINS 的高精度自对准。文章最后通过仿真验证了该算法的有效性。

1 旋转式捷联惯导系统的误差抑制原理

旋转式捷联惯导系统的误差传播方程为

$$\dot{\phi}^n = -\omega_{in}^n \times \phi^n + \delta\omega_{in}^n - C_b^n C_s^b \delta\omega_{is}^s \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \delta\dot{v}^n = f^n \times \phi^n + C_b^n C_s^b \delta f_{is}^s - (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) \times v^n - \\ (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta v^n + \delta g^n \end{aligned} \quad (2)$$

首先, 定义 IMU (Inertial measurement unit, IMU) 坐标系 (s 系): 原点位于惯性测量单元 IMV 的重心, 初始时刻

IMU 系与载体系 (b 系) 重合, 然后 IMU 以角速度 ω 绕旋转轴转动。IMU 系是随着 IMU 位置改变的一个时变坐标系。其中, C_s^b 是 IMU 系到载体系的姿态转换阵。惯性元件的误差项为 $\delta\omega_{is}^s$ 和 δf_{is}^s , 需要在其前面乘以 $C_b^n C_s^b$ 经过两次转化才传播至导航系。在 IMU 不断旋转的条件下, C_s^b 为时变矩阵。旋转调制技术的本质, 是通过 IMU 的周期性旋转, 周期性的改变姿态矩阵 C_s^b 的值, 从而消除惯性器件常值偏差, 减小系统误差的积累, 提高系统的导航精度。

本文选取双轴连续旋转补偿方案, 设初始时刻 IMU 系 (s 系) 与载体系 (b 系) 重合, 使 IMU 绕 b 系的 ox_b 、 oz_b 轴分别以角速度 ω_1 和 ω_2 连续旋转 ($\omega_1 \neq \omega_2$)。则 s 系与 b 系的关系可用姿态转换阵 C_b^s 表示。

$$C_b^s = C_b^{sx} C_b^{sz} \quad (3)$$

陀螺和加速度计的测量值 $\tilde{\omega}_{is}^s$ 和 $\tilde{f}_{is}^s$ 从 s 系变换到 b 系:

$$\tilde{\omega}_{ib}^b = (C_b^s)^T \tilde{\omega}_{is}^s + \omega_{sb}^b \quad (4)$$

$$\tilde{f}_{ib}^b = (C_b^s)^T \tilde{f}_{is}^s + f_{sb}^b \quad (5)$$

在 IMU 坐标系下, 陀螺的角速率输出 $\tilde{\omega}_{is}^s$ 和加速度计的比力输出 $\tilde{f}_{is}^s$ 可表示为

$$\tilde{\omega}_{is}^s = C_b^s \tilde{\omega}_{ib}^b + \omega_{bs}^s + \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

$$\tilde{f}_{is}^s = C_b^s \tilde{f}_{ib}^b + f_{bs}^s + \begin{bmatrix} \nabla_x & \nabla_y & \nabla_z \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

式中, $\tilde{\omega}_{ib}^b$ 和 $\tilde{f}_{ib}^b$ 分别为 b 系下陀螺实际的角速率输出和加速度计实际的比力输出; ε_x 、 ε_y 、 ε_z 为 s 系下的陀螺常值漂移, ∇_x 、 ∇_y 、 ∇_z 为 s 系下的加速度计常值零偏; 并且有 $\omega_{bs}^s = -C_b^s \omega_{sb}^b = \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 \sin \omega_1 t & \omega_2 \cos \omega_1 t \end{bmatrix}^T$, $f_{bs}^s = 0$ 。

将式 (6) 和式 (7) 代入式 (4) 和式 (5) 并整理, 得到旋转过程中, 陀螺常值漂移和加速度计零偏在 b 系下的投影为

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^b \\ \varepsilon_y^b \\ \varepsilon_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \cos \omega_2 t - \varepsilon_y \cos \omega_1 t \sin \omega_2 t + \\ \varepsilon_z \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t \\ \varepsilon_x \sin \omega_2 t + \varepsilon_y \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t - \\ \varepsilon_z \sin \omega_1 t \cos \omega_2 t \\ \varepsilon_y \sin \omega_1 t + \varepsilon_z \cos \omega_1 t \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \nabla_x^b \\ \nabla_y^b \\ \nabla_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_x \cos \omega_2 t - \nabla_y \cos \omega_1 t \sin \omega_2 t + \\ \nabla_z \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t \\ \nabla_x \sin \omega_2 t + \nabla_y \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t - \\ \nabla_z \sin \omega_1 t \cos \omega_2 t \\ \nabla_y \sin \omega_1 t + \nabla_z \cos \omega_1 t \end{bmatrix} \quad (9)$$

由式 (8) 和 (9) 可以看出, 双轴旋转能够将惯性元件在三个轴上的常值误差调制成周期振荡的, 从而补偿了所有轴上的惯性元件常值误差。

2 旋转式捷联惯导系统的粗对准方案

旋转式捷联惯导系统的粗对准过程, 即为对初始姿态阵 $C_s^n(t)$ 的求取。设对准位置的纬度为 L , 得到初始姿态阵

$C_s^n(t)$ 的表达式:

$$C_s^n(t) = C_e^n C_i^e(t) C_{i_{b0}}^i C_s^{i_{b0}}(t) \quad (10)$$

式中

$$C_e^n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\sin L & 0 & \cos L \\ \cos L & 0 & \sin L \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$C_i^e(t) = \begin{bmatrix} \cos \omega_{ie}(t-t_0) & \sin \omega_{ie}(t-t_0) & 0 \\ -\sin \omega_{ie}(t-t_0) & \cos \omega_{ie}(t-t_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$C_s^{i_{b0}}(t)$ 为 IMU 坐标系与基座惯性坐标系之间的转换矩阵, 可表示为 $C_s^{i_{b0}}(t) = C_b^{i_{b0}}(t) C_s^b(t)$, 其中 $C_s^{i_{b0}}(t_0) = I$.

摇摆状态下的旋转式捷联惯导中, IMU 系下的陀螺输出包含周期变化的地球自转角速度 ω_{ie}^s 、摇摆引起的干扰角速度 $\delta\omega^s$ 、IMU 旋转角速度 ω_{bs}^s 和陀螺常值漂移 $\varepsilon^{[10]}$.

$$\omega_{i_{b0}s}^s = \omega_{ie}^s + \delta\omega^s + \omega_{bs}^s + \varepsilon \quad (13)$$

陀螺输出在载体坐标系上的投影为

$$\omega_{i_{b0}b}^b = C_b^s \omega_{i_{b0}s}^s + \omega_{sb}^b \quad (14)$$

利用四元数法求解姿态更新公式:

$$\dot{C}_s^{i_{b0}} = C_s^{i_{b0}} \Omega_{i_{b0}s}^s = C_s^{i_{b0}} (\omega_{i_{b0}s}^s \times) \quad (15)$$

因此, 粗对准的任务由相对于导航坐标系的姿态矩阵 C_s^n 的估算问题转化为以惯性空间为参考基准的变换矩阵 $C_{i_{b0}}^i$ 的估算问题. $C_{i_{b0}}^i$ 为 i_{b0} 系与 i 系之间的转换矩阵, 易知它是一个常值阵. 在两个不同时刻, 根据 i 系下的重力加速度的积分 $\mathbf{V}^i$ 和 i_{b0} 系下的重力加速度的积分 $\mathbf{V}^{i_{b0}}$ 分别构建矢量, 采用双矢量定姿法求解 $C_{i_{b0}}^i$.

IMU 系下的加速度计的输出包含重力加速度 g^s 、线振动引起的干扰加速度 δa_D^s 、杆臂干扰加速度 a_{LA}^s 和加速度计的零偏 ∇ .

$$f^s = -g^s + \delta a_D^s + a_{LA}^s + \nabla \quad (16)$$

加速度计零偏 ∇ 被调制成周期变化的量, 在转动周期内积分均值为零. 故 i_{b0} 系下的速度为

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_f^{i_{b0}}(t_k) &= \int_{t_0}^{t_k} f^{i_{b0}} dt = \int_{t_0}^{t_k} C_b^{i_{b0}} f^b dt = \\ &= \int_{t_0}^{t_k} C_b^{i_{b0}} C_s^b (-g^s + \delta a_D^s + a_{LA}^s) dt = \\ &= C_b^{i_{b0}} \int_{t_0}^{t_k} g^i dt + \delta \mathbf{V}_D^{i_{b0}} + \mathbf{V}_{LA}^{i_{b0}} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\mathbf{V}_{LA}^{i_{b0}} = \int_{t_0}^{t_k} a_{LA}^{i_{b0}} dt = C_s^{i_{b0}} (\omega_{is}^s \times r^s) \quad (18)$$

由于 δa_D^s 近似为周期变化, 经过一个周期的积分后产生的速度误差近似为零, 可以忽略. 故式 (17) 可化简为

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^{i_{b0}}(t_k) &= \mathbf{V}_f^{i_{b0}}(t_k) - \mathbf{V}_{LA}^{i_{b0}}(t_k) = \\ &= C_b^{i_{b0}} \int_{t_0}^{t_k} g^i dt = C_b^{i_{b0}} \mathbf{V}^i(t_k) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{式中, } \mathbf{V}^i(t_k) = \int_{t_0}^{t_k} (-g^i) dt = - \int_{t_0}^{t_k} C_e^i C_n^e g^n dt$$

$$\mathbf{V}^i(t_k) = \begin{bmatrix} \frac{g \cos L}{\omega_{ie}} \sin \omega_{ie} \Delta t_k \\ \frac{g \cos L}{\omega_{ie}} (1 - \cos \omega_{ie} \Delta t_k) \\ \Delta t_k g \sin L \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中, $\Delta t_k = t_k - t_0$. 根据式 (19), 在 t_{k1} 、 t_{k2} 时刻 ($t_0 < t_{k1} < t_{k2}$) 有:

$$\begin{cases} \mathbf{V}^{i_{b0}}(t_{k1}) = C_{i_{b0}}^{i_{b0}} \mathbf{V}^i(t_{k1}) \\ \mathbf{V}^{i_{b0}}(t_{k2}) = C_{i_{b0}}^{i_{b0}} \mathbf{V}^i(t_{k2}) \end{cases} \quad (21)$$

由式 (21) 得:

$$\begin{aligned} \hat{C}_{i_{b0}}^i &= \begin{bmatrix} (\mathbf{V}^i)^T(t_{k1}) \\ (\mathbf{V}^i)^T(t_{k2}) \\ [\mathbf{V}^i(t_{k1}) \times \mathbf{V}^i(t_{k2})]^T \end{bmatrix}^{-1} \times \\ &\quad \begin{bmatrix} (\mathbf{V}^{i_{b0}})^T(t_{k1}) \\ (\mathbf{V}^{i_{b0}})^T(t_{k2}) \\ [\mathbf{V}^{i_{b0}}(t_{k1}) \times \mathbf{V}^{i_{b0}}(t_{k2})]^T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\mathbf{V}^i(t_{kj})$ ($j=1,2$) 按式 (20) 计算, 此外 $\mathbf{V}^{i_{b0}}(t_{kj})$ ($j=1,2$) 按式 (17)~(19) 计算, 将计算得到的 $\hat{C}_{i_{b0}}^i$ 代入式 (10), 即可算出 C_s^n , 完成旋转式捷联惯导系统的粗对准.

3 旋转式捷联惯导系统的精对准方案

基于上述粗对准方法可以得到粗略的初始姿态阵, 初始姿态阵产生的失准角可看作小角, 然后进行精对准来得到初始姿态阵的精确估计. 为了抑制和补偿载体线晃动和角晃动引起的不确定性量测干扰, 本文设计了一种改进的多渐消因子自适应 Kalman 滤波器来实现动态干扰情况下的精对准.

3.1 状态空间模型

在精对准阶段, 初始姿态阵 $C_s^n(t)$ 分为 3 个矩阵求取, 如下所示:

$$C_s^n(t) = C_e^n C_i^e(t) C_s^i(t) \quad (23)$$

式中, C_e^n 和 $C_i^e(t)$ 按上述粗对准方案中的方法进行求取. 因此, $C_s^n(t)$ 的确定关键在于 $C_s^i(t)$ 的确定.

$$C_s^i(t) = [C_{i'}^i(t)]^{-1} C_{i'}^{i'}(t) \quad (24)$$

$$C_{i'}^{i'}(t) = C_{i'}^{i'}(0) \Delta C_s^i \quad (25)$$

其中, $C_{i'}^{i'}(0)$ 是通过粗对准过程建立的 IMU 坐标系 (s 系) 与计算惯性坐标系 (i' 系) 之间的转换矩阵, 为精对准开始时的转换矩阵. ΔC_s^i 据陀螺和加速度计输出通过四元数算法求得^[11]. 由于器件误差的存在, i' 系与 i 系并不重合. 设 i' 系与 i 系间的失准角为 φ^i , 则从 i 系到 i' 系的转换矩阵为

$$C_{i'}^i = I - [\varphi^i \times] = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_z^i & \varphi_y^i \\ \varphi_z^i & 1 & -\varphi_x^i \\ -\varphi_y^i & \varphi_x^i & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

将式 (25) 代入式 (24), 即可求出 $C_s^i(t)$, 至此, 精对准阶段的主要问题即为对失准角的估计问题。

加速度计输出的比力在 i' 系中的投影为

$$C_s^{i'} \hat{f}^s = C_s^{i'} [(I + \delta K_A)(I + \delta A)(-g^s + a_{LA}^s + a_D^s) + \nabla] \approx -g^i + \varphi^i \times g^i + C_s^{i'} \nabla + C_s^{i'} a_{LA}^s + C_s^{i'} \delta a^s \quad (27)$$

式中, δa^s 为 IMU 坐标系下的等效干扰加速度, 并且 $\nabla = \nabla_b + \nabla_w$, ∇_b 、 ∇_w 分别为加速度计的常值偏置误差和量测高斯白噪声。将式 (27) 移项整理, 得:

$$C_s^{i'} \hat{f}^s + g^i - C_s^{i'} a_{LA}^s = \varphi^i \times g^i + C_s^{i'} \nabla_b + C_s^{i'} \nabla_w + \delta a^i \quad (28)$$

对上式积分, 得:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{V}}^i &= \int_{t_1}^t C_s^{i'} \hat{f}^s d\tau + \int_{t_1}^t g^i d\tau - \int_{t_1}^t C_s^{i'} a_{LA}^s d\tau = \\ &\int_{t_1}^t \varphi^i \times g^i d\tau + \int_{t_1}^t C_s^{i'} \nabla_b d\tau + \\ &\int_{t_1}^t C_s^{i'} \nabla_w d\tau + \int_{t_1}^t \delta a^i d\tau \end{aligned} \quad (29)$$

式中, $\mathbf{V}_{LA}^i = \int_{t_1}^t C_s^{i'} a_{LA}^s d\tau = C_s^{i'} (\omega_{is}^s \times r^s)$, $\mathbf{V}_g^i = \int_{t_1}^t g^i d\tau$, $\mathbf{V}_f^i = \int_{t_1}^t C_s^{i'} \hat{f}^s d\tau$, $\delta \mathbf{V}_D^i = \int_{t_1}^t \delta a^i d\tau$ 。

$$\delta \mathbf{V}^i = \int_{t_1}^t \varphi^i \times g^i d\tau + \int_{t_1}^t C_s^{i'} \nabla_b d\tau + \int_{t_1}^t C_s^{i'} \nabla_w d\tau \quad (30)$$

量测矢量表示为

$$\mathbf{Z} = \tilde{\mathbf{V}}^i = \mathbf{V}_f^i + \mathbf{V}_g^i - \mathbf{V}_{LA}^i = \delta \mathbf{V}^i + \mathbf{V}_w + \delta \mathbf{V}_D^i \quad (31)$$

由式 (30) 得到惯性系下的速度误差方程:

$$\delta \dot{\mathbf{V}}^i = -g^i \times \varphi^i + C_s^{i'} \nabla_b + C_s^{i'} \nabla_w \quad (32)$$

由姿态转换阵 C_s^i 和 $C_s^{i'}$ 的微分方程, 得到惯性系下的失准角方程:

$$\dot{\varphi}^i = -C_s^i \varepsilon_b - C_s^i \varepsilon_w \quad (33)$$

式中, ε_b 和 ε_w 分别为陀螺的常值漂移和量测高斯白噪声。

选取状态矢量为 $\mathbf{X} = [\delta V_x^i, \delta V_y^i, \delta V_z^i, \varphi_x^i, \varphi_y^i, \varphi_z^i, \varepsilon_{bx}, \varepsilon_{by}, \varepsilon_{bz}, \nabla_{bx}, \nabla_{by}, \nabla_{bz}]^T$, 量测矢量为 $\mathbf{Z} = [\delta V_x^i, \delta V_y^i, \delta V_z^i]^T$, 根据式 (32) 和 (33) 得到系统的状态空间模型:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{W} \\ \mathbf{Z} &= \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V}_w + \delta \mathbf{V}_D^i \end{aligned} \quad (34)$$

根据式 (32) 和 (33) 得到状态转移矩阵 $\mathbf{A}$ 、系统噪声矩

阵 $\mathbf{B}$ 和量测矩阵 $\mathbf{H}$, 分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & -(g^i \times) & 0_{3 \times 3} & C_s^i \\ 0_{3 \times 6} & -C_s^i & 0_{3 \times 3} & \\ 0_{3 \times 12} & & & \\ 0_{3 \times 12} & & & \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} C_s^i & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -C_s^i & 0_{3 \times 6} & \\ 0_{3 \times 12} & & & \\ 0_{3 \times 12} & & & \end{bmatrix} \\ \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 9} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (35)$$

系统噪声矢量为 $\mathbf{W} = [\nabla_{wx}, \nabla_{wy}, \nabla_{wz}, \varepsilon_{wx}, \varepsilon_{wy}, \varepsilon_{wz}, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$, 量测噪声矢量为 $\mathbf{V}_w$, 是高斯白噪声。 $\delta \mathbf{V}_D^i$ 是由载体线晃动和角晃动引起的不确定性量测干扰。

3.2 改进的多渐消因子自适应 Kalman 滤波算法

由于式 (34) 中的 $\delta \mathbf{V}_D^i$ 是由载体线晃动和角晃动引起的不确定性量测干扰, 故传统的 Kalman 滤波已无法完成精对准状态的最优估计。文献 [8-9] 针对传统的 SINS 静基座初始对准问题, 提出了多渐消因子自适应滤波算法, 通过渐消因子矩阵对预测误差协方差阵 $P_{k,k-1}$ 各分量进行不同程度的调节, 提高滤波精度。其算法的递推方程为

$$\hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (36)$$

$$P_{k,k-1} = \Lambda_k \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (37)$$

$$K_k = P_{k,k-1} H_k^T [H_k P_{k,k-1} H_k^T + R_k]^{-1} \quad (38)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} + K_k [\mathbf{Z}_k - H_k \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1}] \quad (39)$$

$$P_k = [I - K_k H_k] P_{k,k-1} \quad (40)$$

特别地, 在式 (37) 中, $\Lambda_k = \text{diag}\{\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \cdots \quad \lambda_n\}$ ($\lambda_i \geq 1, i = 1, 2, \dots, n$) 为对角阵, 每个对角线上的元素即为一个渐消因子。

文献 [8-9] 仅针对静基座下的初始对准问题给出了解决方案, 并未对动态干扰环境下的对准问题进行考虑。当系统受到外界较大的不确定干扰时, 会造成系统模型不完整。由于不完整信息的作用, $P_{k,k-1}$ 的值会增加。由式 (37) 可知, 不完整信息的作用可以通过膨胀 $P_{k,k-1}$ 值来补偿。理论上该算法能很好地估计出系统状态误差并对 $P_{k,k-1}$ 进行相应地调整。但在动态干扰较大环境中, 很难判定 k 时刻的 $P_{k,k-1}$ 主要是由载体动态误差还是由系统噪声变化引起的, 故区别对待 P_k 和 Q_k 是不合理的。

因此, 本文对渐消因子矩阵的嵌入方式作出调整, 将式 (37) 改进为

$$P_{k,k-1} = \Lambda_k \left(\Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \right) \Lambda_k^T \quad (41)$$

多渐消因子的计算公式为

$$\lambda_i = \begin{cases} \max \left\{ 1, \sqrt{\frac{N_{ii}}{s_i^2 J_{ii}}} \right\}, & i = 1, 2, \dots, m \\ 1, & i = m + 1, \dots, n \end{cases} \quad (42)$$

下面给出详细的推导过程. 针对式 (34) 给出的状态空间模型, 可得到残差序列:

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{Z}_k - H_k \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} \quad (43)$$

多渐消因子自适应 Kalman 滤波的原理是保持不同时刻的残差序列相互正交^[12-13], 从而抑制滤波发散, 即表示为

$$\begin{aligned} C_{j,k} &= \\ E[\mathbf{e}_{k+j} \mathbf{e}_k^T] &= H_{k+j} \Phi_{k+1,k+j-1} [I - K_{k+j-1} H_{k+j-1}] \cdots \\ \Phi_{k+1,k} [P_{k|k-1} H_k^T - K_k C_{0,k}] &= 0 \end{aligned} \quad (44)$$

参考文献 [12] 的推导过程, 可得:

$$\begin{aligned} C_k &= H_k P_{k,k-1} H_k^T + R_k = \\ &H_k \Lambda_k \left(\Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \right) \times \\ &\Lambda_k^T H_k^T + R_k \end{aligned} \quad (45)$$

其中, 令

$$\begin{aligned} M_k &= \\ &H_k \Lambda_k \left(\Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \right) \Lambda_k^T H_k^T \end{aligned} \quad (46)$$

$$N_k = C_k - R_k \quad (47)$$

$$J_k = \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (48)$$

则有

$$M_k = N_k \quad (49)$$

C_k 为 k 时刻实际残差输出序列的协方差阵, 可根据下式^[14]进行估算:

$$C_k = \begin{cases} \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T, & k = 1 \\ \frac{\rho C_k + \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T}{1 + \rho}, & k > 1 \end{cases} \quad (50)$$

其中, ρ 为衰减系数, $0 < \rho \leq 1$, 通常取 $\rho = 0.95$. 在很多导航定位中, 量测矩阵 H_k 满足:

$$H_k = \begin{bmatrix} S_{m \times m} & 0_{m \times (n-m)} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (51)$$

其中, $S_{m \times m} = \text{diag}\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$, $m < n$, n 为状态矢量的维数, m 为量测矢量的维数.

令 $p = n - m$, 由式 (46) 和 (48) 可得:

$$\begin{aligned} M_k &= H_k \Lambda_k J_k \Lambda_k^T H_k^T = \begin{bmatrix} S_{m \times m} & 0_{m \times p} \\ \Lambda_{m \times m}^1 & 0_{m \times p} \\ 0_{p \times m} & \Lambda_{p \times p}^2 \end{bmatrix} \times \\ &\begin{bmatrix} J_{m \times m}^{11} & J_{m \times p}^{12} \\ J_{p \times m}^{21} & J_{p \times p}^{22} \end{bmatrix} \times \\ &\begin{bmatrix} S_{m \times m} \\ 0_{p \times m} \end{bmatrix} = \\ &\Lambda_{m \times m}^1 S_{m \times m} J_{m \times m}^{11} S_{m \times m} \Lambda_{m \times m}^1 \end{aligned} \quad (52)$$

由式 (49) 和式 (52) 可得:

$$N_{ii} = \lambda_i^2 s_i^2 J_{ii}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (53)$$

式中, N_{ii} 和 J_{ii} 为矩阵 N_k 和 J_k 的第 i 行和第 i 列上的元素. 根据式 (53) 可得到多渐消因子的求法如式 (42) 所示.

由式 (42) 可以看出, 渐消因子的个数与量测矢量的个数有关. 量测矢量越多, 渐消因子的个数就越多, 对不同通道的调节能力就越强. 因而, 该滤波算法保证了滤波器的稳态精度和鲁棒性.

4 仿真分析

4.1 仿真环境假设

1) 舰船受风浪波动影响, 其航向角 ψ 、俯仰角 θ 、横滚角 γ 作周期变化^[15]

$$\psi = 30^\circ + 5^\circ \cos\left(\frac{2\pi}{7}t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\theta = 7^\circ \cos\left(\frac{2\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\gamma = 10^\circ \cos\left(\frac{2\pi}{6}t + \frac{\pi}{7}\right)$$

2) 存在横荡、纵荡和垂荡引起的线速度

$$V_{Di} = A_{Di} \omega_{Di} \cos(\omega_{Di} t + \varphi_{Di}), \quad i = x, y, z$$

其中, $A_{D_x} = 0.02 \text{ m}$, $A_{D_y} = 0.03 \text{ m}$, $A_{D_z} = 0.3 \text{ m}$, $\omega_{D_i} = 2\pi/T_{D_i}$, $T_{D_x} = 7 \text{ s}$, $T_{D_y} = 6 \text{ s}$, $T_{D_z} = 8 \text{ s}$. φ_{D_i} 为 $[0, 2\pi]$ 上服从均匀分布的随机相位.

3) 初始地理位置为东经 118° , 北纬 40° . 双轴旋转转速 $\omega_1 = 3\omega_2 = 18^\circ/\text{s}$. 陀螺常值漂移为 $0.01^\circ/\text{h}$, 随机漂移为 $0.001^\circ/\text{h}$. 加速度计常值零偏为 $100 \mu\text{g}$, 随机零偏为 $10 \mu\text{g}$. 东向、北向、天向的杆臂长度分别为 10 m 、 30 m 、 10 m .

4.2 仿真结果分析

利用不同时刻 (时间间隔不可为 24 小时的整数倍) 的重力矢量在惯性系内不共线的原理, 取 $t_{k1} = 50 \text{ s}$, $t_{k2} = 120 \text{ s}$, 对旋转式捷联惯导系统进行 50 次粗对准仿真, 每次粗对准仿真时间为 120 s . 然后进入精对准仿真阶段, 分别用传统 Kalman 滤波器 (Conventional Kalman filter, CKF)、单渐消因子自适应 Kalman 滤波器 (Single fading factor adaptive Kalman filter, SAKF)、文献 [8] 的多渐消因子自适应 Kalman 滤波器 (Multiple fading factors adaptive Kalman filter, MAKF) 和本文提出的改进的多渐消因子自适应 Kalman 滤波器 (Improved multiple fading factors adaptive Kalman filter, IMAKF) 对状态变量进行最优估计, 对比验证这四种滤波算法对不确定性干扰的抑制效果. 每组仿真历时 600 s , 并且以 50 次粗对准仿真结果中姿态误差角的均值和最大值分别作为精对准的初始失准角.

粗对准仿真曲线如图 1~3 所示, 图中横坐标 n 表示粗对准仿真次数. 根据 50 个粗对准仿真样本, 统计出粗对准结束时刻的姿态误差角 φ_x 、 φ_y 、 φ_z 的均值、最大值和最小值, 如表 1 所示, 并以统计结果作为衡量粗对准精度的指标.

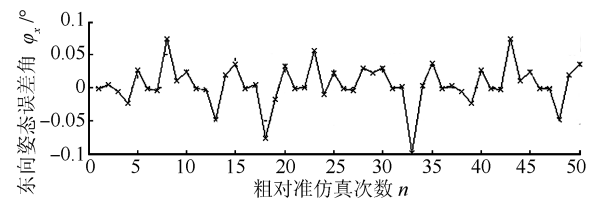


图 1 东向姿态误差角

Fig. 1 Eastern attitude error angle

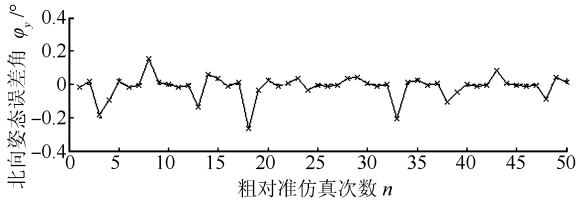


图 2 北向姿态误差角
Fig.2 Northern attitude error angle

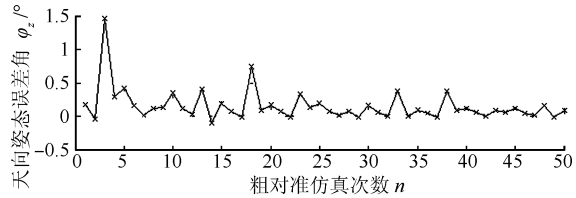


图 3 天向姿态误差角
Fig.3 Tilt attitude error angle

表 1 粗对准仿真结果统计

Table 1	Statistics for coarse alignment simulation result		
	$\varphi_x (^{\circ})$	$\varphi_y (^{\circ})$	$\varphi_z (^{\circ})$
均值	0.0287	-0.0419	0.1506
最大值	0.0740	0.1563	1.4611
最小值	-0.0986	-0.2668	-0.1044

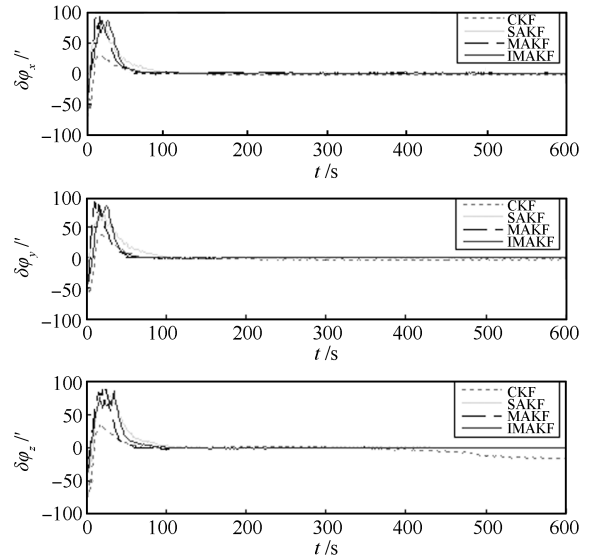
表 2 3 种滤波算法精度比较

Table 2 Comparison of three filtering algorithms for precision

算法	$\delta\varphi_x (^{\circ})$	$\delta\varphi_y (^{\circ})$	$\delta\varphi_z (^{\circ})$
SAKF	-0.34	-0.78	4.74
MAKF	0.29	0.66	3.87
IMAKF	0.24	0.57	3.83

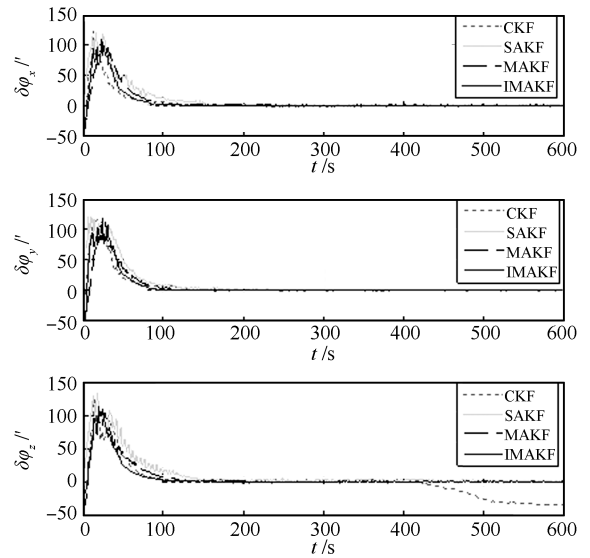
精对准仿真结果如图 4 所示(其中,图 4(a)为以 50 次粗对准仿真结果中姿态误差角的均值作为精对准的初始失准角的滤波结果,图 4(b)为以 50 次粗对准仿真结果中姿态误差角的最大值作为精对准的初始失准角的滤波结果),以姿态误差角的估计误差 $\delta\varphi_x$ 、 $\delta\varphi_y$ 、 $\delta\varphi_z$ 作为衡量精对准的指标。

由图 1~3 和表 1 可以看出,粗对准水平姿态角误差和方位角误差分别在几角分和几度的以内,能够满足进行精对准的要求。由图 4(a)和(b)可以看出,在动态干扰较大的环境下,由于噪声模型建立不准确,传统 Kalman 滤波器发散,而采用渐消自适应 Kalman 滤波器仍然能保持良好的滤波效果。这三种渐消自适应 Kalman 滤波器在 250 s 内都可以很好地完成动态干扰情况下的精对准,且对准精度较高,对图 4(a)中 3 种自适应滤波算法的精度进行比较,如表 2 所示。从图 4(a)、(b)和表 2 可以看出,本文的滤波方法能很好地克服传统 Kalman 滤波容易发散的缺点,提高滤波的抗干扰性。在精度和收敛速度上,本文的滤波方法优于文献 [10] 中的多渐消因子自适应 Kalman 滤波方法,单渐消因子自适应 Kalman 滤波方法次之,这同样证明了本文中改进的多渐消因子自适应 Kalman 滤波方法的有效性。



(a) 失准角误差曲线 1

(a) Error curves 1 of misalignment angles



(b) 失准角误差曲线 2

(b) Error curves 2 of misalignment angles

图 4 精对准仿真结果

Fig.4 Simulation results of accurate alignment

5 总结

动态干扰较大环境下的旋转式捷联惯导系统的对准方法不同于静止或微幅晃动基座上的对准方法。本文提出的粗对准方法利用 C_{sb}^{ib0} 矩阵有效地隔离了载体晃动干扰的影响,同时根据重力加速度信息在惯性系下的积分解算初始姿态阵,获得初始姿态角的粗略估计。在粗对准的基础上进一步进行精对准以获取初始姿态的精确估计,本文提出的改进的多渐消因子自适应 Kalman 滤波方法借鉴多渐消因子对不同数据通道进行调节的思想,改进了渐消因子矩阵在一步预测均方误差阵 $P_{k,k-1}$ 中的嵌入方式,在模型失配或不确定干扰的情况下获得最优的滤波效果,提高了滤波的稳定性和精度。本文设计的旋转式捷联惯导系统自对准方法计算过程简单、计

算量小, 克服了传统对准方法中存在的一些问题, 能够实现动态干扰环境下的快速精确自对准.

References

- 1 Qin Yong-Yuan, Yan Gong-Min, Gu Dong-Qing, Zheng Ji-Bing. A clever way of SINS coarse alignment despite rocking ship. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2005, **23**(5): 681–684
(秦永元, 严恭敏, 顾冬晴, 郑吉兵. 摇摆基座上基于信息的捷联惯导粗对准研究. 西北工业大学学报, 2005, **23**(5): 681–684)
- 2 Sun Feng, Cao Tong. Accuracy analysis of coarse alignment based on gravity in inertial frame. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2011, **32**(11): 2409–2415
(孙枫, 曹通. 基于重力信息的惯性系粗对准精度分析. 仪器仪表学报, 2011, **32**(11): 2409–2415)
- 3 Gu D Q, Naser El-Sheimy, Hassan T, Syed Z. Coarse alignment for marine SINS using gravity in the inertial frame as a reference. In: *Proceedings of the IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium*, Monterey, CA. Monterey, CA: IEEE, 2008. 961–965
- 4 Najjaran H, Goldenberg A. Real-time motion planning of an autonomous mobile manipulator using a fuzzy adaptive Kalman filter. *Robotics and Autonomous Systems*, 2006, **55**(2): 96–106
- 5 J. Ali. Strapdown inertial navigation system/astronavigation system data synthesis using innovation-based fuzzy adaptive Kalman filtering. *IET Science, Measurement and Technology*, 2010, **4**(5): 246–255
- 6 Wang Xiang-Hua, Qin Zheng, Yang Xin-Yu, Yang Hui-Jie. Adaptive algorithm for adjusting observation noises based on double-Kalman filter. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, **32**(2): 232–234
(王向华, 覃征, 杨新宇, 杨慧杰. 基于两次 Kalman 滤波的观测噪声自适应调整算法. 系统工程与电子技术, 2010, **32**(2): 232–234)
- 7 Yu M J. INS/GPS integration system using adaptive filter for estimating measurement noise variance. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, **48**(2): 1786–1792
- 8 Qian Hua-Ming, Ge Lei, Peng Yu. Multiple fading factors Kalman filter and its application in SINS initial alignment. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2012, **20**(3): 287–291
(钱华明, 葛磊, 彭宇. 多渐消因子卡尔曼滤波及其在 SINS 初始对准中的应用. 中国惯性技术学报, 2012, **20**(3): 287–291)
- 9 Gao W X, Miao L J, Ni M L. Multiple fading factors Kalman filter for SINS static alignment application. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2011, **24**(4): 476–483
- 10 Sun Feng, Sun Wei. Coarse alignment of SINS based on IMU single-axial rotation. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, **32**(6): 1272–1276
(孙枫, 孙伟. 基于单轴转动的捷联系统粗对准技术研究. 系统工程与电子技术, 2010, **32**(6): 1272–1276)
- 11 Gao W, Ben Y Y, Zhang X, Li Q, Yu F. Rapid fine Strap-down INS alignment method under marine mooring condition. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, **47**(4): 2887–2896
- 12 Xia Qi-Jun, Sun You-Xian, Zhou Chun-Hui. An optimal adaptive algorithm for fading Kalman filter and its application. *Acta Automatica Sinica*, 1990**16**(3): 210–216
(夏启军, 孙优贤, 周春晖. 渐消卡尔曼滤波器的最佳自适应算法及其应用. 自动化学报, 1990, **16**(3): 210–216)
- 13 Zhou Dong-Hua, Xi Yu-Geng, Zhang Zhong-Jun. A suboptimal multiple fading extended Kalman filter. *Acta Automatica Sinica*, 1991, **17**(6): 689–695, 758
(周东华, 席裕庚, 张钟俊. 一种带多重次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器. 自动化学报, 1991, **17**(6): 689–695, 758)
- 14 Shi Yong, Han Chong-Zhao. Adaptive UKF method with applications to target tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(6): 755–759
(石勇, 韩崇昭. 自适应 UKF 算法在目标跟踪中的应用. 自动化学报, 2011, **37**(6): 755–759)
- 15 Weng Hai-Na, Lu Quan-Cong, Huang Kun, Zhang Yu-Fei, Yang Gong-Liu. Rotation scheme design for rotary optical gyro SINS. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2009, **17**(1): 8–14
(翁海娜, 陆全聪, 黄昆, 张宇飞, 杨功流. 旋转式光学陀螺捷联惯导系统的旋转方案设计. 中国惯性技术学报, 2009, **17**(1): 8–14)

裴福俊 北京工业大学电子信息与控制工程学院副教授. 主要研究方向为自主导航, 组合导航, 信息融合. E-mail: pfj@bjut.edu.cn

(PEI Fu-Jun Associate professor at the College of Electronic Information and Control Engineering, Beijing University of Technology. His research interest covers autonomous navigation, integrated navigation, and information fusion.)

朱莉 北京工业大学电子信息与控制工程学院硕士研究生. 主要研究方向为自主导航与自适应控制. 本文通信作者.

E-mail: diamond-sophie@emails.bjut.edu.cn
(ZHU Li Master student at the College of Electronic Information and Control Engineering, Beijing University of Technology. Her research interest covers autonomous navigation and adaptive control. Corresponding author of this paper.)

刘璇 北京工业大学电子信息与控制工程学院硕士研究生. 主要研究方向为自主导航, 鲁棒控制. E-mail: blindzhq@163.com

(LIU Xuan Master student at the College of Electronic Information and Control Engineering, Beijing University of Technology. Her research interest covers autonomous navigation and robust control.)