第 40 卷 第 9 期 自 动 化 学 报 Vol. 40, No. 9
2014 年 9 月 ACTA AUTOMATICA SINICA September, 2014

永磁同步电机高效非线性模型预测控制

孔小兵 [1] 刘向杰 [1]

摘 要 永磁电机控制器要求电机有很强的转速跟踪能力, 并且要保证系统参数变化及负荷扰动下系统的鲁棒性. 永磁电机包含很多不确定因素, 是强耦合的非线性系统, 传统的线性控制器很难对其进行控制. 针对永磁电机的转速控制构造非线性模型预测控制方法. 非线性永磁电机模型通过输入-输出反馈线性化策略解耦成为新的线性系统. 为保证可行解的收敛性, 提出一种迭代二次规划方法来处理由输入-输出反馈线性化导致的非线性约束. 仿真结果表明, 控制器能有效降低计算负担, 具有很好的动态控制性能, 能抑制转矩脉动, 并保证在参数变化和负荷扰动下控制系统的鲁棒性.

关键词 永磁同步电机, 模型预测控制, 输入-输出反馈线性化, 非线性, 转速控制

引用格式 孔小兵, 刘向杰. 永磁同步电机高效非线性模型预测控制. 自动化学报, 2014, **40**(9): 1958−1966

DOI 10.3724/SP.J.1004.2014.01958

Efficient Nonlinear Model Predictive Control for Permanent Magnet Synchronous Motor

KONG Xiao-Bing[1] LIU Xiang-Jie[1]

Abstract Reliable control of the permanent magnet synchronous motor is necessary to ensure high speed-following capability and robustness under model parameter and load torque variations. This is often difficult to achieve using conventional linear controllers, as permanent magnet synchronous motor (PMSM) is a nonlinear and high coupling system containing many uncertainties. This paper proposes a nonlinear model predictive controller for a speed control of PMSM. The nonlinear PMSM decouples into a new linear system via the input-output feedback linearization scheme. To guarantee its convergence, an iterative quadratic program routine is proposed to solve the linear model based predictive control, problem with nonlinear constraints. Simulation results show the proposed controller has good dynamic and static performance and robustness under system parameter and load torque variations while reducing computational burden and torque ripples.

Key words Permanent magnet synchronous motor, model predictive control, input-output feedback linearization, nonlinearity, speed control

Citation Kong Xiao-Bing, Liu Xiang-Jie. Efficient nonlinear model predictive control for permanent magnet synchronous motor. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(9): 1958−1966

永磁同步电机 (Permanent magnet synchronous motor, PMSM) 具有结构简单、效率高、功率因数高、转矩/重量比高、转动惯量低等优点, 广泛应用于新能源领域的电动汽车、风力发电等系统中. 永磁同步电机是一个多变量、非线性、强耦合性系统, 且模型参数的不确定性、外部负载扰动以及端部效应等因素, 使常规线性控制方法难以对其进行有效控制.

收稿日期 2013-07-15 录用日期 2014-03-25
Manuscript received July 15, 2013; accepted March 25, 2014
国家自然科学基金 (60974051, 61273144), 北京市自然科学基金 (4122071) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60974051, 61273144), and Natural Science Foundation of Beijing (4122071)
本文责任编委 刘德荣
Recommended by Associate Editor LIU De-Rong
1. 华北电力大学新能源电力系统国家重点实验室 北京 102206
1. The State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources, North China Electric Power University, Beijing 102206

近几年, 许多先进算法用于提高永磁同步电机的性能, 如免疫协同微粒群进化算法的永磁同步电机多参数辨识模型方法[1]、基于神经网络的动态解耦控制[2−3]、变结构滑模控制[4−6]、自适应控制[7]、模糊滑模转速控制[8] 和鲁棒控制[9] 等. 尽管这些先进算法在不同程度上提高了永磁同步电机的控制性能, 但实现高转速跟踪控制很容易产生转矩脉动, 对电动机造成损害, 还限制了其在一些要求高精度位置、速度控制系统中的应用.

模型预测控制 (Model based predictive control, MPC) 是一种基于模型的优化控制技术, 其突出特点是能够在线处理系统输入-输出和状态约束, 并已广泛应用于炼油、化工、电力、造纸、冶金、食品加工等复杂工业过程控制中, 是当今过程控制的主流方法[10−14]. 相比而言, 模型预测控制在电机控制中的应用并不广泛, 其原因在于永磁电机控制是典型的快过程控制, 采样时间是毫秒级, 且系统具有

强非线性. 近年来, 国内外许多学者采用简化方法将 MPC 方法应用于永磁同步电机控制中. 文献 [15] 采用了线性永磁同步电机模型. 文献 [16] 将非线性永磁同步电机模型在局域点线性化. 文献 [17] 将非线性永磁同步电机模型进行输入-输出线性化. 这些近似方法的共同目的就是在运用 MPC 时, 避免求解非线性约束优化问题, 降低在线计算量, 但没有充分考虑由此带来的近似和约束非线性问题.

本文针对永磁电机采用输入-输出反馈线性化 (Input-output feedback linearization, IOFL) 实现非线性预测控制. 在非线性约束条件下, 所构造的收敛算法保证约束解的可行性. 仿真结果表明, 与现有的非线性预测控制相比, 本文提出的控制算法降低了在线计算量, 且具有很好的转速跟踪性能, 能有效抑制转矩脉动, 对负载扰动和参数变化不敏感, 易于在线实施.

1　PMSM 非线性模型

在 PMSM 矢量控制中, 定义定子磁链方向为 d 轴, 则 d-q 轴坐标下的等效电路如图 1 所示[18]. 图中, u_d 和 u_q 分别是定子 d 轴和 q 轴上的电压分量, i_d 和 i_q 是定子 d 轴和 q 轴上的电流分量, L_d 和 L_q 分别是定子 d 轴和 q 轴上的电感分量, R_s 是定子电阻, ϕ_d 和 ϕ_q 分别是 d 轴和 q 轴上的磁链分量, ω_n 是电角速度.

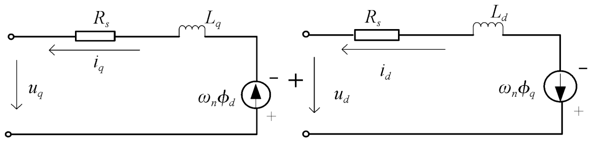

图 1　PMSM 的等效电路

Fig. 1　Equivalent circuit of a PMSM

由图 1 可知, 定子磁链定向的 d-q 轴两相旋转坐标系下电压方程为:

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d + \mathrm{p}\phi_d - \omega_n \phi_q \\ u_q = R_s i_q + \mathrm{p}\phi_q + \omega_n \phi_d \end{cases} \tag{1}$$

其中, p 是微分算子, 磁链方程为:

$$\begin{cases} \phi_d = L_d i_d + \phi_f \\ \phi_q = L_q i_q \end{cases} \tag{2}$$

式中, ϕ_f 是永磁体的磁链. 通常情况下, $\mathrm{p}\phi_\mathrm{f} = 0$, 即永磁体的磁链不发生变化.

PMSM 的电磁转矩 T_e 表达式为:

$$T_e = \frac{3}{2} p_n \left[(L_d - L_q) i_d i_q + \phi_f i_q \right] \tag{3}$$

式中, p_n 是电机的极对数.

PMSM 的永磁体多采用径向表面式分布, 即 $L_d = L_q$, 则 PMSM 的电磁转矩可简化为:

$$T_e = \frac{3}{2} p_n \phi_f i_q \tag{4}$$

PMSM 的运动方程为:

$$T_e = T_L + B_m \omega_r + J p \omega_r \tag{5}$$

式中, T_L 是负载转矩, B_m 是粘滞摩擦系数, J 是转动惯量, ω_r 是转子转速, 其中 $\omega_n = p_n \omega_r$.

综合式 (1)、(2) 和 (5) 可得到 PMSM 的偏微分模型方程:

$$\begin{cases} \mathrm{p}i_d = \dfrac{(u_d - R_s i_d + \omega_n L_q i_q)}{L_d} \\ \mathrm{p}i_q = \dfrac{(u_q - R_s i_q - \omega_n L_d i_d - \omega_n \phi_f)}{L_q} \\ \mathrm{p}\omega_r = \dfrac{(T_e - T_L - B_m \omega_r)}{J} \end{cases} \tag{6}$$

由上式可得 PMSM 的标准非线性状态空间模型:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = f(\bar{x}) + gu \\ y = \begin{bmatrix} i_d \\ \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(\bar{x}) \\ h_2(\bar{x}) \end{bmatrix} \end{cases} \tag{7}$$

式中,

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} i_d \; i_q \; \omega_r \end{bmatrix}^\mathrm{T}, u = \begin{bmatrix} u_d \; u_q \end{bmatrix}^\mathrm{T}$$

$$f(\bar{x}) = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_s}{L_d} i_d + P_n \omega_r i_q \\ -\dfrac{R_s}{L_q} i_q - P_n \omega_r i_d - \dfrac{P_n \phi_f}{L_q} \omega_r \\ \dfrac{3 P_n \phi_f}{2J} i_q - \dfrac{B_m}{J} \omega_r - \dfrac{1}{J} T_L \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} g_1 \; g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{L_q} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2　PMSM 输入-输出反馈线性化

PMSM 的仿射型状态空间模型 (7) 为非线性模型, 采用模型预测控制, 需首先对其进行输入-输出

反馈线性化[19]. 对输出变量分别求李导数:

$$\begin{cases} L_{g_1}h_1(\bar{x}) = \dfrac{1}{L_d} \neq 0 \\ L_{g_2}h_2(\bar{x}) = 0 \\ L_f h_2(\bar{x}) = f_3(\bar{x}) \\ L_{g_2}L_f h_2(\bar{x}) = \dfrac{3P_n\phi_f}{2JL_q} \neq 0 \end{cases}$$

由于 $L_{g_1}h_1(\bar{x}) = 1/L_d \neq 0$, $L_{g_2}L_f h_2(\bar{x}) = 3P_n/\phi_f 2JL_q \neq 0$, 系统相对阶 $\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = 2$. 因为 PMSM 的总相对阶 $\gamma_1 + \gamma_2 = 3 = n$, 其中 n 为状态变量个数, 因此 PMSM 非线性状态空间模型可以精确线性化, 选择一组新的状态变量如下:

$$\begin{aligned} & x_1 = h_1(\bar{x}) = i_d = \bar{x}_1 \\ & x_2 = h_2(\bar{x}) = \omega_r = \bar{x}_3 \\ & x_3 = L_f h_2(\bar{x}) = \frac{3P_n\phi_f}{2J}i_q - \frac{B_m}{J}\omega_r - \frac{1}{J}T_L = \\ & \quad \frac{3p_n\phi_f}{2J}\bar{x}_2 - \frac{B_m}{J}\bar{x}_3 - \frac{1}{J}T_L \end{aligned} \tag{8}$$

非线性反馈控制律为:

$$\begin{aligned} u = & \begin{bmatrix} L_{g_1}h_1(\bar{x}) & L_{g_2}h_2(\bar{x}) \\ L_{g_1}L_f h_2(\bar{x}) & L_{g_2}L_f h_2(\bar{x}) \end{bmatrix}^{-1} \times \\ & \left(-\begin{bmatrix} L_f h_1(\bar{x}) \\ L_f^2 h_2(\bar{x}) \end{bmatrix} + v\right) \end{aligned} \tag{9}$$

其中,

$$\begin{bmatrix} L_{g_1}h_1(\bar{x}) & L_{g_2}h_2(\bar{x}) \\ L_{g_1}L_f h_2(\bar{x}) & L_{g_2}L_f h_2(\bar{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \dfrac{3p_n\phi_f}{2JL_q} \end{bmatrix}$$

$$L_f h_1(\bar{x}) = -\frac{R_s}{L_d}\bar{x}_1 + p_n\bar{x}_2\bar{x}_3$$

$$\begin{aligned} L_f^2 h_2(\bar{x}) = & -\left(\frac{3p_n\phi_f R_s}{2JL_q} + \frac{3p_n\phi_f B_m}{2J^2}\right)\bar{x}_2 + \\ & \left(\frac{{B_m}^2}{J^2} - \frac{3{p_n}^2{\phi_f}^2}{2JL_q}\right)\bar{x}_3 - \frac{3p_n^2\phi_f}{2J}\bar{x}_1\bar{x}_3 + \frac{B_m}{J^2}T_L \end{aligned}$$

在新的状态变量 x 和新的输入 v 下, PMSM 的状态微分方程可写为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{y}_1 = v_1 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = \ddot{y}_2 = v_2 \end{cases}$$

将上式写成状态空间方程为:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bv = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} v \\ y = Cx = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x \end{cases} \tag{10}$$

3 PMSM 的约束模型预测控制策略

3.1 PMSM 线性模型预测控制

PMSM 的非线性模型经过输入-输出反馈线性化后, 得到的线性模型 (10) 可直接使用标准的模型预测控制策略[20]. 对模型 (10) 进行离散化:

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d v(k) \tag{11}$$

$$y(k) = C_d x(k) \tag{12}$$

其中, 矩阵 A_d、B_d 和 C_d 由 $A_d = \mathrm{e}^{AT}$, $B_d = \int_0^T \mathrm{e}^{At}\mathrm{d}t \cdot B$, $C_d = C$ 获得, $T = 0.1\,\mathrm{ms}$ 是采样周期.

定义状态增量 $\Delta x(k+1) = x(k+1) - x(k)$, $\Delta x(k) = x(k) - x(k-1)$, 控制增量 $\Delta v(k) = v(k) - v(k-1)$. 定义一组新的状态变量 $x_u(k) = \left[\Delta x(k)^{\mathrm{T}} y(k)\right]^{\mathrm{T}}$, 可得增广模型:

$$\begin{aligned} & \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}}^{x_u(k+1)} = \overbrace{\begin{bmatrix} A_d & 0_{2\times 3} \\ C_d A_d & I_{2\times 2} \end{bmatrix}}^{A_u} \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}^{x_u(k)} + \\ & \qquad \overbrace{\begin{bmatrix} B_d \\ C_d B_d \end{bmatrix}}^{B_u} \Delta v(k) \end{aligned}$$

$$y(k) = \overbrace{\begin{bmatrix} 0_{2\times 3} & I_{2\times 2} \end{bmatrix}}^{C_u} \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \tag{13}$$

PMSM 模型中, $I_{2\times 2}$ 是 2×2 维的单位矩阵, $0_{2\times 3}$ 是 2×3 维的零矩阵. 基于系统 (A_u, B_u, C_u) 可计算出整个预测时域 N_p 上的输出预测值为[20]:

$$Y = Fx_u(k) + \Phi\Delta V \tag{14}$$

其中,

$$Y = \left[y(k+1|k)^{\mathrm{T}} \cdots\ y(k+N_p|k)^{\mathrm{T}} \right]^{\mathrm{T}}$$

$$y\left(k+i|k\right) = \left[y_1\left(k+i|k\right) \quad y_2\left(k+i|k\right) \right]^{\mathrm{T}}$$

$$\Delta V = \left[\Delta v(k)^{\mathrm{T}} \cdots\ \Delta v(k+N_c-1)^{\mathrm{T}} \right]^{\mathrm{T}}$$

$$F = \begin{bmatrix} C_u A_u \\ C_u {A_u}^2 \\ \vdots \\ C_u {A_u}^{N_p} \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} C_u B_u & 0 & \cdots & 0 \\ C_u A_u B_u & C_u B_u & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_u {A_u}^{N_p-1} B_u & C_u {A_u}^{N_p-2} B_u & \cdots & C_u {A_u}^{N_p-N_c} B_u \end{bmatrix}$$

同理, 基于模型 (A_d, B_d, C_d) 可得整个控制时域 N_c 上状态预测值:

$$X = \tilde{A}\Delta V + \gamma \tag{15}$$

式中, $X = \left[x(k)^{\mathrm{T}} \cdots\ x(k+N_c-1|k)^{\mathrm{T}} \right]^{\mathrm{T}}$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ B_d & 0 & \cdots & 0 \\ \left(A_d + I\right) B_d & B_d & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\sum\limits_{i=1}^{N_c-1} {A_d}^{i-1} \right) B_d & \left(\sum\limits_{i=1}^{N_c-2} {A_d}^{i-1} \right) B_d & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\gamma = \begin{bmatrix} x\left(k\right) \\ x\left(k\right) + A_d \Delta x\left(k\right) \\ x\left(k\right) + \left(\sum\limits_{i=1}^{2} {A_d}^{i} \right) \Delta x\left(k\right) \\ \vdots \\ x\left(k\right) + \left(\sum\limits_{i=1}^{N_c-1} {A_d}^{i} \right) \Delta x\left(k\right) \end{bmatrix}$$

定义基于 ΔV 的二次目标函数:

$$J = \left(R_s - Y\right)^{\mathrm{T}} \left(R_s - Y\right) + \Delta V^{\mathrm{T}} \bar{R} \Delta V \tag{16}$$

其中, $\bar{R}$ 是控制量增量 ΔV 的权值矩阵, R_s 是预测时域上的输出量参考值. 将式 (14) 代入式 (16), 优化目标函数为:

$$J_{\min} = \frac{1}{2} \Delta V^{\mathrm{T}} H \Delta V + \eta^{\mathrm{T}} \Delta V \tag{17}$$

其中, $H = \Phi^{\mathrm{T}}\Phi + \bar{R}$, $\eta = \Phi^{\mathrm{T}}(-R_s + F x_u(k))$.

3.2 控制电压约束优化解

在 PMSM 系统中, 控制输入电压 u_d 和 u_q 的约束值和直流母线电压 (V_{dc}) 相关, 且控制电压最大值经脉宽调制器调节为 $V_{dc}/\sqrt{3}$, 直流母线电压对输入电压最大值的约束可分解为:

$$\begin{aligned} |u_q| &\le \varepsilon \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}} \\ |u_d| &\le \sqrt{1-\varepsilon^2} \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}} \end{aligned} \tag{18}$$

其中, $0 < \varepsilon < 1$.

在输入-输出反馈线性化后, PMSM 的非线性模型的输入 U 通过非线性状态反馈律 (9) 映射为预测控制器的输出 V, 不等式 (18) 中关于 U 的原始线性不等式约束转换成关于 V 的非线性不等式约束. 需对非线性约束 V 采用适当的线性化技术, 从而使新的优化问题仍能采用二次规划 (Quadratic program, QP) 计算.

基于等式 (8) 和 (9), 新的线性系统输入量和实际系统输入量的关系如下:

$$\begin{aligned} v_1 =& \frac{1}{L_d} u_d - \frac{R_s}{L_d} x_1 + \frac{2J}{3\phi_f} x_2 x_3 + \frac{B_m}{3\phi_f} {x_2}^2 + \frac{2}{3\phi_f} T_L x_2 \\ v_2 =& \frac{3P_n\phi_f}{2JL_q} u_q - \left(\frac{3p_n\phi_f R_s}{2JL_q} + \frac{3p_n\phi_f B_m}{2J^2} \right) \bar{x}_2 + \\ & \left(\frac{{B_m}^2}{J^2} - \frac{3{p_n}^2{\phi_f}^2}{2JL_q} \right) \bar{x}_3 - \frac{3p_n^2\phi_f}{2J} \bar{x}_1 \bar{x}_3 + \frac{B_m}{J^2} T_L = \\ & -\left(\frac{R_s}{L_q} + \frac{B_m}{J} \right) x_3 - \left(\frac{3p_n^2{\phi_f}^2}{2JL_q} + \frac{R_s B_m}{JL_q} \right) x_2 - \\ & \frac{3p_n^2\phi_f}{2J} x_1 x_2 - \frac{R_s}{JL_q} T_L + \frac{3P_n\phi_f}{2JL_q} u_q \end{aligned} \tag{19}$$

在 k 时刻, 要对未来控制时域 N_c 上的实际对象控制量进行约束. 因此将上式在控制时域 N_c 上扩展:

$$\left\{ \begin{aligned} v_1\left(k\right) =& \frac{1}{L_d} u_d\left(k\right) - \frac{R_s}{L_d} x_1\left(k\right) + \frac{2}{3\phi_f} T_L x_2\left(k\right) + \\ & \frac{2J}{3\phi_f} x_2\left(k\right) x_3\left(k\right) + \frac{B_m}{3\phi_f} x_2(k)^2 \\ v_2\left(k\right) =& \frac{3P_n\phi_f}{2JL_q} u_q\left(k\right) - \left(\frac{R_s}{L_q} + \frac{B_m}{J} \right) x_3\left(k\right) - \\ & -\frac{R_s}{JL_q} T_L - \left(\frac{3p_n^2{\phi_f}^2}{2JL_q} + \frac{R_s B_m}{JL_q} \right) x_2\left(k\right) - \\ & \frac{3p_n^2\phi_f}{2J} x_1\left(k\right) x_2\left(k\right) \end{aligned} \right.$$

$$\vdots$$

$$\begin{cases} v_1(k+N_c-1)=\dfrac{1}{L_d}u_d(k+N_c-1)- \\ \quad \dfrac{R_s}{L_d}x_1(k+N_c-1)+\dfrac{2J}{3\phi_f}x_2(k+N_c-1)\times \\ \quad x_3(k+N_c-1)+\dfrac{B_m}{3\phi_f}x_2(k+N_c-1)^2+ \\ \quad \dfrac{2}{3\phi_f}T_Lx_2(k+N_c-1) \\ v_2(k+N_c-1)=\dfrac{3P_n\phi_f}{2JL_q}u_q(k+N_c-1)- \\ \quad \left(\dfrac{R_s}{L_q}+\dfrac{B_m}{J}\right)x_3(k+N_c-1)- \\ \quad \left(\dfrac{3p_n^2{\phi_f}^2}{2JL_q}+\dfrac{R_sB_m}{JL_q}\right)x_2(k+N_c-1)- \\ \quad \dfrac{R_s}{JL_q}T_L-\dfrac{3p_n^2\phi_f}{2J}x_1(k+N_c-1)\times \\ \quad x_2(k+N_c-1) \end{cases} \tag{20}$$

由式 (15) 可以看出, X 可写成 ΔV 的表达式, 且

$$V=\begin{bmatrix} v(k) \\ v(k+1) \\ \vdots \\ v(k+N_c-1) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & & & & 0 \\ 1 & 1 & & & \\ 1 & 1 & 1 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{bmatrix}\times \begin{bmatrix} \Delta v(k) \\ \Delta v(k+1) \\ \vdots \\ \Delta v(k+N_c-1) \end{bmatrix}+v(k-1)$$

式 (20) 可在整个控制时域上写成如下矢量表达式:

$$U=G[\Delta V] \tag{21}$$

式中, $U=\left[u(k)^{\mathrm{T}}\ \cdots\ u(k+N_c-1|k)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$.

已知 $v(k+i-1)$ 可写成如下形式:

$$v(k+i-1)=v(k-1)+\sum_{j=1}^{i}\Delta v(k+j-1), \quad i=1,\cdots,N_c \tag{22}$$

且满足约束:

$$\underline{v}\le v\le \overline{v} \tag{23}$$

式中, $\underline{v}$、$\overline{v}$ 代表 v 的最大和最小值, 且 $\underline{v}$ 和 $\overline{v}$ 是状态相关的, 联合式 (22) 和 (23) 可推出:

$$\begin{aligned} &\underline{v}_{k+i-1}(x(k+i-1))-v(k-1)\le \\ &\quad \sum_{j=1}^{i}\Delta v(k+j-1)\le \\ &\quad \bar{v}_{k+i-1}(x(k+i-1))-v(k-1) \end{aligned} \tag{24}$$

上式在整个控制时域上可写成矢量形式:

$$\Lambda^{\mathrm{T}}\Delta V(k)\le c(X(\Delta V(k)))^{\mathrm{T}} \tag{25}$$

式中,

$$\Lambda=\left[L^{\mathrm{T}}\ -L^{\mathrm{T}}\right]$$

$$L=\begin{bmatrix} 1\,0 & & & & & & 0 \\ 0\,1 & 0 & & & & & \\ \vdots\ \vdots & \ddots & & \ddots & & \ddots & \vdots \\ 1\,0 & 1 & 0 & \cdots & & 1 & 0 \\ 0\,1 & 0 & 1 & \cdots & & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c=\left[\bar{v}_k-v(k-1)\ \cdots\ \bar{v}_{k+N_c-1}-v(k-1)\quad v(k-1)-\underline{v}_k\ \cdots\ v(k-1)-\underline{v}_{k+N_c-1}\right]$$

基于式 (21) 中 ΔV 和 U 的关系, 上式可写成:

$$\Lambda^{\mathrm{T}}\Delta V(k)\le c(X(\Delta V(U(k))))^{\mathrm{T}} \tag{26}$$

优化问题可归结为在约束 (26) 下, 实现目标函数 (17) 最小. 在实际约束范围内选取初始值, 采用迭代 QP 算法求此非线性预测控制优化解.

如果初始值选得恰当, 迭代二次规划路径能有效解决优化问题. 然而, 它本质上难以保证可行解的收敛性, 为此需增加以下算法以保证可行解的收敛性[21].

假定工作点为 U_0, 忽略高阶项, 对式 (21) 进行泰勒展开为:

$$U=U_0+g[\Delta V_0](\Delta V-\Delta V_0) \tag{27}$$

式中, U_0 是初始给定工作点, $\Delta V_0=G^{-1}(U_0)$, 矩阵 $g[\Delta V_0]$ 是 $\partial U/\partial \Delta V$ 在 U_0 点的雅可比矩阵. 定义 $M=g[\Delta V_0]$, $m_0=U_0-g[\Delta V_0]\times\Delta V_0$, 基于式 (27), PMSM 的实际约束可写成:

$$\underline{U}\le M\Delta V+m_0\le \bar{U} \tag{28}$$

式中,

$$\underline{U}=\left[-\sqrt{1-\varepsilon^2}\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}-\varepsilon\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}\cdots\right.$$
$$\left.-\sqrt{1-\varepsilon^2}\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}-\varepsilon\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}\right]^{\mathrm{T}}_{1\times 2N_c}$$

$$\bar{U}=\left[\sqrt{1-\varepsilon^2}\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}\ \varepsilon\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}\ \cdots\ \sqrt{1-\varepsilon^2}\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}\ \varepsilon\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}\right]^{\mathrm{T}}_{1\times 2N_c}$$

为解决收敛问题, PMSM 的优化问题可以改为:

$$J_{\min}=\frac{1}{2}\Delta V^{\mathrm{T}}H\Delta V+\eta^{\mathrm{T}}\Delta V \tag{29}$$

且满足线性约束:

$$\underline{U}\le M^{\alpha}\Delta V+m_0{}^{\alpha}\le\bar{U} \tag{30}$$

其中, $M^{\alpha}=1/(\alpha)g\left[\Delta V_0\right]$, $m_0{}^{\alpha}=U_0-1/(\alpha)g\left[\Delta V_0\right]\times\Delta V_0$, $0<\alpha<1$, 以上保证收敛性的迭代算法步骤如下:

步骤 1. $i=0$, 在实际约束范围内初始化 U_0.

步骤 2. $N-i<0$, 转向步骤 6.

步骤 3. 在 U_i 点优化求解:
$\Delta V_{i+1}^{*}=\arg\min\limits_{\Delta V}J_{\min}(\Delta V)$, 满足约束: $\Lambda^{\mathrm{T}}\Delta V(k)\le c(X(\Delta V(U_i(k))))^{\mathrm{T}}$.

步骤 4. 计算 $c(X(\Delta V(U_{i+1}(k))))^{\mathrm{T}}$, 其中 $U_{i+1}(k)=G\left[\Delta V_{i+1}^{*}\right]$.

步骤 5. 检验 $\Lambda^{\mathrm{T}}\Delta V_{i+1}(k)\le c(X(\Delta V(U_{i+1}(k))))^{\mathrm{T}}$ 是否成立. 如果成立, 则迭代结束; 否则, $i=i+1$, 返回步骤 2.

步骤 6. $U_0=U_{i+1}$, $\Delta V_0=G^{-1}\left[U_0\right]$, $\alpha_{i-1}=1$, 根据定义求出 M 和 m_0.

步骤 7. 实施减小系数: $\alpha_i=\alpha_{i-1}\times\lambda$.

步骤 8. 优化求解: $\Delta V_{i+1}^{*}=\arg\min\limits_{\Delta V}J_{\min}(\Delta V)$, 满足约束 $\underline{U}\le M^{\alpha}\Delta V+m_0{}^{\alpha}\le\bar{U}$.

步骤 9. $U_{i+1}(k)=G\left[\Delta V_{i+1}^{*}\right]$, 如果 $\left(\underline{U}\le U_{i+1}\le\bar{U}\right)$ 成立, 则迭代结束; 否则, $i=i+1$, 返回步骤 7.

其中, N 为第一种约束处理方法的最大实施次数, 第二种约束处理方法的收敛速度依赖于参数 α 的减小速度, λ 为保证收敛性算法的衰减系数, 要求 $0<\lambda<1$. 在永磁电机的控制中, 我们选取 $N=10,\lambda=0.75$.

4　仿真研究

将本文的基于 IOFL 的迭代二次规划方法与近年来针对永磁同步电机广泛采用的 2 种高效预测控制方法: 局部模型线性化的预测控制策略[16](简称方法 1)、基于 IOFL 的非线性约束预测控制策略[17](简称方法 2) 进行对比.

PMSM 系统参数选择如下[16]: PMSM 极对数 $P_n=2$, 转动惯量 $J=0.47\,(\mathrm{kg\cdot cm^2})$, 粘滞摩擦系数 $B_m=1.1\times10^{-4}$, 定子 d 轴和 q 轴上的电感分量 $L_d=L_q=7.0\,(\mathrm{mH})$, 定子电阻 $R_s=2.98\,(\Omega)$, 永磁体的磁链 $\phi_f=0.125\,(\mathrm{Wb})$, 直流母线电压 $V_{dc}=100\,\mathrm{V}$, 额定负载转矩 $T_L=2\,(\mathrm{N\cdot m})$, 取 $\varepsilon=0.9$.

首先, 在永磁电机空载情况下进行仿真研究, 选择控制时域 $N_c=3$, 预测时域 $N_p=7$. 转速给定值为 1 000 r/min(即 rpm), 定子电流 d 轴分量 i_d 为 0. 3 种控制算法的转速阶跃响应如图 2 所示. 从控制精度 (累计误差平方和) 和计算负担两个方面对 3 种控制方法的控制性能做全面比较, 结果见表 1. 如图 2 和表 1 所示, 采用本文基于 IOFL 的迭代二次规划跟踪效果好, 响应快且超调小, 可以使转速在 5 毫秒左右达到给定值. 方法 2 采用了输入-输出反馈线性化后使系统整体为线性, 但由此带来系统约束为非线性, 约束求解采用了非线性优化中的内点法, 计算量仍然较大. 方法 1 在每一点都采用局部模型线性化方法, 计算量大大降低, 但控制性能稍有下降.

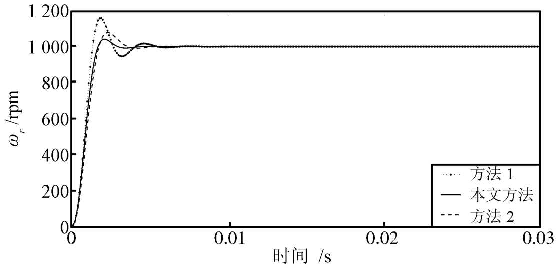

图 2　永磁电机转速阶跃响应

Fig. 2　The step response of the rotor speed

表 1　$N_c=3, N_p=7$ 时, 三种控制方法的性能比较

Table 1　The control performance comparison of three strategies with $N_c=3, N_p=7$

	仿真时间 (采样时间)	输出误差平方和 (rpm)²
本文方法	0.5213	6.97×10^6
方法 1	0.3976	7.78×10^6
方法 2	0.9542	7.1596×10^6

图 3 是三种控制策略下的控制量 u_q 的响应对比, 这三种控制策略下的控制量 u_q 都满足约束. 图 4 是本文提出的控制策略中每步优化的迭代次数, 在初始时刻迭代次数最大为 33 次, 但随后迅速收敛, 最后仅需 1 次.

本文构造的输入-输出反馈线性化方法, 其本质是采用二次规划方法求解线性优化问题, 而非线性模型预测控制的通用方法是采用序列二次规划 (Sequence quadratic program, SQP) 方法. 下面从控制性能和计算负担两个方面对 2 种控制策略进行

比较, 即考察整个时域上累计误差平方和所需的相对优化时间. 在预测控制系统中, 随着预测时域的增大, 控制性能得到提高, 但是计算负担也相应增大, 对于永磁同步电机这样的快过程, 难以在线实施. 这反映了非线性预测控制中改善控制性能与减小计算负担之间的矛盾. 表 2 是不同预测时域下两种控制策略的对比结果. 两种控制策略在整个预测时域上都得到了可行解, 它们的闭环控制性能相似. 随着预测时域的增大, SQP 策略的计算时间增加较明显, 本文策略计算时间增加较少, 这归因于有效的迭代过程. 从图 5 可以看出, 综合考虑计算负担和控制性能, 本文提出的基于 IOFL 的迭代二次规划 MPC 优于 SQP.

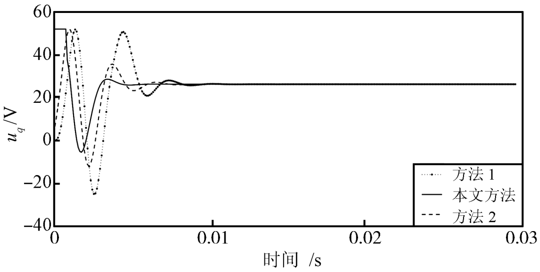

图 3 永磁电机控制变量 u_q 的响应曲线对比

Fig. 3 The response of the input voltage u_q

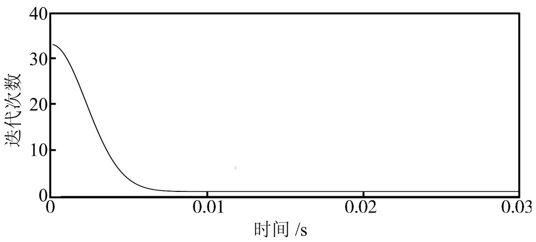

图 4 本文算法控制策略和每步优化迭代次数

Fig. 4 The iterations of every sample by the proposed strategy

表 2 不同控制时域下 SQP 和本文方法的控制性能比较

Table 2 The control performance comparison of SQP and strategy proposed in this under varying control horizon

预测时域	仿真时间 (采样时间)		输出误差平方和 (rpm)^2	
	本文方法	SQP	本文方法	SQP
5	0.3125	0.8513	7.01×10^6	7.14×10^6
7	0.5213	1.3624	6.97×10^6	7.03×10^6
10	0.9487	2.0089	6.92×10^6	6.98×10^6
13	1.4316	2.7350	6.84×10^6	6.87×10^6

在实际系统中, 永磁电机的负载会频繁变化. 为了测试负载变化对系统性能的影响, 设定转速参考值为 1000 r/min, 在 0.03 s 电机由空载上升到额定负载的 50% 并保持. 测试结果如图 6 和图 7 所示. 图 6 为系统负载变化情况下永磁电机转速响应曲线, 从图中可以看出, 负载变化对转速响应影响很小. 图 7 为系统负载变化情况下控制量 u_q 的响应曲线, 可以看出, 控制量的波动很小, 且满足约束.

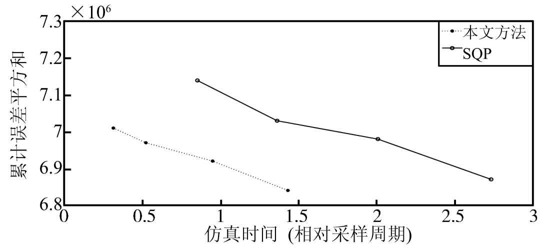

图 5 两种控制策略控制性能比较图

Fig. 5 The control performance comparison of two strategies

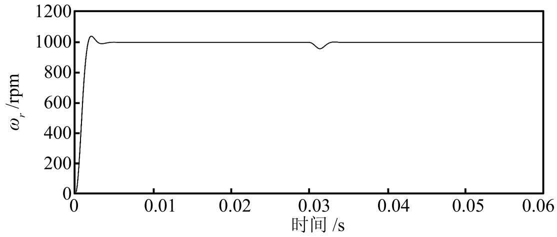

图 6 负载变化时, 转速响应曲线

Fig. 6 The response of the rotor speed under load changing condition

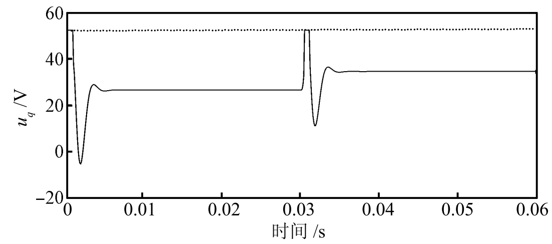

图 7 负载变化时, 控制量 u_q 的响应曲线

Fig. 7 The response of the input voltage u_q under load changing condition

在实际系统中, 永磁电机的参数受环境因素影响, 比如定子中的电阻和电感会随环境温度的变化而变化. 为了测试参数 L_d、L_q、R_s、J、B_m 变化对系统性能的影响, 在空载情况下, 设定转速参考值为 1000 r/min, 在 0.03 s 电参数定子电感 L_d 和 L_q 及定子电阻 R_s 增加 20% 并保持; 在 0.06 s 机械参数转动惯量 J 和粘滞系数 B_m 上升 20%. 测试结果如图 8 和图 9 所示. 图 8 为系统参数变化情况下永磁电机转速响应曲线. 从图中可以看出, 参数扰动对转速响应影响很小, 本文设计的 IOFL 迭代二次规划预测控制器具有很好的鲁棒性. 图 9 为系统参数变

化情况下控制量 u_q 的响应曲线, 从图 9 可以看出, 控制量的波动很小, 且满足约束.

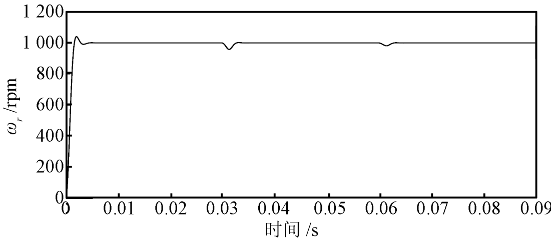

图 8　系统参数变化时, 转速响应曲线

Fig. 8　The response of the rotor speed under parameters changing condition

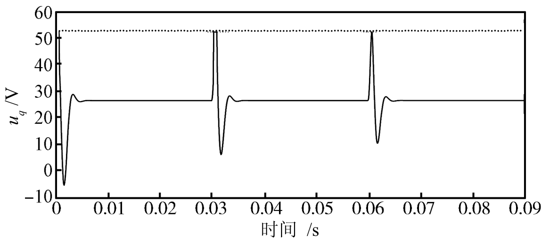

图 9　系统参数变化时, 控制量 u_q 的响应曲线

Fig. 9　The response of the input voltage u_q under parameters changing condition

永磁同步电机实现转速跟踪控制的同时, 很容易产生转矩脉动, 不仅对电动机造成损害, 还限制了其在一些要求高精度位置、速度控制系统中的应用. 下面将本文的方法与现今较为流行的变结构滑模控制[4−6] 方法进行对比. 滑模面的设计如下: 设定转速给定值为 $\omega_r{}^*$, 定义误差状态为 $e_\omega = \omega_r{}^* - \omega_r$, 则转速误差系统的方程为:

$$\dot{e}_\omega = \dot{\omega}_r^* - \frac{\dfrac{3}{2}p_n\phi_f i_q - T_L - B_m\omega_r}{J}$$

非奇异终端滑模面为:

$$l_\omega = e_\omega + \gamma_1 \dot{e}_\omega^{\frac{p_1}{q_1}}$$

式中, $\gamma_1 > 0$, p_1、q_1 为奇数且 $1 < p_1/q_1 < 2$.

图 10～12 是在空载情况下转速阶跃变化时两种方法的控制效果. 模型预测控制作为一种基于模型的约束优化控制技术, 有效约束了控制电压, 从而抑制转矩脉动, 提高电机运行效率.

5　结论

本文基于矢量控制技术建立了永磁电机非线性模型, 在此基础上构造了模型预测控制策略. 非线性永磁电机模型通过输入-输出反馈线性化策略解耦成为新的线性系统. 为保证可行解的收敛性, 本文提出一种迭代二次规划方法来处理由输入-输出反馈线性化产生的非线性约束. 仿真结果表明, 本文设计的控制器能有效降低计算量, 具有很好的动态控制性能, 适于在线应用, 并保证在参数变化及负荷扰动下控制系统的鲁棒性. 与现有的方法相比, 由于模型预测控制具有的约束处理能力, 有效地抑制了永磁电机的转矩脉动.

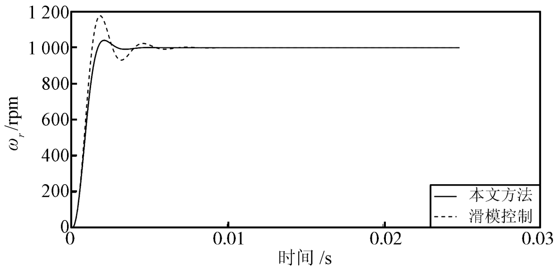

图 10　永磁电机转速阶跃响应

Fig. 10　The step response of the rotor speed

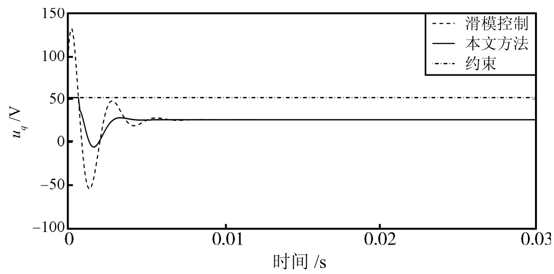

图 11　永磁电机控制变量 u_q

Fig. 11　The response of the input voltage u_q

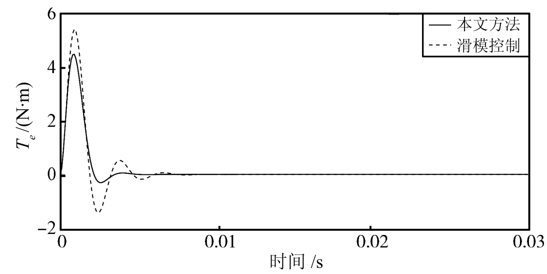

图 12　永磁电机转矩 T_e

Fig. 12　The response of the electromagnetic torque T_e

References

1 Liu Zhao-Hua, Zhang Jing, Li Xiao-Hua, Zhang Ying-Jie. Immune co-evolution particle swarm optimization for permanent magnet synchronous motor parameter identification. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **38**(10): 1698−1708
(刘朝华, 章兢, 李小花, 张英杰. 免疫协同微粒群进化算法的永磁同步电机多参数辨识模型方法. 自动化学报, 2010, **38**(10): 1698−1708)

2 Li Xiao-Ning, Zhao Xian-Feng, Huang Da-Gui, Shao Wei. Decoupling control for permanent magnet synchronous motor based on single neuron. *Control Theory & Applications*, 2012, **29**(7): 933−939
(李晓宁, 赵现枫, 黄大贵, 邵伟. 基于单神经元的永磁同步电机解耦控制. 控制理论与应用, 2012, **29**(7): 933−939)

3 Liu Xian-Xing, Hu Yu-Wen. Dynamic decoupling control of PMSM based on neural network inverse method. *Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering*, 2007, **27**(27): 72−76
(刘贤兴, 胡育文. 永磁同步电机的神经网络逆动态解耦控制. 中国电机工程学报, 2007, **27**(27): 72−76)

4 Zhang Bi-Tao, Pi You-Guo. Fractional order sliding-mode control for permanent magnet synchronous motor. *Control Theory & Applications*, 2012, **29**(9): 1193−1197
(张碧陶, 皮佑国. 基于分数阶滑模控制技术的永磁同步电机控制. 控制理论与应用, 2012, **29**(9): 1193−1197)

5 Ling Rui, Chai Yi. Multi-variable second order sliding mode control for PMLSM. *Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering*, 2009, **29**(36): 60−66
(凌睿, 柴毅. 永磁直线同步电机多变量二阶滑模控制. 中国电机工程学报, 2009, **29**(36): 60−66)

6 Shi Hong-Yu, Feng Yong. High-order terminal sliding mode flux observer for induction motors. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **38**(2): 288−294
(史宏宇, 冯勇. 感应电机高阶终端滑模磁链观测器的研究. 自动化学报, 2013, **38**(2): 288−294)

7 Underwood S J, Husain I. Online parameter estimation and adaptive control of permanent-magnet synchronous machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2010, **57**(7): 2435−2443

8 Leu V Q, Choi H H, Jung J W. Fuzzy sliding mode speed controller for PM synchronous motors with a load torque observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, **27**(3): 1530−1539

9 Mohamed Y A R I. Design and implementation of a robust current-control scheme for a PMSM vector drive with a simple adaptive disturbance observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2007, **54**(4): 1981−1988

10 Qin S J, Badgwell T A. A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, 2003, **11**(7): 733−764

11 Liu X J, Guan P, Chan C W. Nonlinear multi-variable power plant coordinate control by constrained predictive scheme. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, **18**(1): 1116−1125

12 Liu X J, Chan C. Neuro-fuzzy generalized predictive control of boiler steam temperature. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2006, **21**(4): 900−908

13 Kong Xiao-Bing, Liu Xiang-Jie. Nonlinear model predictive control for DFIG-based wind power generation. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(5): 636−643
(孔小兵, 刘向杰. 双馈风力发电机非线性模型预测控制. 自动化学报, 2013, **39**(5): 636−643)

14 Zheng Yi, Li Shao-Yuan. Networked cooperative distributed model predictive control for dynamic coupling systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(11): 1778−1789
(郑毅, 李少远. 网络信息模式下分布式系统协调预测控制. 自动化学报, 2013, **39**(11): 1778−1789)

15 Fiacchini M, Alvarado I, Limon D, Alamo T, Camacho E F. Predictive control of a linear motor for tracking of constant references. In: Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control. San Diego, CA, USA: IEEE, 2006. 4526−4531

16 Chai S, Wang L P, Rogers E. Model predictive control of a permanent magnet synchronous motor. In: Proceedings of the 37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society. Melbourne, Australia: IEEE. 2011. 1928−1933

17 Lin Hui, Wang Yong-Bin, Ji Hong. Model predictive control of PMSM based on feedback linearization. *Measurement & Control Technology*, 2011, **30**(3): 53−57
(林辉, 王永宾, 计宏. 基于反馈线性化的永磁同步电机模型预测控制. 测控技术, 2011, **30**(3): 53−57)

18 Chaoui H, Sicard P. Adaptive fuzzy logic control of permanent magnet synchronous machines with nonlinear friction. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, **59**(2): 1123−1133

19 Khalil H K. *Nonlinear Systems*. New Jersey: Prentice Hall, 2002. 505−544

20 Wang L P. *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*. New York: Springer, 2009. 22−26

21 Botto M A, Van Den Boom T J J, Krijgsman A, Da Costa J S. Predictive control based on neural network models with I/O feedback linearization. *International Journal of Control*, 1999, **72**(17): 1538−1554

孔小兵 华北电力大学控制与计算机工程学院博士研究生. 2008 年获华北电力大学自动化系学士学位. 主要研究方向为模型预测控制理论及其在能源电力系统控制中的应用.
E-mail: kongxiaobing@ncepu.edu.cn
(**KONG Xiao-Bing** Ph. D. candidate at the School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University. She received her bachelor degree from North China Electric Power University in 2008. Her research interest covers model predictive control and its application in power industry.)

刘向杰 华北电力大学控制与计算机工程学院教授. 1989 年获东北大学自控系工业电气自动化专业学士学位. 1997 年获东北大学自动化研究中心博士学位. 主要研究方向为先进控制策略在电力过程控制中的应用. 本文通信作者.
E-mail: liuxj@ncepu.edu.cn
(**LIU Xiang-Jie** Professor at the School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University. He received his bachelor degree from Northeastern University in 1989, and the Ph. D. degree from the Research Center of Automation, Northeastern University in 1997. His research interest covers application of advanced control strategy in power process control. Corresponding author of this paper.)