

# 提高测量可靠性的多传感器数据融合有偏估计方法

岳元龙<sup>1</sup> 左信<sup>1</sup> 罗雄麟<sup>1</sup>

**摘要** 为了提高测量数据可靠性,多传感器数据融合在过程控制领域得到了广泛应用.本文基于有偏估计能够减小最小二乘无偏估计方差的思想,提出采用多传感器有偏估计数据融合改善测量数据可靠性的方法.首先,基于岭估计提出了有偏测量过程,并给出了测量数据可靠性定量表示方法,同时证明了有偏测量可靠度优于无偏测量可靠度.其次,提出了多传感器有偏估计数据融合方法,证明了现有集中式与分布式无偏估计数据融合之间的等价性.最后,证明了多传感器有偏估计数据融合收敛于无偏估计数据融合.实例应用验证了方法的有效性.

**关键词** 测量,可靠性,数据融合,有偏估计,岭估计

**引用格式** 岳元龙,左信,罗雄麟.提高测量可靠性的多传感器数据融合有偏估计方法.自动化学报,2014,40(9):1843–1852

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2014.01843

## Improving Measurement Reliability with Biased Estimation for Multi-sensor Data Fusion

YUE Yuan-Long<sup>1</sup> ZUO Xin<sup>1</sup> LUO Xiong-Lin<sup>1</sup>

**Abstract** The multi-sensor data fusion method is widely adopted in the process control community to improve the reliability of measured data. Based on the idea that biased estimation can reduce the variance of least square estimation, a multi-sensor biased estimation data fusion method is proposed to improve the measurement reliability. Firstly, biased measurement is presented based on ridge estimation, and a quantitative description method evaluating the reliability of the measurement data is proposed. The biased measurement reliability superior to the unbiased one is also verified. Secondly, a multi-sensor biased estimation data fusion scheme, which synthesizes the merits of the biased measurement and multi-sensor data fusion, is proposed, and the conclusion that is proven to decentralized unbiased estimation data fusion is equal to the centralized one is proved. Thirdly, the proposed fusion method is proven to converge to the unbiased estimation data fusion. Finally, a laboratory scale experiment illustrates that the presented method is effective.

**Key words** Measurement, reliability, data fusion, biased estimation, ridge estimation

**Citation** Yue Yuan-Long, Zuo Xin, Luo Xiong-Lin. Improving measurement reliability with biased estimation for multi-sensor data fusion. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(9): 1843–1852

生产过程未知参数测量质量的优劣直接影响过程控制系统的工作性能和产品质量,甚至决定生产设备能否安全运行,所以提高测量数据可靠性(简称测量可靠性)一直是过程控制领域的研究热点.

目前单传感器测量数据的处理方法主要有三种:平均值法<sup>[1]</sup>、加权平均法<sup>[2]</sup>和递推滤波算法<sup>[3]</sup>.作者通过理论推导,发现这些方法都是特殊形式的最小二乘估计(Least square estimation, LS).例如,基于模型

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (1)$$

可得未知参数  $\mathbf{x}$  的最小二乘估计为

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (2)$$

其中,观测矢量  $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ ,观测矩阵  $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ,未知参数矢量  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ , $\mathbf{w} \in \mathbf{R}^{m \times 1}$  为相同分布高斯白噪声.特别地,当观测矩阵  $\mathbf{H} = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ .式(2)化简为

$$\hat{x}_{\text{LS}} = \frac{\sum_{i=1}^m y_i}{m} \quad (3)$$

分析式(3)可知,平均值法与其具有相同的表达式.采用类似的分析过程,可得另外两种方法与最小二乘估计是等价的.由于最小二乘估计是一种无偏估计,所以这种等价关系也说明上述三种数据处理方法具有无偏性,本文称之为无偏测量过程.

无偏测量过程可以采用方差直接衡量测量可靠性,即方差越小测量可靠性越高<sup>[4]</sup>.为了提高测量可靠性,国内外学者提出了多传感器数据融合的方法<sup>[5–7]</sup>,旨在减小测量方差.目前多传感器数据融合

收稿日期 2013-05-31 录用日期 2014-02-26  
Manuscript received May 31, 2013; accepted February 26, 2014  
国家重点基础研究发展计划(973计划)(2012CB720500),国家自然科学基金(21006127, 61104218),中国石油大学(北京)科研基金资助项目(YJRC-2013-12)资助

Supported by the National Basic Research Program of China (973 Program) (2012CB720500), National Natural Science Foundation of China (21006127, 61104218), and the Science Foundation of China University of Petroleum (YJRC-2013-12)

1. 中国石油大学(北京)自动化系 北京 102249  
1. Department of Automation, China University of Petroleum, Beijing 102249

常用的理论方法为线性无偏估计理论<sup>[8-11]</sup> (简称多传感器无偏估计数据融合), 其中又以最小二乘估计应用最为广泛<sup>[10, 12]</sup>. 但是现有多传感器无偏估计数据融合方法存在两方面问题: 1) 融合结果可靠性均为定性说明而无法量化表示, 即只能通过比较不同融合结果的方差定性地判断融合结果可靠性的优劣; 2) 虽然多传感器无偏估计数据融合具有无偏性的优良性质, 但是并不能由此认为它的测量结果一定是高可靠的. 因为根据高斯-马尔科夫定理可知, 最小二乘估计方差有下界, 所以此时无偏估计数据融合具有最小的方差, 但是当这个最小方差本身却很大时<sup>[13]</sup>, 那么无偏估计数据融合将不能保证测量数据的可靠性一定是可接受的.

但值得一提的是, 无偏测量过程与最小二乘估计之间的等价关系为线性有偏估计算法用于提高测量可靠性成为可能. 如 James-Stein 估计<sup>[14]</sup>、压缩最小二乘估计<sup>[15]</sup>、刘估计<sup>[16-17]</sup>、岭估计 (Ridge estimation, RE)<sup>[18-19]</sup> 等. 其中岭估计是应用最为广泛的改进最小二乘估计方法. 本文以岭估计为基础提出多传感器有偏估计数据融合方法, 进一步改善测量可靠性.

## 1 有偏估计提高测量可靠性的分析

假设传感器测量模型为式 (1), 输入噪声  $\mathbf{w}$  满足相同高斯分布, 且与待测未知矢量  $\mathbf{x}$  不相关, 即  $E(\mathbf{w}^T \mathbf{x}) = 0$  和  $\mathbf{w} \sim N(0, \sigma^2 I)$ .

为了研究问题方便, 引入线性模型  $\mathbf{y} = H\mathbf{x} + \mathbf{w}$  的典则形式. 设  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  是对称矩阵  $H^T H$  的特征根, 且满足  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n > 0$ . 令  $\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \dots, \boldsymbol{\rho}_n$  是对应特征根的标准正交特征向量, 设  $G = (\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \dots, \boldsymbol{\rho}_n)$ 、 $Z = HG$ 、 $Z^T Z = \Lambda = \text{diag}\{\lambda_i\}, i = 1, 2, \dots, n$ 、 $\boldsymbol{\alpha} = G^T \mathbf{x}$ , 那么线性模型  $\mathbf{y} = H\mathbf{x} + \mathbf{w}$  可转化为典则形式, 表示为

$$\mathbf{y} = Z\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{w} \quad (4)$$

未知矢量  $\boldsymbol{\alpha}$  的最小二乘估计为

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{LS}} = \Lambda^{-1} Z^T \mathbf{y} \quad (5)$$

$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{LS}}$  与  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}}$  之间满足

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}} = G\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{LS}} \quad (6)$$

根据假设条件可知测量矢量  $\mathbf{y}$  满足高斯分布, 方差为  $\text{var}(\mathbf{y}) \sim N(0, \sigma^2 I)$ . 根据式 (5) 可得  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{LS}}$  是  $\mathbf{y}$  的线性变换, 同理根据式 (6) 得  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}}$  是  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{LS}}$  的线性变换, 所以  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}}$  亦满足高斯分布. 取  $H = [1, 1, \dots, 1]^T$ , 可以获得未知矢量  $\mathbf{x}$  每个元

素  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$  的无偏测量值为

$$\hat{x}_{\text{LS}}^i = \sum_{j=1}^n \rho_{ij} \hat{\alpha}_{\text{LS}}^j, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

其中,  $\rho_{ij}$  和  $\hat{\alpha}_{\text{LS}}^j$  分别是  $\boldsymbol{\rho}_i$  和  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{LS}}$  的第  $j$  个元素.  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}}$  的估计方差矩阵为

$$\text{var}(\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}}) = \sigma^2 (H^T H)^{-1} \quad (8)$$

岭估计长期以来一直是广泛用于改善最小二乘估计方差的有偏估计方法. 由于无偏测量与最小二乘估计之间是等价的, 所以本文借鉴岭估计的思想通过引入较小的偏差改善无偏测量数据的方差, 并称之为有偏测量过程. 在此基础上解决有偏测量与无偏测量的可靠性定量表示问题.

基于模型 (1), 岭估计<sup>[17]</sup> 表示为

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{RE}} = (H^T H + kI)^{-1} H^T \mathbf{y} \quad (9)$$

典则形式下, 岭估计化简为

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{RE}} = (\Lambda + kI)^{-1} Z^T \mathbf{y} = (\Lambda + kI)^{-1} \Lambda \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{LS}} \quad (10)$$

其中,  $k \geq 0$  是偏参数. 当采用对角矩阵  $K = \text{diag}\{k_i\}, i = 1, 2, \dots, n$  替换  $kI$  阵时, 称岭估计为广义岭估计 (General RE, GRE). 此时式 (9) 和式 (10) 分别表示为

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{GRE}} = (H^T H + G^T K G)^{-1} H^T \mathbf{y} \quad (11)$$

和

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{GRE}} = (\Lambda + K)^{-1} \Lambda \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{LS}} \quad (12)$$

矩阵  $K$  的对角元素取相同值时, 广义岭估计退化为岭估计. 本文沿用广义岭估计, 其偏差和方差分别为

$$\text{bias}(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{GRE}}) = K(\Lambda + K)^{-1} \boldsymbol{\alpha} \quad (13)$$

$$\text{var}(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{GRE}}) = \sigma^2 (\Lambda + K)^{-1} \Lambda (\Lambda + K)^{-T} \quad (14)$$

分析式 (10) 和式 (12) 可以看出岭估计  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{RE}}$  和广义岭估计  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{GRE}}$  均是 最小二乘估计  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{LS}}$  的线性变换, 变换矩阵分别为  $(\Lambda + kI)^{-1} \Lambda$  和  $(\Lambda + K)^{-1} \Lambda$ . 综合考虑式 (7) 和式 (12), 针对广义岭估计可得:

$$\hat{x}_{\text{GRE}}^i = \sum_{j=1}^n \rho_{ij} \hat{\alpha}_{\text{GRE}}^j = \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{ij} \lambda_j}{\lambda_j + k_j} \hat{\alpha}_{\text{LS}}^j \quad (15)$$

取  $H = [1, 1, \dots, 1]^T$ , 根据式 (15) 即可获得未知参数的有偏测量值. 分析式 (15) 可知,  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{GRE}}$  是  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{GRE}}$  的线性变换, 由于正态分布的线性组合仍然是正态分布, 同时考虑式 (5) 可得广义岭估计  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{GRE}}$  也满足

正态分布. 特别地,  $H = [1, 1, \dots, 1]^T$  时, 典则形式与常规形式  $\mathbf{y} = H\mathbf{x} + \mathbf{w}$  具有相同的数学表达式.

为了进一步比较单传感器有偏测量与无偏测量之间的可靠性, 同时考虑统一的比较准则, 本文在无偏测量的对称区间内给出有偏测量可靠性的定量表示. 定量表示遵循三个基本原则: 1) 测量数据具有统计特性, 所以可靠性定量表示方法应该在给定的数据取值范围内定量地评价测量数据的可靠性. 例如, 假设极限情况规定测量结果的取值在  $(-\infty, +\infty)$  范围内都可以满足要求, 因为测量结果总是在  $(-\infty, +\infty)$  范围内取值, 所以在这种情况下任意测量结果都是绝对可靠的, 显然是不符合实际应用的. 2) 测量过程中追求的目标应该是小的方差和小的偏差, 此时测量结果一定是可靠的. 所以有偏测量过程不能由方差或偏差的单一指标衡量测量可靠性, 而应该综合考虑方差和偏差的共同作用. 3) 测量可靠性指标既需要量化, 又需要给出上界, 两者缺一不可, 因为如果只量化可靠性, 不给出上界, 无法判断可靠性与绝对可靠的接近程度. 本论文基于上述原则给出有偏测量可靠性定量表示, 从而说明测量结果以多大程度表示未知参数的真值.

典则形式下未知参数矢量  $\boldsymbol{\alpha}$  的每个元素  $\alpha_i$  的有偏测量方差为

$$\text{var}(\hat{\alpha}_{\text{GRE}}^i) = \sigma^2 \frac{\lambda_i}{(\lambda_i + k_i)^2} \quad (16)$$

因为  $\hat{\alpha}_{\text{GRE}}^i$  满足正态分布,  $\alpha_i$  的概率密度函数为

$$f_{\text{GRE}}(\alpha_i) = \frac{\lambda_i + k_i}{\sqrt{2\pi\lambda_i\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(\lambda_i + k_i)^2}{2\lambda_i\sigma^2}(\alpha_i - \hat{\alpha}_{\text{GRE}}^i)^2\right] \quad (17)$$

**定义 1.** 待测矢量  $\boldsymbol{\alpha}$  第  $i$  个元素  $\alpha_i$  的无偏测量为  $\hat{\alpha}_{\text{LS}}^i$ , 有偏测量为  $\hat{\alpha}_{\text{GRE}}^i$ , 概率密度函数为  $f_{\text{GRE}}(\alpha_i)$ . 设  $\hat{\alpha}_{\text{LS}}^i$  的对称区间为  $L = [\hat{\alpha}_{\text{LS}}^i - C\frac{\sigma^2}{\lambda_i}, \hat{\alpha}_{\text{LS}}^i + C\frac{\sigma^2}{\lambda_i}]$ , 其中,  $C > 0$  是区间指标. 那么有偏测量  $\hat{\alpha}_{\text{GRE}}^i$  的可靠性定量表示为

$$R_{\text{GRE}}(\alpha_i) = \int_L f_{\text{GRE}}(\alpha_i) d\alpha_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

定义  $R_{\text{GRE}}(\alpha_i)$  为可靠度.

通常情况下, 科研人员处理含有未知系统偏差的测量数据时, 均试图采用某种假设模型描述这个系统偏差, 然后寻求消除或者减小系统偏差对测量结果影响的方法. 本文却在无偏测量的基础上引入了偏差, 这似乎有悖常理. 但是值得注意的是本文引

入的偏差是可行的确定性偏差, 不同于通常意义的未知系统偏差, 而且具有改善测量方差的作用.

本文假设输入噪声满足高斯分布, 是因为此时的无偏测量在所有线性无偏测量中具有最小的方差, 既然为了比较有偏测量与无偏测量的可靠性, 当然选取具有最小方差的无偏测量作为比较对象. 当偏参数取值为零时, 定义 1 表示无偏测量的可靠度, 即无偏测量值在对称区间内的置信水平, 同时也可以根据定义 1 比较不同无偏测量的可靠性. 分析式 (18) 可知可靠度的上界为 1, 所以定义 1 既能给出可靠性的定量指标, 又能获取所求可靠度相对于绝对可靠度的接近程度.

关于选择区间指标  $C$  的说明. 通常传感器厂家提供产品无偏测量过程的精度, 那么通过正态分布函数的性质, 可以求解区间指标  $C$ ; 针对相同传感器对比不同的测量数据处理方法时, 可以直接给定  $C$  值, 从而为比较过程提供统一的比较准则. 定义 1 只说明了单传感器测量过程可靠性的定量表示方法, 并没有说明单传感器的有偏测量一定优于无偏测量, 定理 1 回答这个问题.

**定理 1.** 假设  $\alpha_i \neq 0$ , 那么  $k_i \rightarrow 0^+, i = 1, 2, \dots, n$  时,  $\hat{\alpha}_{\text{GRE}}^i$  的方差相对于偏差平方的变化率趋近于  $-\infty$ ;  $k_i$  大于零时,  $\hat{\alpha}_{\text{GRE}}^i$  的方差是关于偏差平方的下凸函数.

**证明.**  $\hat{\alpha}_{\text{GRE}}^i$  方差和偏差平方分别表示为

$$\text{var}(\hat{\alpha}_{\text{GRE}}^i) = \frac{\lambda_i}{(\lambda_i + k_i)^2} \sigma^2 \quad (19)$$

$$\text{bias}^2(\hat{\alpha}_{\text{GRE}}^i) = \frac{k_i^2}{(\lambda_i + k_i)^2} \alpha_i^2 \quad (20)$$

式 (19) 和式 (20) 组成的关于  $k_i$  的参数方程为

$$\begin{cases} F_1(k_i) = \frac{\lambda_i}{(\lambda_i + k_i)^2} \sigma^2 \\ F_2(k_i) = \frac{k_i^2}{(\lambda_i + k_i)^2} \alpha_i^2 \end{cases} \quad (21)$$

$F_1(k_i)$  关于  $k_i$  的一阶导数为

$$\frac{dF_1}{dk_i} = -\frac{2\lambda_i}{(\lambda_i + k_i)^3} \sigma^2 \quad (22)$$

$F_2(k_i)$  关于  $k_i$  的一阶导数为

$$\frac{dF_2}{dk_i} = \frac{2k_i\lambda_i}{(\lambda_i + k_i)^3} \alpha_i^2 \quad (23)$$

因为  $\alpha_i \neq 0$ , 所以  $F_1(k_i)$  关于  $F_2(k_i)$  的一阶导数为

$$\frac{dF_1}{dF_2} = -\frac{\sigma^2}{k_i\alpha_i^2} \quad (24)$$

$F_1(k_i)$  关于  $F_2(k_i)$  的二阶导数为

$$\frac{d^2 F_1}{dF_2^2} = \frac{(\lambda_i + k_i)^3 \sigma^2}{2k_i^3 \lambda_i \alpha_i^4} \quad (25)$$

针对式 (24),  $k_i \rightarrow 0^+$  时, 得  $F_1$  关于  $F_2$  的一阶导数趋近于  $-\infty$ , 即  $\hat{\alpha}_{GRE}^i$  的方差相对于偏差平方的变化率趋近于  $-\infty$ . 针对式 (25),  $k_i$  大于零时,  $F_1$  关于  $F_2$  的一阶导数小于零、二阶导数大于零, 得  $\hat{\alpha}_{GRE}^i$  的方差是关于偏差平方的下凸函数.  $\square$

关于定理 1 假设条件的说明: 因为测量过程未知参数是一定存在的, 所以本文假设  $\alpha_i \neq 0$  是可以满足的. 根据式 (13) 和式 (23) 得,  $k_i \rightarrow 0^+$  时, 有偏测量的偏差及其变化率均趋近于零, 而方差具有最大的变化率. 也就是说  $k_i \rightarrow 0^+$  时, 有偏测量值仍然保持几乎无偏性, 但是方差却得到了改善. 根据高斯概率密度函数的性质可知,  $k_i \rightarrow 0^+$  有偏测量的可靠性一定优于无偏测量可靠性.  $\hat{\alpha}_{GRE}^i$  的方差是关于偏差平方的下凸函数的结论说明了偏参数较小时, 偏差对降低方差的作用明显. 下面通过实例验证定理 1.

**例 1.** 假设单变量测量系统的传感器测量模型为

$$y(k) = x(k) + w \quad (26)$$

其中,  $y$  是单传感器测量输出,  $x$  是测量数据真值,  $w$  是高斯白噪声,  $k$  是采样时刻. 假设传感器无偏测量的可靠度为 95%, 那么根据式 (18) 可得区间指标  $C = 1.96$ . 采用移动窗口的方法处理传感器的测量数据, 假设窗口数据为 4, 移动步长为 1. 根据典则形式变换解得  $\Lambda = 4$ . 方差未知, 采用  $\hat{\sigma}^2$  代替.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{y} - Z\hat{\alpha}_{LS})^T (\mathbf{y} - Z\hat{\alpha}_{LS})}{m - n} \quad (27)$$

实验过程获取第 4 个采样数据以后进行连续采样测量. 以任意采样时刻为例, 并假设偏参数  $k$  变化范围为  $[0, 0.07]$ . 给定偏参数这个区间以包含  $0^+$  为准则. 实验结果如图 1 和图 2 所示. 对比图 1 中两条曲线, 可知单传感器的有偏测量可靠度总是优于无偏测量的可靠度. 从图 2 中可以看出方差对偏差的变化满足下凸关系. 当偏参数趋近于 0 时, 偏差接近于 0、方差具有最大的变化率, 这与定理 1 的结论是一致的. 但是图 1 中可靠度有上限, 也就是说单传感器改善可靠性的能力是有限的. 为了解决这个问题, 本文提出了多传感器有偏估计数据融合改进方法.

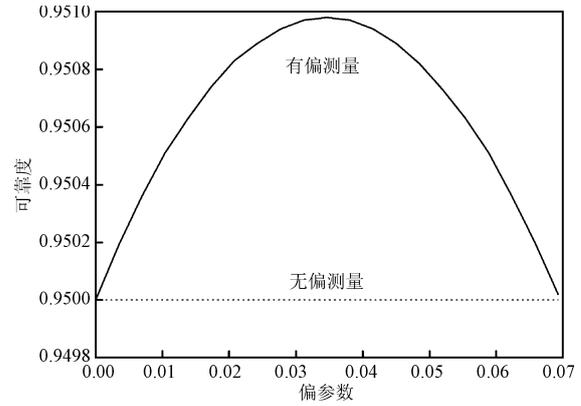


图 1 有偏测量可靠度对偏参数的变化曲线

Fig. 1 The curves of biased measurement reliability to biased parameter

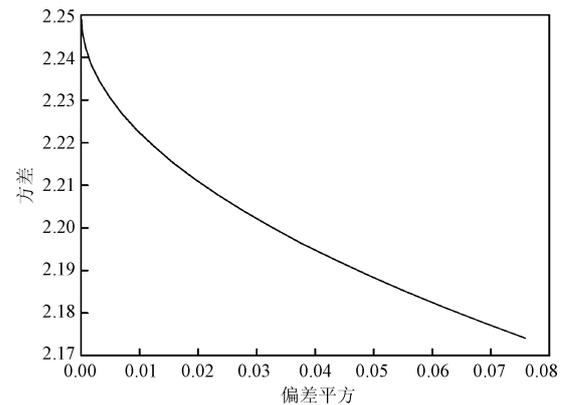


图 2 有偏测量方差对偏差的变化曲线

Fig. 2 The curve of biased measurement variance to its bias

## 2 有偏估计数据融合提高测量可靠性

因为  $f_{GRE}(\alpha_i)$  恒大于零, 所以  $f_{GRE}(\alpha_i)$  和  $\log f_{GRE}(\alpha_i)$  具有相同的单调性. 下面在对数条件下进一步分析方差和偏差对测量可靠度的影响.

$$\int_L \log f_{GRE}(\alpha_i) d\alpha_i = 2C\sigma \log \frac{(\lambda_i + k_i)}{\sqrt{2\pi\lambda_i}\sigma} - \frac{(\lambda_i + k_i)^2}{6\lambda_i\sigma^2} \left[ \left( \frac{k_i}{\lambda_i + k_i} \hat{\alpha}_{LS}^i + C\sigma \right)^3 - \left( \frac{k_i}{\lambda_i + k_i} \hat{\alpha}_{LS}^i - C\sigma \right)^3 \right] \quad (28)$$

分析式 (28) 且同时考虑式 (19) 和式 (20) 可知, 针对单传感器有偏测量过程, 本文定义的测量可靠度中同时含有测量偏差项和测量方差项, 即综合考虑了方差和偏差对测量可靠性的影响. 这是符合测量数据质量分析常理的, 因为既然是有偏测量, 那么测量数据的质量应该同时取决于测量方差和偏差, 而不能单独用方差或偏差某个单一指标衡量测量可靠性.

进一步分析  $R_{GRE}(\alpha_i)$  可知, 对称区间  $L$  和概率密度函数  $f_{GRE}(\alpha_i)$  都含有无偏测量  $\hat{\alpha}_{LS}^i$  的信息, 而且通过引入岭估计使两者之间有了必然联系. 这种联系不依赖于无偏测量  $\hat{\alpha}_{LS}^i$  是如何获得的, 也就是说本文定义的可信度  $R_{GRE}(\alpha_i)$  虽然在单传感器有偏测量的基础上提出的, 但是  $R_{GRE}(\alpha_i)$  本身却不依赖于无偏测量  $\hat{\alpha}_{LS}^i$  的求解过程, 即如果能够从某一无偏测量基础上获得有偏测量, 那么有偏测量的可信度就可以采用式 (18) 定量表示. 所以  $R_{GRE}(\alpha_i)$  同样适用于多传感器有偏估计数据融合的可信度定量表示与分析, 只不过把  $\hat{\alpha}_{LS}^i$  替换为多传感器无偏估计融合测量值而已.

### 2.1 基于有偏估计的多传感器数据融合方法

为了说明核心问题, 本文采用凸组合融合结构, 研究多个相同传感器测量同一单变量未知参数的有偏估计数据融合方法及其测量可靠性. 令多传感器测量系统由  $N$  个传感器组成, 并假设已经获得单传感器的有偏测量值  $\hat{x}_i, i = 1, 2, \dots, N$ , 那么多传感器有偏估计数据融合表示为

$$\hat{x}_F = W_1\hat{x}_1 + W_2\hat{x}_2 + \dots + W_N\hat{x}_N \quad (29)$$

凸组合系数满足

$$\sum_{i=1}^N W_i = 1, \quad 0 \leq W_i \leq 1 \quad (30)$$

基于式 (29) 和式 (30) 分析多传感器有偏估计数据融合的方差和偏差, 进而根据式 (18) 求解多传感器有偏测量可信度.

**定理 2.**  $N$  个相同的传感器有偏估计数据融合前后偏差保持不变.

**证明.** 多传感器有偏加权融合  $\hat{x}_F$  的偏差为

$$\begin{aligned} \text{bias}(\hat{x}_F) &= E[\hat{x}_F - x] = \\ &E[W_1\hat{x}_1 + W_2\hat{x}_2 + \dots + W_N\hat{x}_N] - x = \\ &W_1E\hat{x}_1 + W_2E\hat{x}_2 + \dots + W_NE\hat{x}_N - \\ &(W_1 + W_2 + \dots + W_N)x = \\ &W_1[E\hat{x}_1 - x] + W_2[E\hat{x}_2 - x] + \dots + \\ &W_N[E\hat{x}_N - x] \end{aligned} \quad (31)$$

其中,  $x$  是未知参数的真值. 由于

$$\text{bias}(\hat{x}_i) = E\hat{x}_i - x, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (32)$$

分析式 (32) 可知, 多传感器有偏估计数据融合的偏差是每个传感器有偏估计偏差的线性组合. 当测量系统由多个相同的传感器组成时, 由于待测变量相同, 根据式 (20) 得  $\text{bias}(\hat{x}_i) = \text{bias}(\hat{x}_j), i, j =$

$1, 2, \dots, N, i \neq j$ , 那么

$$\begin{aligned} \text{bias}(\hat{x}_F) &= (W_1 + W_2 + \dots + W_N)(E\hat{x}_i - x) = \\ &E\hat{x}_i - x = \text{bias}(\hat{x}_i) \end{aligned} \quad (33)$$

式 (33) 说明多个相同传感器有偏估计融合前后不改变估计的偏差.  $\square$

**定理 3.** 假设测量系统由  $N$  个相同传感器组成, 且每个传感器的有偏测量误差不相关, 那么多传感器有偏估计数据融合的均方误差为

$$\text{MSE}(\hat{x}_F) = \frac{\text{var}}{N} + \text{bias}^2 \quad (34)$$

其中,  $\text{var}$  和  $\text{bias}$  分别是单传感器有偏估计的方差和偏差.

**证明.** 基于式 (29) 和式 (30) 的有偏估计数据融合的均方误差可以表示为

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\hat{x}_F) &= E(\hat{x}_F - x)^2 = \\ &E(W_1\hat{x}_1 + W_2\hat{x}_2 + \dots + W_N\hat{x}_N - x)^2 = \\ &E[W_1\hat{x}_1 + W_2\hat{x}_2 + \dots + W_N\hat{x}_N - \\ &W_1E\hat{x}_1 - W_2E\hat{x}_2 - \dots - W_NE\hat{x}_N + \\ &W_1E\hat{x}_1 + W_2E\hat{x}_2 + \dots + W_NE\hat{x}_N - \\ &(W_1 + W_2 + \dots + W_N)x]^2 = \\ &E\left[\sum_{i=1}^N W_i(\hat{x}_i - E\hat{x}_i) + \sum_{i=1}^N W_i(E\hat{x}_i - x)\right]^2 \end{aligned} \quad (35)$$

因为不同传感器的有偏测量误差不相关, 令  $\text{var}(\hat{x}_i) = E(\hat{x}_i - E\hat{x}_i)^2$  和  $\text{bias}^2(\hat{x}_i) = (E\hat{x}_i - x)^2, i = 1, 2, \dots, N$ . 所以式 (35) 可以表示为

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\hat{x}_F) &= \\ &E\left[\sum_{i=1}^N W_i^2(\hat{x}_i - E\hat{x}_i)^2 + \sum_{i=1}^N W_i^2(E\hat{x}_i - x)^2 + \right. \\ &\left. \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N W_i W_j (E\hat{x}_i - x)(E\hat{x}_j - x)\right] = \\ &\sum_{i=1}^N W_i^2 E(\hat{x}_i - E\hat{x}_i)^2 + \sum_{i=1}^N W_i^2 (E\hat{x}_i - x)^2 + \\ &\sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N W_i W_j (E\hat{x}_i - x)(E\hat{x}_j - x) = \\ &\sum_{i=1}^N W_i^2 \text{var}(\hat{x}_i) + \sum_{i=1}^N W_i^2 \text{bias}^2(\hat{x}_i) + \\ &\sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N W_i W_j (E\hat{x}_i - x)(E\hat{x}_j - x) \end{aligned} \quad (36)$$

给定偏参数  $k_i$  之后,  $\text{var}(\hat{x}_i)$  和  $E\hat{x}_i - x$  已知, 凸组合有偏估计数据融合转化为以下优化问题, 即

寻找最优的凸组合参数  $W_i, i = 1, 2, \dots, N$ , 使有偏估计数据融合均方误差最小.

$$\begin{aligned} & \min \text{MSE}(\hat{x}_F) \\ & \text{s.t. } \sum_{i=1}^N W_i = 1, 0 \leq W_i \leq 1 \end{aligned} \quad (37)$$

当测量系统由多个相同的传感器组成时, 即  $\text{bias}^2(\hat{x}_i) = \text{bias}^2(\hat{x}_j) = \text{bias}^2, i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j$ , 和  $\text{MSE}(\hat{x}_i) = \text{MSE}(\hat{x}_j) = \text{MSE}$ , 式 (37) 的优化问题简化为

$$\begin{aligned} \min \text{MSE}(\hat{x}_F) &= \text{MSE} \sum_{i=1}^N W_i^2 + \\ & \text{bias}_{ij, i \neq j}^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N W_i W_j \quad (38) \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^N W_i &= 1, 0 \leq W_i \leq 1 \end{aligned}$$

其中,  $\text{bias}_{ij, i \neq j}^2 = (\text{E}\hat{x}_i - x)(\text{E}\hat{x}_j - x)$ . 那么目标函数  $\text{MSE}(\hat{x}_F)$  的极值为

$$\text{MSE}_{Opt}(\hat{x}_F) = \frac{\text{MSE}}{N} + \frac{(N-1)\text{bias}_{ij, i \neq j}^2}{N} \quad (39)$$

当  $N \geq 2$  时, 式 (39) 中  $\text{bias}_{ij, i \neq j}^2 = \text{bias}^2$ , 令测量系统中每个传感器有偏测量的方差为  $\text{var}$ , 那么有偏估计数据融合的均方误差简化为

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\hat{x}_F) &= \frac{\text{MSE}}{N} + \frac{(N-1)\text{bias}_{ij, i \neq j}^2}{N} = \\ & \frac{\text{var} + \text{bias}^2}{N} + \frac{(N-1)\text{bias}_{ij, i \neq j}^2}{N} = \\ & \frac{\text{var}}{N} + \text{bias}^2 \end{aligned} \quad (40)$$

□

综合定理 1 和定理 2, 可得多传感器有偏估计数据融合的方差为

$$\text{var}(\hat{x}_F) = \frac{\text{var}}{N} \quad (41)$$

特别地, 当  $N = 1$  时, 式 (40) 正是单传感器有偏测量的均方误差表达式.

### 2.2 基于无偏估计的多传感器数据融合方法

为了与多传感器有偏估计数据融合方法比较, 下面给出目前得到广泛应用的基于无偏估计的多传感器数据融合方法<sup>[9, 12]</sup> (简称多传感器无偏估计数据融合). 多传感器无偏估计融合有两种结构分别是集中式融合结构和分布式融合结构<sup>[20-22]</sup>.

**假设 1.** 测量系统由  $N$  个相同传感器组成, 每个传感器的测量模型为

$$\mathbf{y}_i(k) = H_i \mathbf{x}(k) + \mathbf{w}_i(k), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (42)$$

其中,  $k$  是采样时刻,  $N$  是传感器数量,  $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n$  是待测未知参数矢量,  $\mathbf{y}_i(k) \in \mathbf{R}^{m_i}$  为第  $i$  个传感器的观测矢量,  $\mathbf{w}_i(k) \in \mathbf{R}^{m_i}$  是第  $i$  个传感器的观测白噪声.

**假设 2.** 已知基于  $N$  个传感器得  $\mathbf{x}(k)$  的  $N$  个局部无偏估计分别为  $\hat{\mathbf{x}}_1(k), \hat{\mathbf{x}}_2(k), \dots, \hat{\mathbf{x}}_N(k)$ , 估计误差矩阵分别为  $P_i, i = 1, 2, \dots, N$ , 且估计误差互不相关.

**引理 1**<sup>[10]</sup>. 在假设 1 和假设 2 条件下, 则按矩阵加权的线性最小方差无偏融合估计为

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \sum_{i=1}^N A_i \hat{\mathbf{x}}_i \quad (43)$$

其中最优化加权矩阵  $A_i$  为

$$A_i = \left( \sum_{i=1}^N P_i^{-1} \right)^{-1} P_i^{-1} \quad (44)$$

最优融合误差方差阵  $P_0$  为

$$P_0 = \left( \sum_{i=1}^N P_i^{-1} \right)^{-1} \quad (45)$$

根据假设 1 和假设 2 可以直接求得集中式无偏估计融合结果为

$$\hat{\mathbf{x}}_C = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \mathbf{Y} \quad (46)$$

集中式融合方差为

$$\text{var}(\hat{\mathbf{x}}_C) = (H^T R^{-1} H)^{-1} \quad (47)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= [\mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T, \dots, \mathbf{y}_N^T]^T \\ H &= [H_1^T, H_2^T, \dots, H_N^T]^T \\ R &= \text{diag}\{R_i\}, R_i = \text{E}[\mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^T], \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (48)$$

根据引理 1 可得多传感器分布式无偏估计融合结果为

$$\hat{\mathbf{x}}_D = W_1 \hat{\mathbf{x}}_1 + W_2 \hat{\mathbf{x}}_2 + \dots + W_N \hat{\mathbf{x}}_N \quad (49)$$

加权矩阵为

$$W_i = \left( \sum_{i=1}^N \text{var}^{-1}(\hat{\mathbf{x}}_i) \right) \text{var}^{-1}(\hat{\mathbf{x}}_i) \quad (50)$$

分布式融合方差为

$$\text{var}(\hat{\mathbf{x}}_D) = \left( \sum_{i=1}^N \text{var}(\hat{\mathbf{x}}_i)^{-1} \right)^{-1} \quad (51)$$

其中

$$\hat{\boldsymbol{x}}_i = (H_i^T R_i^{-1} H_i)^{-1} H_i^T R_i^{-1} \boldsymbol{y}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (52)$$

$$\text{var}(\hat{\boldsymbol{x}}_i) = (H_i^T R_i^{-1} H_i)^{-1}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (53)$$

分析式 (47) 和式 (51) 可知, 集中式融合估计需要求解高维矩阵的逆, 而分布式融合估计却避免了这个问题. 但是两种融合方法是否具有同样的融合结果呢? 定理 4 回答这个问题.

**定理 4.** 分布式融合估计与集中式融合估计等价.

**证明.** 集中式融合估计  $\hat{\boldsymbol{x}}_C$  可以表示为

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{x}}_C &= (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \boldsymbol{Y} = \\ &\left( \begin{bmatrix} H_1^T & \cdots & H_N^T \\ \vdots & & \vdots \end{bmatrix} [\text{diag}\{R_i\}]^{-1} \begin{bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_N \end{bmatrix} \right)^{-1} \times \\ &H^T R^{-1} \boldsymbol{Y} = \left( \sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1} H_i \right)^{-1} \times \\ &[H_1^T, \dots, H_N^T] [\text{diag}\{R_i\}]^{-1} \boldsymbol{Y} = \\ &\left( \sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1} H_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1} \boldsymbol{y}_i \end{aligned} \quad (54)$$

分布式融合估计  $\hat{\boldsymbol{x}}_D$  可以表示为

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{x}}_D &= W_1 \hat{\boldsymbol{x}}_1 + W_2 \hat{\boldsymbol{x}}_2 + \dots + W_N \hat{\boldsymbol{x}}_N = \\ &\sum_{i=1}^N \left\{ \left( \sum_{i=1}^N \text{var}^{-1}(\hat{\boldsymbol{x}}_i) \right)^{-1} \right. \\ &\left. \text{var}^{-1}(\hat{\boldsymbol{x}}_i) \text{var}(\hat{\boldsymbol{x}}_i) H_i^T R_i^{-1} \boldsymbol{y}_i \right\} = \\ &\sum_{i=1}^N \left( \sum_{i=1}^N \text{var}^{-1}(\hat{\boldsymbol{x}}_i) \right)^{-1} H_i^T R_i^{-1} \boldsymbol{y}_i = \\ &\left( \sum_{i=1}^N \text{var}^{-1}(\hat{\boldsymbol{x}}_i) \right)^{-1} \sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1} \boldsymbol{y}_i \end{aligned} \quad (55)$$

综合考虑式 (53) ~ (55), 可得:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_D = \hat{\boldsymbol{x}}_C \quad (56)$$

分析式 (44)

$$\begin{aligned} \text{var}(\hat{\boldsymbol{x}}_C) &= (H^T R^{-1} H)^{-1} = \\ &\left( \begin{bmatrix} H_1^T & \cdots & H_N^T \\ \vdots & & \vdots \end{bmatrix} [\text{diag}\{R_i\}]^{-1} \begin{bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_N \end{bmatrix} \right)^{-1} = \\ &\left\{ \sum_{i=1}^N (H_i^T R_i^{-1} H_i)^{-1} \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (57)$$

综合式 (51)、式 (53) 和式 (57), 可得:

$$\text{var}(\hat{\boldsymbol{x}}_D) = \text{var}(\hat{\boldsymbol{x}}_C) \quad (58)$$

□

定理 4 保证了可以采用集中式或分布式无偏估计融合方法中的一种方法来比较分析有偏估计融合方法的优越性.

特别地, 若  $N$  个相同的传感器测量同一单变量未知参数, 即  $\text{var}(\hat{x}_i) = \text{var}(\hat{x}_j) = \text{var}_0, i, j = 1, 2, \dots, N$ , 那么式 (49) 简化为

$$\hat{x}_D = \frac{\sum_{i=1}^N \hat{x}_i}{N} \quad (59)$$

式 (51) 化简为

$$\text{var}(\hat{x}_D) = \frac{\text{var}_0}{N} \quad (60)$$

### 2.3 多传感器有偏估计数据融合的收敛性分析

**定理 5.** 假设测量系统由  $N$  个相同传感器组成. 当传感器数量增加时, 多传感器有偏估计数据融合收敛于无偏估计数据融合.

**证明.** 根据在均方误差意义下多传感器有偏估计数据融合优于无偏估计数据融合, 可得:

$$\frac{\text{var}}{N} + \text{bias}^2 < \frac{\text{var}_0}{N} \quad (61)$$

$$\frac{\lambda^2}{N(\lambda + k_i)^2} \text{var}_0 + \left( \frac{k_i}{\lambda + k_i} \right)^2 x^2 < \frac{\text{var}_0}{N} \quad (62)$$

不等式 (62) 等价于

$$0 < k_i < \frac{2\lambda \text{var}_0}{N x^2 - \text{var}_0} \quad (63)$$

分析式 (63), 可以看出, 当  $N \rightarrow +\infty$  时,  $k_i \rightarrow 0$ , 所以有  $\frac{\lambda^2}{N(\lambda + k_i)^2} \text{var}_0 \rightarrow \frac{\text{var}_0}{N}$  和  $\left( \frac{k_i}{1 + k_i} \right)^2 x^2 \rightarrow 0$  成立, 即传感器数量增加时, 在均方误差约束下有偏测量的方差收敛于无偏测量的方差; 同时

由于偏差趋近于零, 所以多传感器有偏估计数据融合退化为无偏估计数据融合。□

定理 5 深入分析了多传感器有偏估计数据融合与传感器数量之间的关系, 其结论说明了当传感器数量增加, 有偏估计数据融合和无偏估计数据融合均可以显著地改善测量可靠性. 而传感器数量较多时, 由于无偏估计数据融合可利用的信息也很多, 甚至足以满足测量系统对可靠性的要求, 那么此时我们就可以直接采用无偏估计数据融合. 这也进一步说明, 当传感器数量较少时, 本文提出的方法具有更显著的作用.

### 3 实验分析

实验室条件下采用两个自行研制的相同的超声波液位传感器测量水箱液位的真实测量过程, 进一步验证本文提出的多传感器有偏融合方法的实效性. 超声波液位传感器的特性参数如表 1 所示. 实验装置原理如图 3 所示.

表 1 超声波传感器特性参数  
Table 1 Ultrasonic sensor parameters

测量范围	50 ~ 1000 mm	通信方式	MAX232
精度	1 %	通信速率	9600 bit/s
死区距离	0 ~ 50 mm	声波频率	40 kHz

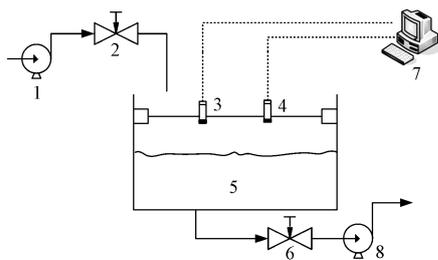


图 3 实验装置原理图 (1 和 8: 水泵; 2 和 6: 针阀; 3 和 4: 超声波传感器; 5: 水箱; 7: 计算机)

Fig. 3 Schematic diagram of experimental apparatus (1 and 8: water pumps; 2 and 6: needle valves; 3 and 4: ultrasonic sensors; 5: water tank; 7: computer)

实验过程中, 两个超声波传感器安装于同一水平面, 且保证超声探头与水平静止液面垂直. 依次打开阀 2、阀 6、水泵 1 和水泵 8, 调节两泵流量, 待水流完全循环、液位基本不变化时, 两个相同超声波传感器开始进行 400 次连续采样, 采样周期为 1 s: 1 sample = 1 s. 计算机 7 记录下全部原始数据.

本文假设测量过程中的噪声为高斯白噪声, 那么此时每个传感器的测量模型满足高斯分布. 因为理论上而言, 采用高斯分布描述传感器的模型是合理的<sup>[23]</sup>. 由于超声波传感器的采样时间远小于水箱

液位的响应时间, 所以本文采用移动固定长度窗口数据的方法处理超声波传感器的原始测量数据, 窗口数据取为 5、移动步长取为 1. 那么测量过程等价于观测矩阵为  $H = [1, 1, 1, 1, 1]^T$  的滚动估计过程. 为了对比有偏融合与无偏融合的可靠性优劣, 取区间指标  $C = 1.282$ , 以给出统一的比较准则, 并进一步根据式 (18) 计算无偏融合与有偏融合的可靠度, 而此时每个传感器无偏测量数据的可靠度为 0.80.

两个传感器连续测量的原始数据如图 4 所示, 可以看出原始测量数据局部采样波动明显, 其原因是水流循环过程液面波动, 从而导致超声波发生了折射、散射等现象. 图 5 是根据式 (29) 和式 (46) 得到的双传感器有偏估计与无偏估计融合测量值, 可以看出前者总是小于后者, 其原因是有偏估计融合引入了偏差, 但是这个偏差相比于两个测量值来说非常小. 对比分析图 5 与图 4 说明相比单传感器, 两个传感器的有偏估计与无偏估计融合过程均具有较强的抗干扰能力. 图 6 是测量可靠度对比曲线, 可知有偏估计融合测量可靠度总是优于无偏估计融合测量可靠度, 这也验证了本文方法的实效性. 进一步对比分析双传感器的有偏估计融合测量对无偏融合测量数据可靠度的改善程度可知, 当无偏测量数据可靠性本身已经较高时, 有偏测量使无偏数据可靠性提高的幅值较小, 但是工程实践中, 当在测量可靠度基数较大且不增加设备投入的条件下, 继续提高测量可靠性是非常有意义的.

### 4 结语

多传感器数据融合方法是一种常用的提高测量可靠性的方法. 目前, 过程控制领域广泛应用的数据融合方法近乎是线性无偏估计理论, 即在线性无偏估计的框架下寻求使测量方差最小化的估计融合方法, 因为线性无偏估计条件下测量可靠性与方差一一对应, 所以如果能够降低无偏测量方差可以自然地提高测量可靠性. 本文在分析测量数据的平均值或加权平均作为未知参数测量值的方法与最小二乘估计之间等价的基础上, 基于有偏估计能够减小无偏估计的方差和多传感器能够提高测量精度的思想, 提出了多传感器有偏估计数据融合方法. 这种方法不仅在传感器数量相同条件下, 相比无偏估计数据融合可以进一步提高测量可靠性, 而且在传感器数量增加的情况下, 收敛于无偏估计数据融合. 所以, 传感器数量给定时, 采用本文方法能够提高测量可靠性. 但本文是对有偏估计数据融合方法的初步讨论, 其提高测量可靠度的程度有待进一步改善.

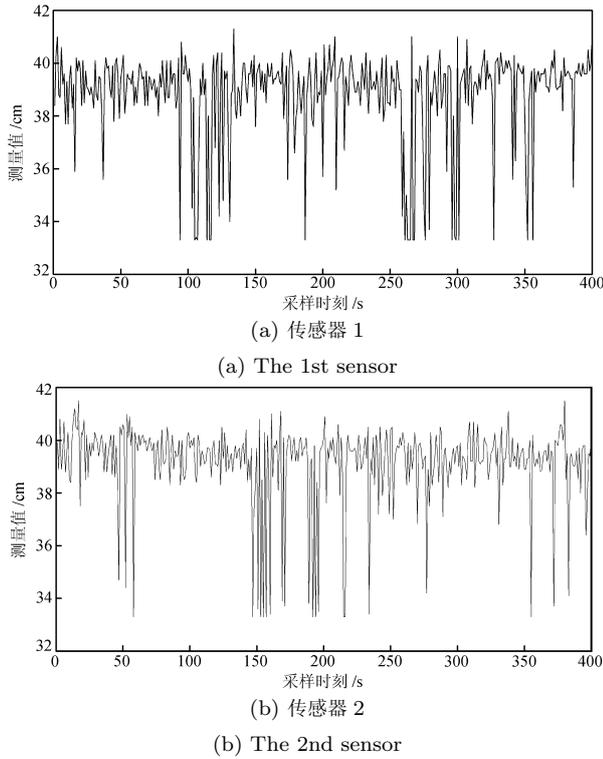


图 4 两个超声波传感器原始测量数据曲线

Fig. 4 Original measured data curves of the two ultrasonic sensors

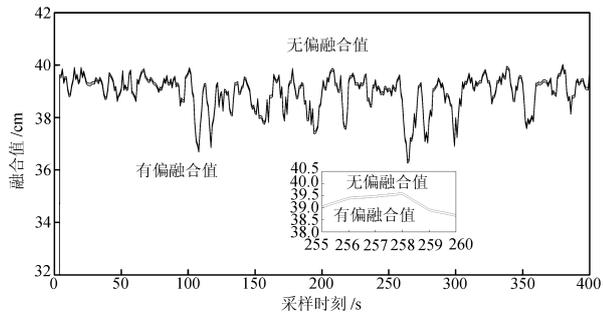


图 5 有偏融合测量与无偏融合测量对比曲线

Fig. 5 Comparisons of measurement values between biased fusion and unbiased fusion

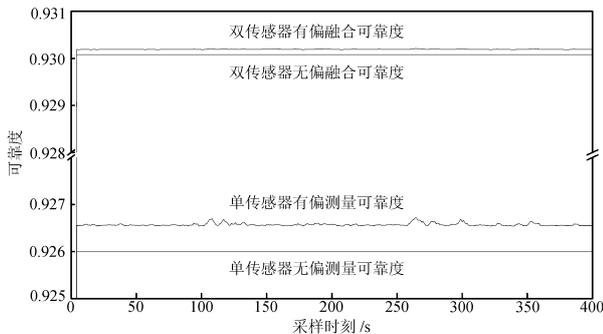


图 6 有偏测量可靠度与无偏测量可靠度对比曲线

Fig. 6 Comparisons of measurement reliability between biased and unbiased measurement

### References

- Zhang Zheng-Jiang, Zeng Guo-Qiang, Shao Zhi-Jiang, Wang Ke-Xin, Chen Xi. Methodology of data reconciliation and parameter estimation for variable load in process system. *CIESC Journal*, 2012, **63**(6): 1780–1789 (张正江, 曾国强, 邵之江, 王可心, 陈曦. 过程系统变负荷下的数据校正与参数估计方法. *化工学报*, 2012, **63**(6): 1780–1789)
- Song Hai-Hua, Wang Xiu-Li, Li Hong-Hai. Measurement and prediction of interfacial area on distillation tray. *CIESC Journal*, 2003, **54**(8): 1112–1117 (宋海华, 王秀丽, 李红海. 精馏塔板上气液相界面面积的测量与预测. *化工学报*, 2003, **54**(8): 1112–1117)
- E Jia-Qiang, Wang Yao-Nan, Mei Chi. Soft-sensing model of copper liquid temperature in copper refining process and its application. *CIESC Journal*, 2006, **57**(1): 203–209 (鄂加强, 王耀南, 梅炽. 铜精炼过程铜液温度软测量模型及应用. *化工学报*, 2006, **57**(1): 203–209)
- Viera A J, Garrett J M. Understanding inter-observer agreement: the kappa statistic. *Family Medicine*, 2005, **37**(5): 360–363
- Ge Quan-Bo, Li Wen-Bin, Sun Ruo-Yu, Xu Zi. Centralized fusion algorithms based on EKF for multisensor. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(6): 816–825 (葛泉波, 李文斌, 孙若愚, 徐姿. 基于 EKF 的集中式融合估计研究. *自动化学报*, 2013, **39**(6): 816–825)
- Deng Z L, Zhang P, Qi W J, Liu J F, Gao Y. Sequential covariance intersection fusion Kalman filter. *Information Sciences*, 2012, **189**: 293–309
- Carlson N A. Federated square root filter for decentralized parallel processes. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1990, **26**(3): 517–525
- Wen C B, Cai Y Z, Wen C L, Xu X M. Optimal sequential Kalman filtering with cross-correlated measurement noises. *Aerospace Science and Technology*, 2013, **26**(1): 153–159
- Feng J X, Wang Z D, Zeng M. Distributed weighted robust Kalman filter fusion for uncertain systems with autocorrelated and cross-correlated noises. *Information Fusion*, 2013, **14**(1): 78–86
- Sun S L, Deng Z L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter. *Automatica*, 2004, **40**(6): 1017–1023
- Ran C J, Deng Z L. Self-tuning weighted measurement fusion Kalman filtering algorithm. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2012, **56**(6): 2112–2128
- Månsson K. On ridge estimators for the negative binomial regression model. *Economic Modelling*, 2012, **29**(2): 178–184
- Gan Q, Harris C J. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman-filter-based multisensor data fusion. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, **37**(1): 273–279
- Stein C. Inadmissibility of the usual estimator for the mean of a multivariate normal distribution. In: *Proceedings of the 3rd Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*. 1956, **1**: 197–206

- 15 James W, Stein C. Estimation with quadratic loss. In: Proceedings of the 4th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. 1961, **1**: 311–319
- 16 Sclove S L. Improved Estimators for Coefficients in Linear Regression. Technical Report, Department of Statistics Stanford University, 1967, No. 128
- 17 Liu K. Using Liu-type estimator to combat collinearity. *Communications in Statistics Theory and Methods*, 2003, **32**(5): 1009–1020
- 18 Duran E A, Akdeniz F. Efficiency of the modified jackknifed Liu-type estimator. *Statistical Papers*, 2012, **53**(2): 265–280
- 19 Hoerl A E, Kennard R W. Ridge regression: biased estimation for non-orthogonal problems. *Technometrics*, 1970, **12**(1): 55–67
- 20 Zhen Zi-Yang, Wang Zhi-Sheng, Wang Dao-Bo. Predictive control based on information fusion optimal estimation for nonlinear discrete system. *Acta Automatica Sinica*, 2008, **34**(3): 331–336  
(甄子洋, 王志胜, 王道波. 基于信息融合最优估计的非线性离散系统预测控制. 自动化学报, 2008, **34**(3): 331–336)
- 21 Du P J, Liu S C, Xia J S, Zhao Y D. Information fusion techniques for change detection from multi-temporal remote sensing images. *Information Fusion*, 2013, **14**(1): 19–27
- 22 Feng Xiao-Liang, Wen Cheng-Lin, Liu Wei-Feng, Li Xiao-Fang, Xu Li-Zhong. Sequential fusion finite horizon  $H^\infty$  filtering for multisensor system. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(9): 1523–1532  
(冯肖亮, 文成林, 刘伟峰, 李晓芳, 徐立中. 基于多传感器的序贯式融合有限域  $H^\infty$  滤波方法. 自动化学报, 2013, **39**(9): 1523–1532)
- 23 Luo Ben-Cheng, Yuan Kui, Chen Jin-Long, Zhu Hai-Bin. Uncertainty analysis based dynamic multi-sensor data fusion. *Acta Automatica Sinica*, 2004, **30**(3): 407–415  
(罗本成, 原魁, 陈晋龙, 朱海滨. 一种基于不确定分析的多传感器信息动态融合方法. 自动化学报, 2004, **30**(3): 407–415)



岳元龙 中国石油大学(北京)自动化系博士生. 主要研究方向为测量、估计与可靠性.

E-mail: yueyuanlong232@126.com

(YUE Yuan-Long Ph.D. candidate in the Department of Automation, China University of Petroleum (Beijing). His research interest covers measurement, estimation, and reliability.)



左信 中国石油大学(北京)自动化系教授. 主要研究方向为过程控制与实时优化, 可靠性分析.

E-mail: zuox@cup.edu.cn

(ZUO Xin Professor in the Department of Automation, China University of Petroleum (Beijing). His research interest covers process control and real-time optimization, and reliability analysis.)



罗雄麟 中国石油大学(北京)自动化系教授. 主要研究方向为过程控制与实时优化, 机器学习与智能控制, 预测控制, 过程系统工程. 本文通信作者.

E-mail: luoxl@cup.edu.cn

(LUO Xiong-Lin Professor in the Department of Automation, China University of Petroleum (Beijing). His research interest covers process control and real-time optimization, machine learning and intelligent control, model predictive control, and process systems engineering. Corresponding author of this paper.)