# 带输入饱和的欠驱动吊车非线性

# 信息融合控制

胡洲1 王志胜1 甄子洋<sup>1</sup>

摘 要 针对欠驱动吊车系统的控制问题,提出了一种非线性信息融合 控制方法. 通过融合二次型性能指标函数中包含的未来参考轨迹和控制 能量的软约束信息,以及吊车系统状态方程和输出方程的硬约束信息,获 得协状态和控制量的最优估计.针对控制量输入饱和的问题,提出了一 种控制能量软约束信息自适应调节算法,使求出的控制量满足限制要求. 信息融合控制方法基于被控对象的离散模型设计,具有易于实现的特点. 仿真结果表明了该方法的有效性.

关键词 信息融合控制, 吊车系统, 欠驱动控制, 输入饱和

**引用格式** 胡洲, 王志胜, 甄子洋, 带输入饱和的欠驱动吊车非线性信息 融合控制, 2014, 40(7): 1522-1527

DOI 10.3724/SP.J.1004.2014.01522

#### Nonlinear Information Fusion Control

## for Underactuated Cranes with Input Saturation

WANG Zhi-Sheng<sup>1</sup> ZHEN Zi-Yang<sup>1</sup> HU Zhou<sup>1</sup>

Abstract For the control problem of an under-actuated crane system, a control method based on information fusion technology is presented. By fusing the soft constraints information of the future reference trajectory and the control energy in the quadratic performance index function, and the hard constraints information supplied by the crane system state equation and the output equation, the optimal estimations of the co-state sequence and the control variable are obtained. For the saturation problem of control input value, a kind of adaptive adjustment algorithm of the control energy soft constraint information is presented. The control value calculated by this algorithm satisfies the requirements of limitation. The information fusion control method is easy to be designed based on the discrete model of the controlled system. The simulation results indicate the effectiveness of this method.

Key words Information fusion control, crane system, underactuated control, input saturation

Citation Hu Zhou, Wang Zhi-Sheng, Zhen Zi-Yang. Nonlinear information fusion control for underactuated cranes with input saturation. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(7): 1522 - 1527

欠驱动系统是指控制输入向量空间的维数小于其广义坐 标向量空间维数的系统<sup>[1]</sup>.近年来,有关欠驱动系统控制问 题的挑战性引起了控制学界的关注.桥式吊车系统是一种典

型的欠驱动系统,由于它具有负载能力强、操作方便、运送效 率高及占地资源少等优点,已被广泛地应用在港口、仓库、码 头、建筑工地以及重工业车间等场合<sup>[2]</sup>.

为了提高桥式吊车系统的工作效率与安全性能,国内外 许多学者对其进行了大量的研究. 文献 [3] 设计了一种基于 耗散理论的自适应控制器,实现了对整个吊车系统的快速镇 定控制. 文献 [4] 设计了一种目标轨迹自适应跟踪控制器, 并 通过 Lyapunov 方法和芭芭拉定理分析了闭环系统的稳定性. 文献 [5] 运用部分反馈线性化对吊车负载的防摆控制进行了 研究,将吊车系统的直接激励部分线性化,被动部分作为系 统的内部动态考虑,并证明了零动态的稳定性能. 文献 [6] 采 用积分滑模控制方法设计了欠驱动吊车的控制器,并考虑了 当系统中存在匹配和非匹配不确定因素时的鲁棒控制问题. 文献 [7] 针对吊车系统负载摆角初值不为零和负载重量存在 变化时的位置跟踪控制问题,提出了一种非线性控制方法, 该方法利用负载摆角和角速度反馈消除控制系统的非线性特 性,提高了控制系统的性能. 文献 [8] 提出一种基于自适应控 制策略的运动规划方法,将吊车的控制过程分为运动规划和 自适应控制两个步骤. 文献 [9-10] 采用了一种自适应滑模 控制方法,将负载摆动信息融入台车的动力学模型中设计滑 动模面,并设计了变增益的控制律以保证闭环系统的渐近稳 定性. 文献 [11] 针对吊车的远程网络控制问题, 提出了一类 通用的方法,该方法考虑了系统的线性时变因素和不确定时 滞因素,其重要价值在于给出了在这些因素下系统鲁棒稳定 的频域条件. 文献 [12] 运用图像传感器作为吊车系统的反馈 测量元件,讨论了如何运用虚拟跟踪技术实现吊车的高动态 控制.

信息融合估计主要研究在估计未知量的过程中,如何最 佳利用来自多个信息源的有用信息,最初主要应用于基于多 个传感器的目标跟踪系统的航迹融合过程中<sup>[13]</sup>. 文献 [14] 提出了基于线性最小方差估计的最优融合准则. Wang 等<sup>[15]</sup> 从信息融合的角度,把期望轨迹信息、系统动态信息和理想 控制策略信息等均视为关于控制量的观测信息,根据信息融 合估计理论,直接求出控制量的最优估计,从而,首次将二次 型最优控制问题转化为最优估计问题,该方法可以避免求解 非线性最优控制问题中的非线性黎卡提方程. 随后, 甄子洋 等[16-17] 针对信息融合控制方法在线性和非线性系统中的应 用研究,作了进一步深入探讨.

文献 [3-12] 分别从不同的角度运用了不同的方法对吊 车系统的控制问题进行了研究. 但一个实际物理系统的能量 输出常常是有限的,这些文献均没有考虑吊车系统存在输入 饱和的情况.本文在非线性信息融合控制中,加入了控制量 软约束的自适应调节算法, 解决了带输入饱和的欠驱动吊车 的跟踪及防摆控制问题. 控制量软约束自适应调节的优点是, 当求取的控制量大于饱和限制时,可以在迭代过程中增大软 约束信息, 使控制量满足饱和限制要求, 当求取的控制量小 于饱和限制时,可以放宽对控制量的约束,以提高控制系统 调节的快速性能.

#### 桥式吊车动力学系统建模 1

为了验证信息融合控制技术在欠驱动吊车系统控制器 设计中的有效性,同时为了避免被控对象过于复杂,下面考 虑一个典型的二维桥式吊车系统,二维吊车系统的动力学模

录用日期 2013-12-16 收稿日期 2013-06-17

Manuscript received June 17, 2013; accepted December 16, 2013 国家自然科学基金 (60874037, 61304223), 教育部高等学校博士学科点专项科 研基金 (20123218120015) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (60874037, 61304223), and Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20123218120015) 本文责任编委 候忠生

Recommended by Associate Editor HOU Zhong-Sheng

南京航空航天大学自动化学院 南京 210016
 College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016

型[3] 可表示如下

$$\begin{cases} (M+m)\ddot{d} - mL\ddot{\theta}\cos\theta + mL\dot{\theta}^{2}\sin\theta = f\\ mL^{2}\ddot{\theta} - m\ddot{d}L\cos\theta + mgL\sin\theta = 0 \end{cases}$$
(1)

其中, M 为吊车上台车的质量, m 为负载质量, g 为重力加速 度, d 为台车的水平运动位置,  $\theta$  为负载的摆角, L 为绳长, f为台车受到的推力.

令  $x_1 = d, x_2 = \dot{d}, x_3 = \theta, x_4 = \dot{\theta}, \boldsymbol{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{u} = f,$ 将式 (1) 变形如下

$$A\dot{\boldsymbol{x}} = g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \tag{2}$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M + m & 0 & -mL\cos(x_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -mL\cos(x_3) & 0 & mL^2 \end{bmatrix}$$
$$g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -mLx_4^2\sin(x_3) \\ x_4 \\ -mgL\sin(x_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}$$

通过计算可知, 无论 **x** 取何值, 均有 det(A) ≠ 0, 即矩阵 A 总 是可逆的. 所以, 可将式 (2) 转化为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A^{-1}g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \tag{3}$$

非线性信息融合控制算法需要基于被控对象的离散模型 设计,本文采用泰勒级数法<sup>[18]</sup>对式(3)进行非线性离散化.

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{x}(k) + \sum_{i=1}^{\infty} \left. \frac{T^i d^i (A^{-1} g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}))}{i! dt^i} \right|_{t_k}$$
(4)

离散化后的模型可表示为如式 (4) 所示的级数形式.如果采样时间 T 取值较大,则需要保留二阶项或更高阶项以获 得较为精确的模型. 一般来说,如果  $T \le 0.1$  s,则式 (4) 中的 一阶项为主要部分,二阶及二阶以上的项可忽略. 在本文中, 取 T = 0.02 s,对式 (4) 保留一阶项可得吊车系统的非线性 离散状态方程如下

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{x}(k) + TA^{-1}g(\boldsymbol{x}(k), \boldsymbol{u}(k))$$
(5)

由于二维吊车运动通常只关心台车位置和负载摆角,所 以可构造系统的输出方程如下

$$\boldsymbol{y}(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{x}(k)$$
(6)

### 2 非线性信息融合控制方法

#### 2.1 控制问题描述

由式 (5) 和 (6) 所描述的吊车系统的非线性离散状态方 程和输出方程可用如下形式统一描述.

$$\boldsymbol{x}(k+1) = f(\boldsymbol{x}(k), \boldsymbol{u}(k)) \tag{7}$$

$$\boldsymbol{y}(k) = h(\boldsymbol{x}(k+1)) \tag{8}$$

式中,  $\boldsymbol{x}(k) \in \mathbf{R}^n$  为状态量,  $\boldsymbol{u}(k) \in \mathbf{R}^m$  为控制量,  $\boldsymbol{y}(k) \in \mathbf{R}^p$ 为输出量,  $f(\cdot, \cdot) \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^m$  上的 n 维光滑向量场,  $h(\cdot) \in \mathbf{R}^p$  上的 p 维光滑单调向量场,  $\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0$ . 对于跟踪控制问题, 可以建立如式 (9) 所示的控制性能指标, 即求出一组控制 序列  $\boldsymbol{u}(k)$ , 使该式达到极小值<sup>[15]</sup>.

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \|\boldsymbol{y}(k) - \boldsymbol{y}^*(k)\|_{Q(k)}^2 + \sum_{k=0}^{\infty} \|\boldsymbol{u}(k)\|_{R(k)}^2$$
(9)

其中, **y**\*(k) 为期望轨迹,上式等号右边第一项表示在整个控制过程中,要求各维实际输出都必须跟踪期望输出,跟踪误差要最小, *Q*(k) 表示对各维输出跟踪误差的约束要求,可以看作是关于跟踪误差的信息量.等号右边第二项表示在整个控制过程中,对各维控制量的能量要求,在输出量满足指标要求的前提下,控制能量要最小, *R*(k) 表示对各维控制量的能量约束要求,可以看作是关于控制能量的信息量. *Q*(k) 和 *R*(k) 均为对称正定阵.

### 2.2 非线性信息融合控制算法设计

定理 1<sup>[15]</sup>. 若关于 x 的各种信息表示为

$$\hat{\boldsymbol{y}}_i = h_i(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{v}_i, i = 1, \cdots, n \tag{10}$$

式中,  $\hat{\boldsymbol{y}}_i \in \mathbf{R}^{m_i}$  为观测数据,  $h_i(\cdot) \in \mathbf{R}^n \perp m_i$  维光滑单调 向量场,  $\boldsymbol{v}_i \in \mathbf{R}^{m_i}$  为观测误差, 且

$$\mathbf{E}[\boldsymbol{v}_i] = 0, \mathbf{E}[\boldsymbol{v}_i \boldsymbol{v}_j^{\mathrm{T}}] = \begin{cases} R_i, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

若 $\sum_{i=1}^{n} H_i^{\mathrm{T}} R_i^{-1} H_i$ 非奇异,  $\hat{\boldsymbol{x}}$ 为 $\boldsymbol{x}$ 的最优估计,则有

$$\sum_{i=1}^{n} H_{i}^{\mathrm{T}} R_{i}^{-1} h_{i}(\hat{\boldsymbol{x}}) = \sum_{i=1}^{n} H_{i}^{\mathrm{T}} R_{i}^{-1} \hat{\boldsymbol{y}}_{i}$$
(11)

$$I[\hat{\boldsymbol{x}}|\boldsymbol{x}] = \sum_{i=1}^{n} H_i^{\mathrm{T}} R_i^{-1} H_i$$
(12)

式中,  $H_i = \partial h_i / \partial \boldsymbol{x}|_{\boldsymbol{x}=\hat{\boldsymbol{x}}}$ ,  $I(\hat{\boldsymbol{x}}|\boldsymbol{x}]$  表示  $\hat{\boldsymbol{x}}$  关于  $\boldsymbol{x}$  的信息量. 定 理 1 为非线性信息融合估计定理, 式 (11) 为信息融合估计 的统一非线性模型. 称  $R_i^{-1}$  为  $\hat{\boldsymbol{y}}_i$  关于  $\boldsymbol{y}_i$  的信息量, 记作  $I[\hat{\boldsymbol{y}}_i|\boldsymbol{y}_i] = R_i^{-1}$ ;  $H_i^T R_i^{-1} H_i$  为  $\hat{\boldsymbol{y}}_i$  关于被估计量  $\boldsymbol{x}$  的信息 量, 记作  $I[\hat{\boldsymbol{y}}_i|\boldsymbol{x}] = H_i^T R_i^{-1} H_i$ . 所有关于被估计量  $\boldsymbol{x}$  的信息 的信息量之和等于最优融合估计  $\hat{\boldsymbol{x}}$  关于自身的信息量, 即  $I[\hat{\boldsymbol{x}}|\boldsymbol{x}] = \sum_{i=1}^{n} I[\hat{\boldsymbol{y}}_i|\boldsymbol{x}]$ . 通常, 信息量与该信息的协方差互为 倒数.

将性能指标函数式 (9) 表示成如式 (10) 所示的统一的 信息测量模型,则有  $y^*(k) = h(x(k)) + m(k), m(k)$  为均值 为零方差为  $Q^{-1}(k)$  的白噪声; 0 = u(k) + n(k), n(k) 为均值 为零方差为  $R^{-1}(k)$  的白噪声. 从信息融合的角度, 第 2.1 节 所描述控制问题共包含三部分信息: 1) 由式 (7) 所决定的等 式约束信息; 2) 期望跟踪轨迹  $y^*(k)$  的跟踪信息; 3) 希望每 个 u(k) 都尽可能小的控制约束信息. 信息融合控制的任务就 是融合这些信息,求出控制量的估计值  $\hat{u}(k)$ .

假设在 k 时刻, 已经融合 k 时刻以后的所有信息, 并得 到  $\hat{x}(k+1)$  及其信息量 P(k+1). 称  $\hat{x}(k+1)$  为协状态,

$$\boldsymbol{x}(k+1) = f(\boldsymbol{x}(k), \boldsymbol{u}(k)) \tag{13}$$

$$0 = \boldsymbol{u}(k) + \boldsymbol{n}(k) \tag{14}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}(k+1) = \boldsymbol{x}(k+1) + \boldsymbol{w}(k+1)$$
(15)

其中, **w**(k+1) 为均值为零方差为 P<sup>-1</sup>(k+1) 的白噪声. 将 式 (13) 代入式 (15), 运用定理 1, 融合所有关于 **u**(k) 的信息, 可得

$$\hat{\boldsymbol{u}}(k) = \{B^{\mathrm{T}}(k)P(k+1)B(k) + P(k)\}^{-1} \times \{B^{\mathrm{T}}(k)P(k+1)(\hat{\boldsymbol{x}}(k+1) - A(k)\hat{\boldsymbol{x}}(k))\}$$
(16)

式中

$$B(k) = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{u}(k)} \bigg|_{\boldsymbol{u}(k) = \hat{\boldsymbol{u}}(k)}, A(k) = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}(k)} \bigg|_{\substack{\boldsymbol{x}(k) = \hat{\boldsymbol{x}}(k) \\ \boldsymbol{u}(k) = \hat{\boldsymbol{u}}(k)}}$$

下面讨论融合 k 时刻以后的所有信息得到 **x**(k) 及其信息量 P(k). 关于 **x** 的信息如下

$$\boldsymbol{x}(k+1) = f(\boldsymbol{x}(k), \boldsymbol{u}(k)) \tag{17}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}(k+1) = \boldsymbol{x}(k+1) + \boldsymbol{w}(k+1)$$
 (18)

$$\boldsymbol{y}^{*}(k) = h(\boldsymbol{x}(k)) + \boldsymbol{m}(k)$$
(19)

$$0 = \boldsymbol{u}(k) + \boldsymbol{n}(k) \tag{20}$$

将式 (18)、(20) 代入式 (17), 可得

$$\hat{\boldsymbol{x}}(k+1) - \boldsymbol{w}(k+1) = f(\boldsymbol{x}(k), -\boldsymbol{n}(k))$$
 (21)

式 (21) 可变换为

$$\hat{\boldsymbol{x}}(k+1) = f(\boldsymbol{x}(k), 0) + \boldsymbol{v}(k)$$
(22)

v(k) 为均值为零方差为  $M^{-1}(k)$  的白噪声.

$$M(k) = (P^{-1}(k+1) + B(k)R^{-1}(k)B^{\mathrm{T}}(k))^{-1}$$
(23)

运用定理 1, 融合式 (19)、(22) 中关于 **x**(k) 的信息, 可得

$$\hat{\boldsymbol{x}}(k) = P^{-1}(k) \{ A^{\mathrm{T}}(k) M(k) \hat{\boldsymbol{x}}(k+1) + H^{\mathrm{T}}(k) Q(k) \boldsymbol{y}^{*}(k) \}$$
(24)

$$P(k) = A^{\rm T}(k)M(k)A(k) + H^{\rm T}(k)Q(k)H(k)$$
(25)

#### 2.3 控制能量软约束信息自适应调节

由式 (16) 求出的控制量,不能保证满足饱和限制条件. 在性能指标函数 (9) 中 *R*(*k*) 代表了对控制能量的软约束信息,所以在求解 *û*(*k*) 的过程中,可以通过调节 *R*(*k*) 中对角元素的大小,改变 *û*(*k*) 中对应分量的大小.由控制量软约束信息的意义易知 *R*(*k*) 中对角元素值与 *û*(*k*) 中对应分量的大小成反比.因此在每一步 *û*(*k*) 的求取过程,如果 *û*(*k*) 的某分量超过了饱和上限,则可以不断增加对应的软约束信息,并进行迭代计算,最终求出一个满足饱和限制条件的 *û*(*k*).下面提出自适应调节算法,目的是用尽可能少的迭代步数求出一个满足饱和限制要求的控制量.

**假设 1.** 控制量 **u**(k) 在定义域 **R**<sup>m</sup> 上是关于原点对称 的, 即电机可输出正反对称的力矩.

假设 2.  $R_{l\min}(k) > 0$ , 且有最小值  $R_{l\min}(k)$ .

$$\begin{cases} R_{l}^{i}(k) = R_{l\min}(k)|_{i=1} \\ R_{l}^{i+1}(k) = R_{l}^{i}(k)(1 + \alpha \frac{|\hat{u}_{l}^{i}| - |u_{l}|_{\max}}{|u_{l}|_{\max}})|_{|\hat{u}_{l}^{i}| > |u_{l}|_{\max}, i > 1} \end{cases}$$

$$(26)$$

式中, *i* 为迭代次数, *i* = 1, ..., *i*max; *l* 为控制分量序号, *l* = 1, ..., *m*;  $|u_l|_{\text{max}}$  为第 *l* 个控制分量的饱和限制值. 式 (26) 为  $R_l(k)$  的自适应调节律, 在控制量的每一步求取过程 中, 软约束信息的初值为  $R_{l\min}(k)$ , 若求出的  $\hat{u}_l(k)$  不满足饱 和限制要求, 则增大  $R_l(k)$ , 然后重新求取  $\hat{u}_l(k)$ . 该调节律可 以视为  $R_l(k)$  的一个积分过程,  $R_l(k)$  的终值与前面每一次 迭代过程中  $|\hat{u}_l|$  大于  $|u_l|_{\text{max}}$  的程度有关.  $\alpha$  为可调节参数, 改变  $\alpha$  的值, 可调节迭代次数, 当控制量的求取时间过长时, 可增大  $\alpha$  的值, 以减小迭代次数, 缩短控制量求取时间.

#### 2.4 非线性信息融合控制算法流程

步骤 1. 置 $\hat{\boldsymbol{u}}^{(0)}(k) = 0, k = 0, 1, \cdots, n, 求 \boldsymbol{x}^{(0)}(k+1) = f(\boldsymbol{x}^{(0)}(k), \hat{\boldsymbol{u}}^{(0)}(k)), \boldsymbol{x}^{(0)}(0) = \boldsymbol{x}_0.$ 

**步骤 2.** 置控制步数 k = 0. **步骤 3.** 置迭代序号 i = 1, 设定最大迭代次数 i<sub>max</sub>. **步骤 4.** 求下列偏导数

$$\begin{split} A^{(i)}(p) &= \left. \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}(p)} \right|_{\boldsymbol{x}(p) = \boldsymbol{x}^{(i-1)}(p), \boldsymbol{u}(p) = \hat{\boldsymbol{u}}^{(i-1)}(p)} \\ B^{(i)}(p) &= \left. \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{u}(p)} \right|_{\boldsymbol{x}(p) = \boldsymbol{x}^{(i-1)}(p), \boldsymbol{u}(p) = \hat{\boldsymbol{u}}^{(i-1)}(p)} \\ H^{(i)}(p) &= \left. \frac{\partial h}{\partial \boldsymbol{x}(p)} \right|_{\boldsymbol{x}(p) = \boldsymbol{x}^{(i-1)}(p), \boldsymbol{u}(p) = \hat{\boldsymbol{u}}^{(i-1)}(p)} \end{split}$$

其中,  $p = k, k + 1, \dots, k + k_f - 1, k_f$  为预见步数. 步骤 5. 求协状态及其信息量,置迭代初值

$$P^{(i)}(K_f) = I + H^{(i)^{\mathrm{T}}}(K_f)Q(K_f)H^{(i)}(K_f)$$
$$\hat{\boldsymbol{x}}(K_f) = \boldsymbol{x}^{(i-1)}(K_f) + P^{(i)^{-1}}(K_f)\{-\boldsymbol{x}^{(i-1)}(K_f) + H^{(i)^{\mathrm{T}}}(K_f)Q(K_f)[\boldsymbol{y}^*(K_f) - h(\boldsymbol{x}^{(i-1)}(K_f))]\}$$
$$K_f = k + k_f - 1$$

求

$$M^{(i)}(p) = [P^{(i)^{-1}}(p+1) + B^{(i)}(p)R^{(i)^{-1}}(p)B^{(i)^{\mathrm{T}}}(p)]^{-1}$$
(27)

$$P^{(i)}(p) = A^{(i)^{\mathrm{T}}}(p)M^{(i)}(p)A^{(i)}(p) + H^{(i)^{\mathrm{T}}}(p)Q(p)H^{(i)}(p)$$
(28)

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(p) = P^{(i)^{-1}}(p) \{ A^{(i)^{\mathrm{T}}}(p) M^{(i)}(p) \hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(p+1) + H^{(i)^{\mathrm{T}}}(p) Q(p) \boldsymbol{y}^{*}(p) \}$$
(29)

其中,  $p = k, \dots, k + k_f - 1$ , 通过式 (27)~(29) 的逆向迭代 计算, 可求出  $\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(p+1)$  和  $P^{(i)}(k+1)$ .

步骤 6. 求

$$\hat{\boldsymbol{u}}^{(i)}(k) = \{B^{(i)^{\mathrm{T}}}(k)P^{(i)}(k+1)B^{(i)}(k) + R^{(i)}(k)\}^{-1} \times \\ \{B^{(i)^{\mathrm{T}}}(k)P^{(i)}(k+1)(\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(k+1) - A^{(i)}(k)\boldsymbol{x}^{(i)}(k))\} \\ \hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(k+1) = f(\boldsymbol{x}^{(i)}(k), \hat{\boldsymbol{u}}^{(i)}(k))$$

步骤 7. 若最优控制序列  $|\hat{u}(k)| < |u|_{\text{max}}$ , 或最大迭代次 数已到, 则令 k = k + 1, 返回步骤 3; 否则, 令 k 保持不变, 置 i = i + 1, 根据式 (26) 调节 R(k) 的值, 然后, 返回步骤 4.

为了提高计算的实时性,步骤 5 中式 (27)~(29) 的逆向 迭代计算过程可以离线进行,将大大减小在线计算量,关于 *R*(*k*) 的调节计算,需要在线进行,以保证每一步求取的控制 量都满足饱和限制要求.

#### 3 仿真验证与分析

下面通过仿真验证信息融合控制算法的有效性. 取采样时间 T = 0.02 s, 预见步数  $k_f = 50$ , 最大迭代次数  $i_{max} = 10$ , 饱和限制  $|\mathbf{u}|_{max} = 5$  N; 可调参数  $\alpha = 1.8$ , 该值可使控制算 法最多迭代 8 次, 若需要进一步减少迭代次数, 提高算法的 执行速度, 可适当增大该参数; 台车期望位置  $y_1^*(k) = 1$ , 负载摆角期望位置  $y_2^*(k) = 0$ ,  $k = 0, \dots, n$ . 其他参数与文献 [3] 完全一致, 台车质量 M = 3.5 kg, 绳长 L = 0.9 m, 所有状态初值均为 0.  $R_{min}(k)$  和 Q(k) 的取值需要综合考虑动态误 差、能量消耗、以及稳态误差等因素, 根据有关 R 和 Q 的确 定方法<sup>[19]</sup>, 并经过实际试验取值如下

$$R_{\min}(k) = 100, \ Q(k) = \begin{bmatrix} 10^4 & 0 \\ 0 & 10^5 \end{bmatrix}$$

定义  $e_d(k) = y_1^*(k) - y_1(k)$ ,  $e_{\theta}(k) = y_2^*(k) - y_2(k)$ 为跟 踪误差变量,物理单位分别为 m 和 rad,其中  $y_1(k)$  和  $y_2(k)$ 分别代表台车位置和负载摆角的实际输出.信息融合控制 算法需要知道被控对象的数学模型,在设计控制器时,假 设负载质量为 2.5 kg,以此确定控制器的参数.为了考察控 制器对负载质量变化的鲁棒性能,分别对实际负载质量为 0.5 kg、2.5 kg、5 kg 和 25 kg 的情况进行了仿真对比.

图 1 为实际负载质量为 0.5 kg 时的仿真结果. 由图 1 (a) 可以看出, 在负载吊运过程中,由于没有对输入加饱和限制, 求得控制量高达 9 N,大于饱和限制值. 由图 1 (c)可以看出, 当控制输入的饱和限制为 5 N 时,运用本文所提出的控制能 量软约束自适应调节算法求出的控制量满足饱和限制要求. 图 1 对应的仿真参数与文献 [3] 基本一致. 文献 [3] 采用了一 种基于耗散理论的自适应控制器,但该方法对负载的防摆控 制效果不佳,如图 2 所示,负载在 10 s 左右仍有小幅摆动. 通 过对比可知,本文采用的信息融合控制算法具有更好控制效 果,如图 1 (d) 所示,台车位置在 5 s 左右就实现了达位,同时 对负载摆动具有良好的抑制.

图 3~图 5 分别给出了在控制器参数不变的情况下,负载为 2.5 kg、5 kg 和 25 kg 时信息融合控制器的效果.限于论文篇幅,图 3~图 5 中仅给出了带输入饱和限制时的仿真结果.图 3 所对应的实际负载质量为 2.5 kg,这与设计控制器时假设的负载质量参数相同,可认为此时控制器所采用的模型参数误差很小,所以控制效果较好,台车跟踪误差在 6s 左右收敛到零.增大负载质量到 5 kg,如图 4 所示,台车跟踪误差在 10 s 左右收敛到零,控制效果有所下降,但尚可接受.继续增大负载质量后发现,随着负载质量的增加,控制效果越寒越差,当负载质量为 25 kg 时,如图 5 所示,控制量出现明显的抖动,误差收敛时间大于 20 s,此时的控制效果已不能接受.





Fig. 1 The simulation results with the load quality 0.5 kg



Fig. 2 The tracking error of the crane system in [3]



图 3 负载质量为 2.5 kg 时的仿真结果

Fig. 3 The simulation results with the load quality 2.5 kg

综上分析可知,当负载质量在一定合理范围内变化时, 信息融合控制算法具有良好的鲁棒性能,但当负载质量变化 过大时,该算法的控制效果会变差,甚至可能会出现不稳定. 要解决这个问题,需要重新估计负载的质量,调整控制器的 参数.



(b) The tracking error of position and pendulum angle of the crane with input saturation limit |u| ≤ 5 N 图 4 负载质量为 5 kg 时的仿真结果

Fig. 4 The simulation results with the load quality 5 kg

### 4 结论

本文针对欠驱动吊车系统的位置跟踪和防摆控制问题,

提出了一种非线性信息融合控制算法,并通过控制量软约束 信息的自适应调节,实现了带输入饱和的控制量求取. 仿真 实验结果表明该算法具有良好的控制效果,且对负载变化具 有一定的鲁棒性.由于信息融合控制算法是基于系统的离散 状态模型设计,而实际工程中大多是依赖计算机的数字控制 系统,所以本算法具有良好的应用前景,易于推广到其他被 控对象.应当指出本算法的计算量与系统的模型阶数、采样 频率和预见步数正相关,不能直接适用于模型阶数和采样频 率过高的系统,且预见步数应合理选取.



(a) The control value with input saturation limit  $|\boldsymbol{u}| \leq 5$  N



(b) 输入限制为  $|\boldsymbol{u}| \leq 5 \,\mathrm{N}$  时位置和摆角跟踪误差

(b) The tracking error of position and pendulum angle of the crane with input saturation limit  $|\pmb{u}| \leq 5\,{\rm N}$ 

#### 图 5 负载质量为 25 kg 时的仿真结果

Fig. 5 The simulation results with the load quality 25 kg

#### References

- Spong M. Partial feedback linearization of underactuated mechanical systems. In: Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems. Munich, Germany: IEEE, 1994. 314–321
- 2 Sun Ning, Fang Yong-Chun. A review for the control of a class of underactuated systems. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2011, 6(3): 200-207 (孙宁, 方勇纯. 一类欠驱动系统的控制方法综述. 智能系统学报, 2011, 6(3): 200-207)
- 3 Ma Bo-Jun, Fang Yong-Chun, Wang Yu-Tao, Jiang Zhong-Ping. Adaptive control for an underactuated overhead crane system. Control Theory & Applications, 2008, 25(6): 1105-1109 (马博军, 方勇纯, 王字韬, 姜钟平. 欠驱动桥式吊车系统自适应控制. 控制理论与应用, 2008, 25(6): 1105-1109)
- 4 Sun Ning, Fang Yong-Chun, Wang Peng-Cheng, Zhang Xue-Bo. Adaptive trajectory tracking control of underactuated 3-dimensional overhead crane systems. Acta Automatica Sinica, 2010, **36**(9): 1287–1294 (孙宁, 方勇纯, 王鹏程, 张雪波. 欠驱动三维桥式吊车系统自适应跟 踪控制器设计. 自动化学报, 2010, **36**(9): 1287–1294)

- 5 Gao Bing-Tuan, Chen Hong-Jun, Zhang Xiao-Hua. Nonlinear control for a class of underactuated mechanical systems. *Control and Decision*, 2006, **21**(1): 104–106
  - (高丙团,陈宏钧,张晓华.一类欠驱动机械系统的非线性控制.控制 与决策,2006,**21**(1):104-106)
- 6 Xi Z, Hesketh T. Discrete time integral sliding mode control for overhead crane with uncertainties. *IET Control Theory* & Applications, 2010, 4(10): 2071–2081
- 7 Chwa D. Nonlinear tracking control of 3-D overhead cranes against the initial swing angle and the variation of payload weight. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, **17**(4): 876–883
- 8 Fang Y C, Ma B J, Wang P C, Zhang X B. A motion planning-based adaptive control method for an underactuated crane system. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, **20**(1): 241–248
- 9 Ngo Q H, Hong K S. Adaptive sliding mode control of container cranes. IET Control Theory & Applications, 2012, 6(5): 662-668
- 10 Ngo Q H, Hong K S. Sliding-mode antisway control of an offshore container crane. *IEEE/ASME Transactions on Mecha*tronics, 2012, **17**(2): 201–209
- 11 Delgado E, Diaz-Cacho M, Bustelo D, Barreiro A. Generic approach to stability under time-varying delay in teleoperation: application to the position-error control of a gantry crane. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2013, 18(5): 1581–1591
- 12 Chang C Y, Wijaya Lie H. Real-time visual tracking and measurement to control fast dynamics of overhead cranes. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, **59**(3): 1640-1649
- 13 Han Chong-Zhao, Zhu Hong-Yan, Duan Zhan-Sheng. Information Fusion from Multiple Sources. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. 231–286 (韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合. 北京:清华大学出版社, 2006. 231–286)
- 14 Zhou Jun, Wang Zhi-Sheng, Zhou Feng-Qi. The theory of multi-sensor system data fusion based on linear least square estimation. Journal of Astronautics, 2003, 24(4): 364-367 (周军, 王志胜, 周风岐. 基于线性均方估计的数据融合理论. 宇航学 报, 2003, 24(4): 364-367)
- 15 Wang Z S, Wang D B, Zhen Z Y. Primary exploration of nonlinear information fusion control theory. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2007, **50**(5): 686–696
- 16 Zhen Zi-Yang, Wang Zhi-Sheng, Wang Dao-Bo. Information fusion estimation based preview control for discrete linear system. Acta Automatica Sinica, 2010, **36**(2): 347-352 (甄子洋, 王志胜, 王道波. 基于信息融合估计的离散线性系统预见控 制. 自动化学报, 2010, **36**(2): 347-352)

- Zhen Zi-Yang, Wang Zhi-Sheng, Wang Dao-Bo. Predictive control based on information fusion optimal estimation for nonlinear discrete system. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(3): 331-336 (甄子洋, 王志胜, 王道波. 基于信息融合最优估计的非线性离散系统 预测控制. 自动化学报, 2008, 34(3): 331-336)
- 18 Zhang Z, Un An D, Kim H, Chong K T. Comparative study of matrix exponential and Taylor series discretization methods for nonlinear ODEs. Simulation Modelling Practice and Theory, 2009, 17(2): 471–484
- 19 Wang Zhi-Sheng, Jiang Bin, Zhen Zi-Yang. Fusion Estimation and Fusion Control. Beijing: Science Press, 2009. 233-236 (王志胜, 姜斌, 甄子洋. 融合估计与融合控制. 北京: 科学出版社, 2009. 233-236)
- 胡 洲 南京航空航天大学自动化学院博士研究生.主要研究方向为欠 驱动控制,信息融合控制. E-mail: huzhou2000@163.com
- (**HU Zhou** Ph. D. candidate at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His research interest covers under-actuated system control and information fusion control.)
- **王志胜** 南京航空航天大学自动化学院教授. 主要研究方向为无人机飞行控制, 信息融合. 本文通信作者.
- E-mail: wangzhisheng@nuaa.edu.cn
- (WANG Zhi-Sheng Professor at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His research interest covers UAV flight control and information fusion. Corresponding author of this paper.)
- **甄子洋** 南京航空航天大学自动化学院副教授. 主要研究方向为信息融 合估计与控制, 无人机飞行控制, 计算智能.
- E-mail: zhenziyang@nuaa.edu.cn
- (**ZHEN Zi-Yang** Associate professor at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His research interest covers information fusion estimation and control, UAV flight control, and computational intelligence.)