第 40 卷 第 5 期　　自 动 化 学 报　　Vol. 40, No. 5
2014 年 5 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　May, 2014

一种基于边界特征线且特征点可变的二阶非线性离散跟踪微分器及在测速定位系统中的应用

谢云德 [1,2]　李云钢 [2]　龙志强 [2]　戴春辉 [2]

摘　要　利用状态反推方法确定最速离散二阶系统的线性区域的边界特征线及控制特征线, 以相平面上的点及边界曲线、控制线的相对位置按线性规则确定控制量的大小, 区分可达区与线性区, 并依此构造最速分段线性函数形式的跟踪微分器 (Tracking-differentiator, TD), 这种算法可以方便地修改特征点, 适应能力强, 而且运算中不包含任何根号运算, 使得控制综合函数的形式极大简化, 有利于工程实现. 对正弦信号及方波信号的仿真结果表明了上述结论的合理性. 验证了特征点分段线性算法在适当修改特征点后得到的 TD, 与经典 TD 以及它的线性近似进行比较, 跟踪能力和微分提取能力都得到了较大的提高. 应用移动平均算法构成的跟踪微分器组, 具有相位补偿功能, 适当选取 TD 参数后, 得到了滤波能力强、相位特性良好的滤波器, 并应用于基于长定子齿槽检测的永磁电动磁悬浮列车的测速定位系统中. 实验结果表明, 本文提出的简化 TD 按相位补偿确定的方案能有效滤除脉冲和扰动等噪声, 对过轨道接缝时的畸变信号进行修复, 边界容易修改, 算法简单有效, 实时性强, 易于工程实现.

关键词　跟踪微分器, 离散系统, 线性边界, 最速控制, 综合函数, 可达区

引用格式　谢云德, 李云钢, 龙志强, 戴春辉. 一种基于边界特征线且特征点可变的二阶非线性离散跟踪微分器及在测速定位系统中的应用. 自动化学报, 2014, **40**(5): 952−964

DOI　10.3724/SP.J.1004.2014.00952

Discrete Second-order Nonlinear Tracking-differentiator Based on Boundary Characteristic Curves and Variable Characteristic Points and Its Application to Velocity and Position Detection System

XIE Yun-De[1,2]　LI Yun-Gang[2]　LONG Zhi-Qiang[2]　DAI Chun-Hui[2]

Abstract　The boundary characteristic curves of linear regions with the second-order discrete time optimal control are presented using the method of the state back step. The control variable is decided by the linearized criterion according to the relative position between phase plane point and switching curve, and the boundary characteristic curves. The reachable region and the boundary region are given. Then some sectionalized constructed linear synthetic functions are obtained. Based on this function, the discrete form of tracking-differentiator (TD) is constructed. This algorithm is able to amend its characteristic points and is flexible to applications. It does not contain the square roots algorithm, and its form is simple and its implement action is easy. Numerical simulation of sinusoidal wave and square wave shows that this discrete form of tracking-differentiator can quickly track an input signal without overshooting or chattering and can produce a good differential signal. Its effect is similar to one of the nonlinear boundary transformation. A kind of TD group with phase compensation and filter ability is acquired using the moving average algorithm. The excellent filter ability and phase compensation are obtained after a proper TD parameter choice. The velocity and position detection of a permanent magnet electro dynamic maglev train system based on long stator alveolus count employs the above scheme. The running experiment of the train shows that the above algorithm can effectively remove noise and lead to little phase delay, and amend distortion signals at the guide juncture. The algorithm is easy, effective and convenient to engineering implementation action.

Key words　Tracking-differentiator (TD), discrete time systems, linear boundary, time optimum control, synthetic function, reachable region

Citation　Xie Yun-De, Li Yun-Gang, Long Zhi-Qiang, Dai Chun-Hui. Discrete second-order nonlinear tracking-differentiator based on boundary characteristic curves and variable characteristic points and its application to velocity and position detection system. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(5): 952−964

收稿日期 2013-04-15　录用日期 2013-09-11
Manuscript received April 15, 2013; accepted September 11, 2013
国家自然科学基金 (11202230, 60974128, 11302252) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (11202230, 60974128, 11302252)
本文责任编委 侯忠生
Recommended by Associate Editor HOU Zhong-Sheng

纯微分器在物理上是不可实现的, 人们寻找各种途径来近似, 处理不当就会产生振荡甚至湮没现象, 严重影响系统的稳定性. 为了简化控制系统的设计, 提高控制系统性能, 用适当方法获取有效的微分是一种重要的手段, 韩京清等[1−2] 提出了跟踪微分器 (Tracking-differentiator, TD) 的思想, 利用二次时间最速系统提出了一种离散形式的跟踪微分器, 具有快速跟踪输入信号、无超调、无颤振的特点, 能得到较好的微分信号. TD 的特性源自开关曲线附近边界的存在, 在滑模控制中, 若以开关曲线作滑模面, 则 TD 可以完全消除系统可能存在的颤振现象, 这是其他方法难以实现的, TD 的这种对噪声以及扰动的不敏感性, 与边界的宽度相关, 宽度越大, 线性可变区域也就越大, 抗噪声的能力也越强. 韩京清[3−4] 研究了用 TD 构造非线性比例–积分–微分 (Proportion-integration-differentiation, PID) 问题, 提高了系统的适用性以及鲁棒稳定性, 这主要得益于 TD 对噪声的不敏感性, 而 TD 的特性直接与边界相关. Gao[5] 研究了离散时间最优控制系统中闭环状态反馈问题, 指出了按韩京清跟踪微分器算法 (Funetion of Han′s tracking-differentiator algorithm, FHAN) 方式得到的线性边界可以取代 Bang-bang 控制, 控制量在有界区域内按线性规律变化, 而不是在两个极端的量之间跳变, 这有利于克服颤振现象. 韩京清和 Gao 都提到了开关曲线附近离散控制一步内可到达的边界问题, 得到了基本边界的方程表达式, 也给出了两步可达区域的思想, 它与 TD 的特性密切相关, 可以说不同的处理边界方法将导致不同的 TD.

目前, 边界变换是否唯一的问题上没有研究结果. 韩京清在他的专著中详尽描述了跟踪微分器以及自抗扰控制的思想, 为进一步研究做了很有意义的工作, 但是仍然存在许多尚没有解决的问题. 比如, 如何灵巧设计 TD 以满足不同的需要, 如何完成全部有关边界类型划分的问题, 如何在三阶以上的变结构非线性多输入多输出 (Multi-input multi-output, MIMO) 系统中使用非线性滑模面克服颤振的问题, 以及 TD 在自适应控制、模糊控制中的应用问题, 三阶以上的自抗扰控制设计等等, 作者在本文中仅探讨关于 TD 边界的部分问题, 这是一个基础理论的研究问题, TD 的性能与边界问题紧密相连. 其他的研究[7−11] 得益于 TD 良好的跟踪能力以及对噪声的不敏感性, 利用 TD 的这些特性, 可以用来构造自抗扰 (Auto disturbance rejection control, ADRC) 技术中的一个基本模块, 安排过渡过程, 以及设计非线性 PID 控制器, 对参数进行估计以及恰当提取信息等; 对于滑模控制的研究[12−14], TD 也有一些相关的问题. 文献 [15] 中利用二次时间最速系统提出了一种高精度快速跟踪微分器 Fast, 具有跟踪精度高, 能从含噪声的信号中有效提取微分信号的特点, 它也是一种具有边界的跟踪微分器, 它与 FHAN 的差别是 Fast 的开关曲线被设计成与 Bang-bang 控制的开关曲线重和, 边界的判断基于到达时间, 不存在两步可达区, 它的优点是跟踪精度较高, 缺点是计算量稍大, 这种方法被应用于磁悬浮控制的信号检测中[16−19].

韩京清跟踪微分器提出的前提是离散、双积分器、无噪声的时间最优控制, 在考虑控制量零阶保持, 时间项仅考虑线性项的情形下, 韩京清 FHAN 的确是最优的, 但韩京清跟踪微分器的离散精度是不够的, 也没有考虑对扰动的抑制因素, 解决问题的途径是恰当修改离散化模型, 引进新的参量, 比如引进时间的二次项, 对扰动误差小的积分修正项等, 从而可以在新的离散化、双积分、无噪声条件下得到新的最优解, 能够获得跟踪精度更好、抗噪声能力更强、抗扰动能力更好的优化离散跟踪微分器. 这些修改将表现在边界的修正上, 从而为获得对应不同优化离散化模型参数的边界提供了理论上的依据. 在随后跟踪微分器边界问题的讨论中, 将给出几种类似 FHAN 边界变换的对应某种离散最优的 TD.

实际控制系统一般是数字控制系统, 采用离散化的形式, 跟踪微分器中开关函数所需要线性区的大小及范围将影响跟踪性能及微分品质, 文献 [2] 用等时区方法确定了最速控制取非极值的线性区, 给出了控制综合函数的一般形式, 其实质是一种非线性边界的变换, 有三种情形, 分别对应开关曲线、控制量取极值的一步后到达开关曲线并切换符号的边界, 以及首先控制量取 0 而后一步到达开关曲线的某种特征曲线, 这种非线性变换函数中包含根号的运算, 有时候对于控制算法是有一定复杂性的. 针对这个问题, 本文利用状态反推或者说等时区方法, 寻找使最速控制取非极值的线性区的边界特征点, 区分线性区以及可达区, 用线性区内的位置特性按线性比例关系确定控制量的大小, 取代非线性边界变换, 并利用特征点构造分段线性函数, 从而得到线性区内部的点一一对应的关系, 而非线性区位于开关曲线两侧, 控制量取极值, 无需与非线性边界变换存在对应关系, 仅仅使用简单的边界特征线的常数值比较就可以确定是否位于线性

1. 北京控股磁悬浮技术发展有限公司 北京 100124　2. 国防科技大学机电工程与自动化学院 长沙 410073
1. Beijing Enterprises Holding Maglev Technology Development Company Limited, Beijing 100124 2. College of Mechanical Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073

区域内, 从而节省了非线性变换需要的计算开销, 且避开复杂的开平方根的非线性运算. 由于在整个相平面上, 本文提出的分段线性算法与文献 [2] 中提出的非线性边界变换算法存在一一对应的关系, 因而其控制量的大小基本相同, 获取的跟踪效果以及微分提取效果也将接近, 而计算工作量方面, 本文提出的算法得到了很大的简化. 进一步, 本算法的最大特点是可以轻松地修改边界上的特征点, 等效于修改边界, 算法结构几乎不做任何改变, 从而可以得到特性不同的 TD, 这种新的 TD 与边界变换无关, 可以认为是扩展了 FHAN 的特性, 突破边界变换的限制, 这些特点使得本文提出的算法在编程上较为简洁实用, 便于工程实现. 对正弦信号以及方波信号进行的数值仿真结果表明, 这种简化形式的跟踪微分器与文献 [2] 提出的跟踪微分器同样具有快速跟踪输入信号、无超调、无颤振、能有效提取微分信号的特点, 形式上更加简单, 仅仅为一个简单的分段线性函数, 而功能是完全等效的, 但编程实现要简单得多. 而且可以比较随意地修改边界特征点的参数, 无需改变算法的结构, 就可以得到性能更加良好的 TD, 由于这一特性, 本文提出的算法较文献 [2] 中提出的算法将更加易于使用及实现, 这对于进一步研究和使用非线性跟踪微分器提供了一种新的途径, 对推广 TD 在控制与信息处理中的工程应用具有一定的参考价值. 虽然本文研究的出发点与韩京清和 Gao 在 FHAN 中研究问题的出发点有些相同, 但本文提出的 TD 算法与 FHAN 有本质上的区别: 1) FHAN 是一种边界变换的算法, 而本文的跟踪微分器算法 (Function of tracking-differentiator algorithm, FTD) 是一种边界特征点可变分段线性算法, 与边界变换无关, 且参数变化有很大的随意性; 2) FTD 算法包含 FHAN 算法, 但不能反推; 3) FTD 算法可以按照要求优化, 而 FHAN 不能任意改变. 另外, 韩京清[6] 基于他自己的 FHAN 提出了一种线性近似, 此处不妨将它称为 FHAN1, 很明显, 本文的 FTD 与 FHAN1 并无关联. 为了区分三者之间的差异, 本文给出了一组跟踪输入谐波信号的仿真误差对比 (见第 2 节), 从而能够直观认识三种 TD 的差异.

为了验证新算法的有效性, 本文研究了永磁电动磁悬浮列车牵引系统中的测速定位方案, 用本文提出的简化分段线性化非线性跟踪微分器, 按移动平均相位补偿算法构成滤波器组, 对测速定位系统中的定子线圈的磁极相位角进行了实时在线处理. 由于轨道加工及安装误差以及常年运转后产生的变形, 轨道拼接预留处理热胀冷缩留下的轨道接缝, 以及传感器随车体的悬浮而产生的抖动, 会使传感器信号产生干扰噪声以及严重的信号畸变, 处理不当将影响测速定位精度, 信号引进牵引系统后将危害列车的运行安全. 文献 [17−18] 中提出了相位补偿的 TD 组算法, 选择恰当的 TD 参数后, 按 3 个 TD 组构成了一个具有相位补偿功能的滤波器, 并应用于测速定位系统中的信号处理单元, 试验结果表明了本文提出的方案能够有效滤除噪声, 相位特性好, 并能够对过接缝时产生的畸变信号进行恢复. 理论推导以及工程实践都说明, 本算法结构简单, 仅仅为逻辑判断, 线性运算, 计算量小, 易于编程实现, 且能够满足车载测速定位系统的滤波及信号修复, 具有工程可实现特性. 为此, 将首先用等时区方法提取最速控制函数取非极值的特征点, 并依据最速控制系统特点构造分段线性最速控制函数, 并给出数值仿真结果. 在此基础上按移动平均的相位补偿算法构成滤波器组, 选取恰当的 TD 参数, 将此方案在基于长定子齿槽的磁悬浮永磁磁悬浮列车测速定位系统中应用, 试验数据表明算法的可行性.

1 二阶离散系统控制综合函数

对连续双积分串联最速系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u, |u| \le r \end{cases} \tag{1}$$

其离散化的形式为

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix} \cdot u(k),$$

$$|u(k)| \le r, \quad k = 0, 1, 2, 3, \cdots$$

其中, h 为采样步长, $x_1(k), x_2(k)$ 为第 k 步的状态, 上述方程可以表示为

$$X(k+1) = AX(k) + Bu(k) \tag{2}$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix}$$

$$X(k) = [x_1(k), x_2(k)]^{\mathrm{T}}$$

方程 (2) 以 $X(0)$ 为初值的解的一般表达式为

$$X(k+1) = A^{k+1}X(0) + \sum_{i=0}^{k} A^{k-i}Bu(i) \tag{3}$$

设整个相平面上全体点构成的集合为 Σ, 它们是整个相平面 Σ 上的稠密点集合也可以记为 $\mathbf{R}^2$, $\mathbf{R}$

为实数集合. 若系统经过 $k+1$ 步, 最终到达相平面上的原点, 此时 $X(k+1)=0$. 则由式 (3) 可以反推出起始点必须满足的条件

$$X(0)=-\sum_{i=0}^{k}A^{-i-1}Bu(i) \tag{4}$$

将式 (2) 中的 A, B 代入式 (3) 得到

$$X(0)=\sum_{i=0}^{k}\begin{bmatrix}(i+1)h^2\\ -h\end{bmatrix}\cdot u(i) \tag{5}$$

由最优控制理论可以知道, 上述最速系统的控制策略是一种开关控制, 在连续系统的情况下, 开关曲线的函数为

$$\Gamma(x_1,x_2)=x_1+\frac{x_2\left|x_2\right|}{2r} \tag{6}$$

控制综合函数为

$$u(x_1,x_2,r)=-r\cdot \mathrm{sgn}\left(\Gamma\left(x_1,x_2\right)\right) \tag{7}$$

相平面上任何一点沿最优轨线最多经过一次切换而到达原点, 如图 1 所示. $\Gamma=\gamma^+\bigcup\gamma^-$, 相平面 Σ 上任意一点 $M(x_1,x_2)$ 到达原点所需要的时间 T 可以表示为

$$T(x_1,x_2)=s\frac{x_2}{r}+\frac{2}{\sqrt{r}}\sqrt{\frac{x_2^2}{2r}+sx_1} \tag{8}$$

其中

$$s=\mathrm{sgn}\left(x_1+\frac{x_2\left|x_2\right|}{2r}\right)$$

对连续最速时间系统 (1) 用总时间 $T(x_1,x_2)$ 来作 Lyapunov 函数, 则可以证明 T 是正定的, 且 $\mathrm{d}T/\mathrm{d}t=-1<0$, 从而有 $T(x_1(t),x_2(t))=-t+T(x_1(0),x_2(0))$, 所有最速轨线都将在有限时间内到达原点.

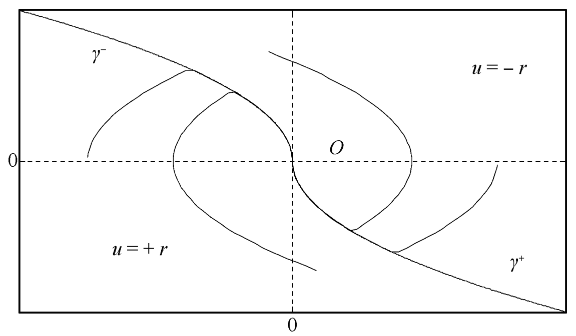


图 1　开关曲线及最优轨线示意图

Fig. 1　Illustration of the switching curve and the optimal trajectory

当相平面上的点位于开关曲线上方时, 控制量取极值 $u=-r$; 位于开关曲线下方时, 控制量取极值 $u=+r$. 到达开关曲线时, 控制量切换符号. 在连续系统的情况下, 控制量的切换是瞬间完成的, 不存在变号需要的变化过程. 然而在离散的情况下, 变号的过程将发生在一个采样步长 h 内, 其对应的相平面上的点必定位于开关曲线附近的某个区域 Ω 内, 控制量在这个区间内按某种规律变化, 为了简化, 可以采用线性变化的策略, 不妨称 Ω 为线性区, 控制量 u 从 Ω 的一侧穿越到 Ω 的另一侧时, 其值从某一个正数 (负数) 变化到另一个负数 (正数). 所有的位于区域 Ω 最外侧的, 取最大的正值 $u=+r$ ($u=-r$) 的点将落在某条曲线上, 不妨称为 Ω 的边界, 在控制量 u 从一种符号变化到另一种符号的过程中, 一定会经过 0 这样一个特殊的点, 而所有这些控制量 u 取值为 0 的点也将落在某条曲线上, 这条曲线不妨称为控制特征线. 为此需要寻找线性变化区域的边界, 以及相关控制特征线.

边界线有两条, 一是开关曲线, 在这条线上所有点的控制量取极值 $u=+r$ 或 $u=-r$，并最终到达坐标原点, 称为 Γ_A; 另一条曲线最临近开关曲线且控制量将取变号前的最大值，在这条曲线上的所有点，控制量的初值首先取 $u=-r$ 或 $u=+r$, 而后每一步都取相反的数值 $u=+r$ 或 $u=-r$ (或到达开关曲线)，并最终到达坐标原点，称为 Γ_B; 在 Γ_A 与 Γ_B 之间，控制量将经历一个符号的变化，取值范围为 $u\in(-r,+r)$, 由于控制量的变化不是一瞬间完成的，其取值的变化必定经过数值 0，因而，控制量首先取 $u=0$, 而后全部取 $u=+r$ 或 $u=-r$ 而到达原点的全体初始点，将会落在某条曲线, 也就是控制特征线上, 称为 Γ_C.

不妨假设 $\{a_{+k}\}$、$\{a_{-k}\}$ 分别为控制量 $u=+r$、$u=-r$ 到达原点的初始点, $\{b_{+k}\}$、$\{b_{-k}\}$、$k\geq 2$ 分别为第一步取 $u=-r$、$u=+r$ 后全部取 $u=+r$、$u=-r$ 而到达原点的初始点, $\{c_{+k}\}$、$\{c_{-k}\}$、$k\geq 2$ 分别为第一步取 $u=0$, 之后全部取 $u=+r$、$u=-r$ 而到达原点的初始点. 全体 $\{a_{+k}\}$ 的点将落在 Γ_A 上, 不妨称该段曲线为 Γ_A^+; 同理, 全体 $\{a_{+k}\}$ 的点也将落在 Γ_A 上, 不妨称该段曲线为 Γ_A^-; 全体 $\{b_{+k}\}$ 的点将落在 Γ_B 上, 由于符号的关系, 不妨称该段曲线为 Γ_B^+; 同理, 全体 $\{b_{-k}\}$ 的点也将落在 Γ_B 上, 不妨称该段曲线为 Γ_B^-; 全体 $\{c_{+k}\}$ 的点将落在 Γ_C 上, 不妨称该段曲线为 Γ_C^+; 同理, 全体 $\{c_{-k}\}$ 的点也将落在 Γ_C 上, 不妨称该段曲线为 Γ_C^-. 可以看到, 并非边界曲线 Γ_A、Γ_B 以及控制特征线 Γ_C 上的任意点都会满足前述点序列的条件, 但可以做如下变通处理, 也就是点列最后

将要到达原点的条件做某些调整, 确切的说, 就是在最后一步或两步内对控制量进行规划, 在满足有界性的条件下, 按离散化后的方程来确定精确的控制量, 从而可以使得边界曲线 Γ_A、Γ_B 以及控制特征线 Γ_C 上的任意点都能够按已知的控制方案最后到达原点. 在这样的条件下, 边界曲线 Γ_A、Γ_B 以及控制特征线 Γ_C 上的所有点将构成一个稠密紧致的集合, 其上任何点都是可以控制的. 在这样的条件下, 离散点的序列已经扩展到连续曲线, 其边界以及控制特征线是连续的. 由 Γ_A、Γ_B 两条连续曲线围成封闭区域 Ω. Γ_C 是区域 Ω 内的一条连续曲线. 边界曲线以及控制特征线如图 2～3 所示.

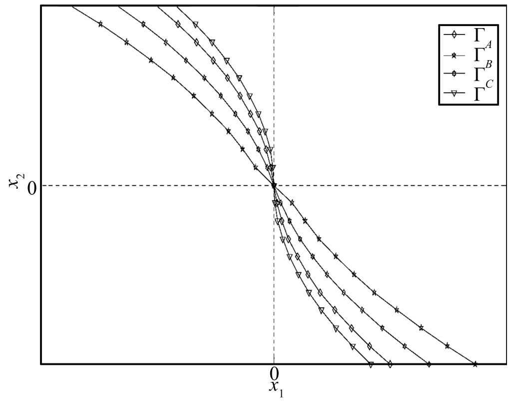


图 2 线性区域的边界示意图

Fig. 2 Illustration of the linear region boundaries

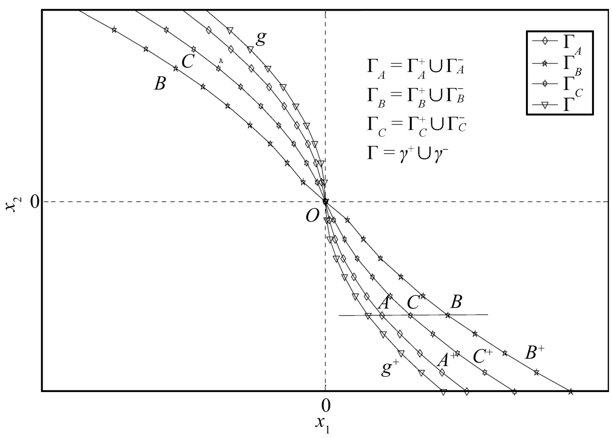


图 3 边界曲线、辅助线以及分类示意图

Fig. 3 Illustration of the boundary curves and auxiliary line and the classification

整个相平面可以分成两个区域, 一是线性区域 Ω, 另一个是整个相平面剩余的部分 $\mathbf{R}^2 - \Omega$, 不妨称为非线性区. 相平面上的任意点都可以按照某种策略加以控制, 使得能够到达原点. 可以按以下方式来分类处理: 1) 两步内可以到达原点的所有点, 它们构成一个稠密的连续区域, 后面将通过分析得到这个区域, 称为可达区, 不妨记为 Ω_r. 2) 在 Ω_r 区域外, 至少需要三步才可以到达原点的区域, 它们不是位于线性区域 Ω 内, 就是位于 Ω 外. 由线性区域的特性可以知道, 当控制点位于非线性区, 即位于区域 Ω 外时, 控制量 u 取极限值 $+r$ 或 $-r$, 使得下一步更靠近边界曲线; 当控制点位于区域 Ω 内时, 适当地选择控制量 u, 使得下一步能够刚好到达开关曲线; 如此, 相平面 Σ 上的任意一点都存在一个恰当的控制策略, 使得经过有限的步骤后能够到达原点. 至此, 我们已经得到了整个相平面 Σ 可控制的结论.

1.1 边界的确定

1) 确定边界曲线 $\Gamma_A = \Gamma_A^+ \cup \Gamma_A^-$

$\{a_{+k}\}$ 为所有控制量全部取 $u = +r$ 而到达原点的初始点的集合, 不妨假设在第 $k+1$ 步到达原点, $X(k+1) = 0$. 此时有 $u(i) = +r$, $i = 0, 1, 2, \cdots, k$, 由式 (5) 得到

$$X(0) = r \cdot \sum_{i=0}^{k} \begin{bmatrix} (i+1)h^2 \\ -h \end{bmatrix} \tag{9}$$

从而有

$$x_1(0) = rh^2 \sum_{i=0}^{k} (i+1) = rh^2 \left(\frac{k^2}{2} + \frac{3k}{2} + 1 \right)$$

$$x_2(0) = -rh(k+1) < 0$$

将 $X(0)$ 简单记为 X, 则消去变量 k 后有 $x_1 = \frac{x_2^2}{2r} - \frac{1}{2}h \cdot x_2$, $x_2 < 0$, 就是 Γ_A^+ 曲线, 同理, 可以得到 Γ_A^- 的方程为 $x_1 = -\frac{x_2^2}{2r} - \frac{1}{2}h \cdot x_2, x_2 > 0$, 合成为一个方程为

$$\Gamma_A(x_1, x_2) : \ x_1 + \frac{x_2 |x_2|}{2r} + \frac{1}{2}h \cdot x_2 = 0 \tag{10}$$

2) 确定边界 $\Gamma_B = \Gamma_B^+ \cup \Gamma_B^-$

对 $\{b_{+k}\}$ 有 $u(0) = -r$, $u(i) = +r, i = 1, 2, \cdots, k$, 由式 (5) 得到 $x_1(0) = rh^2(k^2/2 + 3k/2 - 1)$, $x_2(0) = -rh(k-1)$, 将 $X(0)$ 简单记为 X, 则消去变量 k 后有, $x_1 = \frac{x_2^2}{2r} - \frac{5}{2}hx_2 + h^2 r$, 且有 $x_1 + hx_2 = \frac{1}{2}rh^2 k(k+1) > 0$. 上式即为边界曲线 Γ_B^+, 同理可得边界曲线 Γ_B^- 为 $x_1 = -\frac{x_2^2}{2r} - \frac{5}{2}hx_2 - h^2 r, x_1 + hx_2 < 0$, 综述上述情况得到 $\Gamma_B = \Gamma_B^+ \cup \Gamma_B^-$ 的曲线为

$$\Gamma_B(x_1, x_2) : x_1 - s \cdot \frac{x_2^2}{2r} + \frac{5}{2}hx_2 - s \cdot h^2 r = 0 \tag{11}$$

$s = \mathrm{sgn}(x_1 + hx_2)$ 为一个确定的符号函数.

3) 确定边界曲线 $\Gamma_C = \Gamma_C^+ \cup \Gamma_C^-$

对 $\{c_{+k}\}$ 有 $u(0) = 0$, $u(i) = +r, i = 1, 2, \cdots, k$, 由式 (5) 得到 $x_1(0) = rh^2 \sum_{i=1}^{k}(i+1) = \frac{1}{2}rh^2 \times (k^2 + 3k + 2)$, $x_2(0) = -rh\sum_{i=1}^{k} 1 = -rhk < 0$, 将 $X(0)$ 简单记为 X, 则消去变量 k 后有, $x_1 = \frac{x_2^2}{2r} - \frac{3}{2}hx_2$, $x_2 < 0$, 这就是曲线的方程 Γ_C^+ 的方程, 同理可得 Γ_C^- 的方程为 $x_1 = -\frac{x_2^2}{2r} - \frac{3}{2}hx_2$, $x_2 > 0$, 综述上述情况得到 $\Gamma_C = \Gamma_C^+ \cup \Gamma_C^-$ 的曲线为

$$\Gamma_C(x_1, x_2):\ x_1 + \frac{x_2|x_2|}{2r} + \frac{3}{2}h \cdot x_2 = 0 \tag{12}$$

至此, 已经找到区域 Ω 全部的边界以及控制特征线, 即

$$\begin{cases} \Gamma_A:\ x_1 + \frac{x_2|x_2|}{2r} + \frac{1}{2}hx_2 = 0 \\ \Gamma_B:\ x_1 + \frac{x_2^2}{2r}\widehat{s} + \frac{5}{2}hx_2 + h^2r \cdot \widehat{s} = 0 \\ \Gamma_C:\ x_1 + \frac{x_2|x_2|}{2r} + \frac{3}{2}hx_2 = 0 \end{cases} \tag{13}$$

$\widehat{s} = -\mathrm{sgn}(x_1 + h \cdot x_2)$, 其示意图见图 2.

1.2 控制综合函数的确定

前面已经确定了线性区间 Ω, 且考虑两步之内不能到达原点, 那么平面上任何一点若不在 Ω 内, 控制量 u 取极值; 否则 u 按某种线性规律变化, 使得 u 能在闭区间 $[-r, +r]$ 内均匀变化. 如图 3 所示, 不妨先假设点 $M(x_1, x_2)$ 落在第 IV 象限内 $(x_1 > 0, x_2 < 0)$, 做一条辅助直线 $x_2 = x_2(M)$, 它与边界线以及特征线相交于 A, B, C 三点 (其对应的 x_1 方向的坐标值记为 X_A, X_B, X_C), 对应的控制量分别取值 $u = +r, 0, -r$, 若 M 落在 X, B 两点以外, 则控制量 u 取极值; 否则 u 按线性规律变化, 由于存在控制特征线 Γ_C, 一种合理的选择是依据点 M 落在区间 $[A, C]$ 或者 $[C, B]$ 的不同情形, 分别取线性值.

此时, 若 $x_1 < X_A$ 或者 $x_1 > X_B$, 将分别有 $u = +r$ 或 $u = -r$; 若 $x_1 \in [X_A, X_C]$, 取 $\alpha = \dfrac{X_C - x_1}{X_C - X_A}$, 选择

$$u = r \cdot \alpha \tag{14}$$

否则 $x_1 \in [X_C, X_B]$, 取 $\beta = \dfrac{x_1 - X_C}{X_B - X_C}$, 选择

$$u = -r \cdot \beta \tag{15}$$

其中

$$\begin{aligned} X_A &= \tfrac{x_2^2}{2r} + \tfrac{1}{2}h|x_2| \\ X_B &= \tfrac{x_2^2}{2r} + \tfrac{5}{2}h|x_2| + h^2 r \\ X_C &= \tfrac{x_2^2}{2r} + \tfrac{3}{2}h|x_2| \end{aligned}$$

若 M 落第 II 象限区域, 可以做类似分析.

若 M 落第 I 或 III 象限区域, 由于 M 不在区域 Ω 内, 并考虑到两步内不能到达原点, 即 x_1, x_2 不同时为 0, 因而有

$$x_1 \cdot x_2 \geq 0, u = -r \cdot \mathrm{sgn}(x_1 + h \cdot x_2)$$

如果点 M 两步以内可以到达原点, 则初始点 $X(0)$ 以及相关的控制量必定满足方程 (1), 从而得到

$$\begin{cases} x_1(1) = x_1(0) + hx_2(0) \\ x_2(1) = x_2(0) + hu(0) \\ x_1(2) = x_1(1) + hx_2(1) \\ x_2(2) = x_2(1) + hu(1) \end{cases}$$

使得 $x_1(2) = 0$, $x_2(2) = 0$, 也就是

$$\begin{bmatrix} 1 & h & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & h \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -h & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(1) \\ x_2(1) \\ u(0) \\ u(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta \\ x_2(0) \end{bmatrix}$$

$\Delta = x_1(0) + hx_2(0)$, 从而得到

$$\begin{cases} u(0) = -\dfrac{x_1(0) + 2hx_2(0)}{h^2} \\ u(1) = -\dfrac{x_1(0) + hx_2(0)}{h^2} \end{cases} \tag{16}$$

此时

$$|u(1)| \leq r \tag{17}$$

此式是两步内到达原点的一个必要条件, 从而可以知道, 若式 (17) 不满足, 则两步内不可能到达原点. 若式 (17) 满足, 则选择

$$u(0) = -\frac{x_1(0) + 2hx_2(0)}{h^2} \tag{18}$$

使得两步内到达原点. 两步内可以到达原点的点是位于由两条平行的直线 $x_1 + hx_2 = \pm h^2 r$ 所围成的区域与另外两条平行的直线 $x_1 + 2hx_2 = \pm h^2 r$ 所围成的区域相重迭的阴影内, 如图 4 所示, 它是一个由 4 个点 $(-h^2r, 0)$、$(-3h^2r, 2hr)$、$(h^2r, 0)$、$(3h^2r, -2hr)$ 围成的菱形区域. 可达性区域称为 Ω_r.

显然易见, 线性区域 Ω 与可达区域 Ω_r 在原点附近是有部分重迭的, 如图 5 所示. 依据上述分析, 可以得到一个可用的最速综合函数, 算法描述见第 1.3 节.

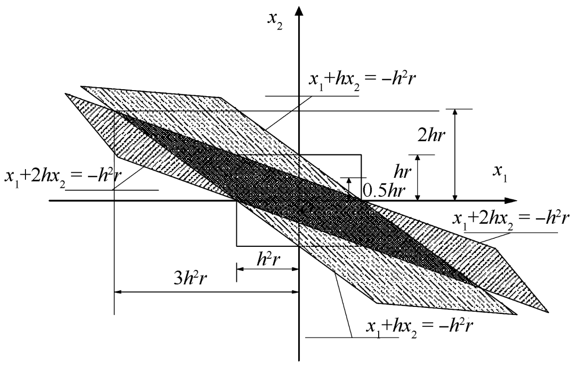


图 4 两步内可达区域 Ω_r 示意图

Fig. 4 Illustration of the reachable region in two steps

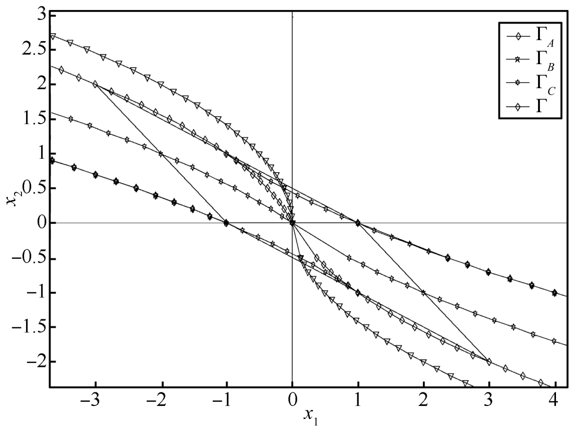


图 5 可达区域 Ω_r 以及线性边界示意图

Fig. 5 Illustration of the reachable region and the linear boundaries

1.3 最速综合函数的算法描述

考虑特征点可变的分段线性综合函数, 对相平面上的任意点 $M(x_1,x_2)$, 最速控制综合函数 $u(x_1,x_2,r,h)$ 遵循下面的策略快速到达原点.

1) 取 $z_1=x_1+\lambda hx_2$, $z_2=z_1+hx_2$, 若不修改特征点 X_A、X_B、X_C, 则选择 $\lambda=1$; 否则 λ 作相应变化, 比如取 $\lambda=0.2\sim0.8$, 若 $|z_1|>h^2r$, 或者 $|z_2|>h^2r$, 两步内不可能到达原点, $M\notin\Omega_r$, 否则转 6);

2)若 $x_1\cdot x_2\geq0$, $M\notin\Omega\cup\Omega_r$, $u=-r\cdot\operatorname{sgn}(x_1+hx_2)$;

3)确定线性区 Ω 的边界

$$X_A=\frac{x_2^2}{2r}+\frac{1}{2}h\,|x_2|$$

$$X_B=\frac{x_2^2}{2r}+\frac{5}{2}h\,|x_2|+h^2r$$

$$X_C=\frac{x_2^2}{2r}+\frac{3}{2}h\,|x_2|$$

显然满足 $X_A<X_C<X_B$, 若修改 X_A、X_B、X_C, 则可以使用参考值 $0.5h\,|x_2|$, 比如修改为 $\hat{X}_A=X_A-0.42h\,|x_2|$, $\hat{X}_B=X_B-0.58h\,|x_2|$, $\hat{X}_C=X_C-0.61h\,|x_2|$, 可取 $\lambda=0.47$, 而算法其余部分完全不变;

4) 若 $|x_1|\geq X_B$, $u=-r\cdot\operatorname{sgn}(x_1)$; 若 $|x_1|\leq X_A$, $u=-r\cdot\operatorname{sgn}(x_2)$; 此时 $M\notin\Omega\cup\Omega_r$;

5)

$$\alpha=\frac{X_C-|x_1|}{X_C-X_A},\quad \beta=\frac{|x_1|-X_C}{X_B-X_C}$$

若 $|x_1|\leq X_C$, $u=-r\cdot\alpha\cdot\operatorname{sgn}(x_2)$; 否则 $u=+r\cdot\beta\cdot\operatorname{sgn}(x_2)$. 此时 $M\notin\Omega_r$, 且 $M\in\Omega$ 或者 $M\in\Omega\cap\overline{\Omega}_r$;

6) 两步内可以到达原点, M 位于菱形可达区域内, $M\in\Omega_r$, 此时 $|z_1|\leq h^2r$, $|z_2|\leq h^2r$,

$$u=-\frac{z_2}{h^2}$$

且有 $|u|\leq r$;

7) 算法结束.

FTD 算法由特征点 X_A、X_B、X_C 以及参量 λ 唯一确定. 可以认为更加一般的 TD 算法的一种表示方式为:

$$\hat{u}=\mathrm{FTD}\,(x_1,x_2,r,h,\lambda,X_A,X_B,X_C)\tag{19}$$

不妨把上述函数记为 $u=\mathrm{FTD}(x_1,x_2,r,h)$, 对于跟踪微分器, 由文献 [1] 有如下的结论: 若系统

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=f(x_1,x_2)\end{cases}$$

的任意解均满足: $x_1(t)\to0$, $x_2(t)\to0$ $(t\to\infty)$, 则对任意有界可积函数 $v(t)$ 和任意常数 $T>0$, 系统

$$\begin{cases}\dot{z}_1=z_2\\ \dot{z}_2=R^2\cdot f\left(z_1-v(t),\frac{z_2}{R}\right)\end{cases}$$

的解满足

$$\lim_{R\to\infty}\int_0^T|z_1(t)-v(t)|\,\mathrm{d}t=0$$

也就是说 $z_1(t)$ 将跟踪输入信号, 而 $z_2(t)$ 将近似信号的微分. 于是得到跟踪信号及广义的微分信号. 基于这样的理由, 由上述最速控制综合函数得到一种非线性离散跟踪微分器的算法: 对于一个给定的信号序列 $\{v(k),k=1,2,\cdots\}$, 有下面的方程

$$\begin{cases}u(k)=\mathrm{FTD}\,(x_1(k)-v(k),x_2(k),r,c_0\cdot h)\\ x_1(k+1)=x_1(k)+h\cdot x_2(k)\\ x_2(k+1)=x_2(k)+h\cdot u(k),\\ \qquad k=0,1,2,\cdots\end{cases}\tag{20}$$

其中, r 称为快速因子, c_0 称为滤波因子, h 为采样步长. 而 FTD 更一般的表示形式为

$$\hat{u} = \text{FTD}\,(x_1 - V(t), c_1 \cdot x_2, r, c_0 \cdot h, \lambda, X_A, X_B, X_C) \tag{21}$$

c_1 为阻尼因子. 上述形式的跟踪微分器是一个完全分区线性化的函数, 本身又构成非线性, 避开了前述引言中提到的离散微分器的平方根运算, 结构更加清晰明了, 运算简单实用. 最速轨线如图 6 所示.

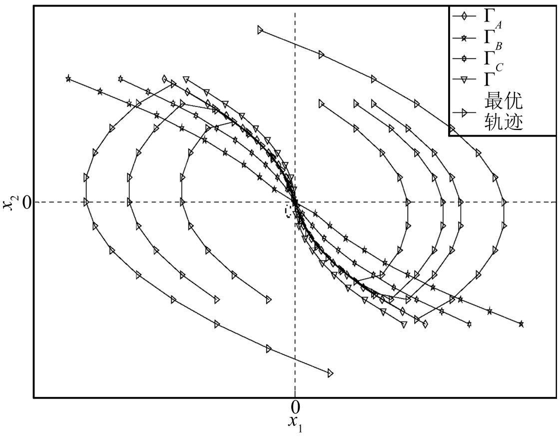


图 6 开关曲线、边界曲线以及最速轨迹线的分布图

Fig. 6 Illustration of the switching curve and the boundary curves and the optimal trajectory

从图 6 可以看到, 当轨迹线进入 Ω 区域内时, 点 $M(x_1,\ x_2)$ 可以落在由 Γ_A 与 Γ_C 或者 Γ_C 与 Γ_B 围成的封闭区域内 (另外的边界为无穷远), 按 FTD 算法恰当选择控制量 u, 使得点 $M(x_1,\ x_2)$ 最后沿 Γ_A(非常接近) 快速运动到达原点.

2 离散跟踪微分器的数值仿真

对于给定的信号序列 $\{v(k),\ k = 1, 2, \cdots\}$, 按式 (36) 构造跟踪微分器, 给出正弦波以及方波的跟踪及微分信号. 选取正弦信号 $v(t) = \sin(t)$; 方波信号 $v(t) = \text{sgn}(\sin(t))$. 其中正弦信号的跟踪微分选取的参数是: $r = 100$, $h = 0.01$, $c_0 = 1$. 正弦信号的跟踪与微分见图 7 所示.

下面比较三种跟踪微分器对谐波信号的跟踪能力. 韩京清[6] 提出的经典 TD 为 FHAN, 线性近似 TD 为 FHAN1.

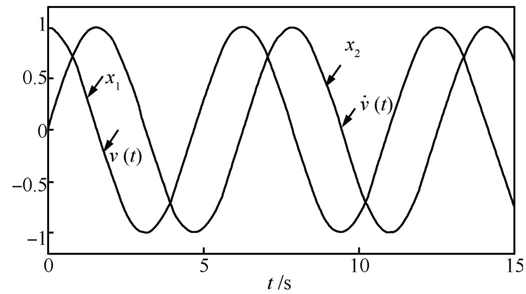


图 7 正弦信号的跟踪与微分

Fig. 7 Illustration of the tracking and differential about the sinusoid signal

$$\begin{cases} d = h^2 r \\ a_0 = h x_2 \\ y = x_1 + a_0 \\ z = y + a_0 \\ a = y + a_0(|a_0|/d - 1)/2) \\ S_y = (\text{sgn}(y - d) - \text{sgn}(y + d))/2 \\ S_z = (\text{sgn}(z - d) - \text{sgn}(z + d))/2 \\ u = -r((z - \text{sgn}(z) - \text{sgn}(a))S_y S_z + \\ \qquad \text{sgn}(z) + \text{sgn}(a)) \end{cases} \tag{22}$$

本文提出的 FTD 按前面给出的示例为:

$$\begin{cases} X_A = \dfrac{x_2^2}{2r} + 0.08h\,|x_2| \\ X_B = \dfrac{x_2^2}{2r} + 1.92h\,|x_2| \\ X_C = \dfrac{x_2^2}{2r} + 0.89h\,|x_2| \\ \lambda = 0.47 \end{cases} \tag{23}$$

图 8 表明输出信号较好地跟踪了方波输入信号, 且得到了品质良好的微分信号.

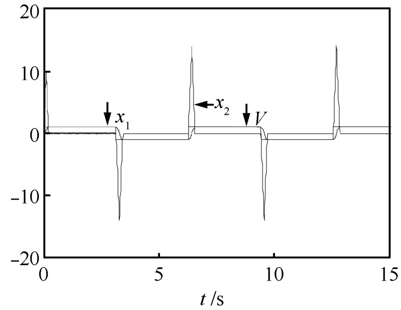


图 8 方波信号的跟踪与微分

Fig. 8 Illustration of the tracking and differential about the squarewave signal

输入信号为 $V(t) = \sin(2\pi t) + \gamma(t)$, 取 $c_1 = 1.2$, $r = 100$, $c_0 = 3$, $h = 0.01$. $\gamma(t)$ 为强度为 0.005 的均匀分布的白噪声. 需要说明的是, 参数的选择取 $c_1 = 1.2$ 是因为当 $c_1 \leq 1$ 时, FHAN1 严重抖振, 无法进行比较.

跟踪相对误差比较如图 9 所示. 微分相对误差比较如图 10 所示.

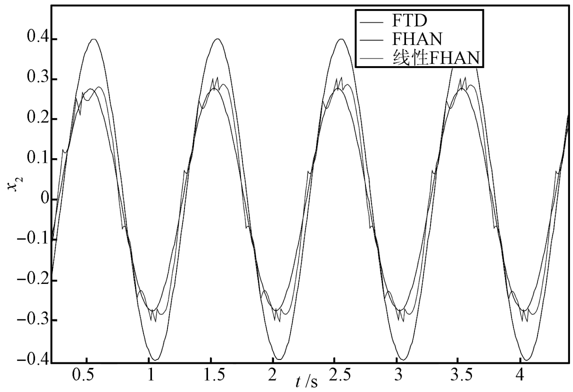


图 9 跟踪相对误差比较

Fig. 9 Comparison of the tracking error

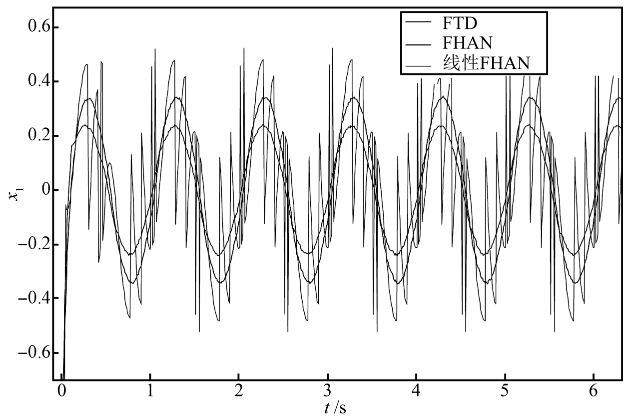


图 10 微分相对误差比较

Fig. 10 Comparison of the differential error

三种不同的算法仿真结果表明, FHAN 的线性近似 FHAN1, 存在抖振问题, 但跟踪精度略好于经典 FHAN, 而扩展型特征点可变分段线性的 FTD 无论是跟踪, 还是微分提取, 以及滤波能力都比前面两种好. 可以指出的是, FHAN1 对噪声相当敏感, 无法处理噪声以获取微分信号.

图 11 表明, 在输入白噪声条件下, 输出信号的功率谱中, FTD 的能量最小, 也就意味着 FTD 的滤波器能力最好.

为了进一步比较这三种 TD 对噪声的处理能力, 仅考虑在标准白噪声 (均值为 0, 方差为 1) 输入条件下, 各种 TD 的滤波输出的特性, 考察在不同的滤波因子作用下, TD 输出的微分噪声的标准方差大小差异. 仿真的条件不妨选为 $r = 100, h = 0.01, c_1 = 1.2$, c_0 的变化范围为 $0 \sim 10$, 标准方差的计算方法为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{N} (x_2(k) - \bar{x}_2)^2}{N-1}}, \quad \bar{x}_2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} x_2(k)}{N}$$

结果表明, 三种跟踪微分器 TD 中, 本文提出的 FTD 具有较好的跟踪与微分获取精度, 抗噪声能力最好.

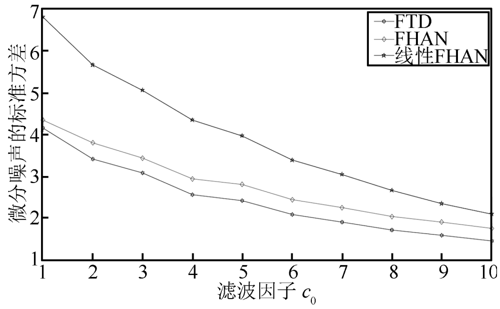


图 11 标准白噪声条件输出微分噪声的方法比较

Fig. 11 Comparison of standard variance of output differential noise with standard white noise conditions

3 跟踪微分器边界唯一性以及最优性的进一步讨论

前面在 FTD 算法描述提到, TD 的特性由参数以及 X_A、X_B、X_C 三个边界特征点唯一确定, 下面将给出包括 FHAN 在内的三个不同的 TD, 并指出是否存在边界变换.

1) FHAN 存在边界变换, 边界特征点为

$$\begin{cases} X_A = \dfrac{x_2^2}{2r} + \frac{1}{2}h\,|x_2| \\ X_B = \dfrac{x_2^2}{2r} + \frac{5}{2}h\,|x_2| + h^2 r \\ X_C = \dfrac{x_2^2}{2r} + \frac{3}{2}h\,|x_2| \end{cases}$$

其对应的边界方程为

$$\begin{cases} x_2 + \frac{1}{2}\left(\sqrt{\phi^2 h^2 r^2 + 8r\,|y|} - \phi h r\right)\mathrm{sgn}(y) = \\ \qquad +\phi h r \\ x_2 + \frac{1}{2}\left(\sqrt{\phi^2 h^2 r^2 + 8r\,|y|} - \phi h r\right)\mathrm{sgn}(y) = \\ \qquad -\phi h r \\ y = x_1 + \lambda h x_2, \quad \phi = 1.0, \quad \lambda = 1.0 \end{cases} \tag{24}$$

2) FTD 1 存在边界变换, 边界特征点为

$$\begin{cases} X_A = \dfrac{x_2^2}{2r} \\ X_B = \dfrac{x_2^2}{2r} + 2h\,|x_2| + h^2 r \\ X_C = \dfrac{x_2^2}{2r} + h\,|x_2| \end{cases}$$

其对应的边界方程为

$$\begin{cases} x_2 + \frac{1}{2}\left(\sqrt{\phi^2 h^2 r^2 + 8r\,|y|} - \phi hr\right)\operatorname{sgn}(y) = \\ \qquad +\phi hr \\ x_2 + \frac{1}{2}\left(\sqrt{\phi^2 h^2 r^2 + 8r\,|y|} - \phi hr\right)\operatorname{sgn}(y) = \\ \qquad -\phi hr \\ y = x_1 + \lambda h x_2, \quad \phi = 0.50, \quad \lambda = 0.50 \end{cases} \tag{25}$$

3) FTD2 存在边界变换, 边界特征点为

$$\begin{cases} X_A = \dfrac{x_2^2}{2r} + 0.1h\,|x_2| \\ X_B = \dfrac{x_2^2}{2r} + 2.7h\,|x_2| + 1.69h^2 r \\ X_C = \dfrac{x_2^2}{2r} + 1.4h\,|x_2| \end{cases}$$

其对应的边界方程为

$$\begin{cases} x_2 + \frac{1}{2}\left(\sqrt{\phi^2 h^2 r^2 + 8r\,|y|} - \phi hr\right)\operatorname{sgn}(y) = \\ \qquad +\phi hr \\ x_2 + \frac{1}{2}\left(\sqrt{\phi^2 h^2 r^2 + 8r\,|y|} - \phi hr\right)\operatorname{sgn}(y) = \\ \qquad -\phi hr \\ y = x_1 + \lambda h x_2, \quad \phi = 1.3, \quad \lambda = 0.75 \end{cases} \tag{26}$$

注意此处按 FHAN 的取 $\hat{h} = \varphi h = 1.3h$, 变换应该是 $\hat{y} = x_1 + \phi h x_2$ 而不是上面的变换, 因而它不同于 FHAN.

这就说明了跟踪微分器边界变换不是唯一的. 从上面看到, 第二种 TD 的开关曲线完全与连续情形下的开关曲线相同, 可能意味着 FHAN 在一般情况下并非最优的. 实际上对应不同离散化模型最优解的 TD, 在跟踪精度和微分提取能力存在差异, 而上述 TD 都包含在 FTD 的集合中, 且上述三种 TD 是独立的. 这说明了修改边界特征点的方法具有较大的灵活性, 它隐含了各种离散化最优 TD 的特性. 事实上, 可以完整地列举出一系列具有不同参数的最优的离散 TD 以及对应的边界特征点的 TD.

4　长定子齿槽的测速定位原理及其滤波处理

永磁电动磁浮列车的直线同步牵引系统主要由测速定位系统 (包括位置传感器)、车载无线电无线控制单元、地面牵引系统、牵引功率模块等组成. 对于磁浮列车来说, 测速定位系统是必不可少的关键环节. 磁浮列车的测度定位系统担负着列车所处位置及速度信息的检测任务, 并为列车运行控制系统的集中控制和调度提供决策和依据. 位置传感器的检测对象是用于牵引的直线同步电机的长定子. 长定子由硅钢片组成, 具有齿槽结构 (如图 12 所示). 传感器检测线圈置于长定子有齿槽的一面, 当线圈沿铺设的长定子运动时, 可对这种齿槽结构进行检测, 从而获得车辆的位置信息.

信号处理单元是测速定位系统的部件之一, 每套测速定位系统都有一个信号处理单元, 用于接收传感器的数据, 并进行位置信息融合处理, 然后将处理结果发送给牵引系统, 可以认为它是列车牵引控制系统和各种位置传感器之间的桥梁, 是整个测速定位系统的核心. 信号处理单元的主要功能是: 1) 接收传感器发送的位置和方向数据; 2) 按照牵引系统要求对数据进行滤波和融合处理; 3) 与协议处理单元进行通信, 通过协议处理单元和车载无线电控制系统将处理后的位置信息发送给牵引控制系统. 信号处理单元发送给牵引系统的信号有: 1) 磁极相角, 用于牵引控制, 其中每 60 度角度信号, 代表一个齿槽周期, 即 86 毫米的实际距离. 通过齿槽数和相角信号计算出 0 到 360 度的磁极相角信号; 2) 磁极计数, 长定子轨道上, 以 6 个齿槽结构为一组, 列车每经过一组齿槽周期的距离后, 角度信号达到 360 度 (正向) 或 0 度 (反向) 时, 磁极计数信号根据方向信号进行递增或递减.

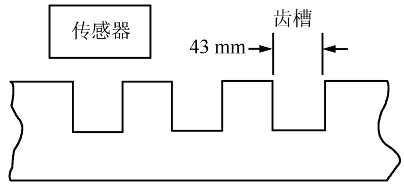


图 12　传感器检测线圈与长定子的关系示意图

Fig. 12　Illustration of the relation of sensor coil and long stator alveolus

在实际的电路处理中, 解调出的正弦信号是通过不同的模拟电路处理方法产生周期性的锯齿波信号和方波信号, 会导致相角信号与齿槽信号的跳变并不总是一一对应的. 信号处理单元如果简单的将相角信号和齿槽数信号进行角度融合, 就会出现图 13 所示的信号跳变, 跳变幅度为 50 度～60 度.

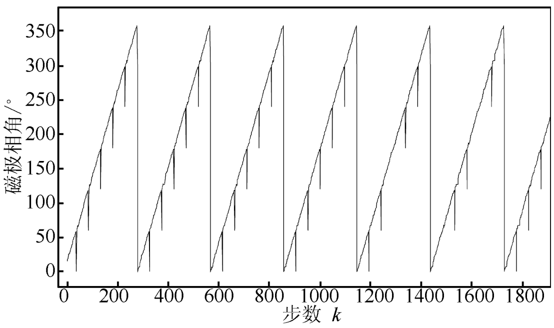


图 13 相角和齿槽不同步时信号处理单元处理后信号

Fig. 13 Signal of the phase differ stator alveolus

相对位置传感器沿轨道方向运动时, 通过检测长定子轨道齿槽结构电感的变化量来获得列车的位置信息. 相对位置传感器是车载设备, 它的检测间隙随着悬浮高度的变化而发生波动, 这种间隙的波动同样使得被测量电感发生变化, 使得垂直方向的位置变化与水平方向的位置变化相互耦合, 影响相对位置传感器位置检测的线性度. 由于轨道铺设和线路设计等原因, 磁浮列车轨道是由一段段长定子拼接而成, 在拼接的地方存在长度不等的接缝, 距离变化范围是 70 毫米 ~ 80 毫米. 接缝内除了铺设轨道电缆外不存在硅钢. 由于这些接缝的存在, 破坏了轨道电感的周期性和连续性, 增大了传感器检测齿槽结构的难度. 当传感器在通过这些轨道接缝的时候, 其检测信号就会发生不同程度的畸变. 图 14 显示了相对位置传感器过接缝时发送的相角信号.

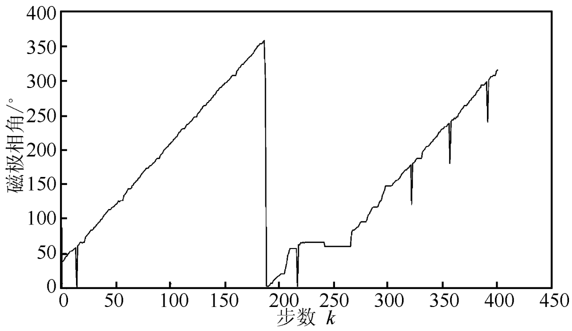


图 14 传感器过接缝时产生的畸变信号

Fig. 14 Signal of the sensor when exists conjunction

可以证明, 这种跟踪微分器组按相位补偿的移动平均算法将具有如下形式

$$\bar{V}(t)=\sum_{k=1}^{n}C_n^k(-1)^{k+1}V_k(t) \tag{27}$$

选择 $n=3$,

$$\bar{V}(t)=3V_1(t)-3V_2(t)+V_3(t)$$

非线性跟踪微分器具有良好的跟踪信号和提取信号微分能力, 能够有效抑制信号不连续时产生的尖峰超调. 由于滤波能力与相位延迟大小具有正向相关性, 滤波能力越强, 相位延迟越大, 因而可以采用移动平均算法来补偿相位的损失, 对于跟踪微分器, 采用如图 15 所示的跟踪微分器组, 可以用来补偿相位的损失.

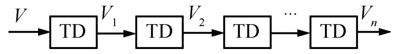


图 15 跟踪微分器组示意图

Fig. 15 Illustration of the TD groups

图 16 是一段测速定位系统的实验数据, 以及经过跟踪微分器滤波处理后的相关结果. 图中可以看出, 按式 (26) 跟踪微分器组构成的滤波器, 原来具有噪声扰动以及 80 mm 接缝处畸变的锯齿波形, 经过滤波处理后, 锯齿波形已经比较光滑了, 畸变处的信号也得到了一定程度的恢复, 相位延迟很小, 能够满足信号处理单元对于信号处理实时性的要求. 由于上述跟踪微分器的算法采用了分段线性化, 避开了复杂的平方根运算, 因而运算量少, 易于工程实现. 实验结果表明, 本文提出的简单线性化方法完全可以胜任基于长定子齿槽的测速定位的滤波及畸变信号恢复, 滤波效果好, 能够修复畸变信号, 算法简洁有效, 达到了工程化实现的要求.

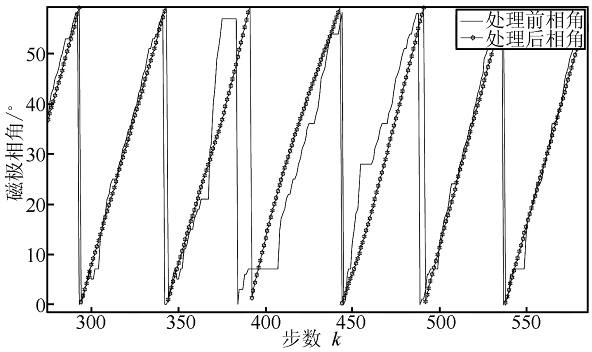


图 16 磁极相角滤波处理号

Fig. 16 Magnetic pole phase angle filtering

5 结论

本文利用状态反推方法确定离散最速控制系统的开关曲线及线性区域的边界, 特征控制曲线, 区分可达区与线性区, 引入辅助直线, 得到线性区域的边界特征点, 从而方便划分控制量取非极值的边界, 而仅仅使用一个简单的比较逻辑, 用分段线性化取代非线性边界变换, 避开了复杂的平方根运算, 大大简化了计算. 在线性区内的控制量选择严格保证在开关曲线、边界及特征控制线上, 取值与非线性变换相同, 从而保证控制量在整个相平面上完全对应. 这种

算法可以方便地修改特征点, 适应能力强, 与是否存在边界变换无关, 因而具有极大的灵活性. 在无任何修正的情形下, 它的功能与最经典的 TD (FHAN) 等效; 而在适当修改边界特征点后, TD 的性能可以极大提高. 它不依赖边界的变换, 突破了经典 TD 的限制. 利用本文提出的综合函数构造离散形式的跟踪微分器, 与以往的其他跟踪微分器相比, 结构形式更加简化, 适应范围更加广泛, 仅仅是线性运算, 而总体性能仍然是非线性的, 这将为跟踪微分器的应用提供一种形式简单、有效的新算法. 仿真结果表明, 本文提出的跟踪微分器, 在跟踪性能、微分品质以及消除颤振方面有很好效果, 完全突破边界变换限制. 利用具有相位补偿功能的移动平均算法构成 TD 滤波器组, 得到了具有良好相位特性的滤波器, 并应用于长定子齿槽的永磁电动磁悬浮列车系统中的测速定位. 试验结果表明, 本文提出的算法及其滤波器能够有效滤除信号中的噪声, 得到比较光滑的锯齿形磁极相位信号, 相位延迟很小, 且能够对 80 mm 过接缝处畸变的信号进行有效的恢复, 编程简单, 计算量少, 易于工程实现, 可以满足测速定位系统对算法简单、快速、实时性的要求.

References

1 Han Jing-Qing, Wang Wei. Nolinear tracking differentiator. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 1994, **14**(2): 177−183
(韩京清, 王伟. 非线性跟踪－微分器. 系统科学与数学, 1994, **14**(2): 177−183)

2 Han Jing-Qing, Yuan Lu-Lin. The discrete form of tracking-differentiator. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 1999, **19**(3): 268−273
(韩京清, 袁露林. 跟踪微分器的离散形式. 系统科学与数学, 1999, **19**(3): 268−273)

3 Han Jing-Qing. The improvement of PID control law by using nonlinearity. Information and Control, 1995, **24**(6): 356−364
(韩京清. 利用非线性特性改进 PID 控制律. 信息与控制, 1995, **24**(6): 356−364)

4 Han Jing-Qing. Nolinear PID controller. *Acta Automatica Sinica*, 1994, **20**(4): 487−490
(韩京清. 非线性 PID 控制器. 自动化学报, 1994, **20**(4): 487−490)

5 Gao Z Q. On discrete time optimal control: a closed-form solution. In: Proceeding of the 2004 American Control Conference. Boston, MA: IEEE. 2004, 52−58

6 Han Jing-Qing. *Active Disturbance Rejection Control: the Technique for Estimating and Compensating the Uncertainties*. Beijing: National Denfence Industry Press, 2008
(韩京清. 自抗扰控制技术: 估计补偿不确定因素的控制技术. 北京: 国防工业出版社, 2008)

7 Chen Chang, Wang Zhao-Zhu, Han Jing-Qing. A new approach to estimate the moving parameters for manoeuvering objects. *Journal of Astronautics*, 1995, **16**(1): 30−34
(陈昶, 王朝珠, 韩京清. 一种估计机动目标运动参数的方法. 宇航学报, 1995, **16**(1): 30−34)

8 Zhang Wen-Ge, Han Jing-Qing. The application of tracking differentiator in allocation of zeros. *Acta Automatica Sinica*, 2001, **27**(5): 724−727
(张文革, 韩京清. 跟踪微分器用于零点配置. 自动化学报, 2001, **27**(5): 724−727)

9 Han Jing-Qing. *From PID technique to active disturbances rejection control technique. Control Engineering of China*, 2002, **19**(3): 13−18
(韩京清. 从 PID 技术到"自抗扰控制" 技术. 控制工程, 2002, **19**(3): 13−18)

10 Huang Yi, Zhang Wen-Ge. Development of active disturbance rejection controller. *Control Theory and Applications*, 2002, **19**(4): 485−494
(黄一, 张文革. 自抗扰控制器的发展. 控制理论与应用, 2002, **19**(4): 485−494)

11 Wang Xin-Hua, Chen Zeng-Qiang, Yuan Zhu-Zhi. Nonlinear tracking-differentiator with high speed in whole course. *Control Theory & Applications*, 2003, **20**(6): 875−878
(王新华, 陈增强, 袁著祉. 全程快速非线性跟踪 - 微分器. 控制理论与应用, 2003, **20**(6): 875−878)

12 Yang Jun-Qi, Zhu Fang-Lai. FDI based on high-gain robust sliding mode observers. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(12): 2005−2013
(杨俊起, 朱芳来. 基于高增益鲁棒滑模观测器的故障检测和隔离. 自动化学报, 2012, **38**(12): 2005−2013)

13 Liu Yue, Ma Shu-Ping. A singular system approach to output feedback sliding mode control for time-delay systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(5): 594−601
(刘月, 马树萍. 时滞系统的输出反馈滑模控制的一种奇异系统方法. 自动化学报, 2013, **39**(5): 594−601)

14 Mu Chao-Xu, Yu Xing-Huo, Sun Chang-Yin. Phase trajectory and transient analysis for nonsingular terminal sliding mode control systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(6): 902−908
(穆朝絮, 余星火, 孙长银. 非奇异终端滑模控制系统相轨迹和暂态分析. 自动化学报, 2013, **39**(6): 902−908)

15 Xie Yun-De, Long Zhi-Qiang. A high-speed nonlinear discrete tracking-differentiator with high precision. *Control Theory & Applications*, 2009, **26**(2): 127−132
(谢云德, 龙志强. 高精度快速非线性离散跟踪微分器. 控制理论与应用, 2009, **26**(2): 127−132)

16 Zhang Zhi-Zhou, She Long-Hua, Zhang Ling-Ling, Li Xiao-Long. Damp signal acquiring and fusing technology for middle-low speed permanent electro maglev trains. *Journal of the China Railway Society*, 2011, **33**(4): 32−37
(张志洲, 佘龙华, 张玲玲, 李晓龙. 永磁电磁型中低速磁浮列车阻尼信息提取与融合技术. 铁道学报, 2011, **33**(4): 32−37)

17 Song X, Long Z Q, He N, Chang W S. A high precision position sensor design and its signal processing algorithm for a maglev train. *Sensors*, 2012, **12**: 5225−5245

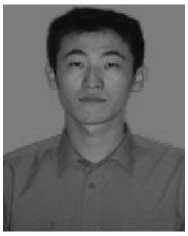
18 Xie Y D, Long Z Q, Li J, Zhang K, Luo K. Research on a new nonlinear discrete-time tracing-differentiator filtering charactistic. In: Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation. Chongqing, China: IEEE, 2008. 6750−6755

19 Dai C H, Long Z Q, Xie Y D, Xue S. Research on the filtering algorithm in speed and position detection of maglev trains. *Sensors*, 2011, **11**: 7205−7218

谢云德 北京控股磁悬浮技术发展有限公司高级工程师. 1998 年获国防科技大学控制科学与控制工程专业博士学位. 主要研究方向为非线性控制理论与应用, 磁悬浮控制技术. 本文通信作者.
E-mail: alan9999lion@126.com
(**XIE Yun-De** Senior engineer at Beijing Enterprises Holding Maglev Technology Development Company Limited. He received his Ph. D. degree in control science and control engineering from National University of Defense Technology in 1998. His research interest covers nonlinear control theory and application, and maglev control technique. Corresponding author of this paper.)

李云钢 国防科技大学研究员. 1996 年获博士学位, 主要研究方向为控制理论与应用及磁浮列车悬浮控制技术.
E-mail: tian314@263.net
(**LI Yun-Gang** Professor at National University of Defence Technology. He received his Ph. D. degree in 1996. His research interest covers control theory and its application, and maglev train levitation control technique.)

龙志强 国防科技大学教授, 磁悬浮研究中心总工程师.1988 年于华中理工大学获自动化专业学士学位,1991 年于哈尔滨工业大学获飞行力学专业硕士学位,2010 年于国防科技大学获控制科学与控制工程专业获博士学位. 主要研究方向为磁悬浮控制, 故障诊断, 容错控制以及磁悬浮技术.
E-mail: zhqlong@263.net
(**LONG Zhi-Qiang** Professor at National University of Defence Technology, and also head research engineer of Engineering Research Center of Maglev Technology. He received his bachelor degree in automation from Huazhong University of Science and Technology in 1988, and master degree in flight mechanics from Harbin Institute of Technology in 1991, and the Ph. D. degree in control science and control engineering from National University of Defense Technology in 2010. His research interest covers magnetic levitation control, fault diagnosis, tolerant control for maglev trains, and new maglev technology.)



戴春辉 国防科技大学博士研究生. 2007 年和 2009 年分别获国防科技大学控制科学与控制工程专业学士和硕士学位, 主要研究方向为磁悬浮列车测速与定位.
E-mail: daichunhui1984@hotmail.com
(**DAI Chun-Hui** Ph. D. candidate at National University of Defense Technology. He received his bachelor and master degrees in control science and control engineering from National University of Defense Technology in 2007 and in 2009. His research interest covers speed and location detection for maglev train.)