

基于LQG基准的预测控制器经济 敏感度分析及调节准则

田学民¹ 罗芝芬¹ 王平¹

摘要 为考虑控制变量方差变化对控制器经济性能的影响,提出一种基于线性二次高斯(Linear Quadratic Gaussian, LQG)基准的预测控制器经济敏感度分析方法及调节准则。首先由子空间辨识算法推导出带输入输出变量加权的LQG基准一般描述形式,在此基础上,构造了基于方差调节和基于约束松弛的两个优化问题进行敏感度分析,最终求解得到敏感变量的方差调节量和约束松弛量以提高控制器的经济效益。Shell塔仿真实验结果表明本文方法的有效性。

关键词 经济性能评估, 敏感度分析, 调节准则, LQG 基准, 子空间辨识

引用格式 田学民, 罗芝芬, 王平. 基于LQG基准的预测控制器经济敏感度分析及调节准则. 自动化学报, 2013, 39(10): 1735–1740

DOI 10.3724/SP.J.1004.2013.01735

LQG-based Sensitivity Analysis and Tuning Guidelines in Economic Performance Assessment of Predictive Controller

TIAN Xue-Min¹ LUO Zhi-Fen¹ WANG Ping¹

Abstract In order to take the influence of input variance on the economic performance of predictive controller into account, an LQG-based sensitivity analysis method and tuning guidelines have been proposed. First, a general formulation of LQG benchmarking with weighting matrix for input and output variables is derived through the subspace identification algorithm. Furthermore, based on variability tuning and constraint loosening, two optimization formulas have been built, respectively. The variance overshoot and constraint relaxation resulting from the above optimization problems can improve the economic benefit. Simulation study of the Shell tower is carried out to demonstrate the efficiency of the proposed approach.

Key words Economic performance assessment, sensitivity analysis, tuning guidelines, linear quadratic Gaussiam (LQG) benchmark, subspace identification

Citation Tian Xue-Min, Luo Zhi-Fen, Wang Ping. LQG-based sensitivity analysis and tuning guidelines in economic performance assessment of predictive controller. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(10): 1735–1740

过程控制的根本目的是在保证安全运行的前提下, 实现经济效益的最大化^[1–4]。近年来, 以模型预测控制为代表的先进控制策略已经在炼油、化工等复杂工业过程中得到了广

收稿日期 2012-05-13 录用日期 2012-09-05

Manuscript received May 13, 2012; accepted September 5, 2012

国家自然科学基金(61273160), 山东省自然科学基金(ZR2011FM014)资助
Supported by National Natural Science Foundation of China
(61273160) and Natural Science Foundation of Shandong Province
of China (ZR2011FM014)

本文责任编辑 李少远

Recommended by Associate Editor LI Shao-Yuan

1. 中国石油大学(华东)信息与控制工程学院 青岛 266580

1. College of Information and Control Engineering, China University of Petroleum, Qingdao 266580

泛的应用,因此如何从经济效益的角度对预测控制器进行性能分析得到了人们的普遍关注^[5-7].

Lee 等指出控制器经济性能评估流程一般由经济性能评价、经济敏感度分析及调节准则研究两个部分组成^[8]. 其中, 经济性能评价是通过求解一个带约束的稳态优化问题得到系统当前经济性能指标和所能取得的最佳经济性能指标^[7, 9-10]. 经济敏感度分析及调节准则是在经济性能评价的基础上, 根据期望经济收益确定敏感变量的方差调节量或约束松弛量^[8, 11-13]. 目前针对经济性能评价算法的研究较多^[6-7, 9-11, 14-18], 然而, 关于经济敏感度分析及调节准则的报道尚不多见^[8]. 以最小方差控制 (Minimum variance control, MVC) 为基准, Lee 等^[8] 分别以输出方差调节率和约束调节率最小为优化目标, 求解得到对控制器经济收益贡献最大的关键变量以及对应的方差调节量和约束松弛量. 基于该方法, Lee 等分别对稀释剂回收装置^[12] 和制氢生产过程^[13] 进行分析, 结果表明, 敏感度分析能够成功确定影响控制系统经济收益的关键变量, 并可以为现场工程师提供决策支持. 然而, MVC 基准没有考虑对控制变量方差变化的约束, 实际应用中, 可能造成控制变量的剧烈波动^[14-17].

考虑到线性二次高斯 (Linear quadratic Gaussian, LQG) 基准能够更全面地表征控制器经济性能信息^[19-22], 本文提出一种基于 LQG 基准的预测控制器经济敏感度分析及调节准则. 首先基于子空间技术推导出考虑输入输出加权的 LQG 基准一般表达形式, 在此基础上, 分别构造了基于方差调节和基于约束松弛的两个敏感度分析优化命题, 然后求解得到过程变量的方差调节量和约束松弛量. 最后以 Shell 塔为研究对象, 验证了本文方法的有效性.

1 经济性能评估问题描述

控制器经济性能评估流程如图 1 所示.

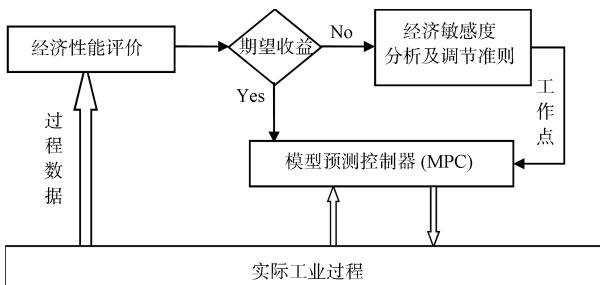


图 1 工业过程先进控制系统经济性能评估一般流程

Fig. 1 General economic performance assessment flowchart of advanced control system of industrial process

由图 1 可以看出, 从实际工业过程中获取闭环操作数据后, 首先需要对控制器进行经济性能评价. 若系统经济性能不佳, 则需要进一步对控制器进行经济敏感度分析, 并确定期望经济效益对应的工作点以及变量方差和约束调节量, 最后下传给预测控制器实施. 经济性能评价问题可以描述为一个带约束的稳态优化问题 P1:

$$\min J = - \left(\sum_{i=1}^l c_y^{(i)} \bar{y}_i - \sum_{j=1}^m c_u^{(j)} \bar{u}_j \right) \quad (1)$$

s.t.

$$(\bar{y}_i - \bar{y}_{i,0}) = \sum_{j=1}^m [\bar{K}_{i,j} \times (\bar{u}_j - \bar{u}_{j,0})] \quad (2)$$

$$y_{i,\min} + z_{\alpha_i/2} \times \sigma_{y,i} \leq \bar{y}_i \leq y_{i,\max} - z_{\alpha_i/2} \times \sigma_{y,i} \quad (3)$$

$$u_{j,\min} + 3 \times \sigma_{u,j} \leq \bar{u}_j \leq u_{j,\max} - 3 \times \sigma_{u,j} \quad (4)$$

$$\sigma_y^2 = f(\sigma_u^2) \quad (5)$$

优化问题 P1 的物理意义是最大化经济收益 J , 式 (1) 中 l 和 m 分别代表输出变量和控制变量维数, $c_y^{(i)}$ 和 $c_u^{(j)}$ 分别代表第 i 个输出变量 y_i 和第 j 个控制变量 u_j 的经济性能加权系数. 式 (2) 代表过程稳态模型, \bar{K} 为稳态增益矩阵, $(\bar{u}_{j,0}, \bar{y}_{i,0})$ 为当前工作点, (\bar{u}_j, \bar{y}_i) 为待定工作点. 式 (3) 和式 (4) 分别代表过程输出及控制变量的上下限约束, 其中 $y_{i,\min}$ 和 $y_{i,\max}$ 分别表示第 i 个输出变量 y_i 的下限值和上限值, $u_{j,\min}$ 和 $u_{j,\max}$ 分别表示第 j 个控制变量的下限值及上限值, $1 - \alpha_i$ 代表第 i 个输出变量的置信区间, $\sigma_{y,i}$ 表示第 i 个输出变量的标准差, $\sigma_{u,j}$ 表示第 j 个控制变量的标准差, $z_{\alpha_i/2}$ 代表该评价问题对输出变量方差的约束程度, 可以根据给定的置信区间查正态分布表得到. 式 (5) 为 LQG 折中曲线, 用于描述输入输出变量方差间的对应关系.

分别在基本操作工况、理想工况、现有工况及 LQG 改进工况下求解优化问题 P1, 得到对应这四种工况的经济收益, 分别记为 J_0, J_1, J_E, J_R . 定义理想工况、现有工况及改进工况下的经济潜能 $\Delta J_i = J_i - J_0, i = 1, E, R$, 由此得到当前经济指标 $\eta_E = \Delta J_E / \Delta J_1$ 和最佳经济指标 $\eta_B = \Delta J_R / \Delta J_1$, 其中 η_E 表示通过调节设定值所能获得的经济收益, η_B 代表基于 LQG 基准所能获得的经济收益.

2 基于子空间模型的 LQG 基准

2.1 LQG 最优控制律

假设被控对象可以描述为一个线性时不变模型:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{Ax}(k) + \mathbf{Bu}(k) + \mathbf{K}_t \mathbf{e}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{Cx}(k) + \mathbf{Du}(k) + \mathbf{e}(k) \end{aligned} \quad (6)$$

式中状态变量 $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n$, 输出变量 $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^l$, 控制变量 $\mathbf{u}(k) \in \mathbf{R}^m$, $\mathbf{e}(k)$ 为高斯白噪声, \mathbf{K}_t 为卡尔曼稳态增益矩阵. 采集输入输出数据, 由子空间辨识算法^[23] 可以得到被控对象下述输入输出模型:

$$\mathbf{y}_f = L_w \mathbf{w}_p + L_u \mathbf{u}_f + L_e \mathbf{e}_f \quad (7)$$

式中:

$$\mathbf{y}_f = [\mathbf{y}(t+1), \mathbf{y}(t+2), \dots, \mathbf{y}(t+N)]^T,$$

$$\mathbf{u}_f = [\mathbf{u}(t+1), \mathbf{u}(t+2), \dots, \mathbf{u}(t+N)]^T,$$

$$\mathbf{y}_p = [\mathbf{y}(t-N+1), \mathbf{y}(t-N+2), \dots, \mathbf{y}(t)]^T,$$

$$\mathbf{u}_p = [\mathbf{u}(t-N+1), \mathbf{u}(t-N+2), \dots, \mathbf{u}(t)]^T,$$

$\mathbf{w}_p = (\mathbf{y}_p; \mathbf{u}_p)$. 下标 p 代表历史时刻, 下标 f 代表将来时刻. L_w, L_u, L_e 为子空间矩阵, 由 QR 分解得到.

定义 LQG 目标函数:

$$\begin{aligned} J_{\text{LQG}} = & \mathbf{E} \left\{ \sum_{k=1}^N [(\mathbf{y}(t+k) - \mathbf{r}(t+k))^T \mathbf{W}_y \mathbf{y}(t+k) - \right. \\ & \left. \mathbf{r}(t+k)) + \lambda \mathbf{u}(t+k)^T \mathbf{W}_u \mathbf{u}(t+k)] \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

式中, \mathbf{E} 是期望算子, \mathbf{W}_y 和 \mathbf{W}_u 分别是关于控制变量和输出变量的加权矩阵, $\mathbf{y}(t+k)$ 和 $\mathbf{r}(t+k)$ 分别代表第 $t+k$ 时刻的输出值和设定值, λ 用于调节对控制变量的加权大小. 将式 (7) 代入式 (8), 可以得到基于子空间模型的 LQG 目标函数:

$$J_{\text{LQG}} = (\mathbf{L}_w \mathbf{w}_p + \mathbf{L}_u \mathbf{u}_f - \mathbf{r}_f)^T \times \\ \mathbf{W}_y (\mathbf{L}_w \mathbf{w}_p + \mathbf{L}_u \mathbf{u}_f - \mathbf{r}_f) + \lambda \mathbf{u}_f^T \mathbf{W}_u \mathbf{u}_f \quad (9)$$

式中 $\hat{\mathbf{y}}(t+k)$ 表示 $t+k$ 时刻的输出预测值。令 $\delta J_{\text{LQG}} / \delta \mathbf{u}_f = 0$, 得 LQG 最优控制律:

$$\mathbf{u}_f = -(\lambda \mathbf{W}_u + \mathbf{L}_u^T \mathbf{W}_y \mathbf{L}_u)^{-1} \mathbf{L}_u^T \mathbf{W}_y (\mathbf{L}_w \mathbf{w}_p - \mathbf{r}_f) \quad (10)$$

由式 (7) 得:

$$\mathbf{y}(t+1) = \mathbf{l}_w \mathbf{w}_p + \mathbf{g}_0 \mathbf{u}(t+1) + \mathbf{l}_0 \mathbf{e}(t+1) \quad (11)$$

若不考虑方差的影响, 则当系统达到稳态时, 满足 $\mathbf{y}(t-i+1) = \bar{\mathbf{y}}$, $\mathbf{u}(t-i+1) = \bar{\mathbf{u}}$, $0 \leq i \leq N$, 此时有:

$$\bar{\mathbf{y}} = \mathbf{l}_w \mathbf{w}_p + \mathbf{g}_0 \bar{\mathbf{u}} \quad (12)$$

式 (12) 可以进一步写成下述形式:

$$\mathbf{M}_y \bar{\mathbf{y}} = \mathbf{M}_u \bar{\mathbf{u}} \quad (13)$$

式中 $\mathbf{M}_y(i) = 1 - \sum_{j=1}^m \mathbf{l}_w(i, j)$, $\mathbf{M}_u(i) = \mathbf{g}_0(i) + \sum_{j=m+1}^{m+l} \mathbf{l}_w(j)$.

2.2 LQG 基准

设被控对象单位脉冲响应的采样值为 $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots$, 对于渐近稳定过程, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{g}_\infty = 0$, 此时该对象可用下述有限项卷积模型描述^[22]:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t+1) &= \sum_{i=0}^N \mathbf{g}_i \mathbf{u}(k-i) + \sum_{i=0}^N \mathbf{l}_i \mathbf{e}(k-i) = \\ &[\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_n] [\mathbf{u}_t, \dots, \mathbf{u}_{t-N+1}]^T + \\ &[\mathbf{l}_1, \dots, \mathbf{l}_n] [\mathbf{e}_t, \dots, \mathbf{e}_{t-N+1}]^T + \mathbf{g}_0 \mathbf{u}(t+1) + \mathbf{l}_0 \mathbf{e}(t+1) \end{aligned} \quad (14)$$

对比式 (11) 和式 (14) 可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_w \mathbf{w}_p &= \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 & \cdots & \mathbf{g}_{N-1} & \mathbf{g}_N \\ \mathbf{g}_2 & \cdots & \mathbf{g}_N & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{g}_N & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(t-N+1) \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 & \cdots & \mathbf{l}_{N-1} & \mathbf{l}_N \\ \mathbf{l}_2 & \cdots & \mathbf{l}_N & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{l}_N & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{e}(t-N+1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

定义:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_g &= \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 & \cdots & \mathbf{g}_{N-1} & \mathbf{g}_N \\ \mathbf{g}_2 & \cdots & \mathbf{g}_N & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{g}_N & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{L}_h &= \begin{bmatrix} \mathbf{l}_0 & \mathbf{l}_1 & \cdots & \mathbf{l}_{N-1} & \mathbf{l}_N \\ \mathbf{l}_1 & \mathbf{l}_2 & \cdots & \mathbf{l}_N & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{l}_{N-1} & \mathbf{l}_N & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\tilde{\mathbf{L}}_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{l}_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{l}_{N-2} & \mathbf{l}_{N-3} & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{u}}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_t \\ \mathbf{u}_{t-1} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{t-N+1} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{t+1} \\ \mathbf{e}_t \\ \vdots \\ \mathbf{e}_{t-N+1} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{e}}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{t+2} \\ \mathbf{e}_{t+3} \\ \vdots \\ \mathbf{e}_{t+N+1} \end{bmatrix}$$

将式 (15) 代入式 (10) 得:

$$\mathbf{u}_f = -(\lambda \mathbf{W}_u + \mathbf{L}_u^T \mathbf{W}_y \mathbf{L}_u)^{-1} \mathbf{L}_u^T \mathbf{W}_y (\mathbf{L}_g \tilde{\mathbf{u}}_p + \mathbf{L}_h \tilde{\mathbf{e}}_p - \mathbf{r}_f) \quad (16)$$

令 $\mathbf{K} = -(\lambda \mathbf{W}_u + \mathbf{L}_u^T \mathbf{W}_y \mathbf{L}_u)^{-1} \mathbf{L}_u^T \mathbf{W}_y$, 则式 (16) 可简化为

$$\mathbf{u}_f = \mathbf{K} (\mathbf{L}_g \tilde{\mathbf{u}}_p + \mathbf{L}_h \tilde{\mathbf{e}}_p - \mathbf{r}_f) \quad (17)$$

将式 (7) 代入式 (17) 得:

$$\mathbf{y}_f = (I + \mathbf{L}_u \mathbf{K}) \mathbf{L}_g \tilde{\mathbf{u}}_p + (I + \mathbf{L}_u \mathbf{K}) \mathbf{L}_h \tilde{\mathbf{e}}_p + \tilde{\mathbf{L}}_e \tilde{\mathbf{e}}_f \quad (18)$$

设 $t+1$ 时刻出现新的干扰 $\mathbf{e}(t+1)$, 则由式 (18) 知:

$$\mathbf{u}_f = \mathbf{K} (\mathbf{L}_g \tilde{\mathbf{u}}_p + \mathbf{l}_e \mathbf{e}(t+1) - \mathbf{r}_f) \quad (19)$$

$$\mathbf{y}_f = (I + \mathbf{L}_u \mathbf{K}) \mathbf{L}_g \tilde{\mathbf{u}}_p + (I + \mathbf{L}_u \mathbf{K}) \mathbf{l}_e \mathbf{e}(t+1) \quad (20)$$

式中 $\mathbf{l}_e = [\mathbf{l}_0, \mathbf{l}_1, \dots, \mathbf{l}_{N-1}]^T$.

根据式 (19) 和式 (20) 可计算得到控制变量和输出变量的方差矩阵:

$$\text{var}(\mathbf{u}_t) = \text{var}(\mathbf{K} \mathbf{l}_e \mathbf{e}(t)) = \sum_{i=0}^N \boldsymbol{\varphi}_i \text{var}(\mathbf{e}_t) \boldsymbol{\varphi}_i^T \quad (21)$$

$$\text{var}(\mathbf{y}_t) = \text{var}[(I - \mathbf{L}_u \mathbf{K}) \mathbf{l}_e \mathbf{e}(t)] = \sum_{i=0}^N \mathbf{r}_i \text{var}(\mathbf{e}(t) \mathbf{r}_i^T \quad (22)$$

式中 $\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{K} \mathbf{l}_e$, $\boldsymbol{\varphi}_i = \boldsymbol{\varphi}(i, :)$, $\mathbf{r} = (I - \mathbf{L}_u \mathbf{K}) \mathbf{l}_e$, $\mathbf{r}_i = \mathbf{r}(i, :)$. $\boldsymbol{\varphi}_i$ 和 \mathbf{r}_i 是关于 λ 的函数, 令 $\mathbf{w}_u = \mathbf{W}_u(1:m, 1:m)$, $\mathbf{w}_y = \mathbf{W}_y(1:l, 1:l)$, 得:

$$u_{\text{LQG}} = \text{tr}(\text{var}[\mathbf{u}_t] \mathbf{w}_u) \quad (23)$$

$$y_{\text{LQG}} = \text{tr}(\text{var}[\mathbf{y}_t] \mathbf{w}_y) \quad (24)$$

式中, u_{LQG} 为控制变量总方差, y_{LQG} 为输出变量总方差. 对于给定的 λ 值, 由式 (23) 和式 (24) 可以计算得到一组相应的方差值 $(u_{\text{LQG}}, y_{\text{LQG}})$, 并可以由多项式拟合得到 LQG 折中曲线数学表达式:

$$y_{\text{LQG}} = f(u_{\text{LQG}}) \quad (25)$$

LQG 性能基准可以提供关于控制器性能的更多信息^[9], 例如: 一般情况下, 对控制性能的高要求意味着要求系统输出的变化尽量小, 但同时意味着系统的控制器需要更强的控制作用. 在相同的控制作用下, LQG 基准可以确定系统输出方差可以降低到什么程度, 当前控制性能同这种最好性能有多少差距.

3 MPC 经济敏感度分析及调节准则

3.1 基于方差调节的经济敏感度分析

采用基于方差调节的敏感度分析策略时, 为达到期望的经济收益, 需要寻找敏感变量, 并确定其相应的方差调节量^[8]。为了保证操作平稳性, 在调节过程中应满足变量方差调节幅度最小。若将 LQG 基准作为敏感度分析的约束条件, 可以构造优化问题 P2, 如下:

$$\min_{\{\bar{y}_i, \bar{u}_j, v_i, \sigma_{\mathbf{y}, i}, \sigma_{\mathbf{u}, j}, \lambda\}} \sum_{i=1}^l |v_i| \quad (26)$$

s.t.

$$\frac{J_0 - J_{dv}}{\Delta J_I} = R_V \quad (27)$$

$$y_{i,\min} + z_{\frac{\alpha_i}{2}} \sigma_{y,i} (1+v_i) \leq \bar{y}_i \leq y_{i,\max} - z_{\frac{\alpha_i}{2}} \sigma_{y,i} (1+v_i) \quad (28)$$

$$u_{j,\min} + 3\sigma_{u,j} \leq \bar{u}_j \leq u_{j,\max} - 3\sigma_{u,j} \quad (29)$$

$$v_{i,\min} \leq v_i \leq 0, \text{ if } \text{flag}_{v_i} = 1 \quad (30)$$

优化问题 P2 的目标是最小化 y_i 的方差调节率 v_i , 其中 $-1 \leq v_i \leq 0$ 。式(27)描述期望的经济收益, R_V 表示通过方差调节得到的期望经济潜能比率, 满足 $0 \leq R_V \leq 1$ 。式(30)中 $v_{i,\min}$ 是给定方差调节率下限, 标志位 $\text{flag} = 1$ 表示方差可调。根据给定的期望经济收益 J_{dv} , 求解优化问题 P2 可以得到期望经济收益对应的工作点以及各变量的方差调节量和过程的敏感变量。

3.2 基于约束调节的经济敏感度分析

当输入输出变量约束范围允许松弛时, 可以调节约束边界实现期望经济收益^[8]。约束调节有上限和下限两个调节方向, 在调节过程中希望各变量的松弛调节量最小, 由此构造下述优化问题 P3:

$$\min_{\{\bar{y}_i, \bar{u}_j, \alpha_{\mathbf{y}, i}, \beta_{\mathbf{y}, i}, \alpha_{\mathbf{u}, j}, \beta_{\mathbf{u}, j}\}} \sum_{i=1}^l (\alpha_{\mathbf{y}, i} + \beta_{\mathbf{y}, i}) + \sum_{j=1}^m (\alpha_{\mathbf{u}, j} + \beta_{\mathbf{u}, j}) \quad (31)$$

s.t.

$$y_{i,\min} - \alpha_{\mathbf{y}, i} R_{y,i} + z_{\frac{\alpha_i}{2}} \times \sigma_{\mathbf{y}, i} \leq \bar{y}_i \leq y_{i,\max} + \beta_{\mathbf{y}, i} R_{y,i} - z_{\frac{\alpha_i}{2}} \times \sigma_{\mathbf{y}, i} \quad (32)$$

$$u_{j,\min} - \alpha_{\mathbf{u}, j} R_{u,j} + 3\sigma_{u,j} \leq \bar{u}_j \leq u_{j,\max} + \beta_{\mathbf{u}, j} R_{u,j} - 3\sigma_{u,j} \quad (33)$$

$$\frac{J_{dc} - J_0}{\Delta J_I} = R_C, \Delta J_I = J_I - J_0 \quad (34)$$

$$0 \leq \alpha_{\mathbf{y}, i} \leq \bar{\alpha}_{\mathbf{y}, i} \text{ if } \text{flag}_{\alpha_{\mathbf{y}, i}} = 1; \alpha_{\mathbf{y}, i} = 0 \text{ if } \text{flag}_{\alpha_{\mathbf{y}, i}} = 0 \quad (35)$$

$$0 \leq \beta_{\mathbf{y}, i} \leq \bar{\beta}_{\mathbf{y}, i} \text{ if } \text{flag}_{\beta_{\mathbf{y}, i}} = 1; \beta_{\mathbf{y}, i} = 0 \text{ if } \text{flag}_{\beta_{\mathbf{y}, i}} = 0 \quad (36)$$

$$0 \leq \alpha_{\mathbf{u}, j} \leq \bar{\alpha}_{\mathbf{u}, j} \text{ if } \text{flag}_{\alpha_{\mathbf{u}, j}} = 1; \alpha_{\mathbf{u}, j} = 0 \text{ if } \text{flag}_{\alpha_{\mathbf{u}, j}} = 0 \quad (37)$$

$$0 \leq \beta_{\mathbf{u}, j} \leq \bar{\beta}_{\mathbf{u}, j} \text{ if } \text{flag}_{\beta_{\mathbf{u}, j}} = 1; \beta_{\mathbf{u}, j} = 0 \text{ if } \text{flag}_{\beta_{\mathbf{u}, j}} = 0 \quad (38)$$

优化问题 P3 的目标是最小化输入输出变量的约束调节率之和。式(31)中 $\alpha_{\mathbf{y}, i}$ 和 $\beta_{\mathbf{y}, i}$ 分别代表 y_i 的下限和上限调节率, $\alpha_{\mathbf{u}, j}$ 和 $\beta_{\mathbf{u}, j}$ 分别代表 u_j 的下限和上限调节率。式(32)和(33)中, $R_{y,i}(k) = (y_{i,\max} - y_{i,\min})/2$,

$R_{u,j}(k) = (u_{j,\max} - u_{j,\min})/2$ 。式(34)中 R_C 是期望通过约束松弛得到的经济潜能比率, $0 \leq R_C \leq 1$ 。式(35)~(38)中标志位 flag 表示约束调节是否被允许。 $\bar{\alpha}_{y,i}, \bar{\beta}_{y,i}, \bar{\alpha}_{u,j}, \bar{\beta}_{\mu,j}$ 表示各变量约束限最大可调节率。根据给定的期望经济收益 J_{dc} , 求解优化问题 P3 可以得到期望经济收益对应的工作点, 各变量的约束松弛量和过程的敏感变量。

4 仿真研究

Shell 重油分馏塔过程包含 3 个控制变量(塔顶抽出产品流量 u_1 、侧线抽出流量 u_2 和塔底回流流量 u_3), 3 个输出变量(塔顶终馏点 y_1 , 侧线终馏点 y_2 和塔底回流温度 y_3)及 2 个扰动变量(顶部回流负荷 d_1 和中断回流负荷 d_2), 过程模型描述为

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4.05}{50s+1} e^{-27s} & \frac{1.77}{60s+1} e^{-28s} & \frac{5.88}{50s+1} e^{-27s} \\ \frac{5.39}{50s+1} e^{-18s} & \frac{5.72}{60s+1} e^{-14s} & \frac{6.90}{40s+1} e^{-15s} \\ \frac{4.38}{33s+1} e^{-20s} & \frac{4.42}{44s+1} e^{-22s} & \frac{7.2}{19s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1.20}{45s+1} e^{-27s} & \frac{1.44}{40s+1} e^{-27s} \\ \frac{1.52}{25s+1} e^{-15s} & \frac{1.83}{20s+1} e^{-15s} \\ \frac{1.14}{27s+1} & \frac{1.26}{32s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

各变量的上下限约束列于表 1, 其中 $\Delta u_i, i = 1, 2, 3$ 是对应控制变量 u_i 的变化量。

表 1 各变量上限和下限约束

Table 1 The upper and lower bounds of each variable

变量	上限约束	下限约束
y_1	1	-0.5
y_2	10	-10
y_3	10	0.5
$u_i, i = 1, 2, 3$	-0.5	0.5
$\Delta u_i, i = 1, 2, 3$	-0.03	0.03

4.1 经济性能评价

为获得 Shell 塔过程输入输出数据, 仿真时假设输入变量 $u_i, i = 1, 2, 3$ 相互独立且分别服从均值为 0, 均方差为 1 的正态分布。另外, 假设干扰变量 d_1, d_2 相互独立且分别服从均值为 0, 方差为 0.01 的正态分布。取采样时间为 1 min, 采集 4000 个辨识样本, 用子空间辨识算法^[23]估计得到子空间矩阵 L_w, L_u, L_e 。进行经济性能评价时, 取 $W_y = \text{diag}\{10, 5, 1\}$, $W_u = \text{diag}\{1, 1, 2\}$, 预测步长为 30, 控制步长为 2。当式(21)和(22)中 $N = 50$, $\lambda \in [1, 1000]$, 计算出不同 λ 对应的输入输出变量方差, 所得到 LQG 折中曲线如图 2 所示。

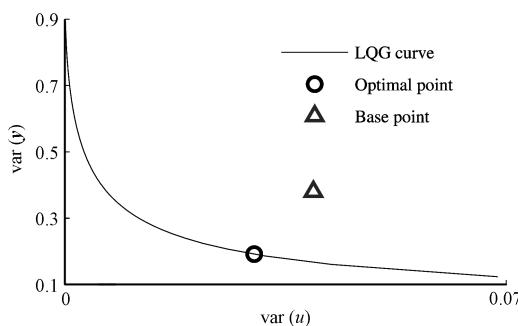


图 2 LQG 折中曲线及工作点位置关系图

Fig. 2 LQG tradeoff curve and operation point location

由图 2 知, 控制变量的方差将随着输出变量方差的增大而减小, 过程当前工作点位于 LQG 折中曲线之上, 这表明过程当前经济性能与可达最佳性能之间还有一定距离. 对于 Shell 塔而言, 塔顶终馏点 y_1 是一个关键的经济参数, 定义经济性能优化问题 P1 的目标函数 $\min J = -y_1$, 当取输出变量置信区间为 95%, 控制变量置信区间为 97% 时, 优化得到 Shell 塔的经济评价结果列于表 2.

由表 2 中数据求得 $\eta_E = \Delta J_E / \Delta J_I = 34.66\%$, $\eta_B = \Delta J_R / \Delta J_I = 73.03\%$. 这说明通过调节过程工作点可以获得 34.66% 的经济潜能, 而通过采用 LQG 控制可获得 73.03% 的经济潜能.

4.2 经济敏感度分析及调节准则研究

设期望经济潜能比率为 $R_C = R_V = 60\%$, 求解优化问题 P2 和 P3 得到理想工况 (a), 现有方差工况 (b), LQG 方差工况 (c), 约束松弛 (d) 和方差调节 (e) 下的经济潜能比率列于图 3. 由图 3 可以明显看出, 理想工况下经济潜能比率最大, 由约束调节和方差调节所达到的经济潜能比率处在现有方差工况和改进工况之间.

采用方差调节策略时, 希望 y_1, y_2, y_3 三个变量约束调节率之和最小, 将图 2 所示的 LQG 折中曲线作为方差调节准则, 求解优化问题 P2, 所得结果如图 4 所示. 由图 4 知, y_1 的方差调节率 $v_1 = -51.42\%$, y_3 的方差调节率 $v_3 = -11.42\%$. 这说明为达到 60% 的经济潜能比率, 需将 y_1 方差减小 51.42%, y_3 方差减小 11.42%, 因此 y_1 和 y_3 是方差调节中的敏感变量, 减小 y_1 和 y_3 的方差有助于提高系统经济收益.

采用约束松弛策略时, 求解优化问题 P3 得到的各变量的上下限约束调节率如图 5 所示. 在图 5 中, 横坐标 1~12 分别代表 y_1 下限, y_1 上限, y_2 下限, y_2 上限, y_3 下限, y_3 上限, u_1 下限, u_1 上限, u_2 下限, u_2 上限, u_3 下限, u_3 上限. 由图 5 知, 为达到 60% 的经济潜能比率, 需要将 y_1 的约束上限向上调整 14.69%, 即将原来的约束上限由 1 调整为

1.1469. 这表明 y_1 是敏感变量, 调整该变量的约束上限可以获得较大的经济收益.

5 结论

本文提出了一种基于 LQG 基准的预测控制器经济敏感

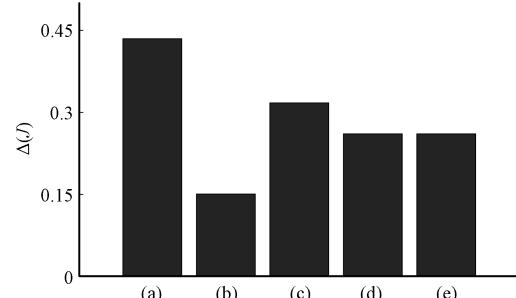


图 3 各工况下的经济潜能及期望经济潜能

Fig. 3 Economic potential in different cases and expected economic benefit

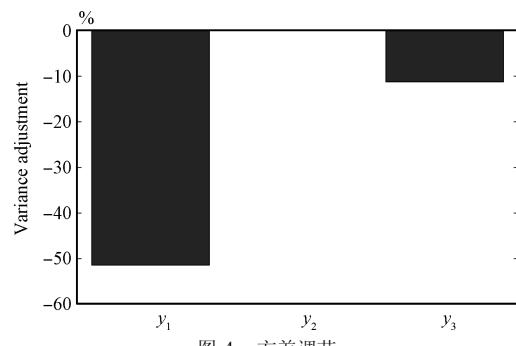


图 4 方差调节

Fig. 4 Variance adjustment

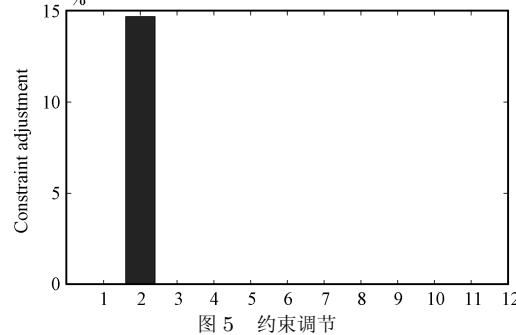


图 5 约束调节

Fig. 5 Constraint adjustment

表 2 Shell 塔经济性能评价数据
Table 2 Economic performance assessment data of Shell tower

操作工况	最优工作点						经济性能	经济潜能
	y_1	y_2	y_3	u_1	u_2	u_3		
基本工况	0.5652	0.0114	0.2171	0.0683	-0.1981	0.1036	0.5652	
理想工况	1.0000	1.0538	0.6589	0.4995	-0.1275	-0.1407	1.0000	0.4348
现有工况	0.7159	1.2912	1.3723	-0.2282	0.1565	0.2267	0.7159	0.1507
改进工况	0.8827	0.4261	0.6268	0.0737	-0.1875	0.1507	0.8827	0.3175

度分析及调节准则。首先利用子空间技术辨识得到系统的稳态模型，并推导出带输入输出变量加权的LQG基准一般描述形式，在此基础上，分别构造了基于方差调节和基于约束松弛的两个优化命题进行敏感度分析，由此可以得到方差调节量和约束松弛量。针对Shell塔的仿真研究表明，本文方法能够实现对经济收益的定量分析，并可以给出提高控制系统经济收益的调节方案。

References

- 1 Chai Tian-You. Challenges of optimal control for plant-wide production processes in terms of control and optimization theories. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(6): 641–649
(柴天佑. 生产制造全流程优化控制对控制与优化理论方法的挑战. 自动化学报, 2009, **35**(6): 641–649)
- 2 Engell S. Feedback control for optimal process operation. *Journal of Process Control*, 2007, **17**(3): 203–219
- 3 Young R E. Petroleum refining process control and real-time optimization. *IEEE Control Systems Magazine*, 2006, **26**(6): 73–83
- 4 Kadam J V, Marquardt W, Schlegel M, Backx T, Bosgra O H, Brouwer P J, Dunnebier G, van Hessem D, Tiagounov A, de Wolf S. Towards integrated dynamic real-time optimization and control of industrial processes. In: Proceedings of the 2003 Foundations of Computer Aided Process Operations. Florida, USA: Coral Springs, 2003. 593–596
- 5 Huang B, Qi F. Book review on process control performance assessment: from theory to implementation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, **53**(4): 1083–1084
- 6 Wei D H, Craig I. Development of performance functions for economic performance assessment of process control systems. In: Proceedings of the 2009 IEEE AFRICON. Nairobi, Kenya: IEEE, 2009. 1–6
- 7 Bauer M, Craig I K. Economic assessment of advanced process control—A survey and framework. *Journal of Process Control*, 2008, **18**(1): 2–18
- 8 Lee K H, Huang B, Tamayo E C. Sensitivity analysis for selective constraint and variability tuning in performance assessment of industrial MPC. *Control Engineering Practice*, 2008, **16**(10): 1195–1215
- 9 Zhao C, Su H Y, Gu Y, Chu J. A pragmatic approach for assessing the economic performance of model predictive control systems and its industrial application. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 2009, **17**(2): 241–250
- 10 Muske K R. Estimating the economic benefit from improved process control. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2003, **42**(20): 4535–4544
- 11 Xu F W, Huang B, Akande S. Performance assessment of model predictive control for variability and constraint tuning. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2007, **46**(4): 1208–1219
- 12 Lee K H, Xu F W, Huang B, Tamayo E C. Controller performance analysis technology for industry: implementation and case studies. In: Proceedings of the 17th World Congress. Seoul, Korea: IFAC, 2008. 14912–14919
- 13 Lee K H, Tamayo E C, Huang B. Industrial implementation of controller performance analysis technology. *Control Engineering Practice*, 2010, **18**(2): 147–158
- 14 Zhao C, Zhao Y, Su H Y, Huang B. Economic performance assessment of advanced process control with LQG benchmarking. *Journal of Process Control*, 2009, **19**(4): 557–569
- 15 Xu Q L, Zhao C, Zhang D F, Aimin A, Zhang C. Data-driven LQG benchmarking for economic performance assessment of advanced process control systems. In: Proceedings of the 2011 American Control Conference. San Francisco, USA: IEEE, 2011. 5085–5090
- 16 Liu Z, Gu Y, Xie L. MPC economic performance assessment based on equal-grid LQG benchmark. In: Proceedings of the 2011 International Symposium on Advanced Control of Industrial Processes. Hangzhou, China: IEEE, 2011. 632–637
- 17 Marshman D J, Chmelyk T, Sidhu M S, Gopaluni R B, Dumont G A. Economic performance assessment with optimized LQG benchmarking in MIMO systems. In: Proceedings of the 9th International Symposium on Dynamics and Control of Process Systems. Leuven, Belgium: IEEE, 2010. 761–766
- 18 Zhao C, Xu Q L, Zhang D F, An A M. Economic performance assessment of process control: a probability optimization approach. In: Proceedings of the 2011 International Symposium on Advanced Control of Industrial Processes. Hangzhou, China: IEEE, 2011. 585–590
- 19 Chintapalli P S K, Douglas J M. The use of economic performance measures to synthesize optimal control systems. *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, 1975, **14**(1): 1–10
- 20 Huang B, Shah S L, Kwok E K. Good, bad or optimal? Performance assessment of multivariable processes. *Automatica*, 1997, **33**(6): 1175–1183
- 21 Harris T J, Boudreau F, Macgregor J F. Performance assessment of multivariable feedback controllers. *Automatica*, 1996, **32**(11): 1505–1518
- 22 Kadali R, Huang B. Controller performance analysis with LQG benchmark obtained under closed loop conditions. *ISA Transactions*, 2002, **41**(4): 521–537
- 23 Van Overschee P, De Moor B L. *Subspace Identification for Linear Systems: Theory Implementation Applications*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996. 79–92

田学民 中国石油大学(华东)信息与控制工程学院教授。主要研究方向为过程建模、先进控制与优化技术、智能监控与故障诊断。本文通信作者。E-mail: tianxm@upc.edu.cn

(TIAN Xue-Min) Professor at the College of Information and Control Engineering, China University of Petroleum. His research interest covers modeling, advanced process control and optimization technology, intelligent monitoring and fault diagnosis. Corresponding author of this paper.)

罗芝芬 中国石油大学(华东)信息与控制工程学院硕士研究生。主要研究方向为控制器性能评价。E-mail: luozhifen311@163.com

(LUO Zhi-Fen) Master student at the College of Information and Control Engineering, China University of Petroleum. His main research interest is controller performance assessment.)

王平 中国石油大学(华东)信息与控制工程学院博士。主要研究方向为过程建模、先进控制与优化技术。

E-mail: wangpingupc@upc.edu.cn

(WANG Ping) Ph.D. at the College of Information and Control Engineering, China University of Petroleum. His research interest covers modeling, advanced process control and optimization technology.)