基于混合采样的多模型机动目标跟踪算法

王 晓 [1,2] 韩崇昭 [2]

摘 要 提出了一种新型的基于混合采样的多模型粒子滤波算法, 该算法能够有效降低多模型粒子滤波器的采样粒子数. 文中证明了这种基于混合采样的粒子滤波算法是一种多模型粒子滤波算法. 该算法的计算复杂度与单模型粒子滤波算法相当. 仿真实验表明, 与已有的多模型粒子滤波算法相比, 算法的计算复杂度大幅降低.

关键词 机动目标跟踪, 粒子滤波, 多模型方法, 混合采样

引用格式 王晓, 韩崇昭. 基于混合采样的多模型机动目标跟踪算法. 自动化学报, 2013, **39**(7): 1152−1156

DOI 10.3724/SP.J.1004.2013.01152

A Multiple Model Particle Filter for Maneuvering Target Tracking Based on Composite Sampling

WANG Xiao[1,2] HAN Chong-Zhao[2]

Abstract A novel multiple model particle filter based on composite sampling is presented, which can decrease the number of particles required in the multiple model particle filter. It is proved that the algorithm based on composite sampling is a kind of multiple model particle filter. The computational complexity of the algorithm is similar to that of single model particle filter. Simulation shows that compared with the existing multiple model particle filter, the computational complexity of the proposed filter is decreased greatly.

Key words Maneuvering target tracking, particle filter, multiple model method, composite sampling

Citation Wang Xiao, Han Chong-Zhao. A multiple model particle filter for maneuvering target tracking based on composite sampling. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(7): 1152−1156

目标跟踪是指对目标位置、速度等状态量进行估计. 目标跟踪问题可以看作是一个混合的动力系统的估计. 对于线性高斯系统, Kalman 滤波可用于求得系统状态的最优估计. 然而在实际系统中经常存在非线性非高斯情况, 粒子滤波算法具有不受线性、高斯条件限制的特点, 能够对系统的后验概率密度进行估计[1−2], 在目标跟踪领域具有广泛应用[3−5]. 当目标做机动时, 对目标的状态估计则会变得较为复杂. 目标运动的不确定性导致在选取滤波器模型时面临很大困难. 与单模型方法不同的是, 多模型方法利用一组模型的组合对混合系统进行滤波估计, 滤波结果可表示为多个模型滤波结果的加权和. 多模型方法在解决目标模型的不确定性方面有很大优势, 已成为解决机动目标跟踪问题的一类主流方法[6], 受到广泛重视[7−8].

文献 [9] 提出了一种多模型粒子滤波器, 使用多个模型混合抽取粒子进行计算, 但由于滤波器在模型选择时仅使用先验信息, 因而滤波误差较大. 传统的多模型算法包含各个模型的滤波和多个模型混合估计两个过程, 按照这种方式将粒子滤波与多模型结合的多模型粒子滤波器得到了广泛研究[10−14]. 因粒子滤波算法是一种多个粒子并行计算的统计方法, 计算量较大. 而多模型方法也需要滤波器并行工作的过程, 与粒子滤波结合后将成倍增加算法的计算量. 本文提出的基于混合采样的多模型粒子滤波算法可在粒子滤波的同时进行多模型估计, 在基本没有增加单模型粒子滤波算法的计算量的同时实现了对机动目标的多模型估计, 提高了算法的运算效率.

1 问题描述

目标跟踪问题可以描述为如下系统:

$$\boldsymbol{x}_k = f_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1}) + \boldsymbol{w}_k \tag{1}$$

$$\boldsymbol{z}_k = g(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{v}_k \tag{2}$$

其中, $\boldsymbol{x}_k = [x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k]^{\mathrm{T}}$ 是目标的状态向量, 在本文中包含目标在二维平面的位置和速度信息. $\boldsymbol{z}_k = \begin{bmatrix} r_{kmea} \\ \theta_{kmea} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_k + v_r \\ \theta_k + v_\theta \end{bmatrix}$ 是目标的量测值, $f_{k|k-1}$ 是状态转移函数, g 是目标的量测方程, 本文中

$$g(\boldsymbol{x}_k) = \begin{bmatrix} r_k \\ \theta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{{x_k}^2 + {y_k}^2} \\ \arctan\left(\dfrac{y_k}{x_k}\right) \end{bmatrix} \tag{3}$$

$\boldsymbol{w}_k$ 和 $\boldsymbol{v}_k = [v_r, v_\theta]^{\mathrm{T}}$ 分别为系统的过程噪声和量测噪声, 噪声协方差阵分别为 Q_k 和 R_k. 目标跟踪的目的就是计算状态变量 $\boldsymbol{x}_k$ 的后验估计值.

对于上述动态系统, 利用贝叶斯滤波可以得到每一个 k 时刻的条件概率密度函数 $p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{z}_{1:k})$ 和状态变量的后验均值 $\mathrm{E}[\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{z}_{1:k}]$, 包括预测和更新两个步骤[15]. 预测步:

$$p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{z}_{1:k-1}) = \int p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{x}_{k-1}) p(\boldsymbol{x}_{k-1}|\boldsymbol{z}_{1:k-1}) \mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1} \tag{4}$$

更新步:

$$p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{z}_{1:k}) = \frac{p(\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{x}_k) p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{z}_{1:k-1})}{\displaystyle\int p(\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{x}_k) p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{z}_{1:k-1}) \mathrm{d}\boldsymbol{x}_k} \tag{5}$$

其中, $p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{x}_{k-1})$ 为系统的状态转移密度函数, $p(\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{x}_k)$ 为系统的似然函数.

2 基于混合采样的粒子滤波算法

从粒子滤波的计算过程看, 状态估计时需要对各粒子加权求和, 可以看作是多个采样粒子的融合过程. 多模型方法在得到估计结果时, 需要对各个模型的估计值加权求和, 这个过程是模型的融合估计过程[16]. 我们的工作是将它们合二为一, 即在粒子滤波的过程中实现多模型估计, 提出了一种多模型粒子滤波算法.

收稿日期 2011-12-13 录用日期 2012-06-29
Manuscript received December 13, 2011; accepted July 29, 2012
国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (2007CB311006), 国家自然科学基金 (61074176), 国家自然科学基金创新研究群体科学基金 (60921003) 资助
Supported by National Basic Research Program of China (973 Program) (2007CB311006), National Natural Science Foundation of China (61074176), and Foundation for Innovative Research Groups of the National Natural Science Foundation of China (60921003)
本文责任编委 文成林
Recommended by Associate Editor WEN Cheng-Lin
1. 中国航空工业集团工业西安飞行自动控制研究所 西安 710065 2. 西安交通大学综合自动化所 西安 710049
1. Flight Automatic Control Research Institute of Aviation Industry Corporation of China, Xi′an 710065 2. Institute of Integrated Automation, Xi′an Jiaotong University, Xi′an 710049

2.1 混合采样

混合采样是指在被采样目标存在多种分布或包含多个物理特性的组合时, 利用多种采样分布的物理组合方式以实现对目标的采样. 通过混合采样产生的样本比单一采样反映更多的混合系统的特性.

混合采样的数学定义为[17]: 若随机变量 $\boldsymbol{\eta}$ 的概率密度函数 $f(\boldsymbol{x})$ 可分解为一些随机变量概率密度的加权和, 即有

$$f(\boldsymbol{x})=\sum_i p_i f_i(\boldsymbol{x}) \tag{6}$$

其中, 加权系数 $p_i>0$ 且 $\sum_i p_i=1$, $f_i(\boldsymbol{x})$ 为随机变量 η_i 的概率密度函数. 可以利用各种不同的采样方法, 以概率 p_i 产生随机变量 η_i 的采样值 $\boldsymbol{x}_i$, 由 $\boldsymbol{x}_i$ 共同组成了对随机变量 $\boldsymbol{\eta}$ 的采样值. 混合采样为我们的多模型粒子滤波器提供了理论基础.

2.2 滤波算法

假设 k 时刻系统的真实的运动模式 $s_k^m=\{s_k=m\}$, m 为模型标号, M 个模型组成的多模型系统中第 m 个模型方程为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}_k&=f_{k|k-1}^m(\boldsymbol{x}_{k-1})+\boldsymbol{w}_k^m\\ \boldsymbol{z}_k&=g_k(\boldsymbol{x}_k)+\boldsymbol{v}_k\end{aligned} \tag{7}$$

其中, $\boldsymbol{w}_k^m$ 和 $\boldsymbol{v}_k$ 分别为过程噪声和量测噪声, 协方差阵分别为 Q_k^m 和 R_k, $m=1,\cdots,M$.

给定 $k-1$ 时刻的粒子 $\{\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)},\omega_{k-1}^{(i)},i=1,\cdots,N\}$ 和各模型的模型概率 $\{\mu_{k-1}^m,m=1,\cdots,M\}$. 定义模型转移概率 $\pi_{mj}=P(s_k=j|s_{k-1}=m)$, 可得到 k 时刻的预测模型概率为

$$\mu_{k|k-1}^m=\sum_j \pi_{jm}\mu_{k-1}^j \tag{8}$$

本文的粒子滤波算法以预测模型概率为基础对 k 时刻的粒子进行采样. 对于 $i=1,\cdots,N$, 以概率 $\mu_{k|k-1}^m$ 在第 m 个模型抽取粒子 $\boldsymbol{x}_k^{(i)}$, $\boldsymbol{x}_k^{(i)}\sim P(\boldsymbol{x}^{(i)}\in\{\boldsymbol{x}_k^{(i),m},\ i=1,\cdots,N\})=\mu_{k|k-1}^m$, 其中 $\tilde{\boldsymbol{x}}_k^{(i),m}\sim p_{k|k-1}^m(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)})$, $p_{k|k-1}^m(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)})$ 为第 m 个模型的状态转移概率. 以上采样过程一共抽取了 N 个粒子, 其中对应每个模型 m ($m=1,\cdots,M$) 的粒子数为 $N\mu_{k|k-1}^m$.

以上完成了粒子的混合采样, 接下来需算采样粒子权重、粒子重采样, 即完成整个粒子滤波过程. 算法的完整步骤归纳如下.

步骤 1. 粒子初始化 ($k=0$)

根据被估计量初值 $\boldsymbol{x}_0$ 抽取 N 个采样粒子. 假定初始时刻各模型概率相同:

$$\mu_0^1=\mu_0^2=\cdots=\mu_0^M=\frac{1}{M} \tag{9}$$

初始化时粒子以模型概率为基础进行混合采样. 抽取一个 N 维均匀分布向量 $\boldsymbol{u}=[u(1),u(2),\cdots,u(N)]$ 作为混合采样的控制变量, 其中 $u(i)\sim \mathrm{U}(0,1)$, $i=1,\cdots,N$.

for $i=1:N$
　if $u(i)<\mu_0^1$, 抽取 $\hat{\boldsymbol{x}}_0^{(i)}\sim p^1(\boldsymbol{x}_0)$
　if $\mu_0^1\le u(i)<\mu_0^1+\mu_0^2$, 抽取 $\hat{\boldsymbol{x}}_0^{(i)}\sim p^2(\boldsymbol{x}_0)$
　$\cdots$
　if $\sum_{i=1}^{M-1}\mu_0^i<u(i)$, 抽取 $\hat{\boldsymbol{x}}_0^{(i)}\sim p^M(\boldsymbol{x}_0)$
end for
粒子权重 $\hat{\omega}_0^{(i)}=1/N$

步骤 2. 粒子预测和更新 ($k>0$)

给定 $k-1$ 时刻的粒子 $\left\{\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}^{(i)},\hat{\omega}_{k-1}^{(i)}\right\}_{i=1}^N$ 和模型概率 $\{\mu_{k-1}^m\}_{m=1}^M$, 计算 k 时刻预测模型概率:

$$\mu_{k|k-1}^m=\sum\nolimits_j \pi_{jm}\mu_{k-1}^j,\ \ m=1,\cdots,M \tag{10}$$

抽取控制变量 $\boldsymbol{u}=[u(1),u(2),\cdots,u(N)]$, 其中 $u(i)\sim \mathrm{U}(0,1)$, $i=1,\cdots,N$. 另外需选取两个变量 $M_n=[M_n(1),M_n(2),\cdots,M_n(M)]$ 和 $M_p=[M_p(1),M_p(2),\cdots,M_p(M)]$, 分别计算算法各步中由每个模型产生的粒子数和粒子权重和, 设定初值 $M_n(i)=0$, $M_p(i)=0$, $i=1,2,\cdots,M$.

for $i=1:N$
　if $u(i)<\mu_{k|k-1}^1$, 抽取 $\boldsymbol{x}_k^{(i)}\sim p_{k|k-1}^1(\boldsymbol{x}_k|\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}^{(i)})$
　$\tilde{\omega}_k^{(i)}=\hat{\omega}_{k-1}^{(i)}p^1(\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{x}_k^{(i)})$
　$M_n(1)=M_n(1)+1$
　$M_p(1)=M_p(1)+\tilde{\omega}_k^{(i)}$
　if $\mu_{k|k-1}^1\le u(i)<\mu_{k|k-1}^1+\mu_{k|k-1}^2$ 抽取
　　$\boldsymbol{x}_k^{(i)}\sim p_{k|k-1}^2(\boldsymbol{x}_k|\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}^{(i)})$
　$\tilde{\omega}_k^{(i)}=\hat{\omega}_{k-1}^{(i)}p^2(\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{x}_k^{(i)})$
　$M_n(2)=M_n(2)+1$
　$M_p(2)=M_p(2)+\tilde{\omega}_k^{(i)}$
　$\cdots$
　if $\sum_{i=1}^{M-1}\mu_{k|k-1}^i<u(i)$, 抽取 $\boldsymbol{x}_k^{(i)}\sim p_{k|k-1}^M(\boldsymbol{x}_k|\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}^{(i)})$
　$\tilde{\omega}_k^{(i)}=\hat{\omega}_{k-1}^{(i)}p^M(\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{x}_k^{(i)})$
　$M_n(M)=M_n(M)+1$
　$M_p(M)=M_p(M)+\tilde{\omega}_k^{(i)}$
end for

以上循环过程对粒子进行多模型的混合采样, 同时完成了对由每个模型采样得到的粒子的个数和权重的统计.

将采样粒子权重归一化:

$$\omega_k^{(i)}=\frac{\tilde{\omega}_k^{(i)}}{\sum\limits_i \tilde{\omega}_k^{(i)}}$$

定义各模型的模型似然 ($m=1,\cdots,M$):

$$L_k^m=\frac{\sum\limits_{i=1}^{M_n}p(\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{x}_k^{(i),m})}{M_n(m)}=\frac{M_p(m)}{M_n(m)}\times\frac{1}{\hat{\omega}_{k-1}^{(i)}}=\frac{M_p(m)}{M_n(m)}\times N \tag{11}$$

由模型似然和预测模型概率, 计算 k 时刻的模型概率:

$$\mu_k^m=\frac{\mu_{k|k-1}^m L_k^m}{\sum\limits_{m=1}^M \mu_{k|k-1}^m L_k^m},\ \ m=1,\cdots,M \tag{12}$$

可得到 $\{\mu_k^m\}_{m=1}^M$.

步骤 3. 重采样 ($k>0$)

将步骤 2 计算得到的粒子 $\left\{\boldsymbol{x}_k^{(i)},\omega_k^{(i)}\right\}_{i=1}^N$ 重采样后得到 $\left\{\hat{\boldsymbol{x}}_k^{(i)},\hat{\omega}_k^{(i)}\right\}_{i=1}^N$.

步骤 4. 状态估计

状态变量的后验估计值为

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{z}_k]=\sum_{i=1}^N \hat{\boldsymbol{x}}_k^{(i)}\hat{\omega}_k^{(i)} \tag{13}$$

2.3 算法性能和复杂度分析

在第 2.2 节介绍了基于混合采样的粒子滤波算法, 本节分析该算法的估计结果, 表明估计结果是对状态变量的多模型粒子滤波估计.

对于 $i=1,2,\cdots,N$, 定义 $\tilde{\omega}_k^{(i),m}$ 为采样粒子由模型 m 生成时的粒子权重. 当 $N\to\infty$ 时, 如果第 i 个采样粒子由模型 m 抽得, 即 $\boldsymbol{x}_k^{(i)}=\boldsymbol{x}_k^{(i),m}\sim p_{k|k-1}^m(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)})$, 粒子权重为

$$\tilde{\omega}_k^{(i)}=\tilde{\omega}_k^{(i),m}=\hat{\omega}_{k-1}^{(i)}p(\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{x}_k^{(i),m}) \tag{14}$$

由于混合采样是以 $\mu_{k|k-1}^m$ 为概率在模型 m 中采样, 则模型 m 的采样粒子数为 $N\mu_{k|k-1}^m$, 同时有:

$$N=\sum_{m=1}^{M}N\mu_{k|k-1}^m \tag{15}$$

将所有采样粒子权重归一化后得到:

$$\omega_k^{(i)}=\omega_k^{(i),m}=\frac{\tilde{\omega}_k^{(i),m}}{\sum\limits_{m=1}^{M}\sum\limits_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\tilde{\omega}_k^{(i),m}} \tag{16}$$

式 (13) 可以写成

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{z}_k]=\sum_{i=1}^{N}\hat{\boldsymbol{x}}_k^{(i)}\hat{\omega}_k^{(i)}=\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_k^{(i)}\omega_k^{(i)} \tag{17}$$

其中,

$$\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_k^{(i)}\omega_k^{(i)}=\sum_{m=1}^{M}\sum_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\boldsymbol{x}_k^{(i),m}\omega_k^{(i),m} \tag{18}$$

由式 (16) ∼ (18), 有:

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{z}_k]=\sum_{m=1}^{M}\sum_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\boldsymbol{x}_k^{(i),m}\omega_k^{(i),m}=$$

$$\sum_{m=1}^{M}\sum_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\boldsymbol{x}_k^{(i),m}\frac{\tilde{\omega}_k^{(i),m}}{\sum\limits_{m=1}^{M}\sum\limits_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\tilde{\omega}_k^{(i),m}}\frac{\sum\limits_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\tilde{\omega}_k^{(i),m}}{\sum\limits_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\tilde{\omega}_k^{(i),m}}=$$

$$\sum_{m=1}^{M}\frac{\sum\limits_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\tilde{\omega}_k^{(i),m}}{\sum\limits_{m=1}^{M}\sum\limits_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\tilde{\omega}_k^{(i),m}}\sum_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\boldsymbol{x}_k^{(i),m}\frac{\tilde{\omega}_k^{(i),m}}{\sum\limits_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\tilde{\omega}_k^{(i),m}} \tag{19}$$

由于 $k-1$ 时刻经重采样后, 有:

$$\hat{\omega}_{k-1}^{(1)}=\hat{\omega}_{k-1}^{(2)}\cdots=\hat{\omega}_{k-1}^{(N)}=\frac{1}{N} \tag{20}$$

因此

$$\tilde{\omega}_k^{(i),m}=\frac{1}{N}p(\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{x}_k^{(i),m}) \tag{21}$$

由式 (11), 各模型的平均似然为

$$L_k^m=\frac{\sum\limits_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}p(\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{x}_k^{(i),m})}{N\mu_{k|k-1}^m}=\frac{N\sum\limits_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\tilde{\omega}_k^{(i),m}}{N\mu_{k|k-1}^m} \tag{22}$$

因此可得到:

$$\sum_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\tilde{\omega}_k^{(i),m}=\mu_{k|k-1}^mL_k^m \tag{23}$$

和

$$\frac{\sum\limits_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\tilde{\omega}_k^{(i),m}}{\sum\limits_{m=1}^{M}\sum\limits_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\tilde{\omega}_k^{(i),m}}=\frac{\mu_{k|k-1}^mL_k^m}{\sum\limits_{m=1}^{M}\mu_{k|k-1}^mL_k^m} \tag{24}$$

将由模型 m 产生的粒子权重归一化:

$$\omega_k^{(i),m}=\frac{\tilde{\omega}_k^{(i),m}}{\sum\limits_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\tilde{\omega}_k^{(i),m}} \tag{25}$$

则模型 m 的滤波结果可表示为

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{x}_k^m|\boldsymbol{z}_k]=\sum_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\boldsymbol{x}_k^{(i),m}\omega_k^{(i),m}=$$

$$\sum_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\boldsymbol{x}_k^{(i),m}\frac{\tilde{\omega}_k^{(i),m}}{\sum\limits_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\tilde{\omega}_k^{(i),m}} \tag{26}$$

把式 (24) 和式 (26) 代入式 (19), 有:

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{z}_k]=\sum_{m=1}^{M}\frac{\mu_{k|k-1}^mL_k^m}{\sum\limits_{m=1}^{M}\mu_{k|k-1}^mL_k^m}\sum_{i=1}^{N\mu_{k|k-1}^m}\boldsymbol{x}_k^{(i),m}\omega_k^{(i),m} \tag{27}$$

因 $\mu_k^m=\frac{\mu_{k|k-1}^mL_k^m}{\sum\limits_{m=1}^{M}\mu_{k|k-1}^mL_k^m}$, 式 (27) 可最终写为

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{z}_k]=\sum_{m=1}^{M}\mathrm{E}(\boldsymbol{x}_k^m|\boldsymbol{z}_k)\mu_k^m \tag{28}$$

由于式 (26) 是每个模型粒子滤波结果, 式 (28) 是将式 (26) 估计结果按照每个模型的模型概率进行融合, 所得到的结果就是多模型粒子滤波器的估计值. 该算法可以看作是一种多模型粒子滤波器, 但在这里不同模型对应的粒子滤波器的采样粒子数不相同.

由于多模型算法是一种并行计算方法结构, 同时粒子滤波也是一种并行计算方法, 两种算法结合一般会大幅增加算法的复杂度. 传统的多模型粒子滤波算法在计算过程中需抽取 $N\times M$ 个粒子, 计算粒子权重并将不同模型的结果按照一定方式进行融合, 计算量较大. 本文提出的多模型粒子滤波算法仅需抽取 N 个粒子, 采样过程中使用了一定的先验信息和前一时刻的后验信息, 算法在执行过程中需增加一定的控制变量, 但不会大幅增加算法的复杂度, 整个算法的复杂度与单模型粒子滤波算法相当. 在文献 [9] 中提出的多模型粒子滤波算法在模型选择上仅使用先验信息确定模型概率, 虽计算量与本文算法相近, 但滤波结果误差较大.

3 仿真分析

考虑一个二维的具有不同转弯角速度的转弯机动的场景. 仿真场景选自文献 [18], 图 1 显示了机动目标的运动轨

迹, 包含一系列直线阶段和转弯机动. 仿真总时间为 400 s, 目标的初始状态为 $\boldsymbol{x}_0 = 60\,000\,\mathrm{m}$, $\dot{\boldsymbol{x}}_0 = -172\,\mathrm{m/s}$, $y_0 = 40\,000\,\mathrm{m}$, $\dot{y}_0 = 246\,\mathrm{m/s}$. 在整个场景中目标分别以加速度为 $1\,g$, $2\,g$, $3\,g$ 和 $4\,g$ 进行四次转弯, 转弯发生的时间分别为 [56, 150] s, [182, 228] s, [268, 299] s, 和 [328, 351] s. 雷达量测噪声为 $\sigma_r = 85\,\mathrm{m}$ 和 $\sigma_\theta = 0.0175\,\mathrm{rad}$.

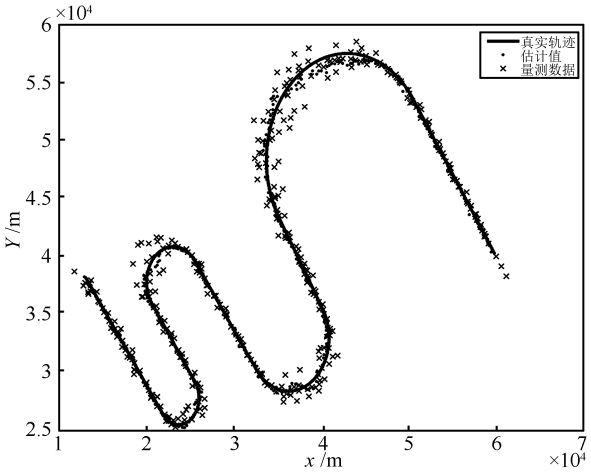


图 1　目标运动的轨迹图

Fig. 1　Trajectories of the maneuvering target

我们使用三种粒子滤波方法对场景中的机动目标进行跟踪, 算法 1 为文献 [9] 中的多模型粒子滤波算法, 算法 2 为传统的多模型粒子滤波算法[10] 以及本文提出的算法. 每种方法取的粒子数 $N = 1\,000$. 在各多模型算法中, 均使用一个 CV (Constant velocity) 模型和两个 CT (Constant turn) 模型对目标进行估计. CV 模型的状态转移函数为

$$f_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1}) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_{k-1}$$

CT 模型的状态转移函数为

$$f_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1}) = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{\sin\omega T}{\omega} & 0 & -\dfrac{\cos\omega T - 1}{\omega} \\ 0 & \cos\omega T & 0 & -\sin\omega T \\ 0 & \dfrac{1-\cos\omega T}{\omega} & 1 & \dfrac{\sin\omega T}{\omega} \\ 0 & \sin\omega T & 0 & \cos\omega T \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_{k-1}$$

其中, ω 是模型的转弯角速度, 两个 CT 模型分别取 $\omega = \pm 0.3\,\mathrm{rad/s}$. T 代表时间间隔, 取 $T = 1$. 模型中过程噪声的协方差阵均取

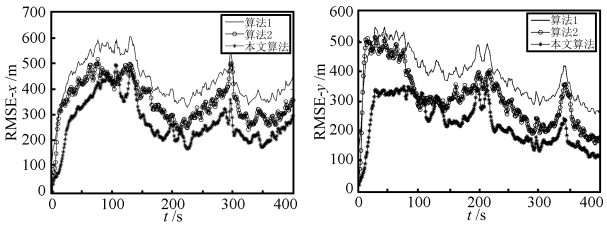
$$Q_k = \begin{bmatrix} 100 & & & \\ & 10 & & \\ & & 100 & \\ & & & 10 \end{bmatrix}$$

模型概率的马尔科夫链转移矩阵为

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.9 & 0.05 \\ 0.05 & 0.05 & 0.9 \end{bmatrix}$$

图 1 显示了使用本文算法单次实验对目标位置的估计结果, 从图中可以看出算法对仿真场景中的机动目标能够进行较好估计.

为了比较三种算法的估计精度, 我们进行了 200 次蒙特卡洛仿真实验, 利用均方误差 (Root mean square error, RMSE) 对两种算法进行比较. 图 2 比较了三种算法不同方向位置变量估计值的 RMSE. 从图中可以看出, 算法 1 的估计误差较大, 本文提出的算法的估计误差略小于算法 2, 三种算法在机动发生时刻估计误差都会增大. 图 3 比较了三种算法不同方向速度变量估计值的 RMSE, 从图中可以看出, 算法 1 的估计效果最差, 本文算法估计结果最好. 当目标发生机动时, 因目标的运动模式发生改变, 三种算法的估计误差均增大, 此时滤波器进行相应调整以适应目标运动模式的变化. 从图 3 还可以看出, 与算法 2 相比, 在误差峰值相差不大的情况下, 本文算法能够更快地将误差降低到较低的水平, 对目标机动的适应性更强. 由于算法 1 的混合采样仅使用每一时刻的先验信息, 因此误差较大. 而算法 2 在进行多模型采样时, 对各个模型同时抽取粒子, 因而存在大量与目标运动模式不相关的模型产生的冗余采样粒子, 这些粒子会对估计结果产生一定影响. 本文算法则大幅减少了这类冗余粒子的数量, 使用某些当前时刻的先验信息及前一时刻的后验信息进行混合采样抽取粒子, 因而在提高算法运算效率的基础上同时提高的算法的估计精度.

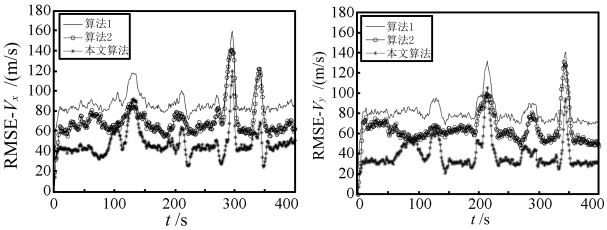


(a) x 方向　(b) y 方向

(a) x coordinate　(b) y coordinate

图 2　位置估计均方误差

Fig. 2　RMSE of position estimation



(a) x 方向　(b) y 方向

(a) x coordinate　(b) y coordinate

图 3　速度估计均方误差

Fig. 3　RMSE of velocity estimation

在算法的计算量的对比上, 我们使用平均每步所需消耗的 CPU 时间. 用于测试算法的 PC 机的 CPU 为 AMD Athlon 64 X2 Dual Core Processor 5400+ 2.81 GHz, 内存为 2 G. 通过 100 次蒙特卡洛仿真, 我们给出了 2 种算法在所需消耗的平均时间.

从表 1 中可以看出, 多模型粒子滤波算法所需的运算时间主要由算法中的采样粒子数决定. 本文研究的多模型滤波器使用的模型集由 3 个模型组成. 在采样粒子数相同的情况下, 算法 1 与本文算法的计算时间基本相同, 算法 2 的粒子

滤波步和重采样步所需时间与本文算法相比均成倍增加. 本文算法比传统的多模型粒子滤波算法可节省大量计算时间. 事实上, 理论分析表明本文算法与单模型粒子滤波算法的计算复杂度是基本相同的.

表 1 单步计算所需平均时间 (s)

Table 1 Average time for one step (s)

	粒子数 $N = 200$			粒子数 $N = 1\,000$		
	算法 1	算法 2	本文算法	算法 1	算法 2	本文算法
粒子预测步	0.018	0.043	0.016	0.221	0.562	0.202
重采样步	0.018	0.049	0.018	0.418	1.112	0.412

4 结论

本文提出了一种新型的多模型粒子滤波算法. 本文利用混合采样, 通过以预测模型概率为基础的混合采样将多模型方法与粒子滤波有机结合. 理论分析表明该算法是一种多模型粒子滤波器, 但算法的计算复杂度却与单模型粒子滤波算法相当. 与传统的多模型粒子滤波算法相比, 在保证计算精度的前提下, 该算法所需的时间成本大幅降低.

References

1 Gordon N J, Salmon D J, Smith A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation. *IEE Proceedings – F*, 1993, **140**(2): 107−113

2 Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, Clapp T. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, **50**(2): 174−188

3 Tong Xiao-Min, Zhang Yan-Ning, Yang Tao. Robust object tracking based on adaptive and incremental subspace learning. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(12): 1483−1494
(仝小敏, 张艳宁, 杨涛. 基于增量子空间自适应决策的目标跟踪, 自动化学报, 2011, **37**(12): 1483−1494)

4 Wang Yu-Ru, Liu Jia-Feng, Liu Guo-Jun, Tang Xiang-Long, Liu Peng. People tracking based on multi-regions joint particle filters. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(11): 1387−1393
(王玉茹, 刘家锋, 刘国军, 唐降龙, 刘鹏. 基于多区域联合粒子滤波的人体运动跟踪. 自动化学报, 2009, **35**(11): 1387−1393)

5 Yang Xiao-Jun, Xing Ke-Yi, Shi Kun-Lin, Pan Quan. Dynamic collaborative algorithm for maneuvering target tracking in sensor networks. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(10): 1029−1035
(杨小军, 邢科义, 施坤林, 潘泉. 传感器网络下机动目标动态协同跟踪算法. 自动化学报, 2007, **33**(10): 1029−1035)

6 Bar-Shalom Y, Li X R, Kirubarajan T. *Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory, Algorithms, and Software*. New York: Wiley, 2001. 441−466

7 Wan Jiu-Qing, Liang Xu, Ma Zhi-Feng. Infrared maneuvering target tracking based on IMM-PF with adaptive observation model. *Acta Electronica Sinica*, 2011, **39**(3): 602−608
(万九卿, 梁旭, 马志峰. 基于自适应观测模型交互多模型粒子滤波的红外机动目标跟踪. 电子学报, 2011, **39**(3): 602−608)

8 Musicki D, Suvorova S. Tracking in clutter using IMM-IPDA-based algorithms. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, **44**(1): 111−126

9 McGinnity S, Irwin G W. Multiple model bootstrap filter for maneuvering target tracking. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, **36**(3): 1006−1012

10 Boers Y, Driessen J N. Interacting multiple model particle filter. *IEE Proceedings Radar, Sonar and Navigation*, 2003, **150**(5): 344−349

11 Foo P H, Ng G W. Combining the interacting multiple model method with particle filters for manoeuvring target tracking. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2011, **5**(3): 234−255

12 Gao C C, Chen W. Ground moving target tracking with VS-IMM using mean shift unscented particle filter. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2011, **24**(5): 622−630

13 Garabedian R S, Helble J J. Modeling coalescence in multiple-particle systems. *Journal of Aerosol Science*, 2008, **39**(1): 71−81

14 Hlinomaz P, Hong L. A multi-rate multiple model track-before-detect particle filter. *Mathematical and Computer Modelling*, 2009, **49**(1−2): 146−162

15 Hue C, Le Cadre J P, Perez P. Sequential Monte Carlo methods for multiple target tracking and data fusion. *IEEE Transaction on Signal Process*, 2002, **50**(2): 309−325

16 Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. Part V: Multiple-model methods. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(4): 1255−1321

17 Wang Yuan, Wen Lan, Chen Mu-Fa. *Dictionary of Mathematics*. Beijing: Science Press, 2010. 957−971
(王元, 文兰, 陈木法. 数学大辞典. 北京: 科学出版社, 2010. 957−971)

18 Linder S P, Schell C. A non-Bayesian segmenting tracker for highly maneuvering targets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(4): 1168−1177

王 晓 博士, 中国航空工业集团西安飞行自动控制研究所工程师. 主要研究方向为机动目标跟踪. 本文通信作者.
E-mail: wangxiaox@gmail.com
(**WANG Xiao** Ph. D., engineer at the Flight Automatic Control Research Institute of Aviation Industry Corporation of China. His main research interest is maneuvering target tracking. Corresponding author of this paper.)

韩崇昭 西安交通大学综合自动化研究所教授. 主要研究方向为信息融合. E-mail: czhan@mail.xjtu.edu.cn
(**HAN Chong-Zhao** Professor at the Institute of Integrated Automation, Xi′an Jiaotong University. His main research interest is information fusion.)