

模型不确定条件下预测控制 经济性能评估的研究

林晓钟¹ 谢磊¹ 苏宏业¹

摘 要 为了解决在模型不确定条件下的预测控制系统经济性能评估分析的问题, 本文通过基于二次锥规划的鲁棒线性规划的方法来描述模型不确定性对控制系统经济性能评估造成的影响, 并采用约束调整与方差调整的策略来改善控制系统的经济性能. Shell 公司提供的重油分馏塔典型实验验证该方法的有效性.

关键词 模型不确定性, 经济性能评估, 约束调整, 方差调整, 二次锥规划

引用格式 林晓钟, 谢磊, 苏宏业. 模型不确定条件下预测控制经济性能评估的研究. 自动化学报, 2013, 39(7): 1141–1145

DOI 10.3724/SP.J.1004.2013.01141

Economic Performance for Predictive Control Systems under Model Uncertainty

LIN Xiao-Zhong¹ XIE Lei¹ SU Hong-Ye¹

Abstract In order to solve the problem in evaluating economic performance for predictive control systems in the case of model uncertainty appropriately a robust linear programme method is proposed based on a second-order cone programme to describe the affect on economic performance assessment due to the model uncertainty. Then some constraint tuning and variability tuning are done to improve the economic performance. Simulation results of a typical control problem of a heavy oil fractionator proposed by Royal Dutch/Shell Group showed the effectivity of the proposed algorithm.

Key words Model uncertainty, economic performance assessment, constraint tuning, variability tuning, second-order cone programme

Citation Lin Xiao-Zhong, Xie Lei, Su Hong-Ye. Economic performance for predictive control systems under model uncertainty. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(7): 1141–1145

模型预测控制 (Model predictive control, MPC) 自 20 世纪 70 年代诞生以来, 在理论研究和工程实践方面都得到了蓬勃发展, 特别是在流程工业中得到了广泛应用. 在实际工业控制中, MPC 由稳态目标计算与动态计算优化两部分构成, 稳态目标优化的目的是获得与经济期望目标尽可能接近的最优稳态操作点, 其与企业产品的经济效益密切相关. 再将该操作点作为动态优化层设定值进行动态优化计算. 在稳态目标计算中常用线性规划或二次规划的形式来描述反映经济目标, 并将它们用来对 MPC 进行经济性能评估.

控制系统经济性能评估为控制工程师提供了一种从经济效益角度来评估当前控制系统控制品质的定量分析方法. 通过估计控制系统在采用新的控制策略或对现有控制系统调节的情况下, 生产企业可能获得的经济潜能 (效益), 确定提高系统经济性能的最佳途径, 并为已有控制系统实施技术改造提供决策依据^[1].

MPC 先进控制的经济效益主要来自方差的减少和操作点的移动^[2–5]. 其经济性能评估的基本思想是^[1]: 通过对现有控制系统实施先进控制策略 (这里的先进控制不仅是指预测控制技术控制策略, 同时也包含对现有控制器的调节和整定等措施), 减少系统的波动幅度, 降低过程关键变量 (包括质量变量) 的方差, 从而使其工作点能够接近控制系统的约束边界, 最终能够提高装置的经济效益. 方差减少越多, 操作点可移动的空间就越大, 潜在的经济效益也越大, 但实际生产中方差减少是有最低限的, 即最小方差. 另外, 先进控制实施过程中, 约束设置通常过于保守, 倘若约束可以得到一定程度的放松, 则操作点亦有可移动的空间, 即亦有经济效益可挖掘. 于是, 提高系统经济效益的着眼点在于方差调整与约束调整两个方面. 文献 [3] 提出了基于方差的经济性能评估方法, 并讨论了 MPC 控制系统经济性能评估的基本流程. 考虑到工业过程的产品质量 (如纯度等) 在大多数情况下容许在一定范围内波动, 文献 [6–9] 在经济性能评估问题中引入了机会约束的思想, 依据不同的技术指标对过程变量约束设置不同置信度水平, 采用随机规划的方法来对系统经济性能进行估计和分析. 文献 [4] 采用数据驱动的方法考虑输入方差与输出方差之间的约束对经济性能评估的影响. 文献 [10] 采取约束调整与方差调整的策略来挖掘系统潜在的经济性能. 然而, 目前的文献大都假设过程模型是精确已知的, 而在工业实际情况中, 由于工业对象的过于复杂以及辨识技术的误差, 都会导致过程模型在一定的范围内波动, 如果仅按照模型确定的情况下进行优化, 那么在某些情况下就有可能不满足约束条件. 因此, 必须考虑由模型的不确定性所带来的影响. 本文通过引入二次锥规划将原先标准的线性规划问题转化为鲁棒线性规划问题来进行模型不确定条件下的经济性能评估, 并采取约束调整与方差调整的策略来挖掘系统潜在的经济性能. Shell 公司提供的重油分馏塔典型案例实验验证该方法的有效性.

1 MPC 经济性能评估

考虑一个包含 m 个输出 ($\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$), n 个输入 ($\mathbf{u} \in \mathbf{R}^n$) 的多变量预测控制系统, 其系统模型的稳态增益矩阵为 K . 假定控制系统当前平均工作点为 $(\bar{\mathbf{y}}_0, \bar{\mathbf{u}}_0)$, 假设 $(\bar{\mathbf{y}}_i = \bar{\mathbf{y}}_0 + \Delta\bar{\mathbf{y}}_i, \bar{\mathbf{u}}_j = \bar{\mathbf{u}}_0 + \Delta\bar{\mathbf{u}}_j)$ 是每次控制周期经移动 $(\Delta\bar{\mathbf{y}}_i, \Delta\bar{\mathbf{u}}_j)$ 更新后所达到操作点, $(\Delta\bar{\mathbf{y}}_i, \Delta\bar{\mathbf{u}}_j)$ 满足 $\sum_{j=1}^n K_{ij} \times \Delta\bar{\mathbf{u}}_j = \Delta\bar{\mathbf{y}}_i, i = 1, 2, \dots, m$, 则能使经济性能指标达到最优的操作点 $(\mathbf{y}_s = [\bar{\mathbf{y}}_1, \dots, \bar{\mathbf{y}}_m]^T, \mathbf{u}_s = [\bar{\mathbf{u}}_1, \dots, \bar{\mathbf{u}}_n]^T)$ 可以通过求解下列优化问题获得:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}_s, \mathbf{y}_s} J &= \mathbf{c}^T \mathbf{u}_s + \mathbf{d}^T \mathbf{y}_s \\ \text{s.t. } \mathbf{y}_s - \bar{\mathbf{y}}_0 &= K(\mathbf{u}_s - \bar{\mathbf{u}}_0) + \mathbf{r} \\ \mathbf{u}_{\min} &\leq \mathbf{u}_s \leq \mathbf{u}_{\max} \\ \mathbf{y}_{\min} &\leq \mathbf{y}_s \leq \mathbf{y}_{\max} \end{aligned} \quad (1)$$

J 表示经济性能目标函数. 考虑到扰动的影响, 在每一个控制周期内引入扰动误差 $\mathbf{r} = \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}$, 即当前控制周期内测量

收稿日期 2012-05-15 录用日期 2012-08-14
Manuscript received May 15, 2012; accepted August 14, 2012
国家自然科学基金 (61134007, 60904039), 中央高校基本科研业务费专项基金资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61134007, 60904039) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities

本文责任编辑 李少远

Recommended by Associate Editor LI Shao-Yuan

1. 浙江大学智能与系统控制研究所工业控制技术国家重点实验室 杭州 310027
1. State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Cyber-Systems Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027

到的输出值 $\hat{\mathbf{y}}$ 与当前预测输出值 $\mathbf{y}$ 之差. 为使经济效益最大化, 通常希望使生产尽可能靠近边界实现卡边控制. 经济性能评估层根据厂级优化调度, 在保证输出与控制约束的条件下, 针对每个生产单元通过稳态优化策略计算最优设定值, 作为动态优化层的跟踪目标. 但由于生产过程中存在不确定性和扰动 (系统噪声、测量噪声), 导致控制不平稳, 过程关键变量存在波动, 经济性能评估与优化层期望的最优设定值难以实现. 为避免不确定干扰造成的波动导致过程参数超出约束范围, 保证生产安全和产品品质, 工业过程中通常根据生产经验, 在稳态优化计算时人工收缩参数约束范围, 通过减小可行域的退避 (Back-off) 机制使生产指标距边界有一定的余量, 保证动态优化控制层执行设定值的可行性. 故 $\mathbf{y}_s, \mathbf{u}_s$ 约束条件的具体形式为^[4]

$$\begin{aligned} L_{y,i} - \lambda_{y,i}\alpha_{y,i} + 2\sigma_{y,i}(1+v_i) &\leq \bar{y}_i \leq \\ H_{y,i} + \mu_{y,i}\alpha_{y,i} - 2\sigma_{y,i}(1+v_i) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} L_{u,j} - \lambda_{u,j}\alpha_{u,j} + 2\sigma_{u,j} &\leq \bar{u}_j \leq \\ H_{u,j} + \mu_{u,j}\alpha_{u,j} - 2\sigma_{u,j} \end{aligned} \quad (3)$$

$L_{y,i}$ 和 $H_{y,i}$ 分别表示被控变量 y_i 的约束上、下限; $L_{u,j}$ 和 $H_{u,j}$ 分别表示操纵变量 u_j 的约束上、下限; $\sigma_{y,i}$ 表示输出变量 y_i 在基本操作工况下的标准差, $\sigma_{u,j}$ 表示在最小能量控制基准下输入变量 u_j 的标准差, $\lambda_{y,i}, \mu_{y,i}, \lambda_{u,j}, \mu_{u,j}$ 分别是指用户为被控变量 y_i 和操纵变量 u_j 所规定的上、下界约束松弛的百分比; $\alpha_{y,i}, \alpha_{u,j}$ 定义了变量 y_i 和 u_j 的约束区域的一半; v_i 表示被控变量方差的调节百分比. 通过调节 λ 和 v_i 的大小可对限制条件分别进行约束调整与方差调整.

在实际工业过程中, 系统常处在不同的操作工况下:

1) 基本操作工况下的经济性能 J_0 : 对于基本操作工况, 经济优化问题目标函数值求取可以直接将式 (1) 中经济性能目标函数 J 中的 $(\mathbf{y}_s, \mathbf{u}_s)$ 用当前平均操作点 $(\bar{\mathbf{y}}_{i0}, \bar{\mathbf{u}}_{j0})$ 代替.

2) 理想操作工况下的经济性能 $J_I^{[1]}$: 假定系统处在一种理想的的操作状态下, 过程模型为标称稳态模型, 系统的外部扰动对控制器的影响不作考虑. 这样处理扰动的“后退”策略不再考虑, 不考虑被控变量方差对约束上下界的影响. 即在 $\lambda_{y,i} = \mu_{y,i} = \lambda_{u,j} = \mu_{u,j} = 0, v_i = -1$ 的条件下求解式 (1) 所表示的优化问题可以获得理想操作点和相应的目标函数为 J_I . 因此, 理想工况下控制系统的经济潜能 $\Delta J_I = J_0 - J_I$.

3) 现有方差操作工况下的经济性能 J_E : 假定过程模型为标称稳态模型, 经济性能评估过程只考虑系统当前的扰动强度, 对系统输出方差不采取任何降低方差强度的控制策略. 这种情况下控制系统的经济潜能可以通过调整系统平均工作点向最优工作点靠近来实现. 即在 $\lambda_{y,i} = \mu_{y,i} = \lambda_{u,j} = \mu_{u,j} = v_i = 0$ 的条件下求解式 (1) 所表示的优化问题可得该工况下的最优工作点为 $(\bar{\mathbf{y}}_{iE}, \bar{\mathbf{u}}_{jE})$, 对应的目标函数为 J_E . 则现有方差工况下经济潜能 ΔJ_E 为 $\Delta J_E = J_0 - J_E$.

对于极小化的经济性能目标函数来说, $J_0 > J_E > J_I$, 故 $\Delta J_E < \Delta J_I$. 为了进一步分析控制系统的经济性能, 我们定义当前经济性能指数 $\eta_E = \Delta J_E / \Delta J_I, 0 \leq \eta_E \leq 1$, 表示系统在通过调整当前操作点接近最优工作点的过程中, 所产生的经济潜能与理想工况下经济潜能的比值, 该指标可以为进一步通过调整控制器来提高系统经济效益提供决策依据.

2 模型不确定性及鲁棒线性规划

以上的经济性能评估的过程模型为精确已知的标称稳态

模型. 然而在工业实际过程中由于各种扰动的不确定性影响造成模型误差, 使得实际的稳态模型经常偏离标称稳态模型, 在一个范围内波动, 无法准确给出. 这样一方面有可能导致原本满足约束条件的被控变量在模型变化后超出所设定的约束条件, 发出警报; 另一方面由于存在模型的扰动, 使得原先的约束有可能过于保守, 即有更大的经济潜能可供挖掘. 因此, 原来标称模型下的性能评估方法已无法应对模型不确定性带来的影响, 需要研究如何在模型波动的情况下正确地进行系统的经济性能评估.

2.1 二次锥规划

二次锥规划是一类基本的规划问题, 它有如下形式:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & \mathbf{f}^T \mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{A}_i \mathbf{x} + \mathbf{b}_i\|_2 \leq \mathbf{c}_i^T \mathbf{x} + \mathbf{d}_i, \quad i = 1, \dots, N \\ & \mathbf{G}\mathbf{x} = \mathbf{g} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, 各个参数均有恰当的维数, $\|\cdot\|$ 是标准的欧氏范数, 特别当 $\mathbf{A}_i = 0$ 时, 二次锥规划退化成标准的线性规划.

2.2 鲁棒线性规划

正文对于标准的线性规划问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{a}_i^T \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_i, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (5)$$

参数 $\mathbf{a}_i$ 具有椭圆范围内的不确定性, 即 $\mathbf{a}_i \in \boldsymbol{\varepsilon}_i = \{\bar{\mathbf{a}}_i + \beta V^{1/2} \mathbf{s} : \|\mathbf{s}\|_2 \leq 1\}$, 要求对于所有在范围内变化的 $\mathbf{a}_i$ 值, 都必须满足约束条件, 这就是所谓的鲁棒线性规划问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{a}_i^T \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_i, \quad \mathbf{a}_i \in \boldsymbol{\varepsilon}_i, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (6)$$

根据文献 [11], 鲁棒线性规划问题最终可转化为二次锥规划问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & \bar{\mathbf{a}}_i^T \mathbf{x} + \beta \left\| V^{\frac{1}{2}} \mathbf{x} \right\|_2 \leq \mathbf{b}_i, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (7)$$

对于稳态增益阵 $\mathbf{K} = [\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \dots, \mathbf{k}_m]^T$ 来说, $\mathbf{k}_i$ 是列向量, 代表 $\mathbf{K}$ 的第 i 行, 假设系统输出是独立的随机变量, 对于标称稳态增益矩阵 $\hat{\mathbf{K}}$ 来说, 其在外界扰动的影响下变为 $\mathbf{K} = \hat{\mathbf{K}} \pm \Delta \mathbf{K}$, $\mathbf{V}_i$ 是从第 i 个输出 k_i 经多次采样后获得的协方差矩阵, 所以 $\mathbf{V} = \text{diag}\{\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_m\}$, 则 $\mathbf{k}_i \in \boldsymbol{\varepsilon}_i = \{\bar{\mathbf{k}}_i + \beta V^{1/2} \mathbf{s} : \|\mathbf{s}\|_2 \leq 1\}$.

将优化问题 (1) 换成以增量形式 $(\Delta \bar{\mathbf{y}}, \Delta \bar{\mathbf{u}})$ 表达^[12] 的优化问题 (8):

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \bar{\mathbf{y}}, \Delta \bar{\mathbf{u}}} \quad & J = \mathbf{c}^T \Delta \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{d}^T \Delta \bar{\mathbf{y}} \\ \text{s.t.} \quad & \Delta \bar{\mathbf{y}} = \mathbf{K} \Delta \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{r} \\ & \mathbf{A}_u \Delta \bar{\mathbf{u}} \leq \mathbf{b}_u \\ & \mathbf{A}_y \Delta \bar{\mathbf{y}} \leq \mathbf{b}_y \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{A}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ -\mathbf{I}_n \end{bmatrix}$, $\mathbf{b}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\max} - \bar{\mathbf{u}}_0 \\ -\mathbf{u}_{\min} + \bar{\mathbf{u}}_0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_m \\ -\mathbf{I}_m \end{bmatrix}$, $\mathbf{b}_y = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{\max} - \bar{\mathbf{y}}_0 \\ -\mathbf{y}_{\min} + \bar{\mathbf{y}}_0 \end{bmatrix}$. 考虑到模型的不确定

性, 式 (8) 变为

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \bar{\mathbf{u}}} \quad & J = \mathbf{c}^T \Delta \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{d}^T \tilde{K} \Delta \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{d}^T \mathbf{r} \\ \text{s.t.} \quad & A_u \Delta \bar{\mathbf{u}} \leq \mathbf{b}_u \\ & A_y K \Delta \bar{\mathbf{u}} \leq \mathbf{b}_y - A_y \mathbf{r}, \quad K \in \tilde{K} \pm \Delta K \end{aligned} \quad (9)$$

将式 (9) 中的不确定项展开后的具体形式为 $\sum_j a_{yij} \mathbf{k}_j^T \Delta \bar{\mathbf{u}} \leq \mathbf{b}_{yi} - A_{yi} \mathbf{r}$, $K \in \tilde{K} \pm \Delta K$, $i = 1, \dots, m$, 该式能够被重构成 $\mathbf{k}_j^T (D_i \Delta \bar{\mathbf{u}}) \leq \mathbf{b}_{yi}$, $D_i = [\text{diag}\{a_{yi1} \mathbf{e}\} \text{diag}\{a_{yi2} \mathbf{e}\} \dots \text{diag}\{a_{yim} \mathbf{e}\}]^T$, $\mathbf{e} = [1, 1, \dots, 1]^T$, 于是根据式 (6) 和式 (7), 式 (9) 中的不确定性描述可以转换成 $\mathbf{k}_j^T (D_i \Delta \bar{\mathbf{u}}) + \beta \|V^{1/2} D_i \Delta \bar{\mathbf{u}}\|_2 \leq \mathbf{b}_{yi}$. 因此可将式 (9) 转化为一个基于二次锥规划的鲁棒线性规划标准问题:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \bar{\mathbf{u}}} \quad & J = \mathbf{c}^T \Delta \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{d}^T \tilde{K} \Delta \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{d}^T \mathbf{r} \\ \text{s.t.} \quad & A_u \Delta \bar{\mathbf{u}} \leq \mathbf{b}_u \\ & \mathbf{k}_j^T (D_i \Delta \bar{\mathbf{u}}) + \beta \|V^{1/2} D_i \Delta \bar{\mathbf{u}}\|_2 \leq \mathbf{b}_{yi} - A_{yi} \mathbf{r}, \\ & i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (10)$$

在每个控制周期内均要求解该优化问题, 为下层动态优化提供设定值.

3 模型不确定条件下的约束调整与方差调整

倘若指标 η_E 较小, 说明该系统的经济性能有较大的提升空间, 依据理论优化的结果, 通过调节或更改 MPC 控制器的设定点 (操作点), 调节相应回路的设定点, 使操作点更接近操作约束边界, 从而提高控制系统的经济收益. 通常考虑到外部的扰动与约束, 采用 “退避” 策略, 操作点从约束边界上 “退避” 一段距离, 方差越大, 距离越远; 另一方面, 在控制器设计和调试阶段常采用相对保守的设计方法 (这在过程控制过程中是比较常见的, 为了确保系统在存在扰动和非线性建模动态的情况下仍能稳定运行, 牺牲了系统的经济性), 约束条件设置的过于保守^[1]. 所以, 要使操作点更接近操作约束边界, 提升系统经济效益的方法主要有约束调整与方差调整两种方法.

1) 约束调整^[13]: 通过对允许放松的上下限进行最小幅度的约束调整来获得经济性能的较大提升, 于是有如下优化问题 2 (式 (11) ~ (22)):

$$\min_{\bar{y}_i, \bar{u}_j, \lambda_{y,i}, \mu_{y,i}, \lambda_{u,j}, \mu_{u,j}} \sum_{i=1}^m (\lambda_{y,i} + \mu_{y,i}) + \sum_{j=1}^n (\lambda_{u,j} + \mu_{u,j}) \quad (11)$$

$$\text{s.t.} \quad \bar{\lambda}_{y,i} \geq \lambda_{y,i} \geq 0, \quad \text{若 } flag_{\lambda_{y,i}} = 1 \quad (12)$$

$$\lambda_{y,i} = 0, \quad \text{若 } flag_{\lambda_{y,i}} = 0 \quad (13)$$

$$\bar{\mu}_{y,i} \geq \mu_{y,i} \geq 0, \quad \text{若 } flag_{\mu_{y,i}} = 1 \quad (14)$$

$$\mu_{y,i} = 0, \quad \text{若 } flag_{\mu_{y,i}} = 0 \quad (15)$$

$$\bar{\lambda}_{u,j} \geq \lambda_{u,j} \geq 0, \quad \text{若 } flag_{\lambda_{u,j}} = 1 \quad (16)$$

$$\lambda_{u,j} = 0, \quad \text{若 } flag_{\lambda_{u,j}} = 0 \quad (17)$$

$$\bar{\mu}_{u,j} \geq \mu_{u,j} \geq 0, \quad \text{若 } flag_{\mu_{u,j}} = 1 \quad (18)$$

$$\mu_{u,j} = 0, \quad \text{若 } flag_{\mu_{u,j}} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{J_0 - J}{\Delta J_I} \geq R_C \quad (20)$$

$$\begin{aligned} L_{y,i} - \lambda_{y,i} \alpha_{y,i} + 2\sigma_{y,i} &\leq \bar{y}_i \leq \\ H_{y,i} + \mu_{y,i} \alpha_{y,i} - 2\sigma_{y,i} & \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} L_{u,j} - \lambda_{u,j} \alpha_{u,j} + 2\sigma_{u,j} &\leq \bar{u}_j \leq \\ H_{u,j} + \mu_{u,j} \alpha_{u,j} - 2\sigma_{u,j} & \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\bar{\lambda}_{y,i}$, $\bar{\mu}_{y,i}$, $\bar{\lambda}_{u,j}$, $\bar{\mu}_{u,j}$ 是决策变量 $\lambda_{y,i}$, $\mu_{y,i}$, $\lambda_{u,j}$, $\mu_{u,j}$ 的给定上界, $\lambda_{y,i}$, $\mu_{y,i}$, $\lambda_{u,j}$, $\mu_{u,j}$ 的作用是使约束条件在一定程度上得以放松. $flag_{\lambda_{y,i}}$, $flag_{\mu_{y,i}}$, $flag_{\lambda_{u,j}}$, $flag_{\mu_{u,j}}$ 是开关变量, 其作用是决定 $\lambda_{y,i}$, $\mu_{y,i}$, $\lambda_{u,j}$, $\mu_{u,j}$ 的上下界是否可以放松. R_C 是通过约束调整后所期望获得的经济性能提升的幅度, 被定义为所期望经济性能提升幅度与理想状态下经济性能提升幅度的比值, $0 \leq R_C \leq 1$. 倘若考虑到各个 $\lambda_{y,i}$, $\mu_{y,i}$, $\lambda_{u,j}$, $\mu_{u,j}$ 重要性程度不同, 可以在优化目标式 (11) 中加入相应的权重考量: $\sum_{i=1}^m w_{y,i} (\lambda_{y,i} + \mu_{y,i}) + \sum_{j=1}^n w_{u,j} (\lambda_{u,j} + \mu_{u,j})$.

2) 方差调整: 类似于约束调整, 通过改变输出变量的方差大小来获得经济性能所期望的提升, 于是有如下优化问题 3 (式 (23) ~ (28)):

$$\min_{\bar{y}_i, \bar{u}_j, v_i} \sum_{i=1}^m |v_i| \quad (23)$$

$$\text{s.t.} \quad 0 \geq v_i \geq \underline{v}_i, \quad \text{若 } flag_{v_i} = 1 \quad (24)$$

$$v_i = 0, \quad \text{若 } flag_{v_i} = 0 \quad (25)$$

$$\frac{J_0 - J}{\Delta J_I} \geq R_V \quad (26)$$

$$L_{y,i} + 2\sigma_{y,i}(1 + v_i) \leq \bar{y}_i \leq H_{y,i} - 2\sigma_{y,i}(1 + v_i) \quad (27)$$

$$L_{u,j} + 2\sigma_{u,j} \leq \bar{u}_j \leq H_{u,j} - 2\sigma_{u,j} \quad (28)$$

其中, $\underline{v}_i$ 是输出变量方差减小的给定下界值, $0 \geq v_i \geq -1$, $flag_{v_i}$ 是决定方差是否可以变化的开关变量. R_V 是通过方差调整后所期望获得的经济性能提升的幅度, 被定义为所期望经济性能提升幅度与理想状态下经济性能提升幅度的比值, $0 \leq R_V \leq 1$. 考虑到 v_i 是负的, 故式 (23) 可变为 $\min_{\bar{y}_i, \bar{u}_j, v_i} \sum_{i=1}^m -v_i$, 倘若再需要考虑到各个 v_i 重要性程度不同, 可以在优化目标式 (22) 中加相应的权重考量: $\sum_{i=1}^m -w_i v_i$.

工业实际过程中由于外部干扰的存在造成的模型不确定性使得原来满足约束条件的输出值在扰动下逃出约束范围, 原先的调整方法已不再满足条件, 必须在考虑所有变化范围内的模型都能满足约束条件的调整方法来改善系统的经济性能, 于是原优化问题 2 的式 (20) 展开为 $(\mathbf{c}^T + \mathbf{d}^T \tilde{K}) \Delta \bar{\mathbf{u}} \leq J_0 - R_C \cdot \Delta J_I - \mathbf{d}^T \mathbf{r}$, 在模型扰动的情況下转换为

$$(\mathbf{c}^T + \mathbf{d}^T \tilde{K}) \Delta \bar{\mathbf{u}} + \beta \|V_K^{1/2} \Delta \bar{\mathbf{u}}\|_2 \leq J_0 - R_C \cdot \Delta J_I - \mathbf{d}^T \mathbf{r} \quad (29)$$

输出的约束调整式 (21) 在模型不确定的影响下变为鲁棒条件下的约束调整:

$$\tilde{\mathbf{k}}_j^T (D_i \Delta \bar{\mathbf{u}}) + \beta \|V^{1/2} D_i \Delta \bar{\mathbf{u}}\|_2 \leq \mathbf{b}_{yCi} \quad (30)$$

其中, $\beta = \Phi^{-1}(1 - \alpha)$, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}s^2} ds$, $1 - \alpha$ 为置信区间 (α 通常取 0.05), $D_i = [\text{diag}\{a_{yi1} \mathbf{e}\} \text{diag}\{a_{yi2} \mathbf{e}\} \dots \text{diag}\{a_{yim} \mathbf{e}\}]^T$, $\mathbf{e} = [1, 1, \dots, 1]^T$, $\mathbf{b}_{yC} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_y + \mu_y \alpha_y - 2\sigma_y - \bar{\mathbf{y}}_0 - \mathbf{r} \\ -(\mathbf{L}_y - \lambda_y \alpha_y + 2\sigma_y) + \bar{\mathbf{y}}_0 + \mathbf{r} \end{bmatrix}$. 于是, 求解模型不确定

条件下的约束调整方法对应的优化问题 4 为

$$\min_{\bar{u}_j, \lambda_{y,i}, \mu_{y,i}, \lambda_{u,j}, \mu_{u,j}} \sum_{i=1}^m (\lambda_{y,i} + \mu_{y,i}) + \sum_{j=1}^n (\lambda_{u,j} + \mu_{u,j})$$

s.t. (12) ~ (19), (22), (29), (30)

同理得到模型不确定条件下的方差调整方法对应的优化问题 5 为

$$\min_{\bar{u}_j, v_i} \sum_{i=1}^m |v_i|$$

s.t. (24), (25), (28)

$$\left(\mathbf{c}^T + \mathbf{d}^T \tilde{K} \right) \Delta \bar{\mathbf{u}} + \beta \left\| V_K^{\frac{1}{2}} \Delta \bar{\mathbf{u}} \right\|_2 \leq J_0 - R_V \cdot \Delta J_I - \mathbf{d}^T \mathbf{r}$$
$$\tilde{\mathbf{k}}_j^T (D_i \Delta \bar{\mathbf{u}}) + \beta \left\| V^{\frac{1}{2}} D_i \Delta \bar{\mathbf{u}} \right\|_2 \leq \mathbf{b}_{yV} i$$

其中, $\mathbf{b}_{yV} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_y - 2\sigma_y(1+v) - \bar{\mathbf{y}}_0 - \mathbf{r} \\ -(\mathbf{L}_y + 2\sigma_y(1+v)) + \bar{\mathbf{y}}_0 + \mathbf{r} \end{bmatrix}$.

通过优化问题 4 或问题 5 中的鲁棒线性规划, 所有在变化范围内的模型均能够满足约束条件, 并且还可以挖掘由于模型变化产生的约束保守性带来的潜在经济效益.

综上所述, 模型不确定条件下预测控制经济性能评估的流程可归纳为图 1.

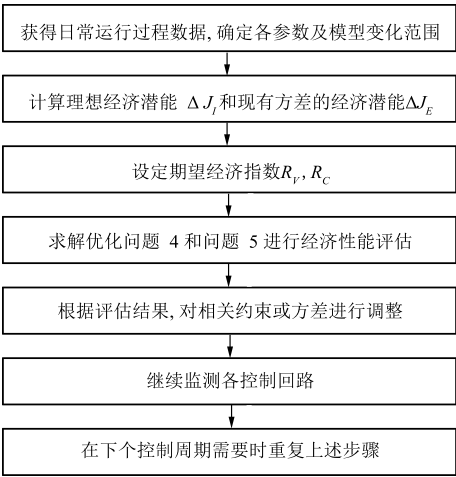


图 1 算法流程图
Fig. 1 Algorithm flow chart

4 仿真分析

以 Shell 公司的典型重油分馏塔控制问题为例进行仿真. 该模型是一个有 3 个操作变量、3 个被控变量的复杂系统.

被控变量: 塔顶产品组成 y_1 、塔侧产品组成 y_2 、塔底再沸温度 y_3 .

操作变量: 塔顶回流量 u_1 、侧线抽出量 u_2 、塔底再沸加热蒸汽量 u_3 .

其过程模型传递函数矩阵为

$$K(s) = \begin{bmatrix} \frac{4.05e^{-27s}}{50s+1} & \frac{1.77e^{-28s}}{60s+1} & \frac{5.88e^{-27s}}{50s+1} \\ \frac{5.39e^{-18s}}{50s+1} & \frac{5.72e^{-14s}}{60s+1} & \frac{6.9e^{-15s}}{40s+1} \\ \frac{4.38e^{-20s}}{33s+1} & \frac{4.42e^{-22s}}{44s+1} & \frac{7.2e^{-0s}}{19s+1} \end{bmatrix}$$

(33)

稳态模型波动范围为

$$\Delta K = \begin{bmatrix} 2.11 & 0.39 & 2.62 \\ 3.29 & 0.57 & 1.82 \\ 2.32 & 1.52 & 0.32 \end{bmatrix}$$

(34)

扰动模型为

$$G_F(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.20e^{-27s}}{54s+1} & \frac{1.44e^{-27s}}{40s+1} \\ \frac{1.52e^{-15s}}{25s+1} & \frac{1.83e^{-15s}}{20s+1} \\ \frac{1.14}{27s+1} & \frac{1.26}{32s+1} \end{bmatrix}$$

(35)

由于每个控制周期引入的可测扰动 $\mathbf{r}$ 为常数, 不影响计算过程, 为了方便计算, 令 $r_1 = r_2 = 0$, 并假设系统初始输出为零, 各项约束条件为 $u_1, u_2, u_3 \in [-0.5, 0.5]$, $y_1, y_2, y_3 \in [-0.5, 0.5]$, $\sigma_y = [0.15; 0.15; 0.15]$, $\sigma_u = [0.05; 0.1; 0.1]$, 根据分馏塔的操作特性, 可设经济目标函数为 $J_1 = -y_1 - y_2 - y_3 - 2u_1 - u_2 + u_3$, 这是因为分馏塔的塔顶产品和侧线产品是塔的重要产物, 过程优化要根据产品的价值合理分配塔的两种产品的抽出量, 而热负荷的增加则在一定程度上增加了操作费用, 即 $\mathbf{c} = [-2; -1; 1]$, $\mathbf{d} = [-1; -1; -1]$.

首先计算出 $J_0 = 0$, $J_I = -2.0377$, $J_E = -1.1721$, 则 $\eta_E = 57.52\%$, 说明该系统在经济性能方面还有较大的提升空间. 若期望采用放松约束的方法让经济性能提升的幅度能够至少达到理想状况下经济提升潜能的 70%, 即 $R_C = 0.7$. 并设定 $\bar{\lambda}_{y,i} = \bar{\mu}_{y,i} = \bar{\lambda}_{u,j} = \bar{\mu}_{u,j} = 1$, 允许所有输出变量的上下界均可调整, 即 $flag_{\lambda_{y,i}} = flag_{\mu_{y,i}} = flag_{\lambda_{u,j}} = flag_{\mu_{u,j}} = 1$. 若不考虑模型的不确定性, 对标称模型采用优化 2 的方法进行计算得到 $J_C = -1.5059$, $\eta_C = 73.9\%$, 各约束几乎均不放松; 若考虑模型的不确定性, 采用本文中所给优化 5 的方法得到 $J'_C = -1.8982$, $\eta'_C = 93.15\%$, 各约束变量的放松情况如表 1 所示. 由仿真结果可见, 模型不确定性的

表 1 模型不确定条件下各变量上下界放松系数

Table 1 The relaxed coefficients of related variables under model uncertainty

	u_1	u_2	u_3	y_1	y_2	y_3
下界放松系数	0.0018	0.0018	0.0017	0.0018	0.0016	0.0016
上界放松系数	0.0017	0.0018	0.0016	0.0018	0.0016	0.0016

存在使得原来的约束得不到满足, 需要在给定允许的条件下对原约束进行更大程度地放松, 另一方面模型的不确定性亦有可能带来约束的保守性, 有可能进一步提高系统的经济性能.

5 结论

本文提出了一种基于二次锥规划的鲁棒线性规划的方法来考虑在模型不确定的条件下对系统进行经济性能评估, 并采取约束调整与方差调整的策略在给定的约束指标下最大程度地挖掘系统的经济效益潜能. 通过对 Shell 模型的仿真研究, 验证了该方法的有效性.

References

- 1 Zhao Chao. Research on Algorithm of Economical Performance Assessment in Process Control System [Ph. D. dissertation], Zhejiang University, China, 2009
(赵超. 过程控制系统经济性能评估算法的研究 [博士学位论文], 浙江大学, 中国, 2009)
- 2 Martin G D. Understand control benefits estimates. *Hydrocarbon Processing*, 2004, **83**(10): 43–46
- 3 Martin G D, Turpin L E, Cline R P. Estimating control function benefits. *Hydrocarbon Processing*, 1991, **70**(6): 68–73
- 4 Xu Q L, Zhao C, Zhang D F, An A M, Zhang C. Data-driven LQG benchmarking for economic performance assessment of advanced process control systems. In: Proceedings of the 2011 American Control Conference. San Francisco: AACC, 2011. 5085–5090
- 5 Porfirio C R, Odloak D. Optimizing model predictive control of an industrial distillation column. *Control Engineering Practice*, 2011, **19**(10): 1137–1146
- 6 Zhou Y, Forbes J F. Determining controller benefits via probabilistic optimization. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2003, **17**(7–9): 553–568
- 7 Agarwal N, Huang B, Tarnayo E C. Assessing model prediction control (MPC) performance. 2. Bayesian approach for constraint tuning. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2007, **46**(24): 8112–8119
- 8 Agarwal N, Huang B, Tamayo E C. Assessing model prediction control (MPC) performance. 1. Probabilistic approach for constraint analysis. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2007, **46**(24): 8101–8111
- 9 Akande S, Huang B, Lee K H. MPC constraint analysis-bayesian approach via a continuous-valued profit function. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2009, **48**(8): 3944–3954
- 10 Lee K H, Huang B, Tamayo E C. Sensitivity analysis for selective constraint and variability tuning in performance assessment of industrial MPC. *Control Engineering Practice*, 2008, **16**(10): 1195–1215
- 11 Boyd S, Vandenberghe L. *Convex Optimization*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004
- 12 Kassmann D E, Badgwell T A, Hawkins R B. Robust steady-state target calculation for model predictive control. *Aiche Journal*, 2000, **46**(5): 1007–1024
- 13 Xu F W, Huang B, Akande S. Performance assessment of model predictive control for variability and constraint tuning. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2007, **46**(4): 1208–1219

林晓钟 浙江大学控制科学与工程系博士研究生. 主要研究方向为过程控制系统性能评估与优化. E-mail: shangdonghappy@126.com
(**LIN Xiao-Zhong** Ph.D. candidate in the Department of Control Science and Engineering, Zhejiang University. His research interest covers control performance assessment and optimization of process system.)

谢磊 浙江大学控制科学与工程系副教授. 主要研究方向为控制系统性能评估, 统计过程监控与故障诊断, 过程建模与先进控制. 本文通信作者. E-mail: leix@csc.zju.edu.cn

(**XIE Lei** Associate professor in the Department of Control Science and Engineering, Zhejiang University. His research interest covers control performance assessment, statistical process monitoring and fault diagnosis, and process modeling and advanced control. Corresponding author of this paper.)

苏宏业 浙江大学控制科学与工程系教授. 主要研究方向为控制理论与应用, 复杂过程先进控制和优化技术, 先进控制软件开发及应用. E-mail: hysu@iipc.zju.edu.cn

(**SU Hong-Ye** Professor in the Department of Control Science and Engineering, Zhejiang University. His research interest covers control theory and application, complex process advanced control and optimization technology, and the software development and application of advanced control.)