

具有输入死区的非线性系统的鲁棒 重复控制

朱胜¹ 孙明轩² 王雪洁¹ 李艳君¹ 方志刚¹

摘要 针对一类输入含死区非线性特性的周期时变系统, 在周期时变参数不可参数化的情形下设计鲁棒重复控制器。采用微分自适应律估计未知死区参数, 剩余的有界项通过鲁棒方法予以消除, 为避免出现颤振现象, 采用饱和函数替代符号函数。在系统输出跟踪周期轨迹的情形下, 将非参数化不确定项转化为含周期时变参数的形式, 以达到利用周期学习律进行估计的目的。理论分析与仿真结果表明, 采用部分饱和或全饱和学习算法均能实现输出误差有界收敛, 并保证闭环系统所有信号有界。

关键词 输入死区, 非参数化, 周期时变参数, 鲁棒重复控制

引用格式 朱胜, 孙明轩, 王雪洁, 李艳君, 方志刚. 具有输入死区的非线性系统的鲁棒重复控制. 自动化学报, 2013, 39(6): 908–912

DOI 10.3724/SP.J.1004.2013.00908

Robust Repetitive Control for a Class of Nonlinear Systems with Input Deadzone

ZHU Sheng¹ SUN Ming-Xuan² WANG Xue-Jie¹

LI Yan-Jun¹ FANG Zhi-Gang¹

Abstract This paper deals with the robust repetitive controller design for a class of nonlinear systems with input deadzone, without the assumption that the periodic uncertainties can be parameterized. The unknown parameters involved in the deadzone nonlinearity are estimated by using integral adaptive algorithms, while the bounded term is treated by a robust approach, and the saturation function is adopted to avoid the possible chattering phenomenon. The non-parametric uncertainty is expressed with a periodically time-varying function, to which the periodic learning approach can be applied for estimation purpose. It is shown by theoretical and numerical results that both partially- and fully-saturated learning algorithms are effective to ensure asymptotic convergence of the tracking error, as well as boundedness of all the signals in the closed-loop system.

Key words Input deadzone, non-parametrization, periodically time-varying parameter, robust repetitive control

Citation Zhu Sheng, Sun Ming-Xuan, Wang Xue-Jie, Li Yan-Jun, Fang Zhi-Gang. Robust repetitive control for a class of nonlinear systems with input deadzone. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(6): 908–912

对于很多物理装置, 在输入的大小达到某个特定值之前, 它们的输出为零。这种输入输出特性称为死区。死区是重

收稿日期 2012-08-13 录用日期 2013-01-28

Manuscript received August 13, 2012; accepted January 28, 2013
国家自然科学基金(61174034, 61104149), 浙江省自然科学基金(LQ12F03005), 浙江大学城市学院教师基金(J12011)资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61174034, 61104149), Natural Science Foundation of Zhejiang Province (LQ12F03005), and the Teacher Foundation of Zhejiang University City College (J12011)

本文责任编辑 刘允刚

Recommended by Associate Editor LIU Yun-Gang

1. 浙江大学城市学院 杭州 310015 2. 浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023

1. Zhejiang University City College, Hangzhou 310015 2. Institute of Information and Control, College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023

要的非线性环节(饱和、滞环等)之一,如直流电动机、液压伺服阀、气压驱动装置等都存在着死区现象,它的存在会影响系统稳态精度,甚至造成不稳定。Recker 等^[1]首先提出在非线性死区之前建立逆模型补偿的方法,设计自适应控制器。Tao 等^[2-3]对此方法进行了深入研究,将其扩展到离散系统、非最小相位系统和输出反馈非线性系统。为了简化控制器设计,Boulkroune 等^[4]设计了模糊自适应预补偿器;Selmic 等^[5]利用神经网络来设计死区预补偿器。鉴于鲁棒控制方法能有效地处理未知外界扰动,Wang 等^[6]将死区环节的一部分描述成一种类似于外界扰动的项,并假定死区各个参数的界已知,通过设计鲁棒自适应律来达到预期的控制目标;Ibrir 等^[7]和 Wu 等^[8]将其扩展到死区非对称的情形。对于系统含定常参数不确定性或死区模型参数为定常的时候,以上自适应控制方法能有效处理,但当系统含时变参数不确定性时,单一自适应控制难以应付,往往需要结合鲁棒方法。如果时变参数为周期参数,或者非线性系统跟踪周期轨迹时,采用鲁棒方法处理周期时变不确定性则过于保守。因此,对于含死区非线性输入的周期时变系统,本文采用更为直接的重复控制方法。

重复控制由 Inoue 等^[9]于 1981 年提出,早期的重复控制系统的控制器设计往往在频域进行,近年来,基于 Lyapunov-like 方法给出了重复控制的时域分析和设计方法^[10]。当周期系统含有非参数化扰动或不确定性^[11-12]时,单一学习算法往往不能达到理想的控制效果。鲁棒方法在处理非参数化不确定性时,要求不确定项具有上界,Xu 等^[13]放宽了限制条件,针对一类局部 Lipschitz 连续非线性系统设计重复控制器,并将结果推广到级联系统。学习控制在处理不连续非线性方面已有一些结果^[14-17]。Tan 等^[14]设计双学习控制环处理静态非线性输入,实现系统输出的完全跟踪,但要求死区输出可量测;Zhu 等^[15-17]不仅针对静态不连续非线性(死区)输入系统设计迭代学习控制器,亦对动态不连续非线性(齿隙)输入系统分别利用泰勒级数展开和傅里叶级数展开设计了迭代学习控制器和用于周期系统的自适应控制器。目前,尚未有死区输入非线性系统的重复控制方面的结果。

本文针对一类含非参数化不确定性的控制系统,在系统输入具有死区非线性特性的情形下设计鲁棒重复控制器。不要求死区输出可量测,采用微分自适应律逼近未知死区参数,有界误差项利用鲁棒方法予以消除,饱和函数替代符号函数以消除颤振,实现误差有界收敛且界可人为调整。非参数化不确定项无需满足上界限制。在跟踪周期理想轨迹时,非参数化不确定项满足周期性要求,采用部分饱和与全饱和周期学习算法均能保证输出有界收敛,且闭环系统所有变量有界。仿真算例证明算法的有效性。

1 问题的描述

考虑一类单输入单输出不确定非线性系统:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= x_{i+1}, \quad 1 \leq i \leq n-1 \\ \dot{x}_n &= \eta(X, t) + D(v(t)) \\ y &= x_1\end{aligned}\tag{1}$$

其中,时间 $t \in [0, \infty)$, $X(t) = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n$ 是系统状态, $y(t) \in \mathbf{R}^1$ 是系统输出, $\eta(X, t) \in \mathbf{R}^1$ 是关于状态和时间的非参数化不确定性, v 是系统输入, $D(\cdot)$ 是死区环节,模型

如下:

$$D(v(t)) = \begin{cases} m_r(v(t) - b_r), & v(t) \geq b_r \\ 0, & b_l \leq v(t) \leq b_r \\ m_l(v(t) - b_l), & v(t) \leq b_l \end{cases}\tag{2}$$

系统 1 是复杂的非线性系统,不仅含时变非线性项 $\eta(X, t)$,且输入含不连续非线性环节,对此类系统作如下假设:

假设 1. 非参数化不确定性 $\eta(X, t)$ 关于时间是周期的,即对任意常数向量 X_0 ,有 $\eta(X_0, t) = \eta(X_0, t - T)$ 。

假设 2. $|\eta(X, t) - \eta(Y, t)| \leq \alpha(t, X, Y) \|X - Y\|$,其中 $\alpha(t, X, Y)$ 是已知有界函数。

假设 3. 理想轨迹 $y_d(t)$ 具有 $n-1$ 阶导数,并且是周期的,即满足 $y_d(t) = y_d(t - T)$ 。

假设 4. 死区斜率 $m_r = m_l = m > 0$, m, b_r, b_l 未知,但符号已知,不失一般性,假设 $b_r > 0, b_l < 0, m > 0$ 。

注 1. 假设 1~3 是重复控制的一般性假设,可参见文献[10-11,13]。假设 2 放宽了鲁棒方法里对不确定项小于特定值的条件^[13],假设 3 体现重复控制系统跟踪理想轨迹的最初目的,在后续推导中将利用该条件将不确定项转化为周期参数。假设 4 是对死区模型的常规假设,已有文献将此条件放宽到非对称死区^[7]。

定义 1. 函数 $\rho(\cdot)$ 表达如下:

$$\rho(z) = \begin{cases} -b_r, & z \geq b_r \\ -z, & b_l \leq z \leq b_r \\ -b_l, & z \leq b_l \end{cases}\tag{3}$$

根据假设 4,死区模型(2)可写成:

$$D(v(t)) = mv(t) + m\rho(v(t))\tag{4}$$

其中, $\rho(\cdot)$ 由定义 1 给出,令 $\bar{\rho} = \max(mb_r, -mb_l)$,有 $|\rho(v(t))| \leq \bar{\rho}$, $\bar{\rho}$ 未知。

定义 $e(t) = X(t) - X_d(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_n(t)]^T$,其中, $X_d(t) = [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(n-1)}]^T$,记 $e_s = [\Lambda^T \quad 1]e(t)$,其中, $\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}]^T$,使 $H(p) = p^{n-1} + \lambda_{n-1}p^{n-2} + \dots + \lambda_1$ 是 Hurwitz 的。

定义 2. 饱和函数 $\text{sat}(\cdot)$ 表达如下:

$$\text{sat}(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 1 \\ z, & -1 < z < 1 \\ -1, & z \leq -1 \end{cases}\tag{5}$$

令 $s(t) = e_s(t) - \varepsilon \text{sat}(\frac{e_s(t)}{\varepsilon})$,其中, ε 为任意可调的正整数。因此, $s(t)$ 可写成:

$$s(t) = \begin{cases} e_s(t) - \varepsilon, & e_s(t) \geq \varepsilon \\ 0, & -\varepsilon < e_s(t) < \varepsilon \\ e_s(t) + \varepsilon, & e_s(t) \leq -\varepsilon \end{cases}$$

对滤波误差求导,得:

$$\dot{e}_s = a(t) + \eta(X, t) + D(v(t))\tag{6}$$

其中, $a(t) = [0 \quad \Lambda^T]e(t) - y_d^{(n-1)}$ 。

控制目标是寻找合适的控制输入 $v(t)$,在输入具有死区特性下,误差 $e_s(t)$ 收敛于原点的邻域内,且邻域半径可调。

当 $\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0$, 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e_s(t)| \leq \varepsilon$. 只需考虑 $|e_s(t)| > \varepsilon$ 的情形, 此时有:

$$s(t)\text{sat}\left(\frac{e_s(t)}{\varepsilon}\right) = s(t)\text{sgn}(s(t)) = |s(t)| \quad (7)$$

2 控制器设计

对误差函数 $s(t)$ 求导, 并将式 (4) 代入, 得:

$$\dot{s} = a(t) + \eta(X, t) - \eta(X_d, t) + \eta(X_d, t) + mv(t) + m\rho(v(t)) \quad (8)$$

根据假设 1, 令 $\theta(t) = \eta(X_d, t)$, 有:

$$\theta(t) = \theta(t - T) \quad (9)$$

根据假设 2, 有:

$$|\eta(X, t) - \eta(X_d, t)| \leq \alpha(t, X, X_d) \|e(t)\| \quad (10)$$

令 $\xi = 1/m$, 为同时消除非参数化扰动和死区特性的影响, 设计控制器如下:

$$v(t) = \chi\hat{\xi} - \hat{\rho}\text{sat}\left(\frac{e_s(t)}{\varepsilon}\right) \quad (11)$$

其中, $\chi = -a(t) - \beta s - \hat{\theta} - \alpha(X, X_d, t)\text{sat}\left(\frac{e_s(t)}{\varepsilon}\right)\|e\|$, $\beta > 0$ 是定常参数; $\hat{\xi}$ 是 ξ 的估计; $\hat{\rho}$ 是 $\bar{\rho}$ 的估计.

注 2. 控制律 (11) 中, $\hat{\rho}\text{sat}\left(\frac{e_s(t)}{\varepsilon}\right)$ 项用来消除死区模型 (4) 中的有界不确定项对系统稳定性的影响, 最终使得误差收敛到任意可调的界 ε 内.

参数估计 $\hat{\xi}$ 和 $\hat{\rho}$ 分别由以下自适应律给出:

$$\dot{\hat{\xi}} = -\gamma_1 \chi s \quad (12)$$

$$\dot{\hat{\rho}} = -\gamma_2 \varsigma(t) \hat{\rho} + \gamma_2 |s|, \hat{\rho}(0) > 0 \quad (13)$$

其中, $\gamma_1, \gamma_2 > 0$ 是定常参数, 函数 $\varsigma(t)$ 满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \varsigma(t) = 0, \int_0^\infty \varsigma(t) dt = \delta < \infty$.

注 3. 参数估计 $\hat{\rho}$ 对 $\bar{\rho}$ 进行估计, 传统自适应律一般为 $\dot{\hat{\rho}} = |s|$, 这在实际中, 由于误差无法达到绝对 0 收敛, 参数估计值会越积越大, 最终导致发散, 因此, 在式 (13) 中引入函数 $\varsigma(t)$ 避免 $\hat{\rho}$ 发散. 例如: $\varsigma(t) = 1/(t+1)^2$.

式 (11) 中的 $\hat{\theta}(t)$ 采用如下两种学习律均能达到理想效果.

1) 部分饱和学习律

$$\hat{\theta}(t) = \begin{cases} \text{sat}_{\bar{f}}(\hat{\theta}(t-T)) + \gamma_3 s(t), & t \in [0, \infty) \\ 0, & t \in [-T, 0] \end{cases} \quad (14)$$

2) 全饱和学习律

$$\hat{\theta}^*(t) = \begin{cases} \hat{\theta}(t-T) + \gamma_3 s(t), & t \in [0, \infty) \\ 0, & t \in [-T, 0] \end{cases}$$

$$\hat{\theta}(t) = \text{sat}_{\bar{f}}(\hat{\theta}^*(t)) \quad (15)$$

其中, $\gamma_3 > 0$, $\text{sat}_{\bar{f}}(\cdot)$ 表示一类饱和函数, 定义如下:

定义 3. 对于标量 f , 饱和函数 $\text{sat}_{\bar{f}}(f)$ 定义为

$$\text{sat}_{\bar{f}}(f) = \begin{cases} \bar{f}^1, & f < \bar{f}^1 \\ f, & \bar{f}^1 \leq f \leq \bar{f}^2 \\ \bar{f}^2, & f > \bar{f}^2 \end{cases} \quad (16)$$

其中, \bar{f}^1 和 \bar{f}^2 分别是上下限幅值.

注 4. 周期学习算法 (14) 和 (15) 加饱和限幅, 确保参数估计有界, 从而保证误差收敛. 给定 $\text{sat}_{\bar{f}}(\hat{\theta}(t))$ 的上下限幅值分别是 $\bar{\theta}^1$ 和 $\bar{\theta}^2$, 这里假设 $\bar{\theta}^1 < \theta(t) < \bar{\theta}^2$. 给出如下引理:

引理 1. 对标量 f_1, f_2 , 如果 $f_1 = \text{sat}_{\bar{f}}(f_1)$, f_1 和 f_2 的限幅值一样, 则:

$$(f_1 - \text{sat}_{\bar{f}}(f_2))^2 \leq (f_1 - f_2)^2 \quad (17)$$

$$(f_1 - \text{sat}_{\bar{f}}(f_2))(f_2 - \text{sat}_{\bar{f}}(f_2)) \leq 0 \quad (18)$$

证明. 假设 $\bar{f}^1 \leq f_1 \leq \bar{f}^2$, 则 $\bar{f}^1 \leq \text{sat}_{\bar{f}}(f_2) \leq \bar{f}^2$, 有 $(f_1 - \text{sat}_{\bar{f}}(f_2))^2 - (f_1 - f_2)^2 = (f_2 - \text{sat}_{\bar{f}}(f_2))(2f_1 - f_2 - \text{sat}_{\bar{f}}(f_2))$, 当 $f_2 > \text{sat}_{\bar{f}}(f_2)$ 时, $f_2 > \bar{f}^2$, $(2f_1 - f_2 - \text{sat}_{\bar{f}}(f_2)) = (2f_1 - f_2 - \bar{f}^2) < 0$; 当 $f_2 < \text{sat}_{\bar{f}}(f_2)$ 时, $f_2 < \bar{f}^1$, $(2f_1 - f_2 - \text{sat}_{\bar{f}}(f_2)) = (2f_1 - f_2 - \bar{f}^1) > 0$; 故式 (17) 成立. 当 $f_2 > \text{sat}_{\bar{f}}(f_2)$ 时, $\text{sat}_{\bar{f}}(f_2) = \bar{f}^2$, $f_1 - f_2 < 0$; 当 $f_2 < \text{sat}_{\bar{f}}(f_2)$ 时, $\text{sat}_{\bar{f}}(f_2) = \bar{f}^1$, $f_1 - f_2 > 0$; 故式 (18) 成立. \square

3 稳定性和收敛性分析

定理 1. 针对系统 (1), 满足假设 1~4, 在控制器 (11) 以及参数自适应律 (12) 和 (13) 的作用下, 分别采用部分饱和学习律 (14) 或全饱和学习律 (15), 均能得到以下结论:

- 1) $\forall t \in [0, \infty]$, $s(t)$ 有界, 且有 $\lim_{t \rightarrow \infty} |s(t)| = 0$;
- 2) $\forall t \in [0, \infty]$, $e_s(t)$ 有界, 且有 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e_s(t)| = \varepsilon$;
- 3) 闭环系统中所有变量均有界;
- 4) $y(t)$ 有界收敛于期望轨迹 y_d , 且有:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y_d(t)| \leq \frac{c}{\lambda} \varepsilon \quad (19)$$

其中, $c, \lambda > 0$ 为常数.

证明. 首先定义如下 Lyapunov-like 泛函

$$V(t) = \frac{1}{2m} s^2(t) + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{\rho}^2(t) + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\xi}^2(t) + \frac{1}{2\gamma_3 m} \int_{t-T}^t \tilde{\theta}^2(\tau) d\tau \quad (20)$$

其中, $\tilde{\rho}(t) = \bar{\rho} - \hat{\rho}(t)$, $\tilde{\xi}(t) = \xi - \hat{\xi}(t)$, $\tilde{\theta}(t) = \theta(t) - \hat{\theta}(t)$. 对上式第 1 项求导, 并将式 (8) 和控制律 (11) 代入, 利用式 (7), 得:

$$\frac{1}{2m} \frac{d}{dt} (s(t))^2 \leq \xi a(t)s + \xi \eta(X, t)s + \chi \hat{\xi}s + |s| \tilde{\rho} \quad (21)$$

对式 (20) 的第 2 项求导, 并将自适应律 (13) 代入, 得:

$$\frac{1}{2\gamma_2} \frac{d}{dt} (\tilde{\rho})^2 = -\varsigma \left(\hat{\rho} - \frac{1}{2} \bar{\rho} \right)^2 + \frac{1}{4} \varsigma \tilde{\rho}^2 - \tilde{\rho}|s| \quad (22)$$

对式 (20) 的第 3 项求导, 并将自适应律 (12) 代入, 得:

$$\frac{1}{2\gamma_1} \frac{d}{dt} (\tilde{\xi})^2 = \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\xi}(-\dot{\tilde{\xi}}) = \tilde{\xi} \chi s \quad (23)$$

1) 部分饱和情形

对式(20)的第4项求导, 并将式(14)代入, 应用引理1, 得:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\gamma_3 m}(\tilde{\theta}^2(t) - \tilde{\theta}^2(t-T)) &\leq \\ \frac{1}{2\gamma_3 m}((\theta(t) - \hat{\theta}(t))^2 - (\theta(t) - \text{sat}_{\bar{f}}(\hat{\theta}(t-T)))^2) &\leq \\ -\xi s \tilde{\theta} \end{aligned} \quad (24)$$

2) 全饱和情形

对式(20)的第4项求导, 并将式(15)代入, 应用引理1, 得:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\gamma_3 m}(\tilde{\theta}^2(t) - \tilde{\theta}^2(t-T)) &\leq \\ \frac{1}{2\gamma_3 m}((\theta(t) - \hat{\theta}(t))^2 - (\theta(t) - \hat{\theta}(t-T))^2) &\leq \\ -\xi s \tilde{\theta} \end{aligned} \quad (25)$$

因此, 采用饱和学习律(14)或(15)能得到相同的结果, 即:

$$\frac{1}{2\gamma_3 m}(\tilde{\theta}^2(t) - \tilde{\theta}^2(t-T)) \leq -\xi s \tilde{\theta} \quad (26)$$

对式(20)求导, 并将式(21)~(23)和(26)代入, 有:

$$\dot{V} \leq -\beta \xi s^2 + \frac{1}{4} \zeta \tilde{\rho}^2 \quad (27)$$

因为 ζ 有界, $\zeta \tilde{\rho}^2 / 4$ 有界, 当 $t > T$ 时, 存在 δ_1 , 使得 $\zeta \tilde{\rho}^2 / 4 \leq \delta_1$, 当 $|s| \geq \sqrt{\delta_1 / \beta \xi}$ 时, $\dot{V}(t) < 0$. 因此, s 收敛于一个邻域内 $\Omega: |s| \leq \sqrt{\delta_1 / \beta \xi}$. 对上式两边积分, 得:

$$V(t) \leq V(0) - \beta \xi \int_0^t s^2 d\tau + \frac{1}{4} \tilde{\rho}^2 \int_0^t \zeta(\tau) d\tau \quad (28)$$

因为 $\int_0^\infty \zeta(t) dt = \delta$, $V(0)$ 有界, 所以 $V(t)$ 有界, s , $\hat{\rho}$, $\hat{\theta}$ 积分有界, 进一步地, 在饱和学习律(14)或(15)的限幅作用下, $\hat{\theta}$ 有界, 由误差导数方程(21)得出 $\frac{d}{dt}(s^2(t))$ 有界, 因此, \dot{V} 一致连续, 因此, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} (-s^2 + \frac{1}{4} \zeta \tilde{\rho}^2) = 0$, 因为 $\lim_{t \rightarrow \infty} \zeta = 0$, 所以 $\lim_{t \rightarrow \infty} s = 0$; 由定义2知 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e_s(t)| = \varepsilon$; 定义 $\zeta(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_{n-1}(t)]^T$, 由滤波误差 $e_s(t) = [\Lambda^T \ 1]e(t)$, 得到状态空间模型:

$$\dot{\zeta} = A_\lambda \zeta + b_\lambda e_s \quad (29)$$

其中, $A_\lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\lambda_1 & -\lambda_2 & \cdots & -\lambda_{n-1} \end{bmatrix}$, $b_\lambda = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$, 因为 $H(p) = p^{n-1} + \lambda_{n-1} p^{n-2} + \cdots + \lambda_1$ 是 Hurwitz 多项式, 在时间域上, 式(29)的解可以写成:

$$\zeta(t) = \int_0^t \Phi(t-\tau) b_\lambda e_s d\tau \quad (30)$$

其中, $\Phi(t)$ 是状态转移矩阵, 存在正常数 c 和 λ 使得状态转移矩阵 $\Phi(t)$ 满足 $\|\Phi(t)\| \leq ce^{-\lambda t}$, c 和 λ 的大小由参数

$-\lambda_1, -\lambda_2, \dots, -\lambda_{n-1}$ 决定, 所以选定参数后, c 和 λ 是可求的定值正常数. 对式(30)两边求范数, 并取极限, 得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\zeta(t)\| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t ce^{-\lambda(t-\tau)} \varepsilon d\tau = \frac{c}{\lambda} \varepsilon \quad (31)$$

由此, 得到输出误差的界:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y_d(t)| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \|\zeta(t)\| \leq \frac{c}{\lambda} \varepsilon \quad (32)$$

□

4 仿真研究

为说明上述算法的有效性, 采用文献[11]的系统模型:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \eta(t) + D(v(t)) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (33)$$

其中, $\eta(t) = (1 + \sin x_2)x_1^2$, 满足假设1; 初态为 $[x_1(0), x_2(0)] = [0.2 \ \pi^2/3]^T$, 理想输出为 $y_d = (\frac{\pi}{6}) \sin(2\pi t)$, $T = 1$; 死区的参数 $m_r = m_l = 2.2$; $b_r = 0.1$, $b_l = -0.2$.

针对以上模型, 采用控制器(11)、参数自适应律(12)和(13)以及学习律(14)或(15). 控制器参数值设定如下: $\beta = 2$, $\gamma_1 = 0.5$, $\gamma_2 = 5$, $\gamma_3 = 5$; 各参数估计初值设为0; 为满足假设2, 取已知函数 $\alpha(t, \mathbf{X}, Y_d) = \sqrt{4x_1^2 + x_1^4 \cos^2 x_2 + 4y_d^2 + y_d^4 \cos^2 \dot{y}_d}$; 取 $\epsilon = 0.01$. 图1表示经过3s左右, 系统输出和理想轨迹重合.

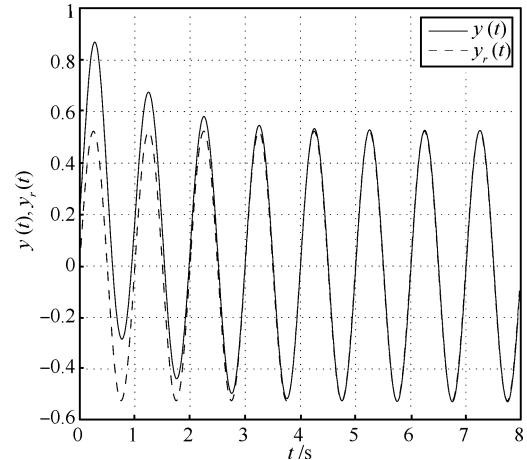


Fig. 1 System output and the ideal trajectory

5 结束语

本文解决一类非线性系统的重复控制问题. 所针对的非线性系统不仅包含输入死区特性, 还含有非参数化不确定性. 所设计的鲁棒重复控制器放宽了对非参数化不确定项的假设条件; 死区部分采用鲁棒自适应方法进行补偿, 最终实现了系统输出有界跟踪目标轨迹.

References

- Recker D A, Kokotovic P V, Rhode D, Winkelman J. Adaptive nonlinear control of systems containing a deadzone. In:

- Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control. Brighton, England: IEEE Press, 1991. 2111–2115
- 2 Tao G, Kokotovic P V. Adaptive control of plants with unknown dead-zones. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, **39**(1): 59–68
- 3 Tao G, Kokotovic P V. Discrete-time adaptive control of plants with unknown output dead-zones. *Automatica*, 1995, **31**(2): 287–291
- 4 Boulkroune A, M'Saad M. Fuzzy adaptive observer-based projective synchronization for nonlinear systems with input nonlinearity. *Journal of Vibration and Control*, 2012, **18**(3): 437–450
- 5 Selmic R R, Lewis F L. Deadzone compensation in motion control systems using neural networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(4): 602–613
- 6 Wang Y C, Chien C J, Teng C C. Direct adaptive iterative learning control of nonlinear systems using an output-recurrent fuzzy neural network. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2004, **34**(3): 1348–1359
- 7 Ibrir S, Xie W F, Su C Y. Adaptive tracking of nonlinear systems with non-symmetric dead-zone input. *Automatica*, 2007, **43**(3): 522–530
- 8 Wu X L, Wu X J, Luo X Y, Zhu Q M, Guan X P. Neural network-based adaptive tracking control for nonlinearly parameterized systems with unknown input nonlinearities. *Neurocomputing*, 2012, **82**: 127–142
- 9 Inoue T, Nakano M, Iwai S. High accuracy control of servomechanism for repeated contouring. In: Proceedings of the 10th Annual Symposium on Incremental Motion Control Systems and Devices. Champaign, IL: Incremental Motion Control Systems Society, 1981. 282–292
- 10 Sun M X, Ge S S. Adaptive repetitive control for a class of nonlinearly parametrized systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(10): 1684–1688
- 11 Yan R, Xu J X. On robust modifications for repetitive learning control. In: Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control held jointly with the 28th Chinese Control Conference, CDC/CCC. Shanghai, China: IEEE Press, 2009. 440–445
- 12 Zhu Sheng, Sun Ming-Xuan, He Xiong-Xiong. S-class functions based adaptive controller design for a Class of periodically time-varying nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(8): 1137–1143
(朱胜, 孙明轩, 何熊熊. 基于S类函数的严格反馈非线性周期系统的自适应控制. 自动化学报, 2010, **36**(8): 1137–1143)
- 13 Xu J X, Yan R. On repetitive learning control for periodic tracking tasks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(11): 1842–1848
- 14 Tan Y, Dai H H, Huang D Q, Xu J X. Unified iterative learning control schemes for nonlinear dynamic systems with nonlinear input uncertainties. *Automatica*, 2012, **48**(12): 3173–3182
- 15 Zhu Sheng, Sun Ming-Xuan, He Xiong-Xiong. Iterative learning control of a class of nonlinear systems with unknown input dead-zone. *Control and Decision*, 2009, **24**(1): 96–100
(朱胜, 孙明轩, 何熊熊. 具有未知死区输入非线性系统的迭代学习控制. 控制与决策, 2009, **24**(1): 96–100)
- 16 Zhu Sheng, Sun Ming-Xuan, He Xiong-Xiong. Iterative learning control of a class of nonlinear systems with input backlash. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(8): 1014–1017
(朱胜, 孙明轩, 何熊熊. 齿隙非线性输入系统的迭代学习控制. 自动化学报, 2011, **37**(8): 1014–1017)
- 17 Zhu Sheng, Sun Ming-Xuan, He Xiong-Xiong. Adaptive control of a class of periodically time-varying nonlinear systems with input backlash. *Control Theory and Applications*, 2012, **29**(4): 535–538
(朱胜, 孙明轩, 何熊熊. 输入具有齿隙非线性特性的周期系统的自适应控制. 控制理论与应用, 2012, **29**(4): 535–538)
- 朱胜 浙江大学城市学院讲师. 主要研究方向为学习控制. 本文通信作者. E-mail: zhush@zucc.edu.cn
(**ZHU Sheng** Lecturer at Zhejiang University City College. His main research interest is learning control. Corresponding author of this paper.)
- 孙明轩 浙江工业大学信息工程学院教授. 主要研究方向为学习控制. E-mail: mxsun@zjut.edu.cn
(**SUN Ming-Xuan** Professor at the College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology. His main research interest is learning control.)
- 王雪洁 浙江大学城市学院副教授. 主要研究方向为重复控制. E-mail: xjwang@zucc.edu.cn
(**WANG Xue-Jie** Associate professor at Zhejiang University City College. Her main research interest is repetitive control.)
- 李艳君 浙江大学城市学院教授. 主要研究方向为复杂系统控制与优化. E-mail: liyanjun@zucc.edu.cn
(**LI Yan-Jun** Professor at Zhejiang University City College. Her research interest covers control and optimization of complex systems.)
- 方志刚 浙江大学城市学院教授. 主要研究方向为人机交互与交互技术. E-mail: fangzg@zucc.edu.cn
(**FANG Zhi-Gang** Professor at Zhejiang University City College. His research interest covers human-computer interaction and interaction techniques.)