

基于串联结构的分布式模型预测控制

蔡星¹ 谢磊¹ 苏宏业¹ 古勇¹

摘要 分布式模型预测控制 (Distributed model predictive control, DMPC) 是一类用于多输入多输出的大规模系统的控制方式. 每个智能体通过相互协作完成整个系统的控制. 已有的分布式预测控制算法可以划分为迭代式算法和非迭代式算法: 迭代算法在迭代到收敛情况下, 具有集中式预测控制 (Centralized model predictive control, CMPC) 算法的性能, 但迭代次数过多, 子系统间通信量大; 非迭代算法不需要迭代, 但性能有一定损失. 本文提出了一种基于串联结构的非迭代分布式预测控制算法. 本文算法在串联结构系统中可以有效减少计算量, 并结合氧化铝碳分解 (Alumina continuous carbonation decomposition process, ACCDP) 这一串联过程, 通过仿真验证了算法的有效性; 同时分析了算法运用在串联结构下的性能并证明了其稳定性.

关键词 分布式模型预测控制, 集中式模型预测控制, 串联过程, 迭代算法, 通信负担

引用格式 蔡星, 谢磊, 苏宏业, 古勇. 基于串联结构的分布式模型预测控制. 自动化学报, 2013, 39(5): 510–518

DOI 10.3724/SP.J.1004.2013.00510

Distributed Model Predictive Control Based on Cascade Processes

CAI Xing¹ XIE Lei¹ SU Hong-Ye¹ GU Yong¹

Abstract Distributed model predictive control (DMPC) is a useful control theme which is usually used to control large scale systems with multiple inputs and multiple outputs. Every agent communicates with the other in order to control the whole system. The algorithms for distributed model predictive control can be divided into two categories, one is iterative and the other is non iterative. The iterative ones can reach the same performance as the centralized model predictive control (CMPC) when they converge, however, because of the large number of iterations, the communication burden is heavy; while the non iterative ones do not need iteration, the performance is not as good as centralized algorithms. This article proposes a non iterative algorithm of distributed model predictive control based on cascade processes. Our algorithm can save computational burden for cascade processes. Finally, the alumina continuous carbonation decomposition process (ACCDP) is used to prove the effectiveness for the algorithm. We also analyse the performance and proof the stability of the algorithm.

Key words Distributed model predictive control (DMPC), centralized model predictive control (CMPC), cascade processes, iterative algorithm, communication burden

Citation Cai Xing, Xie Lei, Su Hong-Ye, Gu Yong. Distributed model predictive control based on cascade processes. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(5): 510–518

模型预测控制 (Model predictive control, MPC) 是一类根据预测模型和控制目标, 并通过进行滚动优化求解线性规划或二次规划问题, 而得到控制输入的一类控制算法, 由于其对约束处理的灵活性, 现已广泛应用于工业生产过程的控制中^[1]. 分布式模型预测控制是为了避免集中式模型预测控制 (Centralized model predictive control, CMPC) 算法优化问题规模过大, 导致单个集中式预测控制器的负担过重, 而提出的一类预测控制方式. 分布式预测控制方式需要由多个相互通信的分布式的预测控制器, 也称作智能体来代替一个集中式的预测控制器. 通过多个预测控制器的相互通信协助来共同

解决整个过程的优化问题^[2–3].

分布式模型预测控制 (Distributed model predictive control, DMPC) 需要把整个系统的优化问题分散到各个子系统中去解决, 其中一种划分方式是每个智能体都具有全局的优化目标, 这种分布式算法具有全局最优性能^[4–7]; 另外一种划分方式是每个智能体只需要优化与该智能体相关的目标函数, 但这样的算法是一种次优算法, 无法达到全局最优甚至系统可能不稳定^[8–10].

分布式预测控制算法在每个时刻求解优化问题时, 根据是否需要迭代可分为迭代式算法^[11–13] 和非迭代式算法^[14]. 分布式模型预测控制器在各个时刻求解相应的优化问题的过程中需要通过通信来完成迭代, 通过通信来传递状态信息和子系统的控制输入, 进而实现优化问题的求解. 在各个采样时间内所允许的通信次数是受到限制的, 因此, 在迭代次数不到收敛的情况下不能保证算法的性能.

通过过程结构可以研究分布式预测控制算法的简化^[15]. 目前相关的研究已经有了很多成果, 如基于领域优化的分布式预测控制算法^[16–17]、串联结构

收稿日期 2012-05-15 录用日期 2012-09-29

Manuscript received May 15, 2012; accepted September 29, 2012

国家自然科学基金 (61134007, 60904039) 和中央高校基本科研业务费专项资金资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61134007, 60904039) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities

本文客座编委 李少远

Recommended by Guest Editor LI Shao-Yuan

1. 浙江大学智能系统与控制研究所 杭州 310027

1. Institute of Cyber-Systems and Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027

的分布式解耦预测控制^[18]等. 本文提出了一种适用于串联过程的非迭代分布式预测控制算法, 该算法通信负担小, 性能接近集中式预测控制算法, 并且通过氧化铝的碳分解过程 (Alumina continuous carbonation decomposition process, ACCDP) 这一串联过程验证了算法的有效性, 最后得出了相关结论.

1 串联结构和分布式预测控制的模型

1.1 串联结构

如图 1 所示, 实际生产过程存在一类串联结构: 整个过程包含 N 个子过程, 每个子过程有各自独立的输入和输出, 整个过程有一个统一的输入 u . 系统的控制目标是将每个子系统输出控制在设定值.

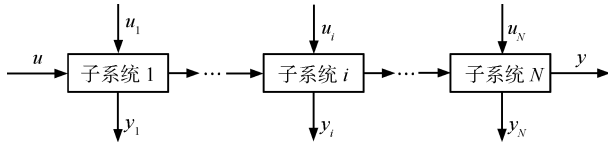


图 1 串联过程结构图

Fig. 1 Structure of cascade process

串联过程的特点是每个子系统仅与其上游子系统的输入存在耦合, 系统的传递函数矩阵如式 (1).

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \\ \vdots \\ y_N(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(S) & 0 & \cdots & 0 \\ G_{12}(S) & G_{22}(S) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{N1}(S) & G_{N2}(S) & \cdots & G_{NN}(S) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \\ \vdots \\ u_N(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

对如式 (1) 所示的传递函数矩阵可以采用传统的集中式预测控制, 在子系统较多的情况下也可以采用分布式预测控制, 同时也可以考虑利用串联系统传递函数矩阵下三角的特点, 来设计通信负担较低的分布式模型预测控制算法. 本文的思路就是利用系统拓扑结构来减少子系统间的通信, 并保证算法具有良好的控制效果.

1.2 分布式预测控制模型

下面介绍一种适合设计分布式预测控制算法的模型, 该模型可以反映系统间的输入耦合, 被称为复合模型 (Composite model).

模型中, $x_i^T = [x_{i1}^T \cdots x_{iM}^T]^T$ 表示模型的第 i 个智能体状态; 每个智能体状态被分为 M 个分量, x_{ij} 表示第 j 个智能体的输入对第 i 个智能体的输出的影响而得到的状态, 其更新仅受 u_j 的影响. 整个系统包含 M 个智能体, 每个智能体包含 M 个分量, 整个系统共 M^2 个状态, W_{ij} 表示第 i 个系统与第 j 个系统耦合的相应系数. 具体形式如下.

第 i 个智能体的状态方程可表示如式 (2):

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= A_i x_i(k) + B_i u_i(k) + \sum_{j \neq i} W_{ij} u_j(k) \\ y_i(k) &= C_i x_i(k) \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} C_i &= [C_{i1} \cdots C_{ii} \cdots C_{iM}] \\ A_i &= \begin{bmatrix} A_{i1} & & & \\ & \ddots & & \\ & & A_{ii} & \\ & & & \ddots \\ & & & & A_{iM} \end{bmatrix} \\ B_i &= \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ B_{ii} \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ B_{ij} \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

整个过程可由状态方程 (4) 和输出方程 (5) 描述.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{11} \\ \vdots \\ x_{1M} \\ \vdots \\ x_{M1} \\ \vdots \\ x_{MM} \end{bmatrix} (k+1) &= \begin{bmatrix} A_{11} & & & \\ & \ddots & & \\ & & A_{1M} & \\ & & & \ddots \\ & & & & A_{M1} \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & A_{MM} \end{bmatrix} \times \\ \begin{bmatrix} x_{11} \\ \vdots \\ x_{1M} \\ \vdots \\ x_{M1} \\ \vdots \\ x_{MM} \end{bmatrix} (k) &+ \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} B_{11} & & & \\ & \ddots & & \\ & & B_{1M} & \\ & & \vdots & \\ B_{M1} & & & \\ & \ddots & & \\ & & B_{MM} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_M \end{bmatrix} (k) \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix} (k) = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1M} & & \\ & \ddots & & & \\ & & C_{M1} & \cdots & C_{MM} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_{11} \\ \vdots \\ x_{1M} \\ \vdots \\ x_{M1} \\ \vdots \\ x_{MM} \end{bmatrix} (k) \quad (5)$$

2 迭代式分布式预测控制算法

2.1 优化问题的划分

在分布式预测控制中, 由于存在多个智能体的协调, 需要把整个系统的整体优化目标和约束条件划分到各个子系统中去, 其中一种划分方式是每个智能体的优化目标是全局的目标函数, 另一种划分方式是每个智能体的优化目标是该智能体局部的目标函数. 我们在全局目标函数下给出迭代优化算法的流程, 通常全局目标函数定义为各个子系统的目标函数加权之和的形式. 具体如式 (6) 所示:

$$\Phi = \sum_{i=1}^M w_i \Phi_i \quad (6)$$

其中, $\Phi_i = \bar{x}_i(k)^T Q_i \bar{x}_i(k) / 2 + \bar{u}_i(k)^T Q_i \bar{u}_i(k) / 2$ 为每个子系统目标函数 ($\bar{x}_i(k) = [x_i(k+1|k) \cdots x_i(k+N|k)]^T$ 带有预测时域的状态变量, $\bar{u}_i(k) = [u_i(k|k) \cdots u_i(k+N-1|k)]^T$ 为带有预测时域的控制输入). 预测时域与控制时域均为 N . 每个智能体的约束条件为每个智能体的状态方程和各自独立的输入输出约束具体如式 (7):

$$x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B_i u_i(k) + \sum_{j \neq i} W_{ij} u_j(k)$$

$$\begin{aligned} u_i(l|k) &\in \Omega_i, & k \leq l \leq k+N-1 \\ u_i(l|k) &= 0, & k+N \leq l \end{aligned} \quad (7)$$

其中, Ω_i 为在预测时域 N 内的输入约束, 大于 N 部分控制输入为 0.

2.2 相关迭代算法介绍

下面介绍两种迭代算法, 一种是目标函数为全局优化目标的迭代控制算法, 该算法被称为基于协作的可行的分布式预测控制 (Feasible cooperation based MPC)^[17]; 另外一种算法是目标函数为局部优化目标的迭代控制算法, 该算法被称为基于通信的分布式预测控制 (Communication-based MPC).

对基于协作的可行的分布式预测控制第 i 个子系统优化目标以及约束条件如下:

$$\begin{aligned} \min_{u_i^p} \Phi &= \sum_{r=1}^M w_r \Phi_r(u_1^{p-1}, \dots, \\ &\quad u_{i-1}^{p-1}, u_i^p, u_{i+1}^{p-1}, \dots, u_M^{p-1}; x_r(k)) \\ \text{s.t.} \quad x_i(k+1) &= A_i x_i(k) + B_i u_i^p(k) + \\ &\quad \sum_{j \neq i} W_{ij} u_j^{p-1}(k) \\ u_i(l|k) &\in \Omega_i, & k \leq l \leq k+N-1 \\ u_i(l|k) &= 0, & k+N \leq l \end{aligned} \quad (8)$$

其中, 上标 p 表示迭代次数, 在第 i 个子系统第 p 次迭代时, 其他子系统控制输入为第 $p-1$ 次迭代结果, 优化目标为该系统第 p 次迭代的控制输入.

利用状态方程 (9) 可以消去相关状态变量.

$$\bar{x}_i(k) = E_{ii} \bar{u}_i(k) + \sum_{j=1, j \neq i}^M E_{ij} \bar{u}_j(k) + f_i x_i(k) \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} E_{ii} &= \begin{bmatrix} B_i & 0 & \cdots & 0 \\ A_i B_i & B_i & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_i^{N-1} B_i & A_i^{N-2} B_i & \cdots & B_i \end{bmatrix} \\ E_{ij} &= \begin{bmatrix} W_{ij} & 0 & \cdots & 0 \\ A_i W_{ij} & W_{ij} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_i^{N-1} W_{ij} & A_i^{N-2} W_{ij} & \cdots & W_{ij} \end{bmatrix} \\ f_i &= \begin{bmatrix} A_i \\ A_i^2 \\ \vdots \\ A_i^N \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

最后得到二次优化形式如下:

$$P_i = \min_{\bar{u}_i(k)} \frac{1}{2} \bar{\mathbf{u}}_i(k)^T \mathfrak{R}_i \bar{\mathbf{u}}_i(k) + \left(r_i(k) + \sum_{j=1, j \neq i}^M N_{ij} u_j^{p-1}(k) \right)^T \bar{\mathbf{u}}_i(k) + \text{const}$$

$$\text{s.t. } u_i(l|k) \in \Omega_i, \quad k \leq l \leq k + N - 1 \quad (11)$$

其中

$$Q_i = \text{diag}\{Q_i(1), \dots, Q_i(N-1), Q_i(N)\}$$

$$R_i = \text{diag}\{R_i(0), R_i(1), \dots, R_i(N-1)\}$$

$$\mathfrak{R}_i = w_i R_i + w_i E_{ii}^T Q_i E_{ii} + \sum_{j \neq i}^M w_j E_{ji}^T Q_j E_{ji}$$

$$N_{ij} = \sum_{l=1}^M w_l E_{li}^T Q_l E_{lj}$$

$$r_i(k) = w_i E_{ii}^T Q_i f_i x_i(k) + \sum_{j \neq i}^M w_j E_{ji}^T Q_j f_j x_j(k) \quad (12)$$

Q_i 为控制状态代价矩阵, R_i 为控制输入代价矩阵.

对于基于通信的分布式预测控制, 第 i 个子系统优化目标以及约束条件如下:

$$\min_{u_i} \Phi_i = \Phi_i(u_1^{p-1}, \dots, u_{i-1}^{p-1}, u_i^p, u_{i+1}^{p-1}, \dots, u_M^{p-1}; x_i(k))$$

$$\text{s.t. } x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B_i u_i^p(k) + \sum_{j \neq i} W_{ij} u_j^{p-1}(k) \quad (13)$$

$$u_i(l|k) \in \Omega_i, \quad k \leq l \leq k + N - 1$$

$$u_i(l|k) = 0, \quad k + N \leq l$$

按照上述思路消去相关状态变量, 可以得到最后二次优化问题为

$$\Psi_i = \min_{\bar{u}_i(k)} \frac{1}{2} \bar{\mathbf{u}}_i(k)^T (R_i + E_{ii}^T Q_i E_{ii}) \bar{\mathbf{u}}_i(k) + \left(E_{ii}^T Q_i f_i x_i(k) + \sum_{j=1}^{j \neq i} E_{ii}^T Q_i E_{ij} u_j^{p-1}(k) \right)^T \bar{\mathbf{u}}_i(k) + \text{const}$$

$$\text{s.t. } u_i(l|k) \in \Omega_i, \quad k \leq l \leq k + N - 1 \quad (14)$$

以上两个算法具体流程类似, 统一归结如下:

步骤 1. 初始化相应参数, 给出控制输入的迭代初始值 $u_i^0(k) = u_i^{p(k-1)}(k-1)$, 迭代次数初始化 $p(k) = 1$, 误差精度 ε_i 初始化. 其中, $u_i^{p(k-1)}(k-1)$, $i = 1, 2, \dots, M$ 为前一时刻迭代到收敛的控制输入.

步骤 2. 求解相应的优化问题: $u_i^{*p(k)}(k) = \arg(P_i)$ (Feasible cooperation based MPC), 或者 $u_i^{*p(k)}(k) = \arg(\psi_i)$ (Communication-based MPC). 得到该次迭代的控制输入结果 $u_i^{p(k)}(k) = w_i u_i^{*p(k)}(k) + (1 - w_i) u_i^{p(k)-1}(k)$, $i = 1, 2, \dots, M$.

步骤 3. 计算偏差 $e_i = \|u_i^{p(k)}(k) - u_i^{p(k)-1}(k)\|$, $i = 1, 2, \dots, M$.

步骤 4. 偏差结果与设定的误差精度 ε_i 对比, 当存在 $e_i > \varepsilon_i$, $i = 1, 2, \dots, M$ 时, $p(k) = p(k) + 1$, 把 $u_i^{p(k)}(k)$ 传递给其他子系统. 返回步骤 2; 否则, 迭代结束, 得出时刻的控制输入结果为 $u_i^{p(k)}(k)$.

3 基于串联结构的分布式预测控制算法

3.1 优化问题的划分

在以上迭代算法的思路基础上, 我们首先改变目标函数, 再以各个子系统顺序递阶的通信方式来代替各个子系统同步迭代更新的通信方式. 通过这样的思路给出优化命题的形式和算法流程. 然后, 在第 3.4 节给出对算法稳定性的证明.

对于串联结构可以根据串联结构每个子系统的输出仅与其上游子系统的控制输入相关, 而与其下游子系统控制输入无关的特点, 设定每个子系统仅优化其本身和其上游系统的目标函数. 目标函数的选取可以有如下形式:

$$\Phi_i = \sum_{r=1}^i w_r \Phi_r \quad (15)$$

算法需要把每个子系统的上游控制输入作为已知量, 代入下游子系统的状态方程, 即只考虑该子系统的控制输入来控制该子系统, 而不是用该子系统和上游子系统的输入综合全局来进行控制. 因此, 与全局预测控制相比性能上有差距, 但可以确保系统实现相应的控制目标, 同时由于只存在自上游至下游的信号传递, 也不存在迭代, 极大地减少了控制算法对通信的负担.

3.2 算法介绍

基于以上思路可以得到相应子系统的预测控制优化命题, 第 i 个子系统优化目标以及约束条件如下:

$$\min_{u_i} \Phi_i = \sum_{r=1}^i w_r \Phi_r(u_1, \dots, u_{i-1}, u_i; x_r(k)) =$$

$$\min_{u_i} \Phi_i(u_1, \dots, u_{i-1}, u_i; x_r(k))$$

$$\text{s.t. } x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B_i u_i(k) +$$

$$\sum_{j=1}^{i-1} W_{ij} u_j(k)$$

$$u_i(l|k) \in \Omega_i, \quad k \leq l \leq k + N - 1$$

$$u_i(l|k) = 0, \quad k + N \leq l \quad (16)$$

其中, $u_1, \dots, u_{i-1}$ 为前 $i-1$ 个系统的已知的控制输入, 作为已知量给第 i 个子系统. 相应的约束条件同第 2 节算法. 通过化简可以得到如下的二次规划问题:

$$\begin{aligned} \Psi_i = \min_{\bar{u}_i(k)} & \frac{1}{2} \bar{u}_i(k)^T (R_i + E_{ii}^T Q_i E_{ii}) \bar{u}_i(k) + \\ & \left(E_{ii}^T Q_i f_i x_i(k) + \sum_{j=1}^{i-1} E_{ii}^T Q_i E_{ij} u_j(k) \right)^T \times \\ & \bar{u}_i(k) + \text{const} \\ \text{s.t.} \quad & x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B_i u_i(k) + \sum_{j \neq i}^{i-1} W_{ij} u_j(k) \\ & u_i(l|k) \in \Omega_i, \quad k \leq l \leq k + N - 1 \end{aligned} \quad (17)$$

该算法流程为:

步骤 1. 初始化 $i = 1$.

步骤 2. 求解第 i 个子系统的优化命题, $u_i(k) = \arg(\Psi_i)$.

步骤 3. 当 $i < M$, 把 $j = 1, 2, \dots, i$ 的控制输入 u_j 传递到第 $i+1$ 个子系统, 返回到步骤 2; 当 $i = M$, 算法结束, 得到每个子系统的控制输入.

3.3 算法性能分析

下面证明该算法等同于基于通信的分布式预测控制算法.

可以应用数学归纳法证明. 把基于通信的分布式预测控制应用于串联系统, 对于第 1 个子系统, 优化问题为

$$\begin{aligned} \Psi_1 = \min_{\bar{u}_1(k)} & \frac{1}{2} \bar{u}_1(k)^T (R_1 + E_{11}^T Q_1 E_{11}) \bar{u}_1(k) + \\ & (E_{11}^T Q_1 f_1 x_1(k))^T \bar{u}_1(k) + \text{const} \\ \text{s.t.} \quad & x_1(k+1) = A_1 x_1(k) + B_1 u_1(k) \\ & u_1(l|k) \in \Omega_1, \quad k \leq l \leq k + N - 1 \end{aligned} \quad (18)$$

优化命题仅与该系统状态和输入有关, 不存在与其他系统的输入耦合. 所以对于第 1 个子系统仅需一次迭代系统可以达到稳定.

假设对第 $i-1$ 个系统需 $i-1$ 次迭代可以达到稳定, 则对第 i 个系统的优化问题形式如式 (16) 所示.

在这个优化问题中, 在前 $i-1$ 个子系统的优化问题迭代到达稳定后, 即 $u_j^{p-1}(k), j = 1, 2, \dots, i-1$ 到达收敛后, 仅需 1 次优化便可以得到稳定值, 第 i 个系统需迭代 i 次可达稳定. 所以基于通信的分布式预测控制与基于串联结构的分布式预测控制算法等效.

所以在串联结构下分布式预测控制算法等同于基于通信的分布式预测控制算法性能.

3.4 算法稳定性证明

对于稳定性证明我们不考虑约束来证明, 对于式 (14) 可以解得:

$$\bar{u}_i^p(k) = -G_i \sum_{j=1, j \neq i}^M E_{ij} \bar{u}_j^{p-1}(k) - G_i f_i x_i(k) \quad (19)$$

其中, $G_i = (E_{ii}^T Q_i E_{ii} + R)^{-1} E_{ii}^T Q_i$.

全局的输入和状态表示如下:

$$\begin{aligned} U^p &= \begin{bmatrix} u_1^p \\ \vdots \\ u_M^p \end{bmatrix}, \quad U^{p-1} = \begin{bmatrix} u_1^{p-1} \\ \vdots \\ u_M^{p-1} \end{bmatrix} \\ X &= \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \vdots \\ x_M(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

可以得到全局控制输入的迭代关系:

$$U^p = -S U^{p-1} - G X$$

其中

$$\begin{aligned} S &= \begin{bmatrix} 0 & G_1 E_{12} & G_1 E_{13} & \cdots & G_1 E_{1M} \\ G_2 E_{21} & 0 & G_2 E_{23} & \cdots & G_2 E_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_M E_{M1} & G_M E_{M2} & G_M E_{M3} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \\ G &= \begin{bmatrix} G_1 f_1 & & & & \\ & G_2 f_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & G_M f_M \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

在串联结构下根据式 (9) 和式 (10) 有, 可以得到:

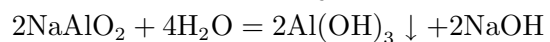
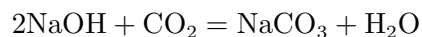
$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ G_2 E_{21} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_M E_{M1} & G_M E_{M2} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

即 $\|\rho(S)\| = 0$, 算法收敛.

4 氧化铝碳分解过程及算法仿真

4.1 氧化铝分解过程

为了验证算法的有效性, 我们选择了氧化铝碳分解这一串联过程进行算法仿真. 该过程是一个具有大时滞的过程, 碳酸化分解的基本原理用如下公认的化学反应方程式描述^[19-20]:



在铝酸钠和氢氧化钠溶液中通二氧化碳气体, 二氧化碳中和氢氧化钠产生水, 使溶液中铝酸钠分子比降低, 引起铝酸钠与水的反应, 使铝酸钠浓度降低。

实际生产过程的碳分解的工艺流程如图 2 所示, 整个生产流程包括 6 个连续的分解槽。高位槽中通入了脱硅处理的铝酸钠精液, 铝酸钠精液从高位槽底部流入 1 号分解槽, 在该分解槽中通入 CO_2 气体进行如上化学方程式所示的反应, 同时利用搅拌使 CO_2 与铝酸钠溶液充分接触达到增加反应速度与强度的目的, 从 1 号槽底部流出的铝酸钠和氢氧化钠溶液以及氢氧化钠粉末混合液物料, 由低压提料风送入 2 号槽, 提料风流量同时可以维持分解槽液位的稳定。2 号槽也进行和 1 号槽一样的反应, 其底部出口物料再由提料风送入 3 号槽, 同样地, 经过 3 号、4 号、5 号槽。每个槽的入口到出口大约经过 40 分钟, 系统的时滞常数也为 40 分钟左右。

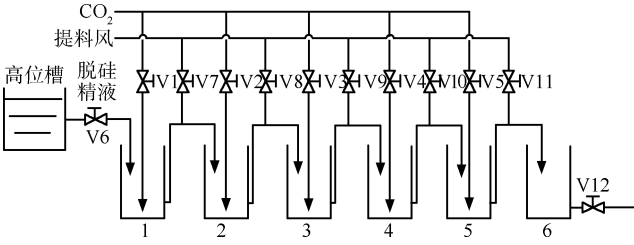


图 2 碳酸化分解工艺流程图

Fig. 2 Flow chart of alumina continuous carbonation decomposition process

根据工艺流程要求, 系统的控制目标是让 6 个槽之间的分解梯度一定, 即把每个槽的分解率控制在工艺要求的具体值上, 根据碳分解过程的物理、化学原理, 依照质量守恒和能量守恒基本关系, 并通过降阶处理, 可以建立各个槽的数学模型, 建模过程参考文献 [14]. 得到第 i 个槽的数学模型如式 (23), 每个槽的传递函数是一个一阶纯滞后环节。

$$y_i(s) = \frac{K_{i1}}{T_{i1}s + 1} e^{-\tau_{i1}s} u_1(s) + \frac{K_{i2}}{T_{i2}s + 1} \times$$

$$e^{-\tau_{i2}s} u_2(s) + \cdots + \frac{K_{ii}}{T_{ii}s + 1} e^{-\tau_{ii}s} u_i(s) \quad (23)$$

对于整个氧化铝碳分解过程, 动态模型的传递函数矩阵描述如式 (24) 所示 (见本页页底)。

由式 (23) 可知, 在碳分解过程中, 对于每个分解槽, 其分解率仅受其上游各槽 CO_2 通入流量的影响, 为一典型串联不可逆过程。

根据现场的数据可以求得如下参数:

$$K = \begin{bmatrix} 1.75 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.74 & 1.52 & 0 & 0 & 0 \\ 0.64 & 0.92 & 1.44 & 0 & 0 \\ 0.44 & 0.65 & 0.98 & 1.33 & 0 \\ 0.65 & 0.64 & 0.85 & 0.89 & 1.44 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} 35 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 38 & 36 & 0 & 0 & 0 \\ 42 & 40 & 38 & 0 & 0 \\ 45 & 42 & 41 & 40 & 0 \\ 50 & 49 & 48 & 47 & 45 \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} 40 & & & & \\ 48 & 42 & & & \\ 123 & 87 & 41 & & \\ 173 & 130 & 90 & 49 & \\ 210 & 180 & 150 & 110 & 43 \end{bmatrix}$$

其中, T 和 τ 的单位为分钟, $y_i, i = 1, 2, \dots, 5$ 为第 i 个槽的分解率, $u_i, i = 1, 2, \dots, 5$ 为第 i 个槽的 CO_2 通入量, 仿真中采样时间 T_s 为 5 分钟, 预测时域和控制时域取 25. 设 6 个槽的初始分解率的设定值为 23%, 61%, 81%, 89%, 92%. 在此基础上我们做了如下的仿真。

4.2 基于串联结构分布式预测控制算法的仿真

仿真过程中取相关参数 $r = 1, qy = 1$, 预测时域和控制时域取 25, 仿真步长 80.

仿真 1. 在第 16 分钟把设定值改为 29%, 66%, 87%, 92%, 96%. 对比基于串联结构的分布式预测控制算法与迭代到收敛的分布式预测控制算法 (效果为集中式预测控制). 其中, 相应的控制输入约束满足式 (25).

$$\begin{aligned} -4 &\leq \Delta u_1 \leq 4, & -2 &\leq \Delta u_2 \leq 2 \\ -1.5 &\leq \Delta u_3 \leq 1.5, & -0.5 &\leq \Delta u_4 \leq 0.5 \\ -1 &\leq \Delta u_5 \leq 1 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \\ y_3(s) \\ y_4(s) \\ y_5(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_{11}}{T_{11}s + 1} e^{-\tau_{11}s} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{21}}{T_{21}s + 1} e^{-\tau_{21}s} & \frac{K_{22}}{T_{22}s + 1} e^{-\tau_{22}s} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{31}}{T_{31}s + 1} e^{-\tau_{31}s} & \frac{K_{32}}{T_{32}s + 1} e^{-\tau_{32}s} & \frac{K_{33}}{T_{33}s + 1} e^{-\tau_{33}s} & 0 & 0 \\ \frac{K_{41}}{T_{41}s + 1} e^{-\tau_{41}s} & \frac{K_{42}}{T_{42}s + 1} e^{-\tau_{42}s} & \frac{K_{43}}{T_{43}s + 1} e^{-\tau_{43}s} & \frac{K_{44}}{T_{44}s + 1} e^{-\tau_{44}s} & 0 \\ \frac{K_{51}}{T_{51}s + 1} e^{-\tau_{51}s} & \frac{K_{52}}{T_{52}s + 1} e^{-\tau_{52}s} & \frac{K_{53}}{T_{53}s + 1} e^{-\tau_{53}s} & \frac{K_{54}}{T_{54}s + 1} e^{-\tau_{54}s} & \frac{K_{55}}{T_{55}s + 1} e^{-\tau_{55}s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \\ u_3(s) \\ u_4(s) \\ u_5(s) \end{bmatrix} \quad (24)$$

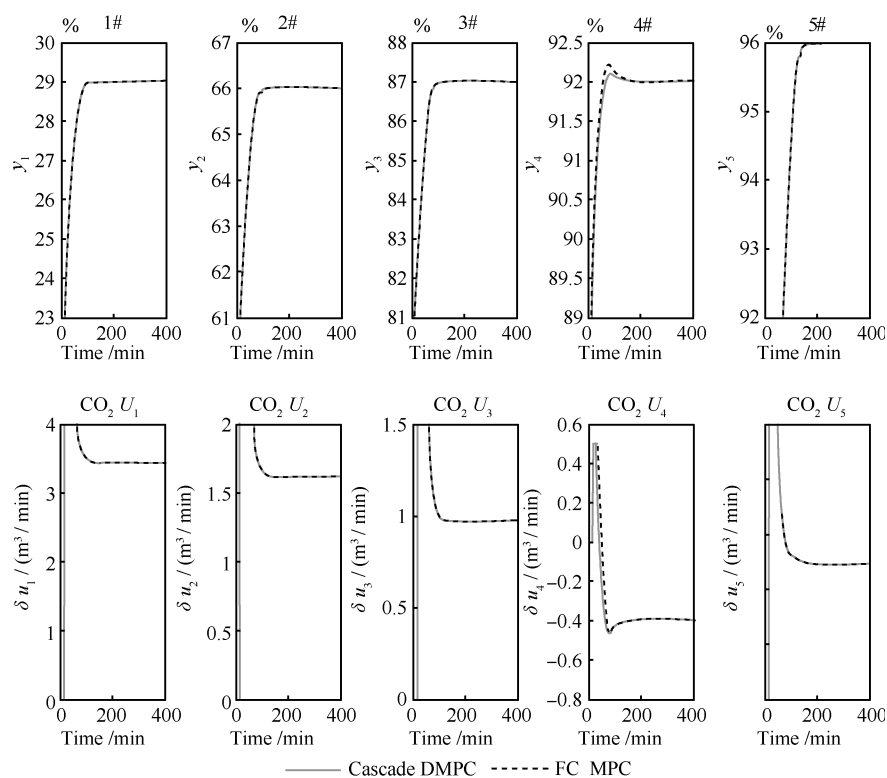


图 3 基于串联分布式预测控制算法与迭代至收敛的分布式预测控制算法
Fig. 3 DMPC for cascade processes and FC_MPC iterate to convergence

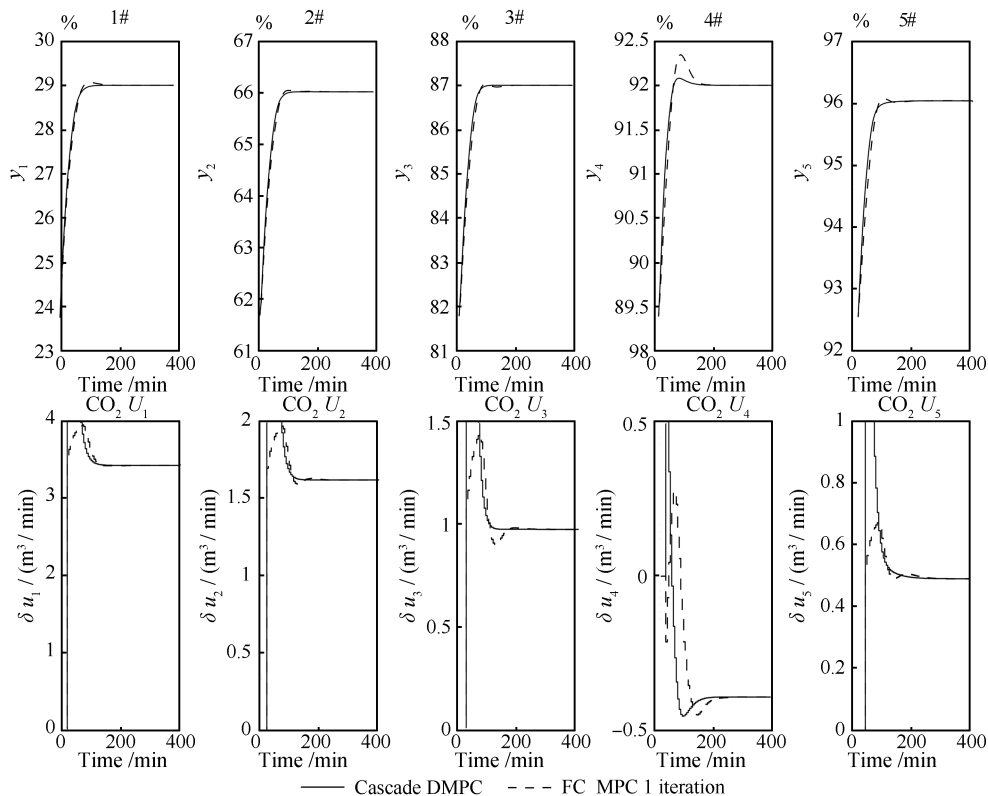


图 4 基于串联分布式预测控制算法与 1 次迭代的分布式预测控制算法
Fig. 4 DMPC for cascade processes and FC_MPC that with one iteration

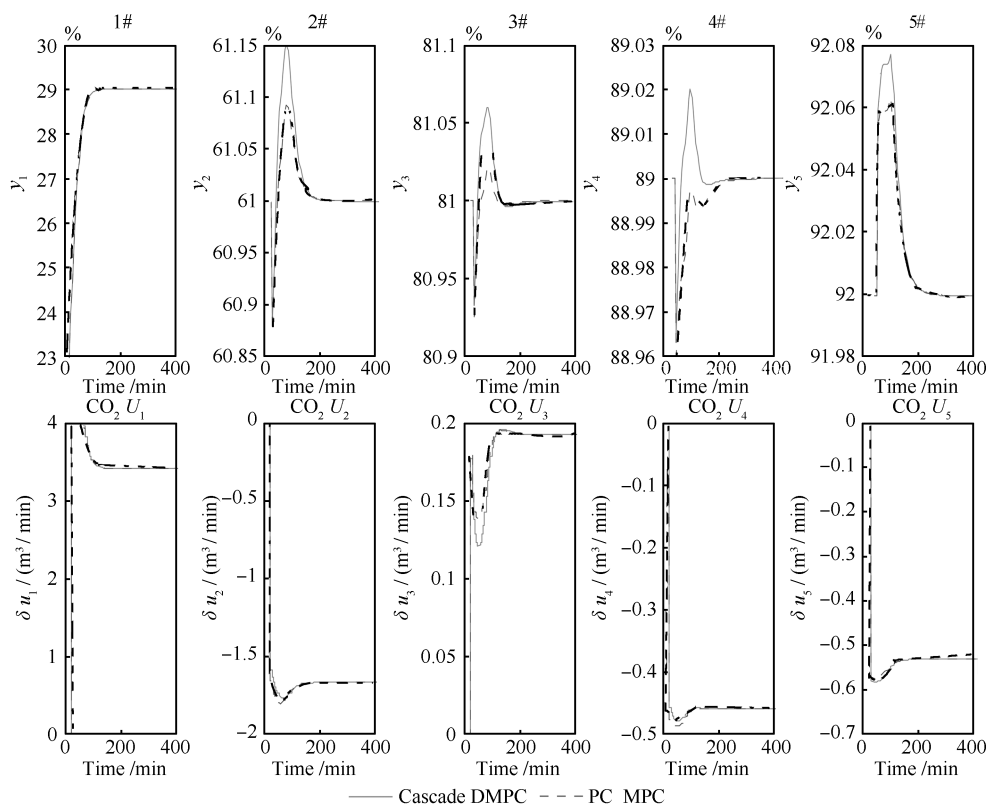


图5 仅有1号槽设定值改变下基于串联分布式预测控制算法与迭代至收敛的分布式预测控制算法
Fig. 5 DMPC for cascade processes and FC_MPC iterate to convergence with set point change of only 1#

如图3, 两种算法都可以使系统稳定, 并实现控制目标. 仿真算法需要运行80步, 在80次仿真周期内FC_MPC的迭代次数共计为1192次, 需计算 $1192 \times 5 = 5960$ 次二次优化问题. 基于串联结构的分布式预测控制算法无需迭代, 只需要解 $80 \times 5 = 400$ 次二次优化问题, 大大减少了算法的计算时间. 基于串联结构的方法也可以实现有效控制, 并保证系统闭环稳定.

仿真2. 在第16分钟把设定值改为29%, 66%, 87%, 92%, 96%. 对比基于串联结构的分布式预测控制算法与只有一次迭代的基于协作的分布式预测控制算法. 其中相应的控制输入约束满足式(25).

如图4, 采用的两个算法都不需要迭代, 计算量相同(每个时刻均需要求解5次优化), 显然基于串联结构的分布式预测控制算法可以使系统更快达到稳定并且具有更小波动. 说明无迭代算法中基于串联结构的分布式预测控制算法具有更好的性能.

仿真3. 在第16分钟把设定值改为29%, 61%, 81%, 89%, 92%. 对比基于串联结构的分布式预测控制算法与迭代到收敛的基于协作的分布式预测控制算法. 其中相应的控制输入约束满足式(25).

如图5, 在仅有1号槽设定值改变的情况下, 基于串联结构的分布式预测控制算法的性能相对集中式分布预测控制性能较差, 后续槽波动较大, 但系统依然可以实现相应控制目标. 其原因是基于串联的分布式预测控制算法对于1号槽是集中式控制, 而无法保证全局的最优性, 是一种折中的做法.

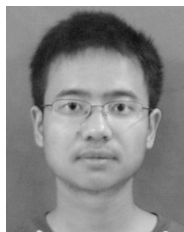
5 结论

本文介绍了一种基于串联结构的分布式模型预测算法, 该算法利用串联结构的各个子系统的输出仅与其上游子系统输入相关的特点, 对迭代的分布式预测控制算法进行改进, 得到一种非迭代的递阶求解分布式预测控制算法, 并通过氧化铝的碳分解这一串联大时滞过程的仿真, 验证了算法的有效性. 基于串联结构的分布式预测算法利用串联结构这种特殊结构的耦合方式, 采用自上游子系统到下游子系统的递阶通信方式依次计算各子系统的控制输入. 该算法虽然牺牲了一定的控制性能, 但大大减少了通信负担, 并且通过仿真和理论推导证明了算法的有效性和稳定性. 由此可见基于系统的拓扑结构来改进分布式预测控制算法是一种有效的手段.

References

- 1 Qin S J, Badgwell T A. A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, 2003, 11(7): 733-764
- 2 Dong Jia, Bruce H Krogh. Distributed model predictive control. In: *Proceedings of the 2001 American Control Conference*. Arlington, VA, USA: IEEE, 2001. 25-27
- 3 Camponogara E, Jia D, Krogh B H, Talukdar S. Distributed model predictive control. *IEEE Control Systems*, 2002, 22(1): 44-52
- 4 Venkat A N, Rawlings J B, Wright S J. Stability and optimality of distributed model predictive control. In: *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*,

- and European Control Conference. Seville, Spain: IEEE, 2005. 6680–6685
- 5 Maestre J M, Muñoz de la Peña D, Jiménez Losada A, Algaba Durán E, Camacho E F. An application of cooperative game theory to distributed control. In: Proceedings of the 18th IFAC World Congress. Milano, Italy: IFAC, 2011. 9121–9126
 - 6 Venkat A N. Distributed Model Predictive Control: Theory and Applications [Ph.D. dissertation], University of Wisconsin-Madison, USA, 2006
 - 7 Chen Qing, Li Shao-Yuan, Xi Yu-Geng. Distributed predictive control based on plant-wide optimality. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2005, **39**(3): 349–352
(陈庆, 李少远, 席裕庚. 基于全局最优的生产全过程分布式预测控制. 上海交通大学学报, 2005, **39**(3): 349–352)
 - 8 Li S Y, Zhang Y, Zhu Q M. Nash-optimization enhanced distributed model predictive control applied to the Shell benchmark problem. *Information Sciences*, 2005, **170**(2–4): 329–349
 - 9 Giovanini L. Game approach to distributed model predictive control. *Control Theory & Applications*, IET, 2011, **5**(15): 1729–1739.
 - 10 Du Xiao-Ning, Xi Yu-Geng, Li Shao-Yuan. Distributed optimization algorithm for predictive control. *Control Theory and Applications*, 2002, **19**(5): 793–796
(杜晓宁, 席裕庚, 李少远. 分布式预测控制优化算法. 控制理论与应用, 2002, **19**(5): 793–796)
 - 11 Venkat A N, Rawlings J B, Wright S J. Plant-wide optimal control with decentralized MPC. In: Proceedings of the 7th International Symposium on Dynamics and Control of Process Systems (DYCOPS). Cambridge, MA, 2004
 - 12 Venkat A N, Rawlings J B, Wright S J. Implementable distributed model predictive control with guaranteed performance properties. In: Proceedings of the 2006 American Control Conference. Minneapolis, MN: IEEE, 2006. 613–618
 - 13 Venkat A N, Hiskens I A, Rawlings J B, Wright S J. Distributed MPC strategies with application to power system automatic generation control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2008, **16**(6): 1192–1206
 - 14 Scattolini R. Architectures for distributed and hierarchical model predictive control — a review. *Journal of Process Control*, 2009, **19**(5): 723–731
 - 15 Rawlings J B, Stewart B T. Coordinating multiple optimization-based controllers: new opportunities and challenges. *Journal of Process Control*, 2008, **18**(9): 839–845
 - 16 Zhang Y, Li S Y. Networked model predictive control based on neighborhood optimization for serially connected large-scale processes. *Journal of Process Control*, 2007, **17**(1): 37–50
 - 17 Zheng Y, Li S Y, Li N. Distributed model predictive control over network information exchange for large-scale systems. *Control Engineering Practice*, 2011, **19**(7): 757–769
 - 18 Chen Qing, Li Shao-Yuan, Xi Yu-Geng. Distributed decoupling predictive control of a kind of cascade processes. *Control and Decision*, 2004, **19**(6): 647–650, 654
(陈庆, 李少远, 席裕庚. 一类串联生产过程的分布式解耦预测控制. 控制与决策, 2004, **19**(6): 647–650, 654)
 - 19 Li Xue-Ming. Decentralized Control for Cascade Process with Long Time-delay [Master dissertation], Central South University, China, 2011
(李学明. 串级大时滞过程分散预测控制研究 [硕士学位论文], 中南大学, 中国, 2011)
 - 20 Yuan Xiang-Huan. The Predictive Model of Alumina Continuous Carbonation Decomposition Process and the Online Correction for It [Master dissertation], Central South University, China, 2009
(袁湘环. 氧化铝碳分过程末槽分解率预测模型及其修正方法研究 [硕士学位论文], 中南大学, 中国, 2009)



蔡 星 浙江大学智能系统与控制研究所博士研究生. 2010 年获得华中科技大学控制系学士学位. 主要研究方向为分布式预测控制.

E-mail: huststar2009@gmail.com

(CAI Xing Ph.D. candidate at the Institute of Cyber-Systems and Control, Zhejiang University. He received his bachelor degree from Huazhong University of Science and Technology in 2010. His main research interest is distributed model predictive control.)



谢 磊 浙江大学智能系统与控制研究所副教授. 主要研究方向为工业控制系统性能评估, 过程监测与故障诊断技术. 本文通信作者.

E-mail: leix@ipc.zju.edu.cn

(XIE Lei Associate professor at the Institute of Cyber-Systems and Control, Zhejiang University. His research interest covers control performance assessment and diagnosis, process monitoring, and fault diagnosis. Corresponding author of this paper.)



苏宏业 浙江大学智能系统与控制研究所教授. 主要研究方向为控制理论与应用, 复杂过程先进控制和优化技术, 先进控制软件开发及应用.

E-mail: hysu@ipc.zju.edu.cn

(SU Hong-Ye Professor at the Institute of Cyber-Systems and Control, Zhejiang University. His research interest covers control theory and application,

complex process advanced control and optimization technology, the software development and application of advanced control.)



古 勇 浙江大学智能系统与控制研究所副研究员. 主要研究方向为预测控制理论与应用, 复杂工业过程先进控制理论, 软件开发与应用.

E-mail: sup.guy@supcon.com

(GU Yong Associate professor at the Institute of Cyber-Systems and Control, Zhejiang University. His research interest covers model predictive control, advance control of complex process, the software development and application of advanced control.)